

**Камчатский государственный технический университет**

**А. Исаков**

**Физика**  
**Решение задач ЕГЭ**  
**Часть 1**

---

**Петропавловск-Камчатский**  
**2012**

УДК 50(075.8)  
ББК 20я73  
И85

Рецензент  
доктор физико-математических наук,  
профессор Дальневосточного Федерального университета  
Стоценко Л.Г.

**Исаков Александр Яковлевич**

И85      Физика. Решение задач ЕГЭ. Часть 1: Петропавловск-Камчатский:  
КамчатГТУ, 2012. – 250 с.

В пособии приведены достаточно решения 20 вариантов типовых заданий по физике, предлагавшиеся на экзаменах по школьной физике в форме ЕГЭ в 2010 г. Задания заимствованы из учебно-методического пособия под ред. Л.М. Монастырского (Ростов на Дону, 2010).

Все задания снабжены подробными решениями с комментариями, акцентирующими внимание на теоретических и методических особенностях анализа условий и оптимизации выбора алгоритмов решения.

Пособие предназначено для школьников старших классов, готовящихся сдавать ЕГЭ по физике. Материалы пособия могут быть полезны при тренировочном тестировании, а так же при самостоятельной работе.

## Оглавление

Вариант №1 .....	5
Вариант №2 .....	16
Вариант №3 .....	30
Вариант №4 .....	44
Вариант №5 .....	55
Вариант №6 .....	68
Вариант №7 .....	80
Вариант №8 .....	97
Вариант №9 .....	110
Вариант №10 .....	124
Вариант №11 .....	139
Вариант №12 .....	151
Вариант №13 .....	160
Вариант №14 .....	169
Вариант №15 .....	180
Вариант №16 .....	192
Вариант №17 .....	206
Вариант №18 .....	221
Вариант №19 .....	231
Вариант №20 .....	241

# Вариант № 1

## Часть А

1.1. Задан график зависимости скорости движения материальной точки от времени. Определить путь, пройденный точкой за первые  $\tau = 8$  с движения.

### Решение

1. Так как скорость в заданном промежутке времени изменяется в пределах от  $v_0 = 4$  м/с до конечной величины  $v_\tau = -4$  м/с, то движение является равнозамедленным.

2. Такое движение описывается уравнениями

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= v_0 - at; \\ x(t) &= v_0 t - \frac{at^2}{2}; \end{aligned} \right\}$$

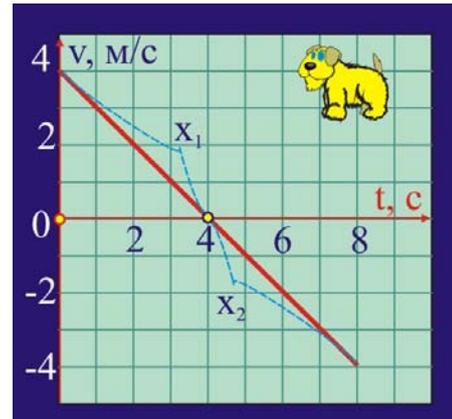


Рис. 1.1. Зависимость  $v = f(t)$

3. Для определения пути, пройденного за время  $\tau$  необходимо по заданному графику определить величину модуля ускорения

$$|a| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{4} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

4. Через  $\tau_1 = 4$  с точка останавливается, пойдя при этом путь

$$x_1 = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2} = 4 \cdot 4 - \frac{1 \cdot 16}{2} = 8 \text{ м};$$

5. После остановки тело меняет направление движения и проходит за следующие 4 с расстояние  $x_2 = x_1 = 8$  м  $\Rightarrow x_\tau = 16$  м.

6. В правильности результата можно убедиться, подставив значения величин во второе уравнение системы

$$x_\tau = 4 \cdot 8 - \frac{1 \cdot 64}{2} = 0,$$

т.е. перемещение точки за время  $\tau = 8$  с равно нулю. С чего начали, тем и закончили.

1.2. Две материальные точки движутся по окружностям  $R_1$  и  $R_2$ , причём  $R_2 = 2R_1$ . Какими соотношениями связаны их нормальные ускорения при условии равенства их линейных скоростей

### Решение

1. Модуль нормального (центростремительного) ускорения точки, движущейся по круговой траектории равен:

$$a_n = \frac{v^2}{r};$$

мальных ускорений точек представятся следующим образом

$$a_{n(1)} = \frac{v}{R_1}; \quad a_{n(2)} = \frac{v}{2R_1};$$

$$\frac{a_{n(1)}}{a_{n(2)}} = \frac{v \cdot 2R_1}{v \cdot R_1} = 2; \quad \Rightarrow \quad a_{n(1)} = 2a_{n(2)};$$

1.3. Чему равно отношение силы гравитационного взаимодействия, действующей со стороны Луны на Землю, к силе гравитационного взаимодействия, действующей со стороны Земли на Луну, если масса Земли в 81 раз больше массы Луны?

### Решение

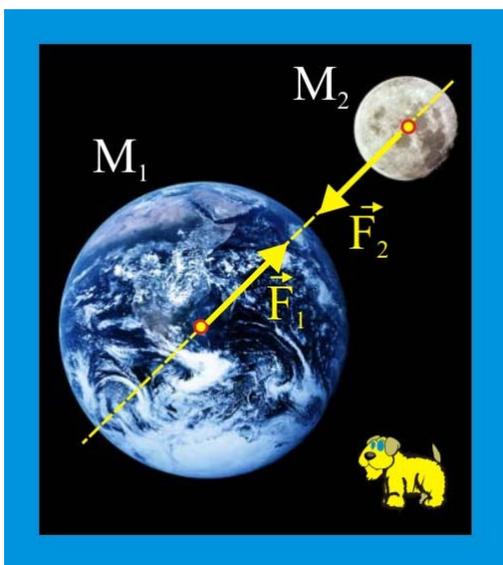


Рис. 1.3. Гравитационное взаимодействие

1. Взаимодействие между двумя телами, включая и космические объекты, описывается гравитационным законом Ньютона

$$F_{\text{Гр}} = G \frac{M_3 M_{\text{Л}}}{r^2},$$

где  $M_3$ ,  $M_{\text{Л}}$  – массы Земли и Луны,  $G$  – гравитационная постоянная,  $r$  – расстояние между центрами масс Земли и Луны.

2. В соответствии с третьим законом Ньютона силы взаимодействия направлены вдоль одной линии, равны по модулю и противоположны по направлению. Из этого следует, силы взаимодействия будут одинаковы по модулю, т.е.

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|; \quad \Rightarrow \quad \frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = 1;$$

1.4. Тележка массой  $m_1 = 100$  кг, движущаяся со скоростью  $v_1 = 3$  м/с, догоняет тележку массой  $m_2 = 300$  кг, движущуюся в ту же сторону со скоростью  $v_2 = 1$  м/с. Какова скорость совместного движения тележек?

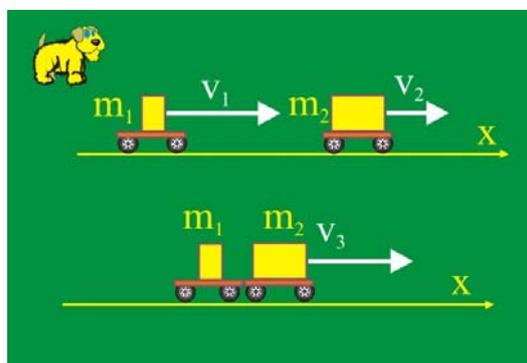


Рис. 1.4. Сохранение импульса

### Решение

1. Сталкивающиеся тележки обмениваются своими импульсами, поэтому уместно использовать теорему о сохранении импульса в проекции на направление движения (на ось  $x$ )

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{1,2};$$

$$v_{1,2} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

1.5. Какую надо совершить работу, чтобы поднять груз массой  $m = 20$  кг на высоту  $h = 1,5$  м?

### Решение

1. Примем за нулевой уровень потенциальной энергии поверхность земли, в этом случае подъём груза будет приводить к сообщению ему некоторой величины потенциальной энергии.

2. Изменение потенциальной энергии происходит вследствие совершения работы против силы тяжести

$$A = \Delta\Pi = mgh \cong 20 \cdot 10 \cdot 1,5 \cong 300 \text{ Дж};$$

1.6. Используя график зависимости колеблющейся материальной точки определить смещение из положения равновесия через  $\tau = 2$  с после начала движения.

### Решение

1. На графике задано гармоническое синусоидальное колебание

$$x(t) = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где  $A = 10$  см – амплитуда колебаний,  $T = 4$  с – период колебаний,  $t$  – время.

2. Подставим в уравнение значения величин

$$x_{\tau} = 0,1 \sin \pi = 0;$$

2. Смещение точки из положения равновесия в момент времени  $\tau = 2$  с равно нулю, т.е. материальная точка проходит состояние равновесия.

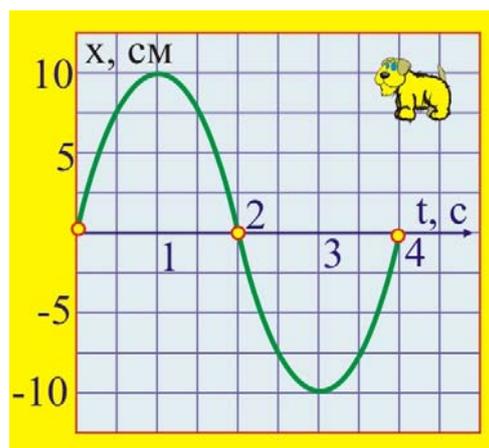


Рис. 1.6. Гармонические колебания

1.7. Какова высота башни, если камень, брошенный с неё горизонтально с начальной скоростью  $v_0 = 15$  м/с упал на расстоянии  $x_m = 30$  м?

### Решение

1. В задаче рассматривается горизонтальный бросок тела с заданной начальной скоростью. В данном случае действует только ускорение  $\vec{g}$ , которое на оси координат имеет проекции

$$g_x = 0; \quad g_y = -g;$$

2. Вдоль оси  $ox$  движение будет равномерным, а вдоль оси  $oy$  – ускоренным

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t; \\ y &= h - \frac{gt^2}{2}; \end{aligned} \right\}$$

3. Из первого уравнения определим время полёта камня

$$x_m = v_0 \tau; \quad \Rightarrow \quad \tau = x_m / v_0 = 2 \text{ с};$$

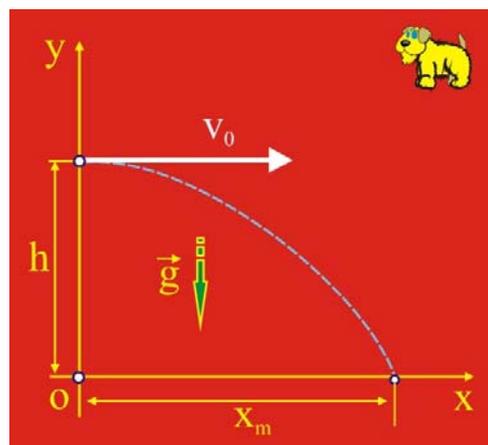


Рис. 1.7. Горизонтальный бросок

4. При падении камня на землю  $y = 0$ , поэтому второе уравнение системы переписывается в виде

$$h = \frac{g\tau^2}{2} = 20\text{ м};$$

1.8. В сосуде при некоторой абсолютной температуре  $T$  находится  $\nu_1 = 3$  моля водорода. Какова температура  $\nu_2 = 3$  моль кислорода в сосуде того же объёма и при том же давлении? Газы считать идеальными.

### Решение

1. Запишем уравнение Клапейрона – Менделеева для идеального газа

$$PV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT;$$

2. По условию задачи  $\nu_1 = \nu_2$  поэтому, несмотря на разные молярные массы  $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $\mu_2 = 16 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, температура останется постоянной

$$T_1 = T_2;$$

3. Молекулы водорода и кислорода при фиксированном значении температуры будут иметь различные средние арифметические скорости

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

1.9. При одинаковой температуре  $T = 373$  °К давление насыщенных паров воды ( $\text{H}_2\text{O}$ )  $P_{S(1)} = 10^5$  Па, аммиака ( $\text{NH}_3$ )  $P_{S(2)} = 6 \cdot 10^6$  Па, ртути ( $\text{Hg}$ )  $P_{S(3)} = 37$  Па. В каком порядке убывания температуры кипения в открытом сосуде находятся эти вещества?

### Решение

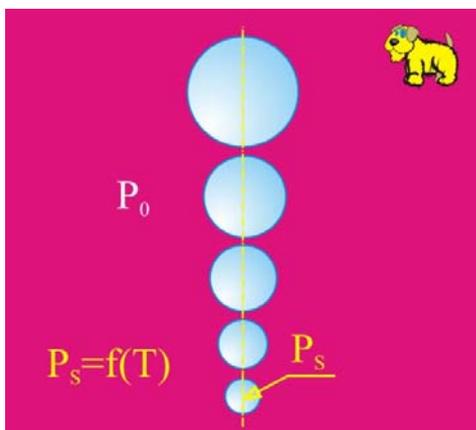


Рис.1.9. Процесс кипения жидкостей

1. Процесс кипения жидкости, в простейшем случае, представляет собой потерю устойчивости и последующий рост объёмов полостей заполненных паром.

2. Достичь состояние кипения можно двумя способами: поднимая температуру жидкости или снижая внешнее давление. В том и другом случае давление жидкости, окружающей сферическую паровую полость  $P_0$  должно быть равно или меньше величины давления насыщенных паров  $P_S$

$$P_0 \leq P_S,$$

что собственно и является условием начала процесса трансформации вещества из жидкого состояния в парообразное. Таким, образом, чем выше давление насыщенных паров, тем ниже температура кипения при постоянстве внешнего давления.

3. Расставим вещества по мере уменьшения температуры кипения (возрастания давления насыщенных паров):

- 1) Hg; 2)  $\text{H}_2\text{O}$ ; 3)  $\text{NH}_3$ ;

1.10. Как изменяется внутренняя энергия тела в процессе его отвердевания?

**Решение**

1. Изменение внутренней энергии вещества  $\Delta U$  приближённо может быть определена, как:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул вещества,  $\nu$  – количество вещества,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\Delta T$  – изменение температуры.

2. Чтобы вещество из жидкого состояния перешло в твёрдое состояние необходимо понизить его температуру, т.е. уменьшить внутреннюю энергию. Значит в процессе отвердевания (кристаллизации) внутренняя энергия тела уменьшается.

1.11. Как изменится КПД идеальной тепловой машины, в которой температура нагревателя  $T_n$  вдвое выше температуры холодильника  $T_x$ , если не меняя температуры нагревателя, вдвое уменьшить температуру холодильника?

**Решение**

1. Запишем теорему Карно для двух заданных тепловых машин

$$\eta = 1 - \frac{T_x}{T_n}; \quad \eta_1 = 1 - \frac{T_x}{2T_x} = 0,5; \quad \eta_2 = 1 - \frac{0,5T_x}{2T_x} = 0,75;$$

2. При заданной смене параметров нагревателя и холодильника КПД увеличится

$$\Delta \eta = \eta_2 - \eta_1 = 0,25 (25\%);$$

1.12. На диаграмме  $p = f(T)$  показан процесс изменения состояния идеального одноатомного газа. Известно, что газ отдаёт  $Q = 50$  кДж теплоты. Какова величина работы внешних сил?

**Решение**

1. На диаграмме задан изотермический процесс  $T = \text{const}$ . Работа такого процесса определяется уравнением

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV;$$

2. В подинтегральном выражении содержится две переменные величины  $p$  и  $V$ . Выразим давление через объём, воспользовавшись уравнением Клапейрона – Менделеева

$$pV = \nu RT; \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V}; \Rightarrow A_{1 \rightarrow 2} = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_1}{V_2};$$

2. Этой формулой в данном случае нельзя воспользоваться т.к. неизвестно количество вещества, участвующего в процессе, однако для решения можно воспользоваться первым началом термодинамики

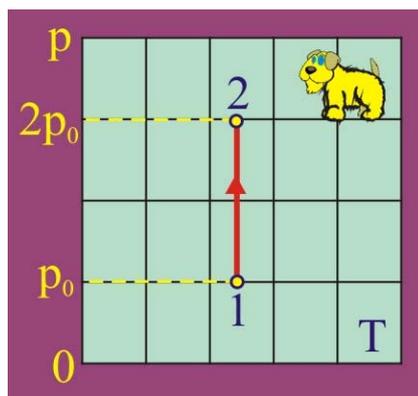


Рис.1.12. Изотермический процесс

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A ;$$

3. Температура в данном случае не изменяется, поэтому

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = 0; \Rightarrow \Delta Q = A,$$

Всё подводимое к системе тепло преобразуется в работу, т.е.

$$A_{1 \rightarrow 2} = 50 \text{ кДж};$$

1.13. Пылинка, имевшая отрицательный заряд  $q_1 = -10e$ , при освещении потеряла четыре электрона  $\Delta q = -4e$ . Каким стал заряд пылинки?

### Решение

1. Электрический заряд является квантованной величиной, т.е. он может изменяться только кратно количеству избыточных или недостаточных электронов ( $e \cong 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ )

$$Q = eN ;$$

2. С другой стороны, в соответствии с законом сохранения заряда, сумма электрических зарядов для замкнутых систем – величина постоянная

$$\sum_{i=1}^{i=n} q_i = \text{const}; \Rightarrow q_2 = q_1 - \Delta q = -10e - (-4e) = -6e;$$

1.14. Через участок цепи течёт постоянный ток силой  $I = 10 \text{ А}$ . Какую силу тока покажет идеальный амперметр?

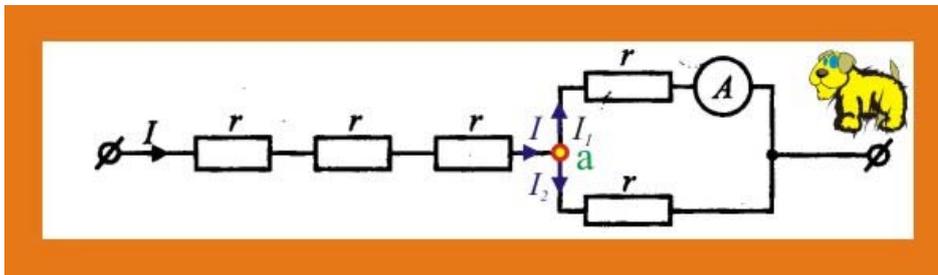


Рис. 1.14. Разветвление цепи

### Решение

1. Для решения задачи целесообразно использовать первое правило Кирхгофа. **Первое правило Кирхгофа** (правило узлов) является, по сути своей, законом сохранения заряда в сочетании с условием, что заряды не рождаются и не исчезают в проводнике. Это правило относится к узлам электрических цепей (точка а схемы), т.е. точкам цепи, в которых сходится не менее трёх проводников. Если, принять за положительные направления подходящих к узлу токов, а отходящих – за отрицательные, то алгебраическая сумма токов в любом узле должна быть равна нулю, потому что заряды не могут скапливаться в узле

$$\sum_{i=1}^{i=n} I_i = 0, \Rightarrow I = I_1 + I_2.$$

другими словами, количество зарядов подходящих к узлу в единицу времени, равно количеству зарядов уходящих от данной точки за то же время.

2. Поскольку оба участка разветвлённой цепи имеют одинаковое сопротивление  $r$ , то

$$I_1 = I_2; \Rightarrow I_A = \frac{I}{2} = 5 \text{ A};$$

1.15. В горизонтальной плоскости расположен виток с током  $I$ . Определить направление вектора магнитной индукции в центре витка.

### Решение

1. Модуль вектора магнитной индукции кругового витка радиуса  $R$  с током  $I$  в его центре определяется уравнением

$$|B| = \mu_0 \frac{I}{2R};$$

2. Направление вектора магнитной индукции определяется по правилу "правого винта" или штопора для открывания бутылок. Если правый винт (буравчик, штопор) поместить в центр витка и совместить круговое движение его головки с направлением тока в витке, то направление поступательного движения винта укажет направление вектора магнитной индукции.

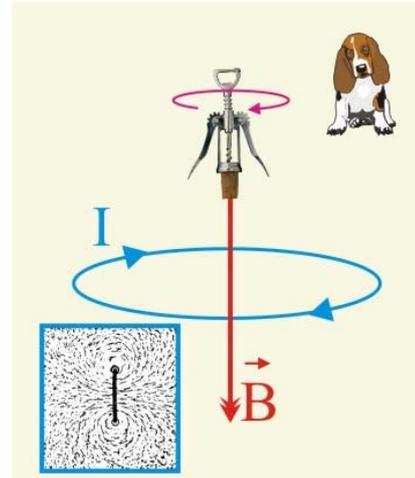


Рис. 1.15. Горизонтальный виток с током и его поле

1.16. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 400$  мкГн и конденсатора ёмкостью  $C = 400$  пФ. Определить частоту собственных колебаний контура.

### Решение

1. Электромагнитные колебания в LC – контуре при  $R \rightarrow 0$  описываются дифференциальным уравнением второго порядка

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0;$$

2. Введём обозначение

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2,$$

где  $\omega_0$  – циклическая частота, которая может быть выражена следующим образом

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{2\pi}{T}; \Rightarrow \nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}};$$

$$\nu_0 = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-10}}} \cong 4 \cdot 10^5 \text{ Гц} = 0,4 \text{ МГц};$$

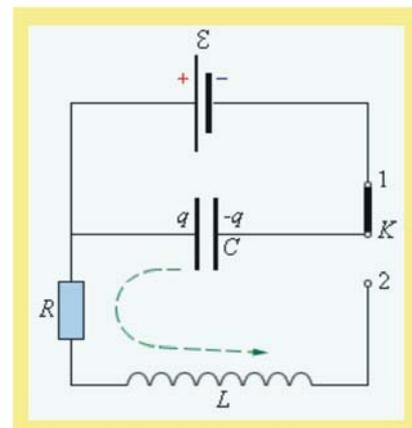


Рис. 1.16. Колебательный контур

1.17. При каких условиях наблюдается интерференция двух световых пучков?

