

Задание №3. Определение истинности составного высказывания

Сложность: Базовая

Балл: 1

Время выполнения: 3 мин

Класс: 8

Нужен компьютер: НЕТ

Куда писать ответ: Бланк ответов №1

Двусоставные / Трёхсоставные

	Наибольшее	Наименьшее	Количество
И	Истина/Ложь	Истина/Ложь	Истина/Ложь
ИЛИ	Истина/Ложь	Истина/Ложь	Истина/Ложь
И+ИЛИ	Истина/Ложь	Истина/Ложь	Истина/Ложь
Общая схема выполнения:			

1. Определяем в условии, какое нужно найти число – просто натуральное число, наибольшее (максимальное), наименьшее (минимальное) или количество чисел.

2. Теперь определяем «значность» искомого числа – любое натуральное число, двузначное или трехзначное число.

3. И последнее – истинность выражения: истинно или ложно.

4. Если логическое выражение истинно, то только избавляемся от НЕ.

Если логическое выражение ложно, то преобразовываем его в тождественное истинное, и потом также избавляемся от НЕ.

5. В простом двусоставном высказывании ищем нужное число.

Если выражение трёхсоставное и сложное (в скобках скобки), то раскрываем скобки и ищем нужное число.

Обычно вызывают затруднения:

1. ложные высказывания
2. трёхсоставные высказывания, имеющие И и ИЛИ + выражение в скобках
3. нахождение количества чисел

Предупреждение: без знаний основ математической логики (алгебры логики), а именно таблиц истинности, приоритета логических операций, законов де Моргана, выполнение задания крайне сложно!

Тип 1. Анализ истинности высказывания с числами

1. Истина			
	1.1. Наибольшее	1.2. Наименьшее	1.3. Количество
Двусоставные	 Номер: 83F641 Напишите <u>наибольшее</u> натуральное число x, для которого истинно высказывание: НЕ ($x < 5$) И ($x < 6$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($x \geq 5$) И ($x < 6$) 2. Искомое число (x) должно быть больше либо равно ($\geq$) 5 и меньше ($<$) 6. Это число 5. Ответ: 5	 Номер: 0A6843 Определите <u>наименьшее</u> <i>трёхзначное</i> число x, для которого истинно логическое выражение: (x оканчивается на 3) И НЕ ($x < 230$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($xx3$) И ($xxx \geq 230$) 2. Наименьшее трехзначное (xxx) число, оканчивающееся на 3 ($xx3$) и больше либо равно ($\geq$) 230 – это 233. Ответ: 233	 Номер: 3B55E9 Напишите <u>количество</u> натуральных чисел, для которых истинно высказывание: НЕ (Число нечётное) И НЕ (Число > 12) Решение: 1. Избавимся от НЕ: (число чётное) И (число ≤ 12) 2. Количество чётных чисел меньше либо равно 12: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 – 6 штук или $12/2 = 6$ Ответ: 6
	 № 6659 Найдите <u>наибольшее</u> натуральное <i>двухзначное</i> число X, для которого истинно высказывание: (($X < 25$) ИЛИ НЕ ($X > 58$)) И (X чётное) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($(xx < 25)$ ИЛИ ($xx \leq 58$)) И (xx чётное) 2. Ищем числа в левой части ($xx < 25$) ИЛИ ($xx \leq 58$) - это все числа от 10 до 58 включительно 3. Подключаем условие правой части - И (xx чётное). Таким образом, наибольшее двухзначное чётное число – 58. Ответ: 58	 № 6656 Найдите <u>наименьшее</u> натуральное число X, для которого истинно высказывание: (НЕ ($X > 7$) И ($X \leq 12$)) ИЛИ ($X \geq 4$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($(X \leq 7)$ И ($X \leq 12$)) ИЛИ ($X \geq 4$) 2. Ищем числа в левой части ($X \leq 7$) И ($X \leq 12$) - это все числа от 1 до 7 включительно. Здесь наименьшее это 1. 3. Подключаем условие правой части - ИЛИ ($X \geq 4$). Значит, число должно быть или больше либо равно 4. Но минимальное из них остаётся только 1. Ответ: 1	 № 6664 Найдите <u>количество</u> <i>трехзначных</i> натуральных чисел X, для которых истинно высказывание: ($X \geq 250$) И (X кратно 30) И НЕ ($X < 700$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($xxx \geq 250$) И ($xxx/30$) И ($xxx \geq 700$) 2. Ищем числа в левой части ($xxx \geq 250$). Таких чисел от 250 до 999 = $999 - 250 + 1 = 750$ +1 потому что от 250 включительно 3. Ищем числа в средней части ($xxx/30$) – это все тридцатые числа: 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 450, 480, 510, 540, 570, 600, 630, 660, 690, 720, 750, 780, 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990 (нас интересует диапазон от 250 и до 999) 4. Ищем числа в правой части - ($xxx \geq 700$), а это: 720, 750, 780, 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990 – этих чисел 10 Ответ: 10