## Решение

1. Явление интерференции волн светового диапазона наблюдается только в случае распространения в одном объёме когерентных волн. Запишем условие когерентности двух световых волн

$$\omega = \omega_1 = \omega_2; \quad \lambda = \lambda_1 = \lambda_2; \quad \delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const},$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота,  $\lambda$  – длина волны,  $\delta$  – разность фаз колебаний.

2. Интерференция в двух световых пучках будет иметь место если составляющие их волны будут иметь одинаковую частоту, что определит и одинаковость их длин волн  $\lambda = c/\nu$ .

---

1.18. Какой экспериментальный факт сторонники СТО приводят в качестве основного довода справедливости теории?

## Решение

1. Теория относительности разработанная стараниями Лоренца и Пуанкаре была изначально предназначена для электромагнитного поля. Лоренц, исходя из уравнений Максвелла, Герца, Хевисайда пытался совместить из принципом относительности Галилея.

2. Чтобы достичь совместимости уравнений электродинамики принципу относительности пришлось ввести в рассмотрение, так называемые, преобразования Лоренца из которых следовало постоянство скорости распространения электромагнитных волн и функциональная зависимость размеров и массы (применительно к полю) от скорости их движения.

3. Непосредственных экспериментальных фактов, подтверждающих справедливость преобразований Лоренца к материальным объектам, по большому счёту, не существует пока. Вместе с тем, сторонники СТО считают, что есть данные о независимости скорости света от скорости источника и приёмника. Это они и полагают основным доказательством справедливости теории.

---

1.19. Скорость и заряд частицы, влетевшей в область однородного магнитного поля перпендикулярно силовым линиям увеличили в три раза. Как изменится, при этом, период обращения по окружности?

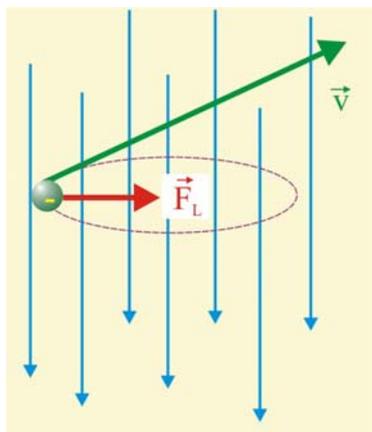


Рис. 1.19. Движение электрона в однородном магнитном поле

## Решение

1. На основании обобщения многочисленных экспериментальных фактов был получен закон, определяющий количественно величину силы (силы Лоренца), действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

где  $q$  – электрический заряд,  $\vec{v}$  – вектор скорости заряда,  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции, физический смысл которого будет определён ниже. Уравнение силы Лоренца можно записать в скалярной форме

$$F_L = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B}).$$

2. Из уравнения  $F_L$  можно видеть, что сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости движения частицы, то она не совершает работы, это говорит о неизменности кинетической энергии частицы при её движении в магнитном поле. Сила Лоренца меняет лишь направление вектора скорости, сообщая частице нормальное ускорение.

3. Для случая движения электрона, каковой станет находиться на стационарной круговой орбите, можно записать второй закон Ньютона исходя из равенства модулей силы Лоренца и силы, вызванной нормальным ускорением частицы

$$\frac{m_e v^2}{R} = evB.$$

4. Угловое ускорение, при этом будет равно

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{eB}{m_e}.$$

5. Период обращения электрона определится как

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m_e}{eB}.$$

6. Таким образом скорость заряда не влияет на период его вращения, влияет при  $B = \text{const}$  только величина заряда

$$T_1 = \frac{2\pi m_e}{eB}; \quad T_2 = \frac{2\pi m_e}{3eB}; \quad \frac{T_1}{T_3} = \frac{1}{3},$$

т.е. период уменьшится в три раза.

1.20. Определить энергию фотона с длиной волны  $\lambda = 555 \text{ нм}$ .

Решение

1. Определим энергию фотона

$$\varepsilon_f = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,55 \cdot 10^{-7}} \cong 3,567 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Выразим энергию фотона в электрон-вольтах

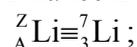
$$\varepsilon_f = \frac{3,567 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 2,23 \text{ эВ};$$

1.21. Как с помощью таблицы Д.И. Менделеева определить заряд в кулонах ядра атома?

Решение

1. Ядра атомов состоят из протонов (положительно заряженных частиц) и нейтронов (частиц, не имеющих заряда). В этой связи заряд ядра, выраженный в кулонах можно определить по числу протонов, умножив его на элементарный заряд, т.е. на заряд электрона.

2. Рассмотрим в качестве примера литий



3. Заряд ядра лития определится как

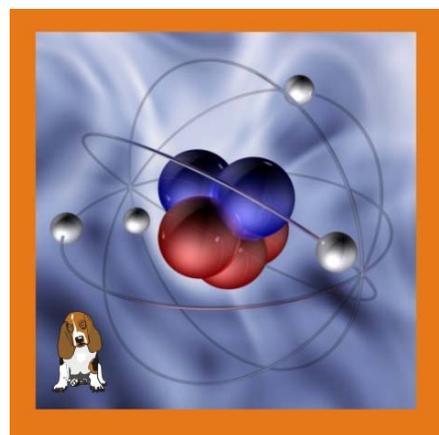


Рис. 1.21. Схема атома гелия

$$Q_{Li} = A \cdot e = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cong 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

4. В соответствие с моделью атома Э. Резерфорда на орбитах вокруг ядра лития вращаются три электрона.

1.22. Дан график зависимости числа не распавшихся ядер изотопа радиоактивного вещества от времени. Определить время, в течение которого число не распавшихся ядер уменьшится в четыре раза.

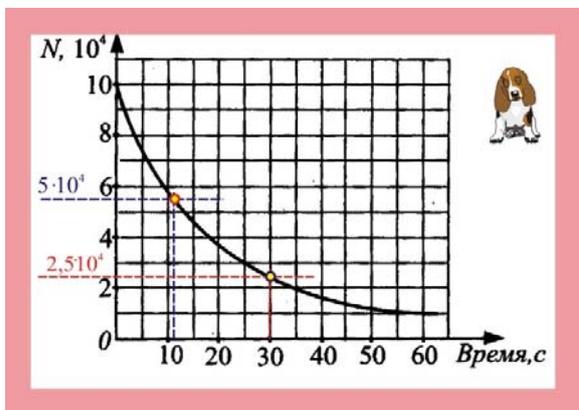


Рис. 1.22. Период полураспада

### Решение

1. Определим по графику период полураспада изотопа, т.е. время в течение которого распадётся половина ядер  $N_{1/2} \cong 5 \cdot 10^4$ , это время составит  $T_{1/2} \cong 12$  с.

2. Четверть ядер от их исходного количества, судя по заданному графику, равно:  $N_{1/4} \cong 2,5 \cdot 10^4$ .

3. Время в течение которого остаётся четверть не распавшихся

ядер составляет  $\tau_{1/4} \cong 30$  с.

1.23. Работа выхода электронов из цинка равна  $A \cong 3,7$  эВ. Определить красную границу фотоэффекта (критическое значение длины волны падающего света) для цинка.

### Решение

1. Запишем уравнение внешнего фотоэффекта Генриха Герца

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{m_e v^2}{2};$$

2. Для критической длины волны (красная граница) уравнение переписется в виде

$$\frac{m_e v^2}{2} = 0; \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_0} = A; \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{A} \cong \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 334 \text{ нм};$$

1.24. При исследовании превращения радиоактивных веществ в двух опытах было установлено, что число частиц  $N$ , образующихся в единицу времени при радиоактивном распаде, убывало в соответствии с приведенными графиками. Какова причина столь существенного хода кривых?

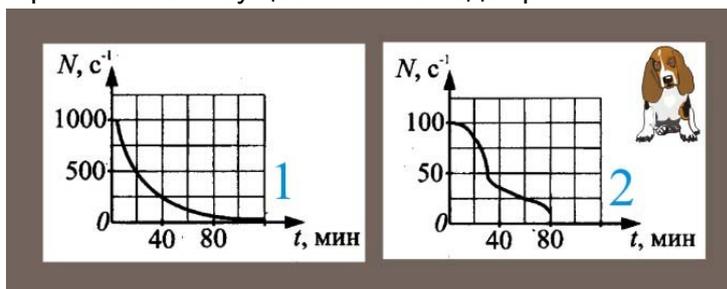


Рис. 1.24. Частота распада ядер

## Решение

1. Теория радиоактивного распада, сформулированная в работах Резерфорда и Содди основана на опытном факте статистического смысла процесса. Однородные ядра одного и того же вещества распадаются за разное время, однако среднее время жизни ядра не зависит от способа его получения и внешних условий (температуры, давления и агрегатного состояния).

2. Полагая, что отдельные ядра распадаются независимо друг от друга, для количества ядер  $dN$  распадающихся за время  $dt$ , можно записать уравнение

$$dN = -\lambda N dt,$$

где  $N$  – общее количество радиоактивных ядер имеющихся в момент времени  $t$ ,  $\lambda$  – индивидуальная характеристика данного радиоактивного элемента, именуемая постоянной распада.

3. Постоянная распада  $\lambda$  имеет вероятностный смысл и характеризует вероятность распада ядер за единицу времени.

4. Приведенные графики отличаются количеством регистрируемых в единицу времени распадов в 10 раз. График 1 даёт более статистически верные результаты, ввиду анализа большего количества актов в секунду. Если монету бросить, заставив её вращаться, три раза, то все три раза может выпасть "орёл", но если мы будем крутить монету многократно, то получим вероятность выпадения "орла" около 0,5.

5. Вероятнее всего, если условия эксперимента 1 и 2 были идентичными, форма левого графика, отличного от экспоненты объясняется малым количеством зарегистрированных актов распада, т.е. вероятностным характером закона радиоактивного распада.

---

1.25. В таблице приведены результаты исследования зависимости квадрата времени падения шарика для настольного тенниса от высоты

$t^2, c^2$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
$h \cdot 10^{-2}, m$	0	20	40	60	80	100

Оценить, на сколько сопротивление воздуха "уменьшает" ускорение падения шарика по сравнению со стандартным ускорением свободного падения  $g \cong 9,8 \text{ м/с}^2$ .

## Решение

1. Уравнение в соответствие с которым шарик будет свободно падать можно записать следующим образом:

$$h = \frac{at^2}{2}; \Rightarrow a_1 = \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{0,4}{0,05} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad a_2 = \frac{2h_2}{t_2^2} = \frac{0,8}{0,1} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

2. Таким образом, все измерения дают ускорение падения  $a = 8 \text{ м/с}^2$ , т.е. сила сопротивления воздуха "уменьшает" ускорения на  $\Delta a = 1,8 \text{ м/с}^2$

---

## Вариант № 2

### Часть А

2.1. В субботу автобус сделал десять рейсов по своему маршруту, а в воскресенье – двенадцать. В какой из дней автобус совершил большее перемещение?

#### Решение

1. Введём в рассмотрение сразу три величины, характеризующих движение – **траекторию, путь и перемещение**.

2. **Траекторией** называется линия, вдоль которой происходит движение. Траекторию можно рассматривать как геометрическое место точек, в котором последовательно в процессе движения побывал исследуемый объект.

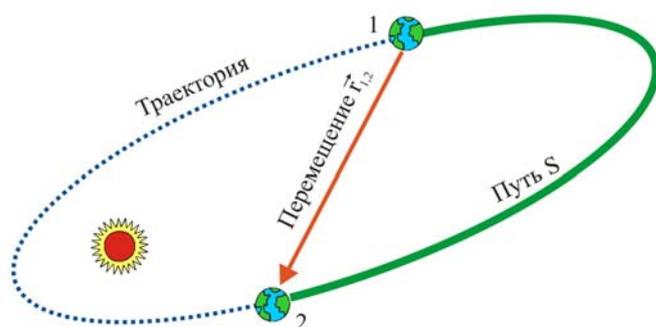


Рис. 2.6. Траектория, путь и перемещение

3. **Путь** – это часть траектории, проходимая движущимся объектом за данный промежуток времени.

4. Рассмотрим схему движения Земли вокруг Солнца. Светило, как известно, расположено в одном из фокусов эллипса, который является траекторией годового путешествия нашей планеты.

5. Если выделить два произвольных положения Земли на траектории, например 1 и 2, то путь представится частью траектории. Он выделен более жирной линией зелёного цвета.

6. В зависимости от геометрического вида траектории происходящие движения могут быть прямолинейными, криволинейными, в частности, круговыми.

7. Если начальную и конечную точки пути соединить направленным отрезком (вектором)  $\vec{r}_{1,2}$ , то получим **перемещение**.

8. Если автобус начинает путешествие из гаража и там же его заканчивает, но начальная точка его движения совпадает с конечной, поэтому перемещение как в субботу, так и в воскресенье будет нулевым.

---

2.2. Какой из графиков, приведенных на рис. 2.2 соответствует свободному падению тела без начальной скорости, если вертикальная ось координат направлена вниз?

#### Решение

1. Поскольку по условию задачи движение является свободным, то протекать оно будет с постоянным ускорением  $g \cong 10 \text{ м/с}^2$ . Скорость при этом будет определяться кинематическим уравнением:

$$v(t) = gt;$$

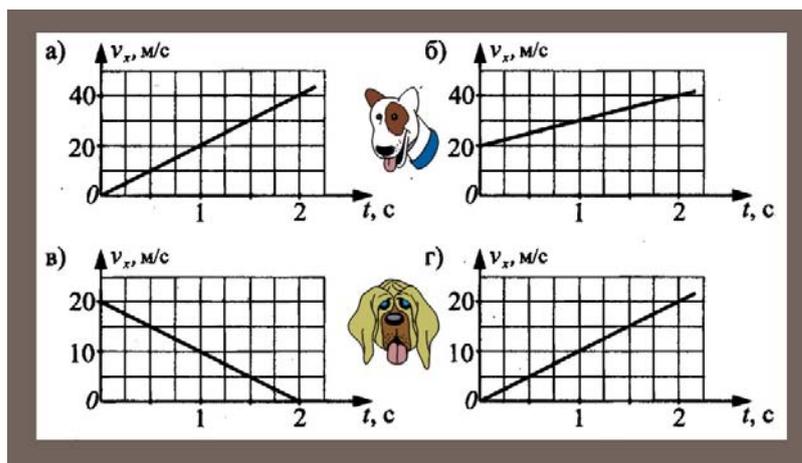


Рис. 2.2. Зависимость скорости от времени

2. Вычислим скорость, например, для момента времени  $\tau = 2$  с

$$v_{\tau} = 10 \cdot 2 \cong 20 \text{ м/с},$$

такое значение скорости имеет место только на графике г.

2.3. В каком случае сила давления человека на пол больше: когда он стоит на полу или когда он лежит на полу?

### Решение

1. Если речь идёт о силе, то она во всех положениях будет одинаковой и равной весу человека

$$\vec{F} = m\vec{g};$$

2. Давление же человека на пол будет различным, в зависимости от площади соприкосновения тела и пола, потому что давление

$$p = \frac{F}{S},$$

естественно, что в лежачем положении площадь будет больше, а давление меньше.

2.4. Каково изменение импульса тела в промежутке времени от первой до третьей секунды, если модуль силы в течение этого времени остаётся постоянным  $F = 4$  Н?

### Решение

1. Запишем уравнение второго закона Ньютона для простейшего случая

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt};$$

2. Умножим обе части уравнения на  $dt$

$$\vec{F}dt = m d\vec{v};$$

3. Проинтегрируем уравнение в заданных пределах

$$\vec{F} \int_{t_1}^{t_2} dt = m \int_{v_1}^{v_2} d\vec{v}; \Rightarrow F(t_2 - t_1) = mv_2 - mv_1 = \Delta p; \Rightarrow \Delta p = 8 \text{ Н} \cdot \text{с} = 8 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

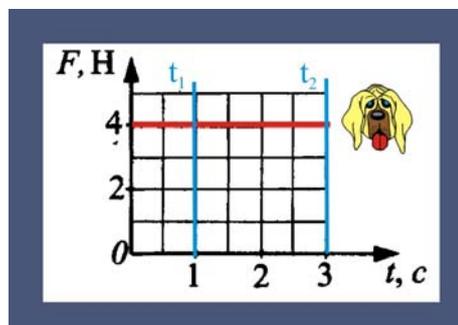


Рис. 2.4. Зависимость силы от времени

2.5. Какую потенциальную энергию будет иметь пуля массой  $m = 20$  г, выпущенная вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 600$  м/с? Влиянием сопротивления со стороны воздуха пренебречь.

### Решение

1. В отсутствие сопротивления уместно использовать закон сохранения механической энергии: кинетическая энергия пули в момент её покидания среза ствола должна быть равна потенциальной энергии в наивысшей точке траектории

$$\frac{mv^2}{2} = mgh; \quad K = \Pi = \frac{mv^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 3,6 \cdot 10^5}{2} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж} \approx 3,6 \text{ кДж};$$

2.6. Что такое момент силы относительно оси?

### Решение

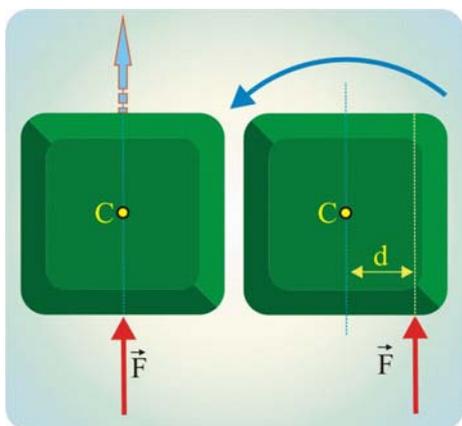


Рис. 2.6.1. Движение под действием силы, приложенной в разных точках тела

1. Практика показывает, что одна и та же сила, будучи приложенной в разных точках тела, вызывает различные типы движений. Если линия действия силы проходит через центр масс тела, то следует ожидать возникновения поступательного движения. В случае смещения линии действия силы на некоторое расстояние  $d$ , движение тело будет иметь вращательную составляющую относительно оси, проходящей через центр, перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 2.6.1).

2. Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя

величинами: **модулем, направлением и линией действия.**

3. Все три величины можно объединить в одну, введя понятие момента силы. Необходимо отметить, что моменты сил можно определять относительно центра (некой характерной точки) и оси, причём эти понятия связаны друг с другом, но не являются эквивалентными. Их следует различать. Момент силы относительно центра является величиной векторной, момент той же силы относительно оси представляется скалярной величиной, потому, что, по сути, представляется проекцией вектора момента силы на эту ось.

4. Пусть в точке А характеризуемой радиус-вектором  $\vec{r}$ , приложена сила  $\vec{F}$ . Момент этой силы относительно центра О определится в виде векторного произведения

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = (\vec{r} \times \vec{F}),$$

$$|\vec{M}_O(\vec{F})| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin(\vec{r}; \vec{F}).$$

5. Момент силы относительно оси определяется в виде произведения модуля действующей силы на плечо, т.е. на кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, относительно которой определяется момент

(рис. 2.6.2). Если сила  $\vec{F}$  приложена в точке A и требуется определить момент этой силы относительно оси z, то необходимо провести линию действия силы (голубая пунктирная линия) и найти кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, т.е. расстояние  $d$ , которое называется плечом силы  $\vec{F}$

$$d = |\vec{r}| \sin \alpha .$$

6. Момент силы считается положительным, если он стремится вращать тело или систему материальных точек против часовой стрелки. Отрицательным считается момент силы, стремящийся поворачивать тело в направлении, совпадающем с ходом часовой стрелки

$$M_z(\vec{F}) = |\vec{F}||\vec{r}| \sin \alpha = \pm Fd .$$

7. Момент силы не имеет специальной размерности, он измеряется в Н·м. Момент силы может быть равен нулю только в том случае, если длина плеча силы равна нулю.

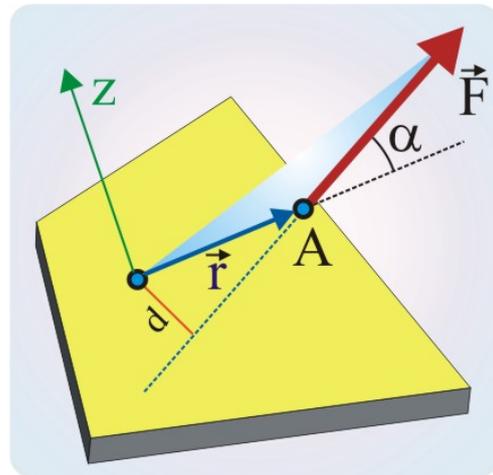


Рис. 2.6.2. Момент силы относительно оси

2.7. Приведена зависимость амплитуды установившихся вынужденных колебаний пружинного маятника от частоты возбуждающей силы. Определить отношение амплитуды установившихся резонансных колебаний к амплитуде колебаний на частоте  $\nu = 0,5$  Гц.

### Решение

1. На частоте  $\nu = 0,5$  Гц грузик маятника будет колебаться с амплитудой  $A_1 = 2$  см, на резонансной частоте  $\nu_0 = 1$  Гц амплитуда колебаний составляет  $A_0 = 10$  см.

2. Отношение амплитуд на заданных частотах

$$\zeta = \frac{A_0}{A_1} = 5 ;$$

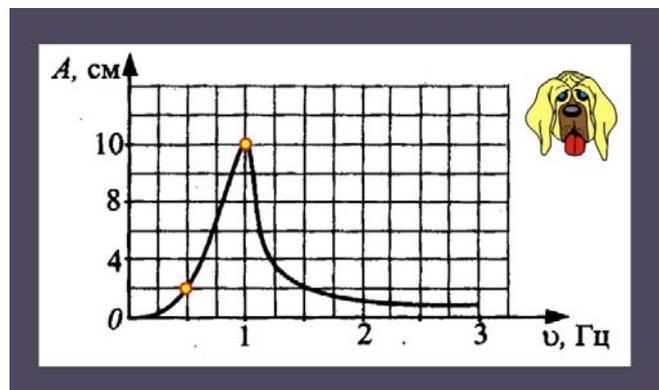


Рис. 2.7.1. Резонансная кривая

2.8. Записать и объяснить физический смысл основного уравнения молекулярно-кинетической теории для идеальных газов.

### Решение

1. Газ, запертый в сосуд, оказывает давление на его стенки. Это известно всем и давно. А почему это происходит и каков механизм возникновения этого явления не вполне очевидно. Много путаницы в понимание вносят наши ощущения. Первое, что вызывает противоречивые впечатления, это ощущения атмосферного давления, вернее отсутствие его ощущений. Действительно на поверхности моря давление атмосферного столба воздуха составляет примерно  $p_0$

$\cong 10^5$  Па, это значит, что на каждый квадратный метр поверхности вне зависимости от её ориентации действует сила  $F \cong 10^5$  Н, а на площадку  $s = 1 \text{ см}^2$ , соответственно  $F \cong 10$  Н. Это много или мало? Достаточно, чтобы массе в 1 кг сообщить ускорение  $a \cong 10 \text{ м/с}^2$ . Почему же в таком случае мы не чувствуем этого давления? Это не совсем объективное ощущение. Наш организм начинает болезненно ощущать атмосферное давление при взлёте и посадке самолёта, например, особенно у людей с насморком. Это происходит от того, что давление по обе стороны барабанной перепонки неодинаково, вследствие чего она деформируется, провоцируя дискомфортные ощущения. В рабочем режиме носоглотки давление снаружи и внутри уха одинаково.

2. Как известно у человек, в основном, информацию об окружающем мире получает по трём независимым каналам. Мы видим, слышим и обоняем. Последние два канала напрямую связаны с предметом настоящего рассмотрения, с молекулярной физикой. Наш слух устроен так, что волнообразные движения воздуха приводят в колебательное движение барабанную перепонку, которая подобно мембране микрофона является приёмником волн акустического диапазона 20 Гц – 20 кГц (в случае идеального слуха). Чувствительность барабанной перепонки такова, что наши органы слуха не воспринимают отдельных ударов молекул, которые путешествуют прямолинейно со скоростями, соизмеримыми со скоростями пуль из современного огнестрельного оружия. С пулями молекулы можно сравнивать только по скорости, то что касается массы, то тут они не совпадают примерно на 23 порядка, если принять массу пули равной  $10^{-3}$  кг, а массу молекулы –  $10^{-26}$  кг. Импульс, передаваемый молекулой, будет на 23 порядка меньше, чем у пули, отсюда и столь разные эффекты. Это как при встрече комара с лобовым стеклом мчащейся автомашины. Эти два объекта получают равные импульсы, но с сильно разными последствиями для друг друга. Если бы наш слух, не к ночи будет сказано, стал бы «слышать» удары молекул воздуха о барабанную перепонку, то мы бы ощутили такой же звук как из телевизора, когда на него не поступает сигнала. Мы бы услышали, так называемый белый шум, состоящий из множества гармонических колебаний различных частот и амплитуд. Мы бы начали «слышать» атмосферное давление.

3. Что же такое давление газа? Почему оно возникает? Какие параметры микросостояния определяют его величину? На все это вопросы на количественной основе отвечает **основное уравнение кинетической теории**.

4. Уравнение называется основным, потому что с его помощью можно по-

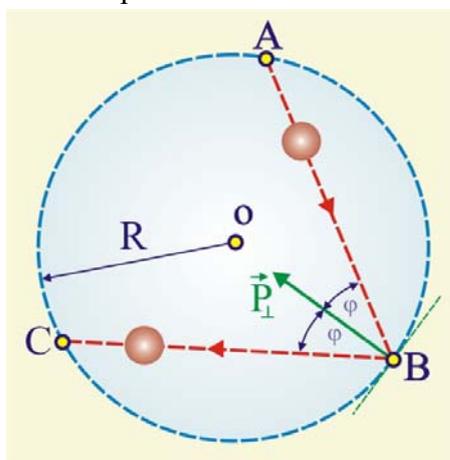


Рис. 2.8. Взаимодействие молекулы со стенкой

лучить все газовые законы, установленные вначале экспериментально, и найти теоретически обоснованную количественную зависимость кинетической энергии молекул от температуры. Наконец Разобраться с физическим смыслом давления, одного из основных макропараметров, который, как и все прочие, определяется состоянием вещества на микроуровне.

5. Рассмотрим сферический объём идеального газа некоторого радиуса  $R$ , содержащий  $N^*$  молекул идеального газа (рис. 2.8). Состояние газа сопровождается соударениями молекул друг с другом и со стенками.

6. Выделим мысленно из всего ансамбля хаотично движущихся молекул одну и предположим, что за рассматриваемый промежуток времени «меченная» молекула перемещается по траектории ABC, причём в точке B молекула взаимодействует со стенкой. После отскока молекула перемещается по хорде BC, при этом уравнение второго закона Ньютона при абсолютно упругом ударе запишется так:

$$P_k = F_k \tau = 2m_0 v \cos \varphi,$$

7. Таким образом от момента удара молекулы о стенку в точке B до следующего аналогичного события в точке C она проходит прямолинейный путь  $s = 2R \cos \varphi$ .

8. Рассматриваемая ситуация может наблюдаться только в достаточно разреженном газе при относительно малой величине  $N^*$ . Определим далее частоту столкновений молекулы со стенками, которая будет пропорциональна скорости и обратно пропорциональна проходимому расстоянию

$$v = \frac{v}{2R \cos \varphi}.$$

9. В единицу времени рассматриваемая молекула будет передавать стенке в течении  $v$  столкновений импульс

$$P_k = 2m_0 v \cos \varphi \cdot v = 2m_0 v \cos \varphi \frac{v}{2R \cos \varphi} = \frac{m_0 v^2}{R}.$$

10. Всеми  $N^*$  молекулами, находящимися в выделенном объёме сообщаемый в единицу времени импульс определится в виде суммы

$$P = \sum_{k=1}^{k=N^*} P_k = \frac{1}{R} \sum_{k=1}^{k=N^*} m_0 v^2.$$

11. Давление газа определится как сила, делённая на площадь

$$p = \frac{F}{s} = \frac{1}{Rst} \sum_{k=1}^{k=N^*} mv^2,$$

для единичного промежутка времени, где  $m$  – масса всего газа

$$p = \frac{1}{R} \frac{\sum_{k=1}^{k=N^*} mv^2}{4\pi R^2}.$$

12. Выделим в последнем уравнении величину сферического объёма, для чего поделим числитель и знаменатель на 3

$$p = \frac{\frac{1}{3} \sum_{k=1}^{k=N^*} mv^2}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{1}{3} \frac{\sum_{k=1}^{k=N^*} mv^2}{V}.$$

13. Умножим обе части уравнения на объём  $V$

$$pV = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{k=N^*} mv^2.$$

14. Чтобы в правой части уравнения получить уравнение кинетической энергии, умножим и поделим на 2

$$pV = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{k=N^*} \frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{k=N^*} \varepsilon_k,$$

где  $\varepsilon_k$  – кинетическая энергия «меченой» молекулы. Если все  $N^*$  молекул газа имеют одинаковые массы, то в уравнении суммирование будет производиться

только по скоростям. Умножим и поделим правую часть уравнения на  $N^*$  с целью образования средней квадратичной скорости  $c$

$$pV = \frac{1}{3} m N^* \frac{\sum_{k=1}^{k=N^*} v_k^2}{N^*} = \frac{1}{3} N^* m \langle v^2 \rangle ,$$

$$\frac{N^*}{V} = n; \Rightarrow p = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle ;$$

15. Чтобы в правой части уравнения получить кинетическую энергию молекулы умножим и разделим правую часть на 2

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \langle v^2 \rangle}{2}; \quad p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon_0 \rangle ,$$

где  $\langle \epsilon_0 \rangle$  – среднее значение кинетической энергии молекулы.

**16. Давление идеального газа равно двум третям средней кинетической энергии всех молекул, содержащихся в единице объёма.**

2.9. Какой функцией описывается зависимость давления насыщенных паров от температуры?

### Решение

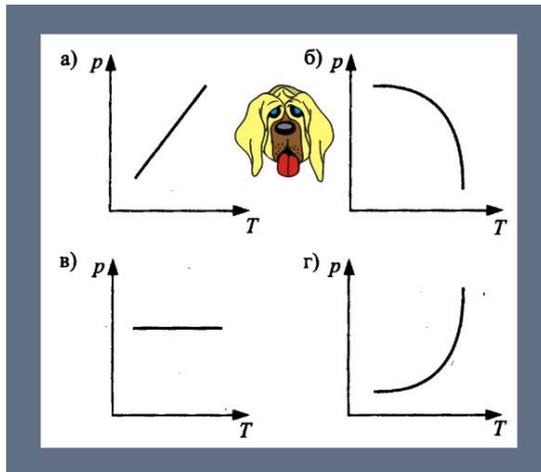


Рис. 2.9. Зависимости  $p_s = f(T)$

1. Давление насыщенного пара зависит от температуры  $T$  и удельной теплоты парообразования  $\gamma$

$$p_s = p_0 \exp \frac{\mu \gamma}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right),$$

где  $p_0$  – давление насыщенных паров при известной температуре  $T_0$ ,  $\mu$  – молярная масса,  $\gamma$  – удельная теплота парообразования,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – текущая температура.

2. Таким образом, давление насыщенных паров от температуры растёт по восходящей экспоненциальной кривой, чему соответствует заданный по условию график г.

2.10. Какими параметрами определяется внутренняя энергия газа, помещённого в герметичный сосуд неизменного объёма?

### Решение

1. Изменение внутренней энергии газа описывается уравнением:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T ;$$

2. Для идеального газа число степеней свободы молекулы  $i = 3$ , поэтому:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T ;$$

3. Величина абсолютной температуры, в свою очередь, определяет скорость хаотического движения молекул.

2.11. Какова сообщённая газу теплота в некотором термодинамическом процессе, в котором внутренняя энергия уменьшилась на  $\Delta U = 300$  Дж, и газ совершил работу  $A = 500$  Дж?

**Решение**

1. Запишем уравнение первого начала термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A; \quad \delta Q = -300 + 500 = 200 \text{ Дж};$$

2.12. Какому из графиков соответствует процесс, изображённый в координатах  $P - T$ ?

**Решение**

1. Обратим внимание на то, что на участках 1 – 4 и 2 – 3 давление остаётся постоянным, значит следует подвергнуть дальнейшему анализу графики *a* и *г*.

2. На участке 3 – 4 давление увеличивается, а на участке 1 – 2 уменьшается, что говорит о соответствии графика  $P - V$  *a*, заданному поведению газа в координатах  $P - T$ .

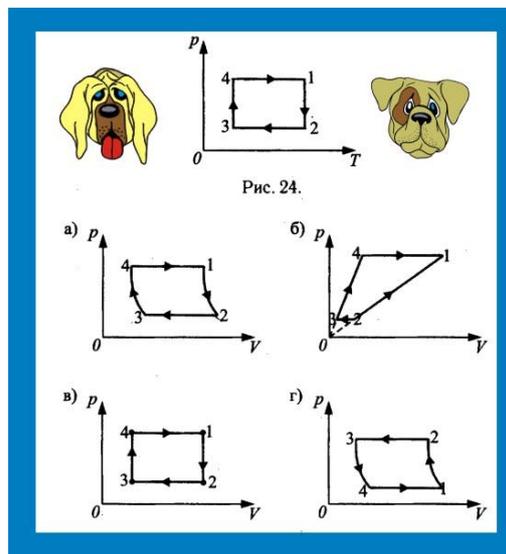


Рис. 2.12. Диаграммы процессов

2.13. Какова ёмкость системы из трёх заряженных конденсаторов, ёмкостью 40 мкФ каждый?

**Решение**

1. Ёмкость последовательно соединённых конденсаторов

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40} = 20 \text{ мкФ};$$

2. Ёмкость параллельно соединённых конденсаторов  $C_{1,2}$  и  $C_3$

$$C_{AB} = C_{1,2} + C_3 = 60 \text{ мкФ};$$

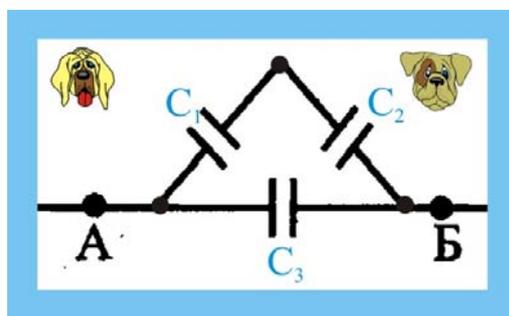


Рис. 2.13. Соединение конденсаторов

2.14. Определить силу тока через резистор  $R_2$ , если шкала амперметра проградуирована в системе СИ.

**Решение**

1. Амперметр проградуированный в амперах включен в цепь, состоящую из двух последовательно соединённых резисторов  $R_1$  и  $R_2$ . Через последовательно соединённые сопротивления течёт одинаковый ток, поэтому искомая сила тока, судя по приведенной шкале, составит  $I_2 = 5,5$  А.

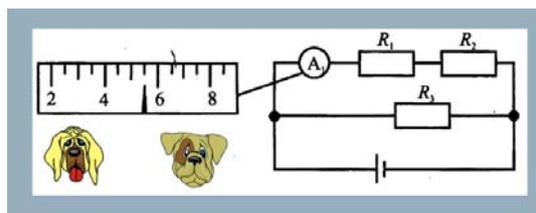


Рис. 2.14. Сила тока в цепи  $R_2$

2.15. Чем определяется величина ЭДС индукции в замкнутом контуре?

### Решение

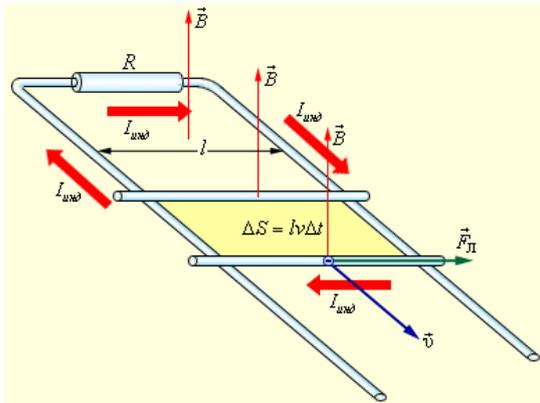


Рис.2.15. Возникновение ЭДС индукции

1. Пусть прямолинейный проводник длиной  $l$  перемещается с постоянной скоростью  $\vec{v}$  в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ .

2. За время  $\Delta t$  проводник перемещается пересекая поле на площади

$$\Delta S = \ell v \Delta t,$$

при этом изменение магнитного потока составляет

$$\Delta \Phi_m = B \Delta S.$$

3. Рассмотрим бесконечно малое

перемещение проводника за время  $dt$ , когда магнитный поток изменяется на величину  $d\Phi_m$ , при этом будет совершаться работа, величина которой с учётом правила Ленца запишется следующим образом

$$\delta A = -I_{\text{инд}} d\Phi_m.$$

4. Поскольку в уравнение работы входит величина индукционного тока, то очевидно, что она связана с перемещением носителей зарядов. Движение зарядов может возникать только при возникновении внутри проводника электрического поля. Для рассматриваемого случая справедливо соотношение

$$\varepsilon_i I_{\text{инд}} dt = -I_{\text{инд}} d\Phi_m.$$

Разделим уравнение на  $I_{\text{инд}} dt$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Уравнение представляет собой математическое выражение закона электромагнитной индукции Майкла Фарадея: ЭДС индукции численно равно скорости изменения магнитного потока, взятой с обратным знаком (правило Ленца).

2.16. Какой максимальный заряд обнаруживается на обкладках конденсатора в идеальном колебательном контуре, частота незатухающих колебаний которого  $\nu = 10^4$  Гц при амплитудном значении силы тока  $i_m = 10^{-2}$  А?

### Решение

1. Предположим, что заряд конденсатора в колебательном контуре меняется по синусоидальному закону

$$q(t) = q_m \sin \omega t; \quad \frac{dq}{dt} = i = q_m \omega \cos \omega t; \quad i = i_m \quad \text{при} \quad \cos \omega t = 1;$$

2. Амплитудное значение силы тока в контуре описывается уравнением:

$$i_m = q_m \omega = q_m 2\pi \nu;$$

3. Откуда максимальный заряд определится как:

$$q_m = \frac{1}{2\pi \nu} i_m = \frac{1}{2\pi} 10^{-6} \text{ Кл};$$

2.17. Чему равен угол падения светового луча в воздухе на поверхность воды, если угол между преломлённым и отражённым лучами равен  $90^\circ$ ?

### Решение

1. Как видно из построений хода лучей  
 $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ ,

откуда

$$\gamma = \pi - \beta - \alpha;$$

2. С учётом заданного значения угла  $\beta = \pi/2$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha;$$

3. По закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n;$$

4. Из уравнения для  $\gamma$  находим

$$\sin \gamma = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha;$$

5. Перепишем закон преломления в виде

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = n; \quad n = 1,33; \quad \alpha = \operatorname{arctg} 1,33 \cong 53^\circ$$

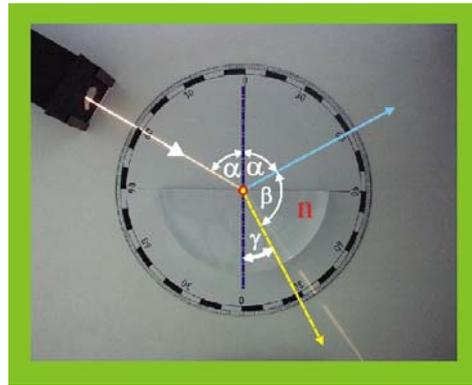


Рис. 2.17. Падение луча из воздуха на воду

2.18. Каким образом в лабораторных условиях можно получить когерентные волны?

### Решение

1. Явление интерференции волн светового диапазона наблюдается только в случае распространения в одном объёме когерентных волн. Запишем условие когерентности двух световых волн

$$\omega = \omega_1 = \omega_2; \quad \lambda = \lambda_1 = \lambda_2; \quad \delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const},$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота,  $\lambda$  – длина волны,  $\delta$  – разность фаз колебаний.

2. Интерференция в двух световых пучках будет иметь место, если составляющие их волны будут иметь одинаковую частоту, что определит и одинаковость их длин волн  $\lambda = c/\nu$ .

3. Когерентные волны, как правило, **получаются путём деления световых волн** излучаемых одним источником, например с помощью зеркал Френеля (рис. 2.18).

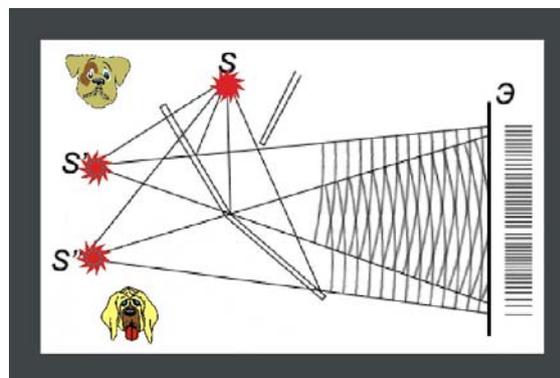


Рис. 2.18. Когерентные волны

4. Зеркала, имеющие большой угол между отражательными поверхностями дают два мнимых изображения  $S^*$  и  $S^{**}$  волновые поля которых удовлетворяют условию когерентности. Пучки света одинаковой частоты и фиксированной разности фаз пересекаются, взаимно усиливая и ослабляя друг друга, в разных точках пространства.

2.19. В электронагревателе, через который течёт ток постоянной силы, за время  $t$  выделяется количество теплоты  $Q$ . Как изменится количество выделяемого тепла, если не меняя силу тока, увеличить вдвое время протекания тока и сопротивление?

### Решение

1. Если на концах неподвижного проводника, нагревательного элемента в частности, имеется разность потенциалов  $U = (\varphi_2 - \varphi_1)$ , то электрический заряд  $\Delta q$ , перемещаясь из точки 2 с большим потенциалом, в точку 1, с меньшим потенциалом теряет часть своей энергии на преодоление сопротивления

$$dW = dq \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = dq \cdot U.$$

2. Заряд можно выразить через силу тока и время

$$I = \frac{dq}{dt}, \Rightarrow dq = Idt,$$

энергия с учётом этого запишется так

$$dW = IUdt.$$

3. Вполне резонен вопрос: «Куда девается эта энергия?». В кинетическую энергию она явно не переходит, т.к. никаких движений в макроскопическом варианте не возникает. В неподвижном проводнике движущиеся носители заряда сталкиваются с ионами металла и, отдавая им энергию, повышают тем самым температуру проводника. Это было замечено и экспериментально, что всякий проводник, по которому течёт ток, имеет температуру выше окружающей среды.