2. Ложь			
	2.1. Наибольшее	2.2. Наименьшее	2.3. Количество
Двусоставные	 Номер: 3E8BCD Напишите <u>наибольшее</u> натуральное число x, для которого ложно высказывание: НЕ ($x < 7$) ИЛИ ($x < 6$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($x \geq 7$) ИЛИ ($x < 6$) 2. Преобразуем в истинное: ($x < 7$) И ($x \geq 6$) 3. Искомое число меньше 7 и больше либо равно 6. Это число 6. Ответ: 6	 Номер: 1259F7 Напишите <u>наименьшее</u> натуральное число x, для которого ложно высказывание: ($x > 3$) ИЛИ НЕ ($x > 2$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($x > 3$) ИЛИ ($x \leq 2$) 2. Преобразуем в истинное: ($x \leq 3$) И ($x > 2$) 3. Искомое число меньше либо равно 3 и больше 2. Это число 3. Ответ: 3	 Номер: 7C8BF1 Определите <u>количество</u> натуральных <u>двузначных</u> чисел x, для которых ложно логическое выражение: НЕ (x чётное) И НЕ ($x > 39$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: (xx нечётное) И ($xx \leq 39$) 2. Преобразуем в истинное: (xx чётное) ИЛИ ($xx > 39$) 3. Найдём количество двузначных: чётных чисел от 10 до 39 включительно: $39 - 10 = 29 + 1$ $= 30 / 2 = 15$ $xx > 39$: $99 - 39 = 60$ $15 + 60 = 75$ Ответ: 75
	 № 6657 Найдите <u>наибольшее</u> натуральное число X, для которого ложно высказывание: (($X < 8$)) И ($X \geq 2$)) ИЛИ НЕ ($X < 12$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: (($X < 8$)) И ($X \geq 2$)) ИЛИ (X ≥ 12) 2. Преобразуем в истинное: (($X \geq 8$)) ИЛИ ($X < 2$)) И (X < 12) 3. Ищем числа в левой части ($X \geq 8$) ИЛИ ($X < 2$) – это числа от 1 до 2 или от 8 и больше. 4. Подключаем условие правой части - И ($X < 12$) – 11 меньше 12. Ответ: 11	 № 6658 Найдите <u>наименьшее</u> натуральное <u>трехзначное</u> число X, для которого ложно высказывание: НЕ ($X > 178$) ИЛИ НЕ (X делится на 4) ИЛИ НЕ (все цифры в числе X четные) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($X \leq 178$) ИЛИ (X не делится на 4) ИЛИ (все цифры в числе X нечетные) 2. Преобразуем в истинное: ($X > 178$) И (X делится на 4) И (все цифры в числе X четные) 3. Ищем числа в левой части ($X > 178$) – это все числа от 179 до 999, но наименьшее 179 4. Ищем числа в средней части: (X делится на 4) Проверяем $179 / 4 = 44,75$ – не делится на 4. $180 / 4 = 45$ – делится на 4 5. Ищем числа в правой части: (все цифры в числе X четные), значит 180 не подходит, т.к. 1 – нечётная. Таким образом, нас интересуют числа в диапазоне от 200...	 № 6665 Найдите <u>количество</u> <u>двузначных</u> натуральных чисел X, для которых ложно высказывание: ($X \geq 47$) И НЕ ((X кратно 4) И НЕ (X кратно 8)) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($X \geq 47$) И НЕ ((X кратно 4) И (X не кратно 8)) От НЕ перед скобками можно избавиться только по закону де Моргана: ($X \geq 47$) И НЕ (X кратно 4) ИЛИ НЕ (X не кратно 8) Избавимся от оставшихся НЕ: ($X \geq 47$) И (X не кратно 4) ИЛИ (X кратно 8) 2. Преобразуем в истинное: ($X < 47$) ИЛИ (X кратно 4) И (X не кратно 8) 3. Сначала выполняем И, потом ИЛИ, таким образом расставим скобки: ($X < 47$) ИЛИ ((X кратно 4) И (X не кратно 8)) 4. Ищем числа в правой части: (X кратно 4) И (X не кратно 8) – диапазон от 10 до 99 X кратно 4: здесь лучше подсчитать по числовой оси. Каждое четвертое число будет