4. Другими словами, носители заряда, получая энергию от электрического поля, часть её расходуют на нагревание проводника, таким образом, работа, производимая при перемещении заряда, имеет вполне определённый тепловой эквивалент

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} IUdt.$$

5. Если сила тока и разность потенциалом во времени не меняются, то уравнение выделяемого тепла упрощается

$$\Delta Q = IU\Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t.$$

6. Уравнение выражает собой закон Джоуля – Ленца. Этот закон установлен был в 1841г. Дж. Джоулем и в 1842 г. независимо, Эмилем Христофоровичем Ленцем, профессором Петербургского университета.

7. Таким образом, если сопротивление и время увеличить вдвое, **то количество выделенного тепла вырастет в четыре раза**

$$Q_1 = I^2 R t; \quad Q_2 = I^2 2R \cdot 2t; \quad \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 4;$$

2.20. Какова масса фотона имеющего длину волны  $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-10}$  м

### Решение

1. Фотон, распространяющийся со скоростью света  $c \cong 3 \cdot 10^8$  м/с обладает, как и всякая электромагнитная волна энергией, следовательно, ему можно при-

писать понятие массы. Запишем энергию фотона уравнением Планка и Хевисайда

$$\varepsilon_f = h\nu; \quad \varepsilon_f = m_f c^2; \quad \Rightarrow \quad m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda};$$

2. Подставим:  $h \cong 6,6 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-10}$  м

$$m_f = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-10}} \cong 8,8 \cdot 10^{-33} \text{ кг};$$

---

2.21. Если полная энергия электрона в атоме увеличилась на  $\Delta\varepsilon = 3 \cdot 10^{-19}$  Дж, то фотон с какой длиной волны электрон поглотил?

### Решение

1. Увеличение энергии электрона происходит при поглощении им фотона. Величина изменения энергии электрона должна быть равна энергии фотона

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{\Delta\varepsilon} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-19}} \cong 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

---

2.22. Какой прибор: спектрограф, счётчик Гейгера, лазер или камера Вильсона используется для регистрации  $\alpha$  – частиц?

### Решение

1.  $\alpha$  – частица представляет собой дважды ионизированный атом гелия, её положительный заряд по модулю составляет два заряда электрона, в состав  $\alpha$  – частицы входят два протона и два нейтрона, масса альфа-частицы составляет  $m_\alpha \cong 6,6 \cdot 10^{-27}$  кг.

2. Из перечисленных в условии задачи устройств спектрограф и лазер можно отбросить сразу. Остаются счётчик Гейгера и камера Вильсона.

3. Счетчик Гейгера – Мюллера представляет собой газоразрядный прибор для автоматического подсчёта числа попавших в него ионизирующих частиц. По сути это газонаполненный конденсатор, который пробивается при пролёте ионизирующей частицы через объём газа. изобретён в 1908 году Гансом Гейгером.

4. Работа счетчика основана на ударной ионизации.  $\gamma$  – кванты, испускаемые радиоактивным изотопом, попадая на стенки счетчика, выбивают из него электроны. Электроны, двигаясь в газе и сталкиваясь с атомами газа, выбивают из атомов электроны и создают положительные ионы и свободные электроны. Электрическое поле между катодом и анодом ускоряет электроны до энергий, при которых начинается ударная ионизация. Возникает лавина ионов, и ток через счетчик резко возрастает. Другими словами этот прибор предназначен для исследования  $\gamma$  – излучения, т.е. высокоэнергетических электромагнитных волн

5. Принцип действия камеры Вильсона использует явление конденсации перенасыщенного пара в жидкости, находящейся в метастабильном состоянии: при появлении в среде перенасыщенного пара каких-либо центров конденсации (в частности, ионов, сопровождающих след быстрой заряженной  $\alpha$  – частицы) на них образуются мелкие капли жидкости. Эти капли достигают значительных размеров и могут быть сфотографированы (рис. 2.22).



Рис. 2.22. Следы частиц в камере Вильсона

6. В 1927 г. советские физики П. Л. Капица и Д. В. Скобельцын предложили помещать камеру в сильное магнитное поле, искривляющее треки, для исследования количественных характеристик частиц (например, массы и скорости).

7. Камера Вильсона представляет собой ёмкость со стеклянной крышкой и поршнем в нижней части, заполненная насыщенными парами воды, спирта или эфира. Пары тщательно очищены от пыли, чтобы до пролёта частиц у молекул воды не было центров конденсации. Когда поршень опускается, то за счет адиабатического расширения пары охлаждаются и становятся перенасыщенными. Заряженная частица, проходя сквозь камеру, оставляет на своем пути цепочку ионов. Пар конденсируется на ионах, делая видимым след частицы.

8. Камера Вильсона наиболее подходящий инструмент для исследования поведения  $\alpha$  – частиц в магнитном поле. По трекам частиц, используя уравнение силы Лоренца можно вычислять кинематические и динамические параметры заряженных частиц.

8. Камера Вильсона наиболее подходящий инструмент для исследования поведения  $\alpha$  – частиц в магнитном поле. По трекам частиц, используя уравнение силы Лоренца можно вычислять кинематические и динамические параметры заряженных частиц.

2.23. Чему равна величина задерживающего потенциала, при которой прекратится фоток, если работа выхода электрона из катода  $A = 3$  эВ, энергия световых квантов  $\epsilon_f = 6$  эВ?

### Решение

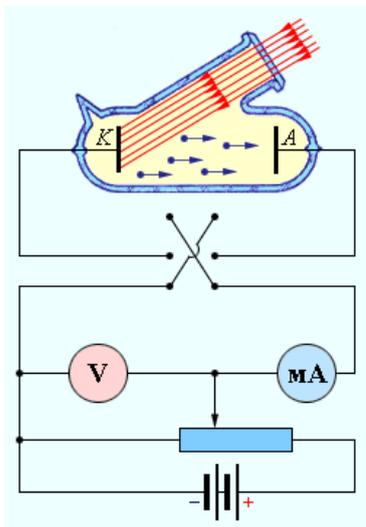


Рис. 2.23. Установка для исследования фотоэффекта

1. Квантовую гипотезу Планка к фотоэффекту, открытому в 1872 г. русским физиком Александром Григорьевичем Столетовым, применил Генрих Герц.

2. В его экспериментах свет падал на цезиевый металлический катод (рис. 2.23), помещённый в откачанную стеклянную колбу с кварцевым окном. При падении на катод света в цепи начинал протекать ток, законы изменения которого и подлежали исследованию.

Герц, следом за Столетовым, установил, что интенсивность света влияет лишь на количество вылетающих электронов, а их скорость, вопреки здравому классическому смыслу, зависит исключительно от частоты падающего света. Герц

справедливо предположил, что кинетическая энергия вылетающего электрона равна

$$W = \frac{m_e v^2}{2} = h\nu.$$

3. Таким образом, при фотоэффекте изменение энергии атомной системы связано с частотой падающей световой волны соотношением

$$h\nu = W_1 - W_2.$$

4. Альберт Эйнштейн, ознакомившись с работами Герца, оформил полученные им результаты в виде закона своего имени

$$h\nu = \frac{m_e v^2}{2} + A,$$

где  $A$  – работа выхода электрона из металла.

5. Уравнение Генриха Герца для задерживающего потенциала можно переписать следующим образом:

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU; \Rightarrow \varepsilon_f = eU + A; \quad U = \frac{\varepsilon_f - A}{e} \cong \frac{(6-3)1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 3\text{В};$$

2.24. Дана зависимость фототока в фотоэлементе от приложенного к нему напряжения. Как изменится график, если начать уменьшать частоту падающего на катод света?

### Решение

1. Уменьшение частоты световых волн, падающих на фотокатод, приведёт к уменьшению энергии фотонов, составляющих излучение

$$\varepsilon_f = h\nu;$$

2. Величина запирающего напряжения соответствует равенству нулю кинетической энергии вышибаемых электронов:

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU_3; \Rightarrow \varepsilon_f = eU_3 + A; \quad U_3 = \frac{\varepsilon_f - A}{e};$$

3. Таким образом, при уменьшении частоты падающего света, будет уменьшаться величина запирающего напряжения, т.е. точка соответствующая  $U_3$  будет перемещаться по оси напряжений вправо.

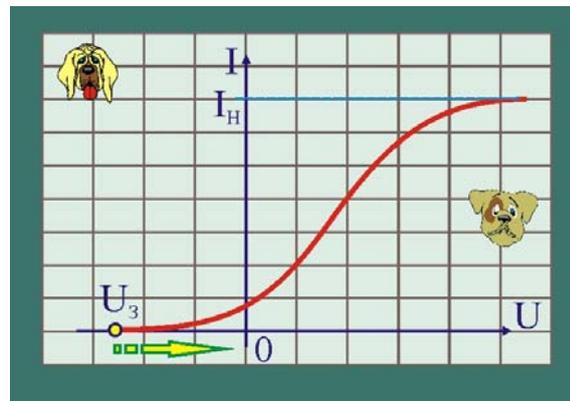


Рис. 2.24. Зависимость  $I = f(U)$

2.25. Вода объемом  $V = 100$  мл находится при температуре  $t_1 = 20$  °С. Какое количество тепла необходимо подвести к воде, чтобы довести её температуру до точки кипения при нормальных условиях?

### Решение

1. Определим массу воды

$$m = \rho V = 10^3 \cdot 10^{-4} = 0,1\text{кг};$$

2. Принимая удельную теплоёмкость воды  $C_y \cong 4200$  Дж/кг·К, температуру кипения воды  $t_0 \cong 100$  °С, определим требуемое количество тепла

$$Q = C_y m \Delta T = 4200 \cdot 0,1 \cdot 80 = 3,36 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 33,6\text{кДж};$$

## Вариант № 3

### Часть А

3.1. Какие из приведенных уравнений описывают равномерное движение?

- А)  $x = 4t + 2$ ;
- Б)  $v = 6$ ;
- В)  $x = 8t$ ;
- Г)  $v = 4 - t$ ;

### Решение

1. Равномерным считается движение, при котором за одинаковые промежутки времени тело проходит равные расстояния, другими словами:

$$v = \text{const}; \quad \frac{dx}{dt} = \text{const};$$

2. Этому условию удовлетворяют первые три уравнения

$$\text{А) } \frac{dx}{dt} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \text{Б) } v = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \text{В) } \frac{dx}{dt} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \text{Г) } v = f(t);$$

3.2. Какому из графиков, приведенных на рис. 3.2 соответствует уравнение  $x = 2t + 0,1t^2$ ?

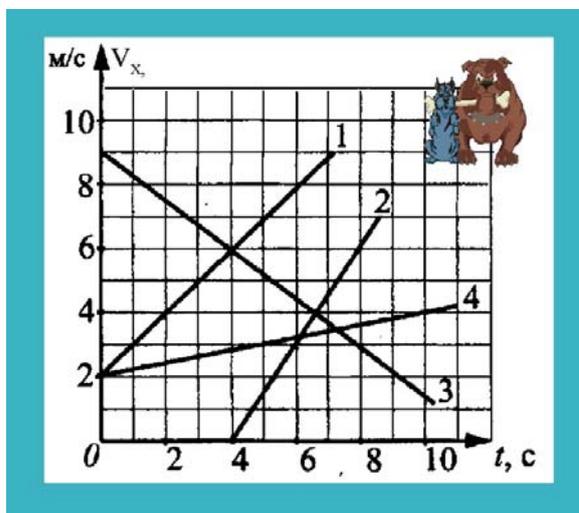


Рис. 3.2. Зависимости скорости от времени

сле начала движения

$$v_{x(t)} = 2 + 1 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

что соответствует графику №4.

### Решение

1. Заданное уравнение движения про дифференцируем по времени и получим зависимость проекции скорости на ось  $ox$  в функции времени

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2 + 0,2t;$$

2. При  $t = 0$  проекция скорости равна  $v_x = 2$  м/с только двух графиков: 3 и 4. Для того, чтобы установить, какой из них соответствует заданному уравнению, вычислим скорость через  $\tau = 5$  с после

3.3. Парашютист летит к земле с постоянной скоростью  $v = 2$  м/с. Приняв систему отсчёта, связанную с Землёй инерциальной, определить:

- 1. Равен ли нулю вес парашютиста?
- 2. Сила тяжести, действующая на парашютиста, равна ли нулю?

3. Равна ли нулю сумма всех сил, приложенных к парашютисту (если его принять за материальную точку)?

4. Можно ли считать, что сумма всех сил, действующих на парашютиста не равно нулю, но постоянна по величине?

### Решение

1. Вес парашютиста не может быть равен нулю, т.к. в данном случае вес равен сумме сил натяжения всех строп парашюта.

2. Сила тяжести (сила гравитационного взаимодействия парашютиста с Землёй) тоже не может быть равной нулю.

3. Запишем уравнение второго закона Ньютона, выразив ускорение через скорость

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = 0;$$

Поскольку по условию задачи парашютист опускается с постоянной скоростью, то правая часть уравнения Ньютона равна нулю, стало быть, и левая часть его должна равняться нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = 0;$$

Можно в первом приближении считать, что к парашютисту приложены две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и комплексная сила сопротивления  $\vec{F}_R$ , **вот их геометрическая сумма и должна быть нулю.**

4. Если главный вектор (геометрическая сумма всех сил) постоянен по величине, т.е. не равен нулю, то тело в этом случае будет двигаться, либо замедленно, либо ускоренно. Если сила тяжести будет по модулю больше силы сопротивления, то движение будет ускоренным.

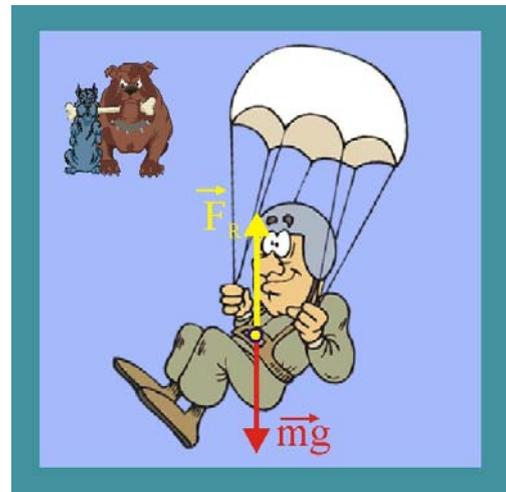


Рис. 3.3. Парашютист

3.4. Чему равна величина импульса силы трения, действующий на автомобиль массой  $m = 1$  т, если он начинает двигаться равноускоренно и за  $\tau = 20$  с набирает скорость  $v = 20$  м/с?

### Решение

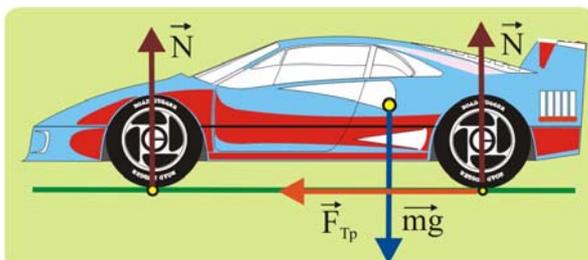


Рис. 3.4. Система сил, действующих на автомобиль

1. Если не учитывать силу сопротивления, то сила трения является единственной внешней силой, действующей на автомобиль, её в данном случае можно считать движущей силой (рис. 3.2).

2. Запишем уравнение второго

закона Ньютона

$$\vec{F}_{\text{тр}} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t};$$

3. Умножим обе части уравнения на  $\Delta t$

$$\vec{F}_{\text{Тр}} \Delta t = m \Delta \vec{v};$$

4. Произведение вектора силы на время её действия называется **импульсом силы**

$$F_{\text{Тр}} \Delta t = 10^3 \cdot 20 = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

3.5. Чему равна работа, которую надо затратить на растягивание пружины динамометра от середины шкалы до крайнего деления, если динамометр рассчитан на предельную нагрузку  $F_m = 100 \text{ Н}$ , а коэффициент упругости пружины  $k = 1000 \text{ Н/м}$ ?

### Решение

1. Определим максимальное удлинение пружины динамометра, воспользовавшись законом товарища Гука

$$F_m = kx_m; \Rightarrow x_m = \frac{F_m}{k} = 0,1 \text{ м};$$

2. Работа, произведенная при растяжении пружины на всю её длину, будет численно равна запасённой пружиной потенциальной энергии

$$A_m = \Pi_m = \frac{kx_m^2}{2} = \frac{10^3 \cdot 10^{-2}}{2} = 5 \text{ Дж};$$

3. Работа, произведённая при растягивании пружины от недеформированного состояния до середины шкалы

$$A_{0,5} = \Pi_{0,5} = \frac{k \left( \frac{x_m}{2} \right)^2}{2} = \frac{10^3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{2} = 1,25 \text{ Дж}$$

4. Искомая работа определится в виде разности

$$A = A_m - A_{0,5} = 3,75 \text{ Дж};$$

3.6. Чему равен период колебаний, график которых показан на рис.3.6?

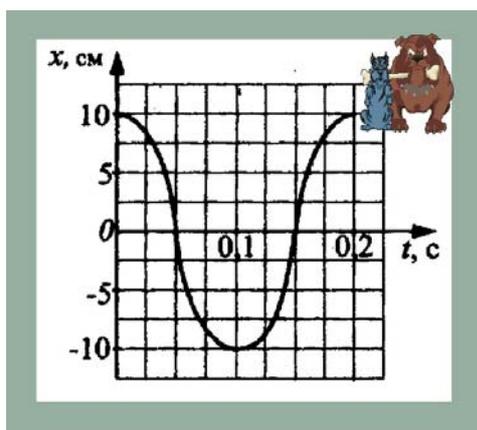


Рис. 3.6. Гармонические колебания

### Решение

1. Запишем уравнение гармонических колебаний

$$x(t) = A \cos \omega t = A \cos \frac{2\pi}{T} t;$$

2. Периодом называется длительность полного колебания, т.е. промежуток времени через который все кинематические и динамические параметры процесса повторяются, а данном случае смещения

3. Амплитудное значение смещения в заданном случае повторяется через  $T = 0,2 \text{ с}$ .

3.7. Каково будет в момент времени  $t = T/4$  смещение от положения статического равновесия колеблющейся с частотой  $\nu = 0,25$  Гц материальной точки, если амплитуда  $A = 8$  см, начальная фаза  $\varphi = \pi/3$ ?

### Решение

1. Смещение колеблющегося тела по заданным величинам можно определить непосредственно из уравнения гармонических колебаний

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right);$$
$$x(t) = 8 \cdot 10^{-2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = 8 \cdot 10^{-2} \cdot \sin \frac{5}{6} \pi \cong 4 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

---

3.8. Какое из приведенных уравнений является уравнением состояния идеального газа?

1)  $pV = \nu k_B T$ ; 2)  $p = \frac{1}{3} mn \langle v^2 \rangle$ ; 3)  $p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon_0 \rangle$ ; 4)  $pV = \nu RT$ ;

### Решение

1. Уравнение состояния идеального газа впервые было записано французским исследователем Эмилем Клайпероном

$$pV = BT,$$

где  $B$  – постоянная, определяемая экспериментально индивидуально для каждого газа. В это и заключалось неудобство этого уравнения.

2. Дмитрий Иванович Менделеев после открытия своего знаменитого периодического закона, основанного на физических свойствах химических элементов (атомных масс) модернизировал уравнение, приведя его к виду

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT,$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная.

---

3.9. Как меняется относительная влажность воздуха при его нагревании в закрытом сосуде?

### Решение

1. Относительной влажностью называется отношение абсолютной влажности к Максимально возможной при данной температуре. Парциальное давление водяного пара не может превышать давления насыщенных паров.

2. Давление насыщенного пара зависит от температуры  $T$  и удельной теплоты парообразования  $r$

$$p_s = p_0 \exp \frac{\mu r}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right),$$

где  $p_0$  – давление насыщенных паров при известной температуре  $T_0$ ,  $\mu$  – молярная масса,  $r$  – удельная теплота парообразования,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – текущая температура.

2. Таким образом, давление насыщенных паров от температуры растёт по восходящей экспоненциальной кривой.

3. При нагревании некоторой массы воздуха в закрытом объёме его относительная влажность вначале увеличится, до момента достижения парциального давления величины давления насыщенного пара, а затем стабилизируется и изменяться уже не будет.

3.10. Какая формула определяет внутреннюю энергию одного моля одноатомного идеального газа?

$$1) U = \frac{3}{2} k_B T; \quad 2) U = \frac{3}{2} RT; \quad 3) U = \frac{3}{2} pV; \quad 4) U = \frac{1}{2} pV;$$

**Решение**

1. В соответствие с законом Больцмана, на каждую степень свободы молекулы приходится одинаковая энергия при её тепловом движении

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} k_B T;$$

2. Средняя энергия молекулы газа определяется уравнением

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} k_B T,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы, для идеального газа  $i = 3$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} k_B T,$$

3. Для идеального газа принимается, что размеры молекул существенно превышают расстояния между ними, поэтому взаимодействие молекул между собой не учитывается.

4. Внутренняя энергия молекул, отнесённая к одному молю вещества ( $\nu = 1$ ) будет равна сумме кинетических энергий всех  $N_A$  (число Авогадро) молекул

$$U_m = \frac{3}{2} k_B T N_A = \frac{3}{2} RT;$$

Внутренней энергии одного моля идеального газа соответствует третье уравнение.

3.11. Какую работу совершил газ в ходе процесса, изображённого на рис. 3.11, если  $V_1 = 1,1$  л,  $V_2 = 1,5$  л,  $p_1 = 9 \cdot 10^6$  Па,  $p_2 = 4 \cdot 10^6$  Па?

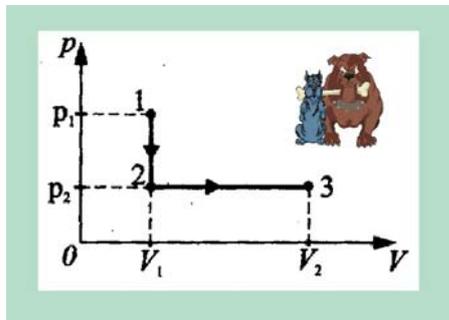


Рис. 3.11. Работа газа

**Решение**

1. Работа газа определяется уравнением

$$A = p \Delta V,$$

следовательно, на участке 1 – 2 работа совершаться не будет, будет изменяться внутренняя энергия системы.

2. Работа газа при его расширении на участке 2 – 3 будет равна:

$$A_{2 \rightarrow 3} = p_2 (v_2 - v_1) \cong 4 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 1600 \text{ Дж}$$

3.12. Каково отношение абсолютных температур  $T_2/T_1$  одной и той же массы газа, совершающей два изотермических процесса?

### Решение

1. На графике приведены зависимости двух изотермических процессов

$$pV = \text{const},$$

протекающих при различных температурах.

2. Изотермы представляют собой гиперболы, расположенные на графике тем выше, чем выше температура, при которой протекает процесс  $T_2/T_1 > 1$ .

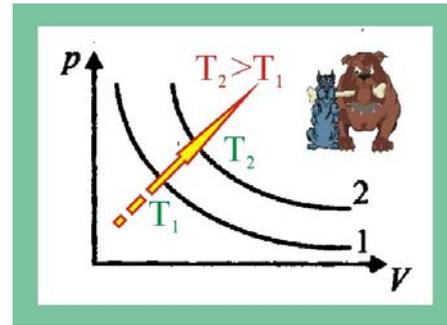


Рис. 3.12. Изотермы

3.13. Какой из вариантов соединений конденсаторов надо выбрать для увеличения ёмкости батареи конденсаторов?

1. Подсоединить последовательно конденсатор с ёмкостью, большей, чем ёмкость батареи;
2. Подсоединить последовательно конденсатор любой ёмкости;
3. Подсоединить параллельно конденсатор с ёмкостью, ёмкостью большей, чем ёмкость батареи;
4. Подсоединить параллельно конденсатор любой ёмкости;

### Решение

1. конденсаторы характеризуются ёмкостью и предельной разностью потенциалов на обкладках. Для того чтобы получать конденсаторы заданной ёмкостью и рабочим напряжением применяют соединение в батарее. В батарее конденсаторы соединяются последовательно и параллельно.

2. При параллельном соединении конденсаторов (рис. 3.13) каждый из них находится при одной и той же разности потенциалов, т.е.

$$Q_1 = C_1 U, \quad Q_2 = C_2 U, \dots, Q_n = C_n U,$$

3. Общий заряд батареи будет определяться в виде суммы зарядов всех конденсаторов, составляющих схему

$$Q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} Q_n = U \sum_{i=1}^{i=n} C_i.$$

4. Для ёмкости батареи в этом случае можно записать следующее уравнение

$$C_{\Sigma} = \frac{Q_{\Sigma}}{U} = \sum_{i=1}^{i=n} C_i.$$

**Ёмкость батареи конденсаторов, соединённых параллельно равна сумме всех конденсаторов, составляющих данную батарею.**

5. Рабочее напряжение, при этом, будет соответствовать минимальному рабочему напряжению, которым характеризуется один из конденсаторов батареи.

6. При последовательном соединении конденсаторов разность потенциалов на батарее будет равно сумме разностей потенциалов на отдельных конденсаторах, а заряд у всех конденсаторов будет одинаковым, потому что при зарядке через них течёт ток одинаковой силы

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad \dots, \quad U_n = \frac{Q}{C_n},$$

$$U = \sum_{i=1}^{i=n} U_i = Q \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}.$$

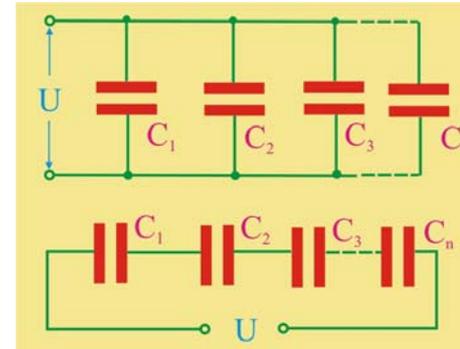


Рис. 3.13. Соединение конденсаторов

$$\frac{1}{C_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}.$$

7. Для параллельного соединения двух конденсаторов уравнение представится следующим образом

$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \quad C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

8. Если параллельно соединяются две одинаковые ёмкости, уравнение их суммарной ёмкости примет следующий вид

$$C_{1,2} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}.$$

9. Как видно из приведенных для параллельного соединения конденсаторов уравнений, ёмкость при увеличении количества конденсаторов уменьшается. В частности, при соединении параллельно двух одинаковых конденсаторов их суммарная ёмкость уменьшается в два раза.

10. Таким образом, варианты последовательного соединения сразу отпадают, остаются варианты 3 и 4, причём, поскольку никаких ограничений на соединяемые параллельно ёмкости не накладывается, то справедливым является четвёртое утверждение.

3.14. Определить напряжение на резисторе  $R_3 = 2$  Ом, если шкалы приборов градуированы в системе СИ.

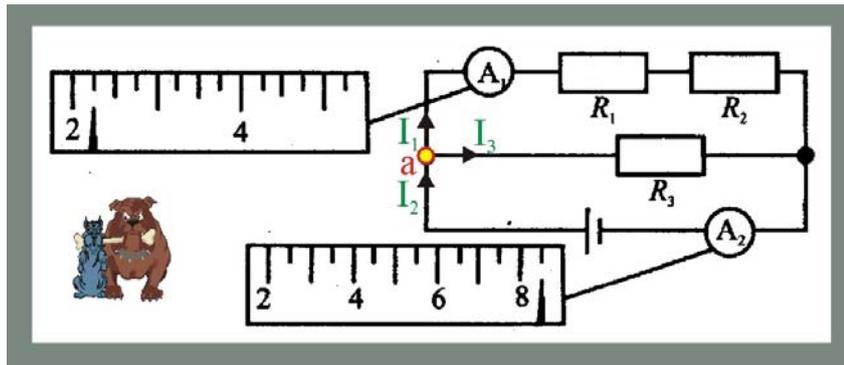


Рис. 3.14. Амперметры в замкнутой цепи

### Решение

1. Применим к узлу схемы а первое правило Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^{i=n} I_i = 0, \quad \Rightarrow \quad I_2 = I_1 + I_3; \quad \Rightarrow \quad I_3 = I_2 - I_1 = 6,25 \text{ A}.$$

2. Падение напряжения на сопротивлении  $R_3$  определим по закону Ома для участка цепи

$$U_3 = I_3 R_3 = 6,25 \cdot 2 = 12,5 \text{ В};$$

3.15. Как надо перемещать постоянный магнит, если смотреть сверху, относительно замкнутого контура, чтобы в нём возник индукционный ток заданного направления?

### Решение

1. Если по круговому витку радиуса  $R$  пропускать электрический ток силой  $I$ , то возникнет магнитное поле с индукцией

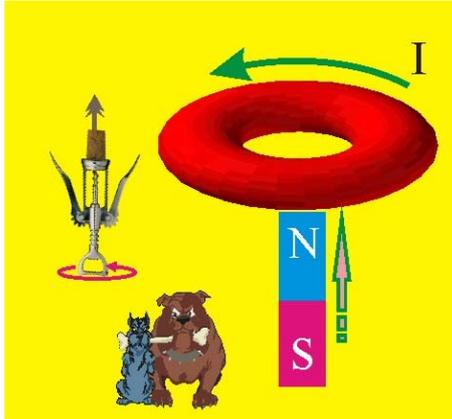


Рис. 3.15. Направление индукционного тока и движения магнита

$$B = \frac{\mu I}{2R},$$

причём направление вектора индукции определяется по правилу винта правостороннего вращения.

2. Майкл Фарадей показал, что если круговой виток поместить в пространство с переменным магнитным потоком, то в нём возникнет индукционный ток.

3. Чтобы в витке возник ток, направленный против хода часовой стрелки, необходимо вдвигать постоянный магнит снизу вверх. Если направление вращения

головки штопора совместить с заданным направлением тока, то вертикальное перемещение острия совместно с пробкой покажет требуемое направление движения магнита.

3.16. Во сколько раз надо изменить ёмкость конденсатора в колебательном контуре, чтобы частота колебаний в нём стала равной  $\nu_2 = 3 \cdot 10^4$  Гц, если период электромагнитных колебаний равен  $T_1 = 10^{-4}$  с?

### Решение

1. Определим период колебаний после изменения ёмкости

$$T_2 = \frac{1}{\nu_2} \cong 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ с};$$

2. Запишем уравнение Томсона для контуров с одинаковой индуктивностью  $L$  и разными ёмкостями  $C_1$  и  $C_2$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1}; \\ T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2}; \end{array} \right\} \frac{T_1}{T_2} = 3 = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}; \Rightarrow \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 9,$$

другими словами, для того, чтобы достичь в контуре колебаний с частотой  $\nu_2$  необходимо ёмкость конденсатора уменьшить в 9 раз.

3.17. На каком расстоянии от плоского зеркала окажется изображение предмета, расположенного первоначально на расстоянии  $x_1 = 30$  см от зеркала, если его отодвинуть от зеркала ещё на  $\Delta x = 10$  см?

### Решение

1. В соответствии с законом отражения расстояние от предмета до зеркала  $mn$  будет равно расстоянию от зеркала до изображения.

2. Удаление предмета от поверхности зеркала на расстояние  $\Delta x$  будет сопровождаться удалением от зеркала изображения  $S^*$  на такое же расстояние.

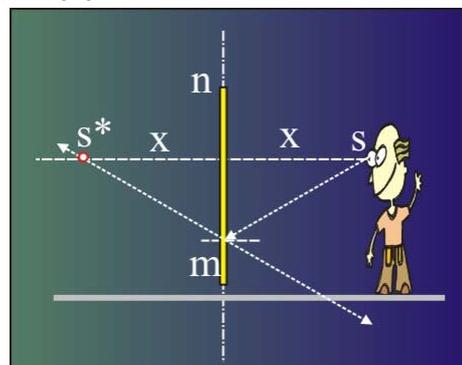


Рис. 3.17. Перемещение изображения

3. При перемещении предмета на расстояние  $\Delta x = 10$  см расстояние от зеркала до изображения станет равным

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 40 \text{ см.}$$

3.18. Какое явление называется дифракцией света?

1. Разложение белого света в спектр при помощи стеклянной призмы.
2. Усиление и ослабление света при наложении двух когерентных волн.
3. Огибание светом препятствий.
4. Отклонение света к основанию призмы.



Рис. 3.18.1. Волновые явления

### Решение

1. На рис. 3.18.1 приведены схемы явлений, подтверждающих волновую природу света.

Разложение света в спектр называется **дисперсией**.

Усиление или ослабление когерентных световых или любых других волн называется **интерференцией**.

Явление **дифракции** заключается в способности

световых волн огибать препятствия.

Отклонение светового пучка призмой является следствием закона преломления света.

2. На рис. 3.18.2 показано моделирование прохождения плоской волны через щели различного размера

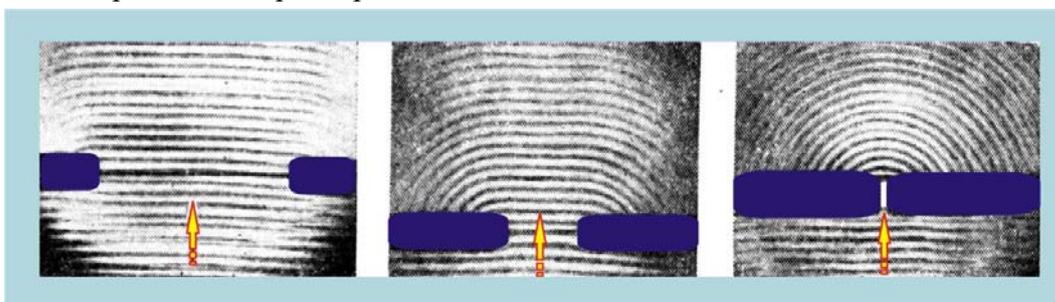


Рис. 3.18.2. Прохождение плоской упругой волны при различных размерах отверстия

3.19. Каково отношение периодов обращения двух электронов с кинетическими энергиями  $K_1$  и  $K_2$  движущихся в магнитном поле так, что плоскость их вращения перпендикулярна вектору магнитной индукции?

### Решение

1. Для однородного магнитного поля уравнение движения заряженной частицы можно представить следующим образом

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

2. В данном случае сила, действующая на заряженную частицу, всегда направлена перпендикулярна вектору скорости, поэтому она оказывает влияние только на направление вектора скорости. Умножим правую и левую часть уравнения на вектор скорости  $\vec{v}$

$$m\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v}(\vec{v} \times \vec{B}) = 0,$$

откуда видно, что

$$\frac{d\vec{v}^2}{dt} = 0; \Rightarrow \vec{v}^2 = \text{const}; \Rightarrow |\vec{v}| = \text{const}.$$

3. Пусть положительно заряженная частица массой  $m$  влетает в магнитное поле, так что вектор её начальной скорости  $\vec{v}_0$  перпендикулярен вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Движение частицы, с позиций механики, будет являться плоским. Частица будет двигаться в плоскости перпендикулярной вектору индукции. Модуль скорости остаётся, таким образом постоянным, меняется только направление, т.е. движение по круговой траектории будет ускоренным, причём нормальное ускорение определится как

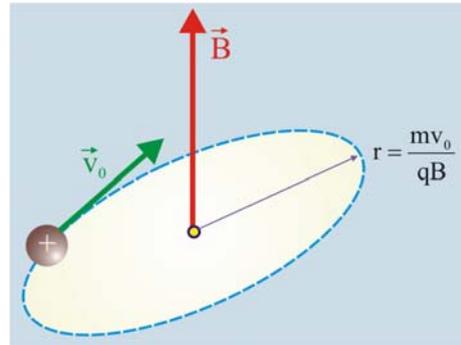


Рис. 3.19. Частица в однородном магнитном поле

$$a_n = \frac{mv^2}{r} = qvB,$$

откуда, в частности, можно определить радиус стационарной орбиты частицы

$$r = \frac{mv}{qB},$$

и период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB},$$

частоту и циклическую частоту вращения

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}.$$

4. Следует отметить, что угловая скорость частицы не зависит от её линейной скорости, а определяется исключительно массой частицы и индукцией магнитного поля. Определим далее кинетическую энергию вращающейся частицы

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} m \left( \frac{qBr}{m} \right)^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{2m}.$$

5. Сравнивая уравнения периода и кинетической энергии, можно видеть, что период зависит от массы и заряда частицы и индукции магнитного поля, скорость, определяющая величину кинетической энергии, в уравнение периода не входит. Следовательно для частиц одинаковой массы и заряда в одном и том же магнитном поле период остаётся постоянным

$$\frac{T_1}{T_2} = 1;$$

3.20. Сколько фотонов ежесекундно испускает лазер мощностью  $N = 1$  мВт, если он работает на длине волны  $\lambda = 633$  нм?

### Решение

1. Определим энергию одного фотона

$$\varepsilon_f = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,33 \cdot 10^{-7}} = 3,128 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Определим число испускаемых за 1 с фотонов

$$\zeta = \frac{N}{\varepsilon_f} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{3,13 \cdot 10^{-19}} \cong 3,2 \cdot 10^{15};$$

3.21. Как изменится кинетическая энергия электрона при его переходе со второй орбиты на первую, если радиус n-й орбиты в атоме водорода выражается формулой:  $r_n = r_1 \cdot n^2$ ?

### Решение

1. Найдём относительный радиус второй орбиты

$$r_2 = 4r_1;$$

2. В соответствие с законом сохранения, кинетическая энергия электрона на орбите равна потенциальной энергии взаимодействия с ядром

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 r},$$

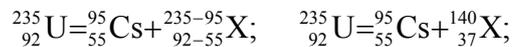
где  $Z$  – порядковый номер элемента,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $r$  – радиус орбиты

3. Уменьшение радиуса орбиты в четыре раза приведёт к увеличению потенциальной энергии в четыре раза и соответственно уменьшению кинетической энергии в 4раза.

3.22. Каким ещё осколком сопровождается деление ядра урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , если одним из осколков является ядро цезия  ${}^{95}_{55}\text{Cs}$  ?

### Решение

1. Для делящегося ядра изотопа урана справедлив закон сохранения заряда и массовых чисел: сумма зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции



2. Вторым осколком ядра является любимый народом **рубидий**  ${}^{95}_{55}\text{Rb}$ .

3.23. На поверхность калия падает свет с длиной волны  $\lambda = 350$  нм. Определить задерживающий потенциал, если работа выхода электронов из калия  $A = 2$  эВ.

### Решение

1. Запишем уравнение Генриха Герца для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon_f = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{mv^2}{2} + A;$$

## 2. Условие задерживания электронов

$$\frac{mv^2}{2} = eU; \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = eU + A; \quad eU = \frac{hc}{\lambda} - A = eU;$$
$$U = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left( \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,5 \cdot 10^{-7}} - 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \right) \cong 1,53 \text{ В.}$$

3.24. С помощью анализа какого спектра можно сделать вывод о химическом составе солнца?

1. Спектра, полученного с помощью дифракционной решётки;
2. Спектра, полученного с помощью призмы;
3. Спектра, полученного с помощью тонкой плёнки;
4. Спектра испускания.

## Решение

1. Установить химический состав можно по анализу спектра испускания.

2. Ученые, пропуская свет через разреженные газы в которых молекулы не связаны между собой, т.е. их можно считать изолированными, обнаружили, что они испускают линейчатые спектры. Причём спектры различных газов и паров металлов имели строго определённый вид, присущий только этому веществу, что собственно и стало причиной привлечения спектроскопических методов при решении широкого круга физических задач.

3. Если в откачанную катодную трубку поместить водород и подать на электроды высокую разность потенциалов, то атомы газа начнут излучать несколько электромагнитных волн в узких диапазонах длин, т.е. атомы водорода будут испускать линейчатый спектр, состоящий из отдельных близко расположенных спектральных линий (рис. 3.24.1).

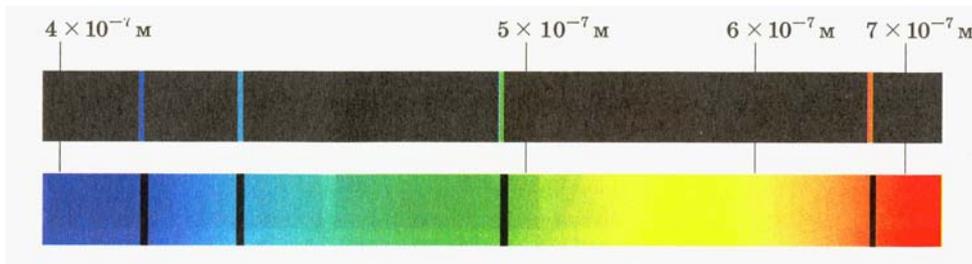


Рис. 3.24.1. Спектр атома водорода в области видимого света

4. При исследовании подобных спектров обратили внимание, что линии расположены не беспорядочно, а объединены в серии. Расстояние между линиями убывает по мере уменьшения от более длинных к более коротким.

5. Занимаясь цифрологией спектральных линий швейцарский учёный Бальмер в 1885 г. для спектральных линий водорода получил формулу для длин волн, располагающихся в видимой части спектра

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4},$$

где  $\lambda_0$  – константа,  $n$  – целые числа, принимающие значения: 3, 4, 5 и т.д. Вместо длины волны в спектроскопии оказалось более удобным применять обратную величину

$$v^* = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c},$$

именуемую волновым числом, которое отличается от обычного волнового числа  $k = 2\pi/\lambda$  в  $2\pi$  раз. Формулу Бальмера, таким образом, можно переписать в виде

$$v^* = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots),$$

где  $R = 4/\lambda_0$  – постоянная Ридберга

$$R = 109737,309 \pm 0,012 \text{ см}^{-1}.$$

6. Для дальнейшего рассмотрения структуры атома, однако, рационально отойти от спектроскопической символики и пользоваться для описания линейчатых спектров традиционной циклической частотой.