		$200/4 = 50$ – делится на 4 все цифры в числе 200 чётные. Ответ: 200	кратно 4. Таких чисел от 10 до 99 – 22 штуки. Х не кратно 8: также лучше отметить на той же числовой оси каждое восьмое число и их получится в 2 раза меньше, чем кратных четырём (так как $4*2=8$). Таких чисел от 10 до 99 будет – 11 штук. Но так как нас интересует НЕ кратные 8 и кратные 4, то таких чисел будет 11. 5. Теперь рассматриваем левую часть ($X < 47$). Таких чисел от 10 до 46 – 37 штук, но так как левую и правую часть выражения связывает ИЛИ, то к этим 36 числам прибавляется количество чисел кратное 4 и не кратное 8, которые следуют после 46. Таких чисел 6 штук. 6. Итого считаем: $37+6 = 43$ числа. Ответ: 43
--	--	--	---

Тип 2. Минимальное (максимальное) число, удовлетворяющее условию

1. Истина	
1.1. Наибольшее	1.2. Наименьшее
К № 1583 Напишите <u>наибольшее</u> двузначное число x , для которого истинно высказывание: (только первая цифра чётная) И НЕ (число делится на 7) И (число делится на 9) Решение: 1. Избавимся от НЕ: (только первая цифра чётная) И (число не делится на 7) И (число делится на 9) 2. Ищем числа в левой части (только первая цифра чётная) – это числа 21, 23, 25, 27, 29, 41, 43, 45, 47, 49, 61, 63, 65, 67, 69, 81, 83, 85, 87, 89. 3. Ищем числа в средней части (число не делится на 7) – это все не седьмые числа. Поэтому проще отметить себе какие из чисел выше делятся на 7 – это 21, 49, 63. 4. Ищем числа в правой части (число делится на 9) – Так как нам надо найти	К № 1582 Напишите <u>наименьшее</u> двузначное число x , для которого истинно высказывание: (только первая цифра чётная) И НЕ (число делится на 3) И (число делится на 5) Решение: 1. Избавимся от НЕ: (только первая цифра чётная) И (число не делится на 3) И (число делится на 5) 2. Ищем числа в левой части (только первая цифра чётная) – это числа 21, 23, 25, 27, 29, 41, 43, 45, 47, 49, 61, 63, 65, 67, 69, 81, 83, 85, 87, 89. 3. Ищем числа в средней части (число не делится на 3) – это все не третьи числа. Поэтому проще отметить себе какие из чисел выше делятся на 3 – это 21, 27, 45, 63, 69, 81, 87. 4. Ищем числа в правой части (число

наибольшее, поэтому рассматриваем группу чисел 81, 83, 85, 87, 89. По таблице умножения помним, что 81 делится на 9 ($9 \cdot 9 = 81$). Ответ: 81	делится на 5) – Так как нам надо найти наименьшее, поэтому рассматриваем группу чисел 23, 25, 29. По таблице умножения помним, что 25 делится на 5 ($5 \cdot 5 = 25$). Ответ: 25
---	--

Тип 3. Выбор из чисел

 **Номер: D1CC0C. Впишите правильный ответ.**

Дано четыре числа: 638, 442, 357, 123. Для какого из приведённых чисел **ИСТИННО** высказывание:

НЕ (Первая цифра чётная) **И** **НЕ** (Сумма цифр чётная)?

В ответе запишите это число.