7. Постоянная Ридберга, при этом увеличится в  $2\pi c$  раз и станет равной  $R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ , тогда уравнение для циклической частоты представится в виде

$$\omega = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots).$$

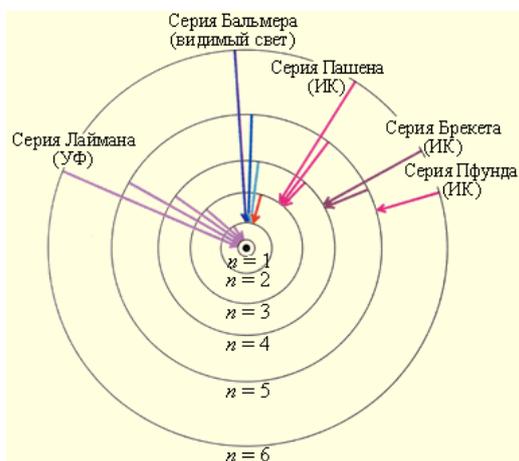


Рис. 3.24.2. Серии спектральных линий атома водорода

8. Уравнение применительно к атому водорода было распространено на ультрафиолетовую и инфракрасную области циклических частот. Серии линий назвали по фамилиям учёных их обнаруживших:

– серия Лаймана

$$\omega = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots);$$

– серия Пашена

$$\omega = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$$

– серия Брэкета

$$\omega = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$$

– серия Пфунда

$$\omega = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots).$$

9. Циклические частоты всех спектральных линий атома водорода можно обобщить в виде формулы

$$\omega = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $m$  имеет различные значения для отдельных серий: для серии Лаймана  $m = 1$ ; для серии Бальмера  $m = 2$  и т.д.

10. Наблюдаемые экспериментально спектральные линии в спектре атомов требовали теоретического обоснования, нужна была модель атома, которая бы объясняла суть происходящего.

11. Ближе всех к созданию модели оказался Дж. Дж. Томсон, который более других поднаторел в исследованиях свойств электрона.

3.25. Какой из приведенных графиков зависимости напряжения от силы тока построен правильно?

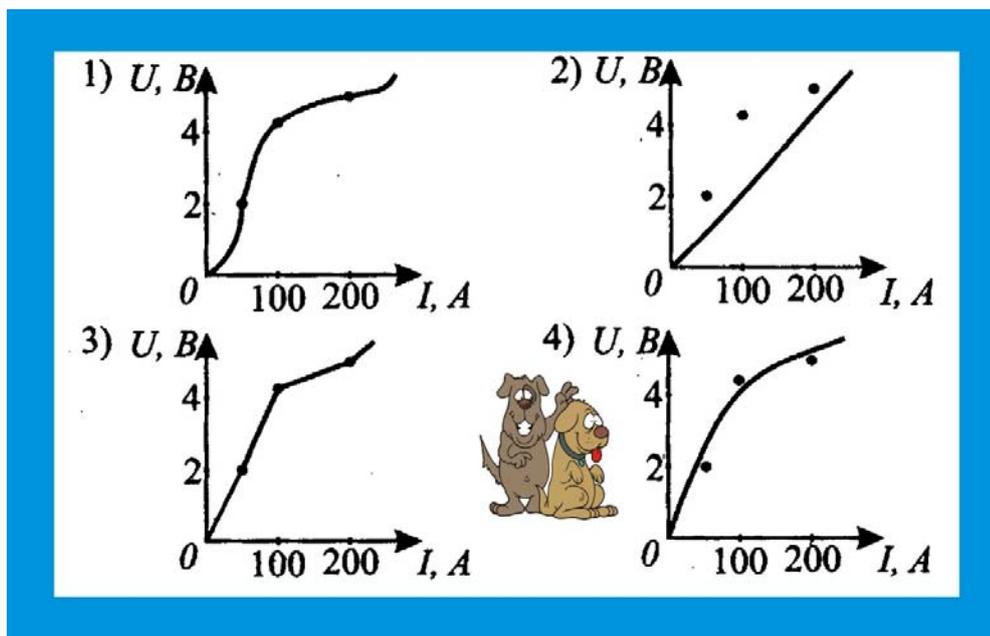


Рис. 3.25. Графики зависимостей напряжения от силы тока

### Решение

1. Любая физическая величина измеряется оператором с помощью приборов. Погрешности измерений возникают как инструментальные, так и субъективные, поэтому для всех типов измерений существует, так называемый, доверительный интервал.

2. Преимущественное количество всех измеряемых физических величин интерпретируются гладкими кривыми, точность воспроизведения той или иной зависимости определяется условием эксперимента и набором используемых измерительных средств.

3. Из представленных кривых наиболее достоверной является кривая 4, потому что она построена с использованием правильного осреднения результатов и построения плавной кривой.

## Вариант № 4

### Часть А

4.1. Если расход воды в канале за секунду составляет  $Q = 0,27 \text{ м}^3$ , то при ширине канала  $x = 1,5 \text{ м}$  и глубине  $h = 0,6 \text{ м}$  какова будет скорость течения?

#### Решение

1. Найдём площадь канала

$$s = hx = 0,9 \text{ м}^2;$$

2. Расстояние, проходимое водой в течение 1 секунды будет являться, по сути, скоростью воды в канале

$$v = \frac{Q}{s} = \frac{0,27}{0,9} = 0,3 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

4.2. На два тела действуют равные силы. Первое тело массой  $m_1 = 0,5 \text{ кг}$  движется с ускорением  $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$ , второе тело имеет ускорение  $1 \text{ см/с}^2$ . Какова масса второго тела?

#### Решение

1. Образует систему из уравнений второго закона Ньютона

$$\left. \begin{array}{l} F = m_1 a_1; \\ F = m_2 a_2; \end{array} \right\} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2; \quad m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2} = \frac{0,5 \cdot 1}{0,01} = 50 \text{ кг};$$

4.3. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли. Если Земля притягивает Луну с силой  $F$ . С какой силой Луна притягивает Землю?

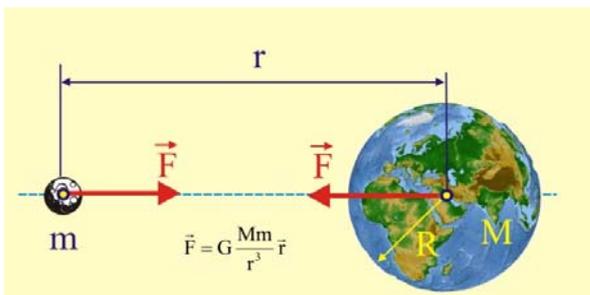


Рис. 4.3. Гравитационное взаимодействие Земля – Луна

#### Решение

1. Сила гравитационного взаимодействия между космическими телами определяется уравнением

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{r^3} \vec{r};$$

2. В соответствии с третьим законом Ньютона, силы взаимодействия равны по модулю и противоположны по направлению, т.е. сила действия Луны на Землю будет равна силе действия Земли на Луну.

4.4. Два шарика одинаковой массы, но разного объёма ( $V_1 > V_2$ ) утонули в сосуде с водой. На какой шарик действует большая выталкивающая сила?

### Решение

1. Так как шарики обладают одинаковой массой, то вес этих шариков будет одинаков, потому что

$$\vec{G} = m\vec{g};$$

2. Сила Архимеда, приложенная к шарикам, будет различной

$$F_{a1} = \rho_L g V_1; \quad F_{a2} = \rho_L g V_2;$$

3. По условию задачи  $V_1 > V_2$ , поэтому  $F_{a1} > F_{a2}$ .

4. Выталкивающая сила равна по модулю силе тяжести жидкости, вытесненной погруженным телом, для первого шара эта сила будет больше.

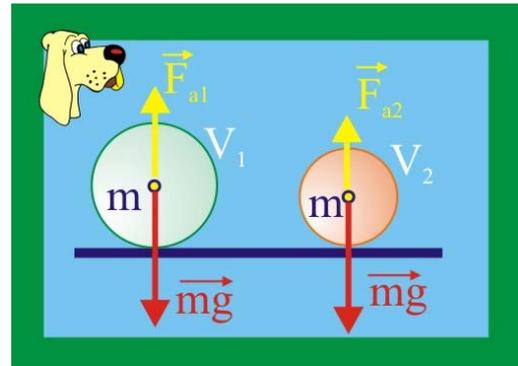


Рис. 4.4. Выталкивающая сила

4.5. Тело объёмом  $V$  и плотностью  $\rho$  лежало на дне озера глубиной  $h$ . На сколько увеличилась потенциальная энергия тела после того, как его расположили на поверхности озера? Плотность воды  $\rho_0$ .

### Решение

1. При рассмотрении потенциальной энергии физический смысл имеет не её абсолютная величина, а изменение потенциальной энергии относительно уровня, принятого за нулевой.

2. Потенциальная энергия тела, относительно поверхности земли, без учёта силы Архимеда, например, в воздухе, где  $F_A \ll mg$ , равна

$$\Pi_1 = mgh;$$

3. Если тело поднимать над нулевым уровнем потенциальной энергии в воде, то изменение определится

$$\Delta\Pi = (mg - F_A)h = (\rho Vg - \rho_0 g V)h = (\rho - \rho_0)gVh;$$

4.6. Массу груза математического маятника увеличили в 4 раза, как изменится период свободных колебаний маятника?

### Решение

1. Изохронность колебаний математического маятника была установлена Галилео Галилеем. Суть закономерности заключалась в том, что период качаний математического маятника не зависит от его массы, а определяется только длиной нити подвеса  $\ell$  и величиной ускорения свободного падения  $g$  в месте расположения маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}};$$

4.7. Сила натяжения нити длиной  $\ell$  математического маятника в момент прохождения положения равновесия равна  $2mg$ . С какой высоты маятник начал движение?

### Решение

1. Натяжение нити в момент прохождения положения статического равновесия определится как

$$T = mg + m \frac{v^2}{\ell}; \quad 2mg - mg = m \frac{v^2}{\ell}; \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\ell g};$$

2. Применим закон сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh; \quad v = \sqrt{2gh};$$

3. Приравняем скорости и определим высоту с которой падал грузик маятника

$$\sqrt{\ell g} = \sqrt{2gh}; \quad \Rightarrow \quad h = \frac{\ell}{2};$$

---

4.8. Во сколько раз при одной и той же температуре отличаются кинетические энергии молекул азота и гелия?

### Решение

1. Запишем основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$pV = \frac{2}{3} \varepsilon_{\Sigma},$$

где  $\varepsilon_{\Sigma}$  – суммарная кинетическая энергия поступательного движения молекул.

2. Совместим основное уравнение МКТ с уравнением Клайперона – Менделеева, записанное для  $\nu = 1$  моль идеального газа

$$\frac{2}{3} \varepsilon_{\Sigma} = \nu RT; \quad \frac{2}{3} \varepsilon_{\Sigma} = RT;$$

3. Поделим правую и левую часть последнего уравнения на  $N_A$  – число молекул в одном моле газа

$$\frac{2}{3} \frac{\varepsilon_{\Sigma}}{N_A} = \frac{R}{N_A} T; \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} \varepsilon_0 = k_B T,$$

где  $\varepsilon_0$  – кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы,  $k_B$  – постоянная Людвиг Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

4. Таким образом, кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа определяется уравнением

$$\varepsilon_0 = \frac{3}{2} k_B T; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0(\text{He}) = \varepsilon_0(\text{N}),$$

если молекулы азота и гелия состоят из одного атома, то ни обе обладают тремя поступательными степенями свободы  $i = 3$ , в этом случае кинетическая энергия молекул будет одинаковой. А если принять азот  $N_2$  состоящим из двух молекул, то  $i = 5$

$$\varepsilon_0(N_2) = \frac{5}{2} k_B T; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0(N_2) > \varepsilon_0(\text{He});$$

---

4.9. В предутренние часы температура окружающего воздуха, как известно, понижается. Что при этом происходит с относительной влажностью воздуха?

### Решение

1. Относительная влажность определяется уравнением:

$$r = \frac{p_0}{p_s},$$

где  $p_0$  – атмосферное давление,  $p_s$  – давление насыщенных паров воды, определяемого уравнением

$$p_s = p_0 \exp \frac{\mu g}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right);$$

2. С понижением температуры в утренние часы уменьшается давление насыщенных паров, что приводит к увеличению влажности, которая временами может достигать величин обеспечивающих выпадение росы.

---

4.10. Сосуд с водой, имеющей температуру  $0^\circ\text{C}$ , положили в морозильную камеру бытового холодильника. Через два часа сосуд вынули, но замёрзла не вся вода. Температура содержимого сосуда:

1. Равна  $0^\circ\text{C}$ ?
2. Больше  $0^\circ\text{C}$ ?
3. Меньше  $0^\circ\text{C}$ ?
4. Приведенные данные не достаточны для ответа на вопрос.

### Решение

1. Вода является единственной жидкостью на нашей планете, которая одновременно может находиться в трёх агрегатных состояниях: твёрдом, жидком и газообразном. Для воды эта температура составляет  $0^\circ\text{C}$ .

2. Поскольку вода в сосуде не вся замёрзла, то она находится одновременно в трёх состояниях, т.е. её температура  $t = 0^\circ\text{C}$ .

---

4.11. Температура нагревателей двух идеальных тепловых машин одинакова, но у первой машины температура холодильника ниже, чем у второй машины. Какая из машин имеет больший КПД?

### Решение

1. КПД идеальной тепловой машины, в соответствии с теоремой Карно определяется уравнением

$$\eta = \frac{T_H - T_X}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H},$$

т.е. КПД зависит от разности температур нагревателя и холодильника.

2. У первой машины КПД будет выше.
- 

4.12. Если в сосуде увеличить термодинамическую температуру газа на 25%, то как изменится концентрация молекул газа?

### Решение

1. Концентрация молекул характеристика, во многом, механическая, это число структурных элементов, содержащихся в единице объёма газа.

2. Концентрация входит с основное уравнение МКТ

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} k_B T = nk_B T;$$

3. Если принять, что сосуд сообщается с атмосферой, в нём находится идеальный одноатомный газ, давление остаётся постоянным, часть молекул газа при нагревании сосуд покинет, то возможно такое решение: составим систему уравнений для двух состояний идеального газа в открытом сосуде

$$\left. \begin{array}{l} p = n_1 k_B T; \\ p = n_2 k_B 1,25T; \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{n_1}{1,25n_2}; \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,25} = 0,8;$$

4. При увеличении температуры в открытом сосуде на 25% концентрация молекул уменьшится на 20%, потому что часть молекул покинет сосуд.

4.13. Чему равна напряжённость электростатического поля, созданного диполем, заряды которого по модулю равны  $q$ , а расстояние между ними  $\ell$ , в точке, лежащей на середине соединяющего заряды отрезка?

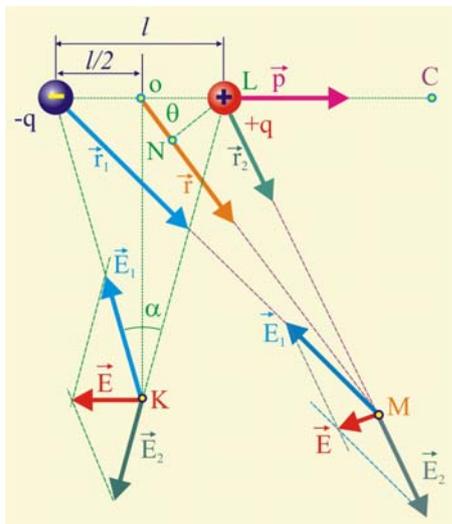


Рис. 4.13. Поле электрического диполя

### Решение

1. Электрическим диполем называется система двух точечных разноимённых одинаковых по модулю электрических зарядов, расположенных на расстоянии  $l$  друг от друга.

2. При дальнейшем рассмотрении будем считать, что  $l \ll r_2$ , это упростит математическую сторону рассмотрения. Для точки С, лежащей на продолжении линии, соединяющей заряды на основании принципа суперпозиции можно записать следующие уравнения (рис. 4.13)

$$E_C = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{q}{r_2^2} - \frac{q}{r_1^2} \right),$$

где  $r_1$  – расстояние от точки С до положительного заряда,  $r_2$  – расстояние от отрицательного заряда до точки С.

3. Для точки о уравнение переписывается следующим образом:

$$E_0 = E_+ + E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{q}{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2} + \frac{q}{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2} \right) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4}{\ell^2} = \frac{2q}{\pi\varepsilon_0 \ell^2};$$

4.14. Спираль электрического нагревателя укоротили вдвое и подали на неё прежнее напряжение. Во сколько раз изменится потребляемая мощность?

### Решение

1. Электрическую мощность, как известно, можно определять, используя уравнения:  $W = IU$ ,  $W = U^2/R$ ,  $W = I^2R$ . В рассматриваемом случае целесообразно использовать формулу мощности, выраженную через напряжение и сопротив-

ление, потому что напряжение в данном случае остаётся неизменным и при сравнении мощностей эта величина сократится

$$W_1 = \frac{U^2}{R_1}, \quad W_2 = \frac{U^2}{R_2}.$$

2. Запишем уравнения для  $R_1$  и  $R_2$

$$R_1 = \rho \frac{\ell_1}{s}, \quad R_2 = \rho \frac{\ell_2}{s},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала, из которого изготовлена спираль,  $\ell$  – длина проводника,  $s$  – площадь поперечного сечения спирали.

3. Изменение мощности можно определить, подставив значения сопротивления спирали в уравнения мощности, что даст отношение мощностей

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\rho \ell_1 s}{\rho \cdot 0,5 \ell_1 s} = \frac{1}{0,5} = 2.$$

4.15. Какую работу совершает сила Лоренца за время, в течение которого заряд  $q$  массой  $m$ , двигаясь в магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной скорости, совершит один оборот?

### Решение

1. Запишем уравнение силы Лоренца в векторной форме и скалярной форме

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}); \quad F_L = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B});$$

2. По условию задачи

$$(\vec{v}; \vec{B}) = \frac{\pi}{2}; \quad \sin(\vec{v}; \vec{B}) = 1; \quad \cos(\vec{v}; \vec{B}) = 0;$$

3. Сила Лоренца является центральной силой, т.е. она направлена к оси вращения и перпендикулярно вектору скорости, элементарная работа силы Лоренца определится как:

$$\delta A = F_L dr \cos(\vec{F}_L; \vec{v}) = F_L dr \cos 90^\circ = 0;$$

4. Работа силы Лоренца в заданных условиях равна нулю, по этой причине сила Лоренца не изменяет модуля скорости, а только влияет на направление вектора скорости.

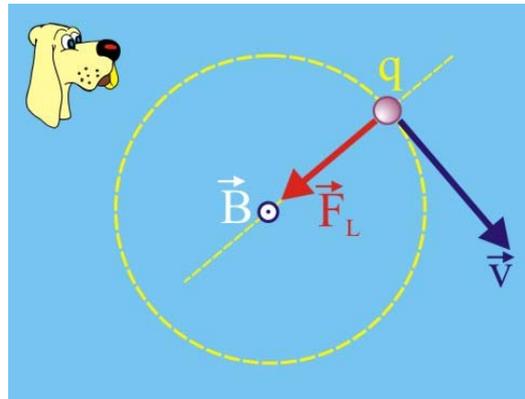


Рис. 4.15. Работа силы Лоренца

4.16. Через сопротивление  $R = 5$  Ом течёт переменный ток силой  $i = 2$  А. Какая мощность выделяется в сопротивлении?

### Решение

1. Переменный ток представляет собой величину, изменяющуюся во времени по гармоническому закону от  $i_m$  до  $-i_m$  с переходом через ноль.

2. По условию задано амплитудное значение силы тока, а для определения активной мощности надо найти действующее значение силы тока

$$i_d = \frac{i_m}{\sqrt{2}}; \quad \Rightarrow \quad N = i_d^2 R = \frac{4}{(\sqrt{2})^2} 5 = 10 \text{ Вт}.$$

4.17. Каким явлением обусловлено разложение белого света с помощью призмы?

### Решение

1. Дисперсией света (разложение света в спектр) называется явление, обусловленное зависимостью абсолютного показателя преломления вещества от частоты (или длины волны) света (частотная дисперсия), или, то же самое, зависимость фазовой скорости света в веществе от длины волны (или частоты).

2. Экспериментально явление дисперсии было открыто Ньютоном около 1672 года, хотя теоретически достаточно хорошо объяснена значительно позднее.

3. Ярким примером дисперсии света является разложение белого света при прохождении его через призму (опыт Ньютона).

4. Сущностью явления дисперсии является неодинаковая скорость распространения лучей света с различной длиной волны  $\lambda$  в прозрачном веществе — оптической среде (тогда как в вакууме скорость света всегда одинакова, независимо от длины волны и следовательно цвета).

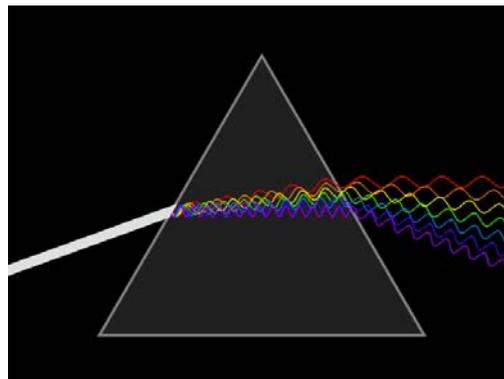


Рис. 4.17. Дисперсия света на призме

5. Обычно чем больше частота волны, тем больше показатель преломления среды и меньше ее скорость света в ней:

- у красного цвета максимальная скорость в среде и минимальная степень преломления;
- у фиолетового цвета минимальная скорость света в среде и максимальная степень преломления.

4.18. Зависит ли в связи с преобразованиями Лоренца скорость распространения электромагнитных волн от скорости приёмника и излучателя?

### Решение

1. Для того, чтобы уравнения электродинамики Максвелла, Герца, Хевисайда начали удовлетворять принципу относительности Галилея, Лоренцу, совместно с Пуанкаре пришлось придумать специальные преобразования координат и времени.

2. Чтобы уравнения электродинамики вписались в принципы относительности Галилея, потребовалось **скорость распространения электромагнитных волн сделать постоянной и предельно возможной**, кроме того, масса, время и линейные размеры стали зависеть от скорости

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}};$$

4.19. Конденсатор, отключенный от источника обладает энергией  $W_1$ . Какую требуется совершить работу, чтобы удалить пластинку диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

### Решение

1. При отключенном от питания конденсаторе между его обкладками будет сохраняться напряжённость электрического поля и его первоначальный объём.

2. Вынимая диэлектрическую пластину, занимающую весь объём между обкладками конденсатора мы превращаем его, тем самым в воздушный конденсатор.

3. Энергия электрического поля воздушного конденсатора

$$W_1 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} V;$$

4. Энергия электрического поля конденсатора с диэлектрической пластиной между обкладками

$$W_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} V;$$

5. При удалении диэлектрика из конденсатора совершается работа за счёт изменение энергии электрического поля (аналогично теореме об изменении кинетической энергии в механике)

$$A_{1,2} = W_2 - W_1 = (\epsilon - 1)W_1;$$

---

4.20. Атом излучает электромагнитную энергию при переходе на орбиту:

1. Дальше от ядра;
2. Ближе к ядру;
3. Это зависит от номеров орбит;
4. Атом излучает, когда электрон движется по стационарной орбите?

### Решение

1. Излучение электромагнитной энергии в виде фотона происходит при переходе электрона с орбиты с большей энергией на орбиту с меньшей энергией

$$\Pi_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2},$$

где  $Z$  – зарядовое число (Порядковый номер элемента в таблице Д.И. Менделеева),  $r$  – радиус орбиты электрона.

2. Орбиты с меньшими радиусами обеспечивают электрону большую потенциальную энергию, поэтому переходя на более низкую орбиту электрона, атом сбрасывает излишек энергии в виде фотонного излучения.

---

4.21. Если в ядре изотопа  ${}^3_2\text{He}$  все протоны заменить нейтронами, а все нейтроны – протонами, то получится ядро какого элемента?

### Решение

1. Принятая символика обозначения химических элементов

${}^A_Z\text{X}$ ;  $Z$  – количество протонов в ядре;  $A = (Z + N)$  – массовое число;

2. Заданный изотоп гелия содержит в ядре 2 протона и один нейтрон, если их поменять местами, то получится изотоп



4.22. В ядерных реакторах осуществляется:

1. Управляемая цепная реакция деления;
2. Управляемая реакция синтеза ядер;
3. Неуправляемая цепная реакция деления ядер;
4. Неуправляемая реакция синтеза ядер?

### Решение

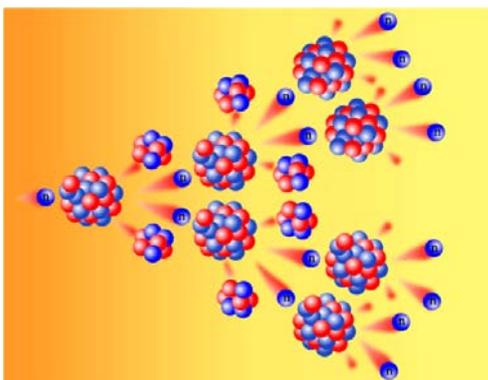


Рис. 4.22.1. Схема цепной реакции

1. Контролируемая и самоуправляемая цепная ядерная реакция деления тяжёлых ядер под действием нейтронов лежит в основе работы, практически, всех современных ядерных реакторов (рис. 4.22.1).

2. К управляемому делению способны такие нуклиды как: уран  $\text{U}^{233}$ , уран  $\text{U}^{235}$ , плутоний  $\text{P}^{239}$  и плутоний  $\text{P}^{241}$ .

3. В естественном состоянии, в природной среде, существует только  $\text{U}^{235}$ , который составляет только 0,7% от всех

имеющихся запасов. В природе в основном (99,3%) встречается уран  $\text{U}^{238}$ , ядра которого не способны к участию в управляемой цепной реакции.

4. Современные ядерные реакторы в большинстве своём используют для запуска и поддержания цепной реакции тепловые нейтроны, которыми бомбардируют ядра урана  $\text{U}^{235}$ . Для того чтобы в качестве топлива использовать другие тяжёлые нуклиды  $\{\text{U}^{233}, \text{P}^{239}, \text{P}^{241}\}$  необходимо применять реакторы – размножители, в которых при поглощении нейтронов ядрами  $\text{U}^{238}$  или тория  $\text{Th}^{232}$  образуется в больших количествах делящийся изотоп плутоний  $\text{P}^{239}$  или уран  $\text{U}^{233}$ .

5. Уран является едва ли не самым распространённым химическим элементом в земной коре (литосфере). Урана в литосфере нашей планеты содержится 1 г на 1 т почвы. По оценкам геологов только в континентальной зоне планеты содержится ориентировочно 200 млрд. т урана. Существующие в наше время технологии переработки и обогащения урана, позволяют использовать только около 0,1% массы добываемой руды. Добыча 1 кг  $\text{U}_3\text{O}_8$  обходится в ценах 2000 г. по 70 долларов за кг. В современных ядерных энергетических устройствах на тепловых нейтронах в качестве топлива используется природный уран ( $\approx 99,3\% \text{U}^{238} + 0,7\% \text{U}^{235}$ ) или обогащённый уран  $\text{U}^{235}$ .

6. На рис. 4.22.2 приведена упрощённая схема современного ядерного реактора на медленных нейтронах. В качестве источника энергии в таких устройствах используется, как правило, природный уран, состоящий из смеси трёх изотопов урана:  $\text{U}^{238}$  (99,28%),  $\text{U}^{235}$  (0,7%),  $\text{U}^{234}$  (0,006%). Ядра урана 235 при захвате медленного нейтрона распадаются, выделяя энергию и по два или три новых нейтрона. В принципе, АЭС отличается от ТЭС только способом получения тепла. В АЭС возбуждают ядерную реакцию в топливных тепловыделяющих элементах 5, выделяемое тепло отбирается из активной зоны теплоно-

сителем  $b$  и далее после теплообменника подаётся на турбину по классической схеме. Превращение вещества на ядерном уровне сопровождается выделением имеющейся в нём свободной энергии. В рассматриваемом случае имеет место, так называемая, экзоэнергетическая реакция, характеризующаяся тем, что в следующем за возбужденным состоянием энергии выделяется больше, чем требуется для генерации процесса. В случае молекулярных превращений, т.е. процессов на уровне электронных оболочек (химические реакции) повышение температуры реагирующих продуктов происходит на сотни и единицы тысяч градусов, например, при окислении взрывчатых веществ. В ядерных реакциях температура повышается на миллионы градусов, что свидетельствует о значительном энергетическом выходе реакции.

7. Состояние ядерного реактора принято характеризовать эффективным коэффициентом размножения нейтронов  $k$  или реактивностью реактора  $\rho$ , которые связаны простым соотношением

$$\rho = \frac{k-1}{k} = 1 - \frac{1}{k}.$$

8. При  $k > 1$  количество делящихся в единицу времени материнских ядер увеличивается, реактор находится в надкритическом состоянии, реактивность реактора  $\rho > 0$ . При  $k < 1$  реакция затухает, реактор находится в подкритическом состоянии,  $\rho < 0$ . Рабочий режим реактора характеризуется  $k = 1$ ,  $\rho = 0$ , число актов деления ядер в единицу времени постоянно, реактор находится в стабильном критическом состоянии. Условие критичности реактора определяется уравнением

$$k = k_0 \omega,$$

где  $\omega$  – доля полного числа образующихся в реакторе нейтронов, поглощённых в активной зоне,  $k_0$  – коэффициент размножения нейтронов в активной зоне бесконечно больших размеров, определяемый уравнением

$$k_0 = \mu \Phi \theta \eta,$$

где  $\mu$  – коэффициент размножения,  $\Phi$  – вероятность избежания резонансного захвата,  $\theta$  – коэффициент использования тепловых нейтронов,  $\eta$  – выход нейтронов за один захват. Рабочий режим характеризуется  $k < k_0$ , если  $k_0 < 1$ , то цепная самоподдерживающаяся реакция в данном веществе не возможна. Величина  $k_0$  определяет принципиальную возможность среды размножать нейтроны.

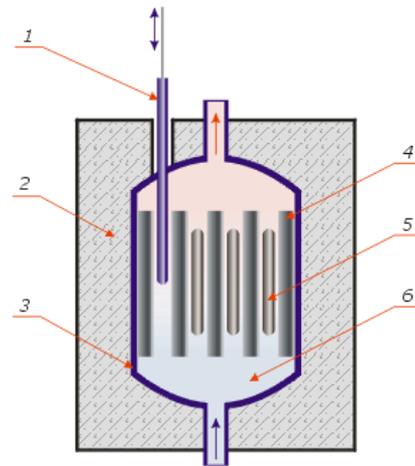


Рис. 4.22.2. Схема ядерного реактора: 1 – управляющий стержень, 2 – биологическая защита, 3 – теплоизоляция, 4 – замедлители нейтронов, 5 – ядерное топливо, 6 – теплоноситель, [54]



Рис. 4.22.3. Активная зона реактора

4.23. Если общая мощность излучения Солнца составляет  $3,8 \cdot 10^{26}$  Вт, то за одни сутки вследствие излучения на сколько уменьшится масса Солнца?

### Решение

1. Определим энергию, излучаемую Солнцем в течении суток

$$W_s = N \cdot \tau = 3,8 \cdot 10^{26} \cdot 24 \cdot 3600 = 3,28 \cdot 10^{31};$$

2. Используя уравнение Оливера Хевисайда о взаимосвязи массы и энергии, определим потерю Солнцем массы вследствие излучения

$$W_s = \Delta m c^2; \quad \Delta m = \frac{W_s}{c^2} \cong \frac{3,28 \cdot 10^{31}}{9 \cdot 10^{16}} \cong 3,65 \cdot 10^{14} \text{ кг};$$

4.24. Для того, чтобы проверить справедливость закона Майкла Фарадея электромагнитной индукции, необходимо:

1. Менять площадь ограниченную проводящим контуром;
2. Менять поле в котором находится контур;
3. Поворачивать контур в магнитном поле?

### Решение

1. Запишем для начала закон Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t},$$

где  $\Phi_B$  – поток вектора магнитной индукции. Закон утверждает, что ЭДС индукции  $\varepsilon_i$  возникает только в том случае, если магнитный поток, пронизывающий контур изменяется.

2. Проанализируем уравнение магнитного потока

$$\Phi_B = BS \cos(\vec{B}; \vec{n}),$$

из уравнения следует, что сделать магнитный поток переменным можно тремя способами:

- 2.1. Изменяя величину модуля  $\vec{B}$ , т.е. меняя параметры магнитного поля;
- 2.2. Изменяя площадь контура, пронизываемого магнитным полем;
- 2.3. Изменяя угол между вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к плоскости контура, т.е. меняя положение контура по отношению к магнитному полю.

3. Таким образом, все три перечисленные в задаче способа могут быть использованы для проверки закона Майкла Фарадея.

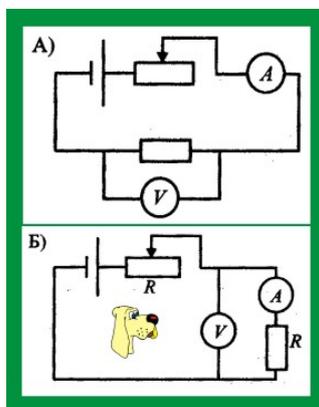


Рис. 4.25. Исследование зависимостей  $I = f(U)$

4.25. Какую схему нужно использовать при исследовании вольтамперных характеристик устройств с малым сопротивлением?

### Решение

1. Предпочтительнее использовать схему А, потому что во втором случае измеряется напряжение на последовательно включенном сопротивлении и амперметре, который каким-никаким собственным внутренним сопротивлением обладает.

## Вариант № 5

### Часть А

5.1. Человек идёт со скоростью  $v_1 = 1,5$  м/с относительно поезда по направлению его движения. Определить скорость человека относительно Земли, если поезд движется со скоростью  $v_2 = 10$  м/с.

### Решение

1. Введём в рассмотрение две системы координат: неподвижную, связанную с Землей (НСК) и подвижную – связанную с движущимся равномерно и прямолинейно вагоном (ПСК). В соответствии с принципом относительности Галилея абсолютная (относительно НСК) скорость объекта будет равна геометрической сумме скоростей относительного движения (относительно вагона) и переносного движения (вагона относительно Земли).

2. С учётом того, что скорости переносного и относительного движения направлены одинаково:

$$v = v_1 + v_2 = 11,5 \text{ м/с ;}$$

---

5.2. Тело, в поле земного тяготения брошено под углом  $\alpha$  к горизонту и летит без сопротивления до падения на землю. Какие значения в течение полёта принимают кинематические характеристики?

### Решение

1. Этот тип движения возбуждал у наших предков наибольший интерес, потому что был связан с желанием «удлинить» свои руки за счёт камней, палок, копий, стрел, ядер, снарядов, ракет и т.п. движущихся в поле земного тяготения предметов. В большинство своём, эти устремления были связаны с неотвратимым желанием умерщвлять представителей животного мира. Соплеменники были отнюдь не исключением. Проблема пропитания, власти и территорий во все времена решалась далеко не дипломатическими методами.

2. Экспериментальные исследования движения тел, брошенных под углом к горизонту, начались за долго до возникновения первых научных потуг что-либо описать и посчитать. Война, как это ни может показаться странным, со времён австралопитеков и до настоящего продвинутого времени была, есть, и к сожалению, будет одним из основных приводных ремней научно-технического прогресса.

3. Самые передовые научно-технические достижения цивилизации людской всегда были связаны с милитаристическими устремлениями. В этом смысле рассматриваемому далее типу движения, можно сказать, «повезло», оно постоянно находилось на острие «прогресса». Достаточно упомянуть и вспомнить такие имена как Аристотель, Архимед, Леонардо да Винчи, Коперник, Галилей, Ньютон, Наполеон Бонапарт, чтобы проникнуться исторической значимостью этого типа движения.

4. Тело, брошенное в поле земного тяготения с начальной скоростью  $v_0$ , направленной под углом  $\alpha$  к горизонту будет двигаться по криволинейной траектории, лежащей в плоскости, перпендикулярной поверхности земли.

5. Существенно отметить, движение протекает при постоянном по модулю и направлению ускорении  $\vec{g}$ . Это даёт возможность разложить криволинейное движение на два более простых: равномерное вдоль горизонтальной оси т.к.  $g_x = 0$  и ускоренное по вертикальной оси, где проявляется двойка ускорение свободного падения (рис. 5.2).

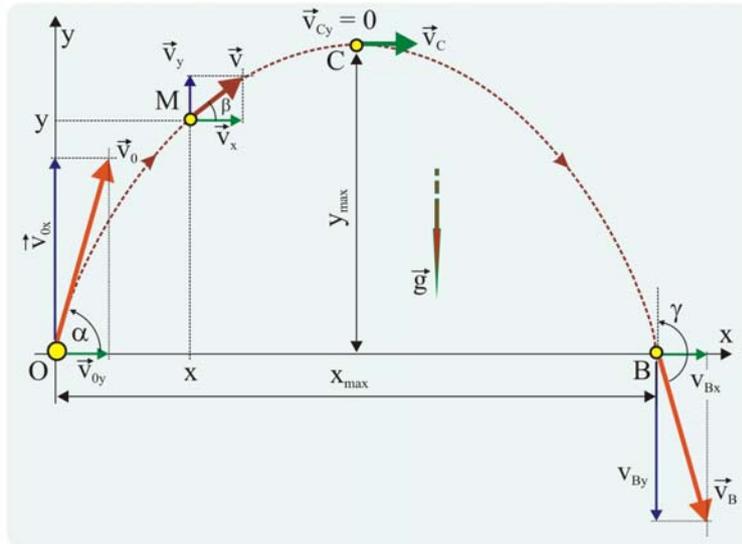


Рис. 5.2. Тело, брошенное под углом  $\alpha$  к горизонту

6. Движение исследуемого тела относительно вертикальной оси из начальной точки  $O$  в точку  $C$  – равнозамедленное, а из точки  $C$  в точку  $B$  – равноускоренное с ускорением свободного падения  $\vec{g}$ . В начальный момент времени при  $t = 0$  имеем:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ ,  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ ,  $a_x = 0$ ,  $a_y = -g$ .

7. Для проекций скорости в любой момент времени, например в точке  $M$ , движения можно записать следующие уравнения

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha, \\ v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt. \end{cases}$$

Модуль вектора скорости в соответствии определится как

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0^2 \sin^2 \alpha - 2v_0 \sin \alpha gt + g^2 t^2)},$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) - 2v_0 gt \sin \alpha + g^2 t^2}.$$

8. Положение вектора скорости определим, используя свойства прямоугольного треугольника, построенного на векторе скорости и его проекциях

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{|\vec{v}_y|}{|\vec{v}_x|}, \Rightarrow \beta = \operatorname{arctg} \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha}.$$

9. Уравнения движения запишем, используя особенности равномерного перемещения точки по горизонтали и равноускоренного по вертикали

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \cos \alpha, \\ y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

5.3. Тело массой  $m_2$  скользит по горизонтальной плоскости без трения. Если массу обоих тел, увеличить в два раза, как при этом, изменится ускорение тела с массой  $m_1$ ?

**Решение**

1. Грузы придут в движение, если сила тяжести груза с массой  $m_1$  будет превосходить по модулю величину силы трения  $F_R$ , т.е. при

$$|m_1 \vec{g}| \geq |\mu m_2 g|; \quad m_1 \geq \mu m_2,$$

в отсутствие силы трения тело с массой  $m_2$ , будет двигаться при любом значении массы  $m_1$ .

2. Для определения величины ускорения составим два уравнения второго закона Ньютона:

для тела с массой  $m_1$  – в проекции на вертикальную ось; для тела с массой  $m_2$  – на горизонтальную ось, с учётом того, что

$$N = m_2 g, \quad F_R = \mu m_2 g = 0;$$

$$\left. \begin{aligned} m_1 g - T &= m_1 a; \\ T &= m_2 a; \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 = g \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

3. Увеличим массу тел в два раза

$$a_2 = g \frac{2m_1}{2m_1 + 2m_2} = g \frac{m_1}{m_1 + m_2}; \quad \Rightarrow a_1 = a_2;$$

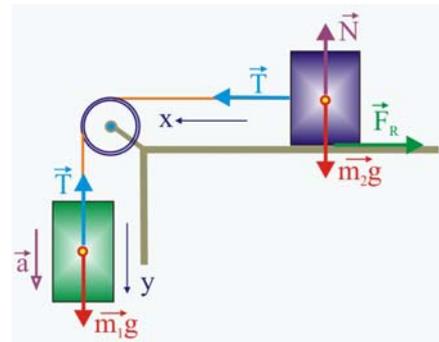


Рис. 5.3. Связанное движение

5.4. Два шарика одинакового объёма  $V$ , но разной массы ( $m_1 > m_2$ ) утонули в сосуде с водой. На какой шарик действует большая выталкивающая сила?

**Решение**

1. Выталкивающая сила численно равна весу жидкости, вытесненной объёмом утопленного тела.

2. Поскольку в данном случае объёмы тел одинаковы, то выталкивающая сила (сила Архимеда) определяемая уравнением:

$$F_A = \rho_{ж} g V,$$

будет одинаковой, т.к. от массы тел она не зависит, а определяется плотностью жидкости и объёмом тела, ну и ускорением свободного падения в данной широте местности.

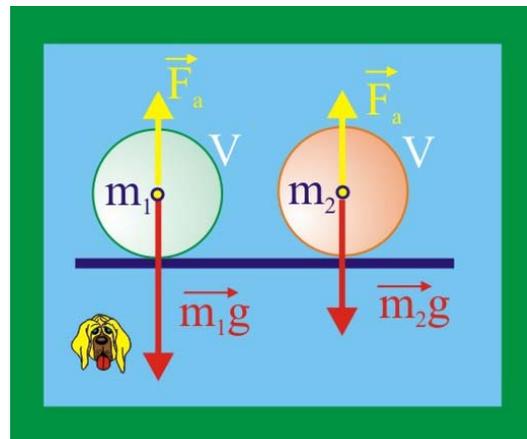


Рис. 5.4. Шары равного объёма

5.5. Во сколько раз увеличится кинетическая энергия, если скорость тела увеличить в 4 раза?

**Решение**

1. В природе существует многообразие форм движений: механическое, тепловое, электромагнитное и т.д. Одной из основных количественных характеристик всех форм движения служит энергия. Во всех канонах механики эпохи Ньютона отсутствует понятие энергии, понятие которое замыкает практически

все современные физические теории, понятие, играющее роль великого судьи над новыми идеями и методами изучения Мира.

2. Проще всего об энергии можно сказать, что это некое универсальное представление, объясняющее почти всё в физике, химии и даже в биологии. Отчасти это так и есть. Действительно, энергия и наша жизнь представляют такие хитросплетения, что часто создаётся впечатление их тождественности. В самом деле, основа всей нашей цивилизации – топливо, вещества способные выделять энергию. В частности, хлеб наш насущный тоже представляет собой своеобразное топливо, в определённом смысле, такое же, как нефть, уголь, Солнце.