Решение:

1. Избавимся от **НЕ**: (Первая цифра не чётная) **И** (Сумма цифр не чётная)
 2. Проверяем каждое число по двум условиям:
 638 – первая цифра чётная, поэтому сразу не подходит;
 442 – тоже первая цифра чётная, поэтому не подходит;
 357 – первая цифра не чётная, тогда проверяем по второму условию: $3+5+7 = 15$ – сумма цифр не чётная. Подходит
 123 – по первой цифре подходит, $1+2+3 = 6$ – сумма чётная, не подходит.
- Ответ: 357**

Тип 4. Найти число

Истинно	Ложно
[В открытом банке заданий таких заданий не найдено]	 Номер: 1A3B0C Напишите натуральное число x, для которого ЛОЖНО высказывание: НЕ ($x < 8$) ИЛИ ($x < 7$) Решение: 1. Избавимся от НЕ: ($x \geq 8$) ИЛИ ($x < 7$) 2. Преобразуем в истинное: $(x < 8)$ И ($x \geq 7$) 3. Искомое число должно быть меньше 8 и больше либо равно 7. Ответ: 7

Тип 4. Уравнение (нет в банке заданий)

 **Задача 29#71752**

Напишите количество целых чисел X , для которых **ИСТИННО** высказывание:

$$(x^2 - 11x + 30 = 0) \text{ ИЛИ } (x^2 + 3x - 40 = 0)$$

Решение:

Логическое «ИЛИ» истинно только тогда, когда истинно хотя бы одно высказывание.

Первое выражение задает нам квадратное уравнение с 2 корнями, 5 и 6, а второе дает квадратное уравнение с 2 корнями, -8 и 5.

Значит, нам подходит любой из этих четырех корней, но один из них общий, следовательно, ответ 3.

Ответ: 3

Тип 5. Интервалы (нет в банке заданий) **Задача 33#71748**

Напишите количество целых чисел X , для которых **истинно** высказывание:

$$1 < X < 10 \text{ И } 3 < X < 7$$

Решение:

Логическое «И» истинно только тогда, когда истинны оба высказывания.

Первое выражение задает нам отрезок чисел от 1 до 10, а второе отрезок от 3 до 7. Так как второй отрезок входит в первый, то нам нужно посчитать количество чисел во втором отрезке.

Не забываем, что границы у нас не включены и получаем ответ 3.

Ответ: 3

Примечания:

1. Наверное, вы уже обратили внимание, что для решения данных заданий необходимо знать таблицу умножения и признаки делимости чисел;

2. Эти задания проще выполнять с использованием программы Excel, а программа на Python еще проще, но выполнение данного задания не предусмотрено на компьютере!

Домашнее задание

 № 1166

Напишите наибольшее число x , для которого **истинно** высказывание:

$$\text{НЕ } (x \geq 38) \text{ И НЕ } (x \text{ не делится на } 17)$$

 № 1165

Напишите наименьшее число x , для которого **истинно** высказывание:

$$\text{НЕ } (x \leq 39) \text{ И } (x \text{ кратно } 12)$$

К № 6660

Найдите количество *двузначных* натуральных чисел X , для которых **ИСТИННО** высказывание:

НЕ ($X < 64$) **И** (все цифры в числе X четные)

К № 1171

Напишите наибольшее число x , для которого **ЛОЖНО** высказывание:

($x > 95$) **ИЛИ** **НЕ** (x кратно 14)

К № 1172

Напишите наименьшее число x , для которого **ЛОЖНО** высказывание:

($x < 42$) **ИЛИ** (x не делится на 19)

К № 6663

Найдите количество *двузначных* натуральных чисел X , для которых **ЛОЖНО** высказывание:

НЕ ($X \geq 74$) **И** **НЕ** (X чётное)

К № 1581

Напишите наибольшее *двузначное* число x , для которого **ИСТИННО** высказывание:

(только первая цифра чётная) **И** **НЕ** (число делится на 3) **И** (число делится на 5)

К № 1580

Напишите наименьшее *двузначное* число x , для которого **ИСТИННО** высказывание:

(только первая цифра нечётная) **И** **НЕ** (число делится на 4) **И** (число делится на 5)

 Задача 30#71751

Напишите количество целых чисел X , для которых **ИСТИННО** высказывание:

($x^2 + x - 12 = 0$) **ИЛИ** ($x^2 + 2x - 3 = 0$)

 Задача 34#71747

Напишите количество целых чисел X , для которых **ИСТИННО** высказывание:

$24 < X < 33$ **И** $27 < X < 30$