3. Следуя «жизненной логике» мы неминуемо приходим к сопоставлению понятий энергии и работы. «По жизни» известно, что для совершения работы надо обладать энергией. Это, казалось бы, становится очевидным с первого человеческого вздоха. Чтобы впервые наполнить лёгкие воздухом, надо совершить работу, увеличивая их объём. А наше сердце, этот неутомимый маленький насос, от его энергетических возможностей зависит благополучие всего организма, включая мозг.

4. Остаётся загадкой, почему Ньютон не пришёл к понятию энергии? А может быть он, опередивший в своих мыслях на многие годы остальных людей и оценивший человека, как такового, не захотел дарить этот мощнейший инструмент – энергетический анализ законов, явлений и процессов. Кто теперь это сможет установить? Хотя до понятий энергии и работы, формально было подать рукой, они следовали из всё того же основного закона динамики.

5. Запишем уравнение полной работы силы  $\vec{F}$  на произвольном криволинейном перемещении  $L$

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_L \vec{F} d\vec{r},$$

и второй закон Ньютона, выраженный через вектор импульса

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

6. Совместим уравнения

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_L \frac{d\vec{p}}{dt} d\vec{r} = \int_L \vec{v} d\vec{p}.$$

7. Проинтегрируем это уравнение

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v} d\vec{v}, \quad A_{1 \rightarrow 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1.$$

8. Скалярная всегда положительная величина

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

называется **кинетической энергией материальной точки.**

9. Поскольку скорость в уравнение кинетической энергии входит в квадрате, то **увеличение последней в 4 раза приведёт к увеличению кинетической энергии в 16 раз.**

---

5.6. Однородная балка массой  $m$  лежит на поверхности земли. Какую минимальную силу нужно приложить к барке, чтобы приподнять над землёй один её край?

**Решение**

1. Для определения величины минимальной силы необходимо составить уравнение моментов относительно оси  $Z$ , которая проходит перпендикулярно плоскости чертежа через точку  $O$ , потому что именно вокруг этой оси происходит вращение балки при её подъёме с противоположного конца.

2. Минимальное значение силы будет реализовано при максимально возможном значении плеча, т.е. если силу  $F_{\min}$  прикладывать в точке  $A$ .

3. Таким образом на балку будет действовать система двух сил  $\{m\vec{g}; \vec{F}_{\min}\}$  уравнение моментов которых относительно оси  $Z$  представится следующим образом:

$$F_{\min}L \geq mg \frac{L}{2}; \Rightarrow F_{\min} \geq \frac{mg}{2};$$

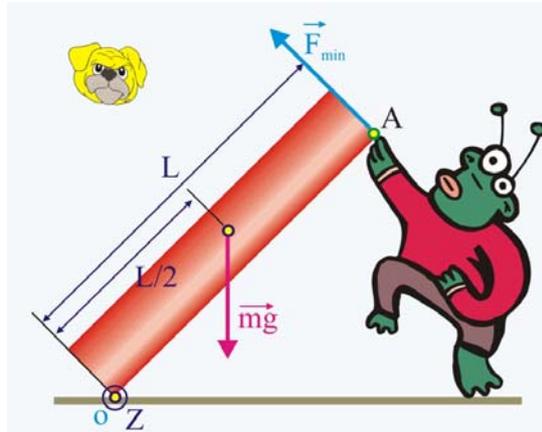


Рис. 5.6. Подъём балки

5.7. Со дна водоёма поднимается пузырёк воздуха. Как меняется по мере его подъёма выталкивающая сила, если температура на маршруте всплытия не меняется?

**Решение**

1. Всплытие пузырька в водной среде происходит при постоянстве температуры, поэтому, к содержащемуся в нём газу можно применить закон Бойля – Мариотта  $pV = \text{const}$ . На поверхности жидкости на пузырёк будет действовать нормальное атмосферное давление, а на искомой глубине  $h$  давление будет складываться из атмосферного и гидростатического давлений, т.е.  $p = p_0 + \rho gh$ .

2. Запишем уравнение Бойля-Мариотта для заданных условий

$$(p_0 + \rho gh) \frac{4}{3} \pi r_h^3 = p_0 \cdot \frac{4}{3} \pi r_0^3.$$

$$(p_0 + \rho gh) r_h^3 = p_0 r_0^3;$$

$$\frac{r_0^3}{r_h^3} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}; \Rightarrow \frac{r_0}{r_h} = \sqrt[3]{1 + \frac{\rho gh}{p_0}}; \Rightarrow V_0 > V_h;$$

3. По мере всплытия объём пузырька будет увеличиваться, значит, вырастет и сила Архимеда

$$F_{A(0)} = \rho g V_0 > F_{A(h)} = \rho g V_h;$$

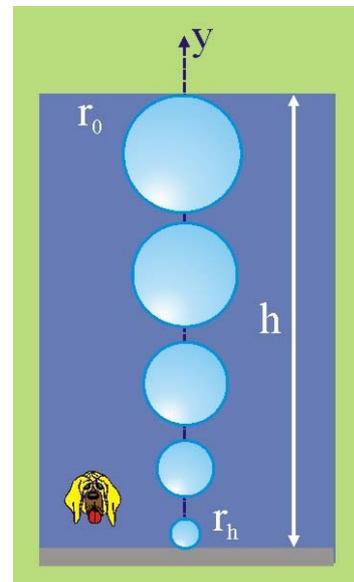


Рис. 5.7. Всплытие пузырька

5.8. В каком агрегатном состоянии вещества при одинаковых температурах взаимодействие молекул больше?

### Решение

1. Многие из известных веществ, в зависимости от внешних условий, могут находиться в четырёх агрегатных состояниях твёрдом, жидком, газообразном и плазменном (Рис. 5.8).

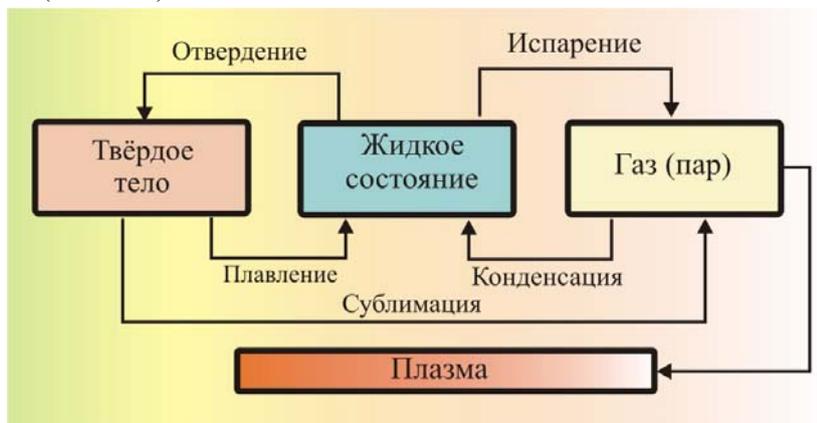


Рис. 5.8. Фазовые состояния вещества

2. В физике принято особенности строения и состояния веществ характеризовать отношением средней величины кинетической энергии поступательного движения молекул к величине их потенциальной энергии, т.е. **энергии взаимодействия молекул между собой**.

3. Для газов такое отношение на много меньше единицы, для твёрдых тел – на много больше единицы, а для жидкостей соотношение между энергиями близко к единице

$$\langle \epsilon_{\text{Пост.}} \rangle \gg U(r_0) \text{ – для газа, } \langle \epsilon_{\text{Пост.}} \rangle \ll U(r_0) \text{ – для твёрдого тела, } \langle \epsilon_{\text{Пост.}} \rangle \approx U(r_0).$$

4. Частицы, составляющее вещество: ионы, молекулы или атомы в большей или меньшей степени находятся в постоянном взаимодействии друг с другом, которое, собственно и определяет состояние. При относительно низких температурах частицы расположены в виде правильных геометрических фигур.

5. Если вещество находится в твёрдом состоянии, то частицы совершают тепловые колебания, которые не нарушают взаимного расположения структурных элементов. Если температуру повышать, то амплитуда колебаний начинает возрастать, т.е. увеличивается кинетическая энергия частиц. При некоторых значениях температуры энергия колебаний становится равной или превосходит энергию взаимодействия, связи при этом постоянно разрываются и снова восстанавливаются. К колебательным степеням свободы добавляются вращательные и даже поступательные. Строгая геометрическая конфигурация относительного расположения частиц нарушается. Вещество из твёрдого состояния переходит в жидкое состояние. В этом случае говорят о фазовом переходе первого рода.

6. Дальнейшее повышение температуры сопровождается ещё большими амплитудами колебаний частиц, в конце концов, частицы удаляются друг от друга, превращаясь в реальный газ, а затем перестают взаимодействовать. Вещество становится газообразным. Структурные элементы движутся исключительно поступательно «не замечая друг друга». Взаимодействие происходит только при столкновениях. При дальнейшем увеличении температуры до нескольких сот тысяч градусов энергия, которой обмениваются частицы при

столкновениях, становится настолько большой, что атомы начинают терять электроны. Ядра и электроны существуют независимо друг от друга. Это состояние вещества принято называть плазмой.

7. Жидкости занимают промежуточное положение между твердым и газообразным состоянием. Жидкостям присущи как свойства твердых тел, так и веществ, находящихся в газовом состоянии. Как твёрдые тела, жидкости характеризуются определённым объёмом, способны образовывать поверхности раздела, обладают некоторой прочностью на разрыв, но вместе с тем, одновременно располагают свойствами типичными для газов. Жидкости не способны сохранять, подобно твёрдым телам, свою форму, принимая форму сосуда. Отличительными от других состояний является текучесть и упругость жидкостей.

8. Структурные элементы материи (молекулы и атомы) могут участвовать одновременно в нескольких типах теплового движения, поступательном, вращательном и колебательном. Набор движений, которые совершает молекула или атом определяется числом степеней свободы. У газообразных веществ в условиях близких к нормальным молекулы или атомы характеризуются тремя поступательными степенями свободы. Структурные элементы веществ, находящихся в твёрдом состоянии вследствие значительных сил межмолекулярного взаимодействия совершают только колебательные движения вокруг положения равновесия.

9. Полная упорядоченность структуры твёрдого состояния материи и абсолютный беспорядок её газообразного состояния являются крайними, посередине располагается вещество «в несколько упорядоченном беспорядке».

10. Таким образом, максимальная величина сил взаимодействия наблюдается в веществах, пребывающих в твёрдом состоянии, а минимальная – в газообразном состоянии.

---

5.9. За счёт повышения температуры газа в 2 раза молекулы азота диссоциировали на атомы. Во сколько раз изменилось давление, если объём сосуда и масса газа не менялись?

#### Решение

1. Будем считать до диссоциации и после неё газ в молекулярном состоянии  $N_2$  и в атомарном состоянии  $N$  идеальным, давление в котором определяется уравнением

$$p = nk_B T,$$

где  $n$  – концентрация структурных элементов (атомов или молекул), т.е. количество атомов или молекул в единице объёма.

2. Запишем уравнения для давления применительно к заданным состояниям

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = n_1 k_B T_1; \\ p_2 = 2n_1 k_B 2T_1; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 4;$$

---

5.10. Некое тело состоит из  $m_1$  кг вещества с теплоёмкостью  $C_1$  и  $m_2$  кг вещества с удельной теплоёмкостью  $C_2$ . Какова удельная теплоёмкость материала тела?

#### Решение

1. Запишем уравнение теплового баланса для фиксированной температуры

$$C_1 m_1 T + C_2 m_2 T = C_x (m_1 + m_2) T;$$

$$C_X = \frac{C_1 m_1 + C_2 m_2}{m_1 + m_2};$$


---

5.11. Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $T_H = 600$  °С, холодильника  $T_X = 100$  °С. Чему равен её коэффициент полезного действия?

**Решение**

1. В соответствие с теоремой Сади Карно, КПД идеальной тепловой машины определяется как:

$$\eta = 1 - \frac{T_X}{T_H} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \cong 0,833; (83,3\%);$$


---

5.12. Как нужно изменить температуру идеального газа, чтобы при изобарном процессе его объём увеличился в два раза? Начальный объём имел место при температуре  $0$  °С.

**Решение**

1. Получим соотношение между объёмом и температурой на основании анализа уравнений состояния

$$\left. \begin{array}{l} pV_1 = \nu RT_1; \\ p_2 2V_1 = \nu T_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{273,15}{T_2}; \quad T_2 = 546,3 \text{ °K};$$

2. Для увеличения объёма в два раза температуру необходимо увеличить на  $273,15$  °С.

---

5.13. Во сколько раз надо изменить расстояние между точечными зарядами, чтобы после их погружения в воду сила взаимодействия между ними не изменилась? Принять для воды  $\varepsilon = 81$ .

**Решение**

1. Диэлектрическая проницаемость воздуха  $\varepsilon_1 = 1$ , воды –  $\varepsilon = 81$ . Закон Кулона для взаимодействующих зарядов в воздухе и воде запишется следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} F_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_1^2}; \\ F_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_2^2}; \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_1 r_1^2 = \varepsilon_2 r_2^2; \Rightarrow r_1 = 9r_2;$$

2. Чтобы сила кулоновского взаимодействия зарядов сохранилась, в воде их необходимо расположить в 9 раз ближе друг к другу.

---

5.14. Электрическая печь имеет две нагревательные спирали. Каким образом необходимо соединить спирали для получения наибольшей мощности?

**Решение**

1. Величина электрической мощности определяется уравнением:

$$P_{\text{э}} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R};$$

2. Чтобы получить максимальную мощность нужно сделать суммарное сопротивление спирали как можно меньше, это достигается параллельным включением. Пусть имеются две спирали с одинаковым сопротивлением  $R$ .

3. Параллельное соединение сопротивлений (рис. 5.14) характеризуется тем, что на каждом сопротивлении падение напряжения будет одинаковым

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

2. По закону сохранения заряда при любом способе ветвления цепи заряд разделится по отдельным ветвям сообразно их электрическим сопротивлениям, но сумма зарядов, пришедших к точке ветвления должно быть равно сумме зарядов, покинувших её, другими словами

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n,$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots + \frac{U}{R_n},$$

$$\frac{I}{U} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right).$$

3. С другой стороны, по закону Ома

$$I = \frac{U}{R_{\Sigma}},$$

поэтому

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i}.$$

4. В случае соединения в параллель двух сопротивлений, как это имеет место в заданном нагревателе

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}; \quad R_{\Sigma} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

5. Если  $R_1 = R_2$

$$R_{\Sigma} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2};$$

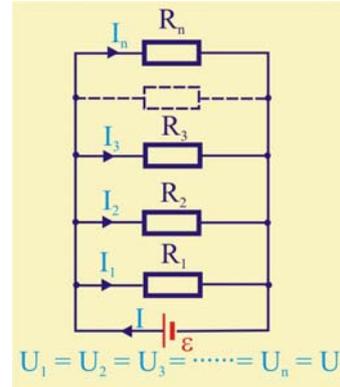


Рис. 5.14. Параллельное соединение сопротивлений

5.15. Положительный заряд  $q$  движется в магнитном поле с индукцией  $B$  со скоростью  $v$ , направленной по вектору магнитной индукции. Указать характер движения заряда.

### Решение

1. На заряд, движущийся в магнитном поле действует сила Лоренца, модуль которой определяется уравнением:

$$F_L = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B});$$

2. По условию задачи заряд путешествует вдоль вектора магнитной индукции, следовательно:

$$(\vec{v}; \vec{B}) = 0^\circ; \Rightarrow \sin(\vec{v}; \vec{B}) = 0; \Rightarrow F_L = 0;$$

3. Заряд будет двигаться равномерно и прямолинейно со скоростью  $v$ .

5.16. Каким образом в колебательном LC-контуре без потерь можно увеличить в два раза период электромагнитных колебаний?

### Решение

1. Период колебаний контура без потерь определяется формулой Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

откуда видно, что увеличить в два раза период колебаний можно тремя способами:

- Увеличив в 4 раза величину ёмкости конденсатора при  $L = \text{const}$ ;
- Увеличив в 4 раза величину индуктивности при  $C = \text{const}$ ;
- Увеличив одновременно ёмкость и индуктивность, чтобы в результате их произведение было в 4 раза больше исходного произведения.

5.17. Каким оптическим явлением обусловлена радужная окраска тонких плёнок нефтепродуктов на поверхности воды?

### Решение

1. Впервые явление интерференции было независимо обнаружено Робертом Бойлем (1627 – 1691 гг.) и Робертом Гуком (1635 – 1703 гг.). Оба наблюдали возникновение цветной окраски тонких плёнок (интерференционных полос), подобных масляным или бензиновым пятнам на поверхности воды.

2. В 1801 году Томас Юнг (1773—1829 гг.), введя «Принцип суперпозиции» (принцип сложения), первым объяснил явление интерференции света, ввел термин «интерференция» и объяснил «цветастость» тонких пленок.

3. Интерференция представляет собой перераспределение интенсивности света в результате наложения (суперпозиции) нескольких световых волн. Это явление сопровождается чередующимися в пространстве максимумами и минимумами интенсивности. Её распределение называется интерференционной картиной.

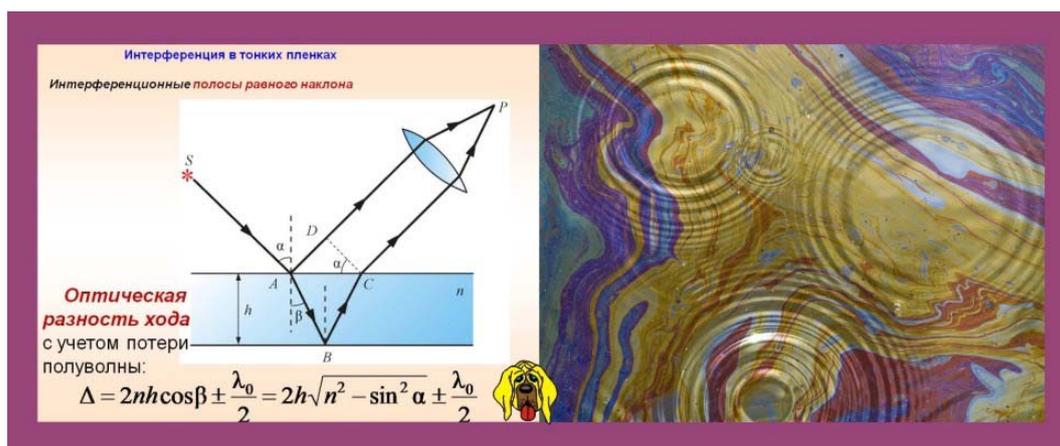


Рис. 5.17. Интерференция в тонких плёнках

4. Нефтепродукты имеют показатель преломления отличный от воды, у воды  $n_1 \cong 1,33$ , а у нефтепродуктов порядка  $n_2 \cong 1,5$  в этой связи вода служит хорошей отражающей поверхностью. Переливание цветов обусловлено изменением величины  $h$  (толщины плёнки) под влиянием внешних причин, например волнения поверхности.

5.18. Какое из нижеперечисленных утверждений является постулатом специальной теории относительности:

1. Все механические процессы протекают во всех инерциальных системах отсчёта одинаково;
2. Все физические процессы протекают во всех инерциальных системах отсчёта одинаково;
3. Атом не испускает и не поглощает электромагнитную энергию при движении электрона по стационарной орбите;
4. С ростом длины волны максимальная скорость фотоэлектронов уменьшается.

### Решение

1. Одно из определений инерциальной системы отсчёта широко используется в теоретической механике: Инерциальной называется система отсчёта, по отношению к которой пространство является однородным и изотропным, а время — однородным. Практически инерциальной можно считать системы в которых выполняется закон инерции Галилея, который одновременно является первым законом Ньютона:

$$\text{Если } \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = 0, \text{ то } \begin{cases} 1. \vec{v} = 0; \\ 2. \vec{v} = \text{const}; \end{cases}$$

2. С появлением электродинамики Максвелла, Герца, Хевисайда товарищ Лоренц совместно с Пуанкаре придумали преобразования координат и времени, с тем чтобы и электромагнитные величины удовлетворяли принципу относительности Галилея.

3. С введением преобразований Лоренца, ставших основой СТО, постулат об одинаковом проявлении всех физических законов во всех инерциальных системах отсчёта дополнил классический принцип относительности, который касался, формально, только механических процессов.

---

5.19. Чему равна ЭДС динамо-машины с внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, питающей  $\zeta = 50$  одинаковых ламп, соединённых параллельно и имеющих каждая сопротивление  $R = 100$  Ом при напряжении  $U = 220$  В?

### Решение

1. Определим силу тока, протекающего по каждой лампочке

$$i_1 = \frac{U}{R} = 2,2 \text{ A};$$

2. Суммарный ток, потребляемый лампочками от динамо-машины

$$i_{\Sigma} = i_1 \zeta = 110 \text{ A};$$

3. ЭДС определим, воспользовавшись законом Ома для полной цепи

$$i_{\Sigma} = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{\zeta}}; \Rightarrow \varepsilon = i_{\Sigma} \left( r + \frac{R}{\zeta} \right) = 275 \text{ B};$$

---

5.20. Энергия электрона в атоме – это:

1. Его кинетическая энергия;
2. Его потенциальная энергия взаимодействия с ядром?

### Решение

1. Электрон в соответствии с классическими представлениями, как всякий материальный объект способен обладать двумя видами энергии: кинетической, обусловленной орбитальным движением

$$K_e = \frac{m_e (\omega r)^2}{2},$$

и потенциальной, возникающей в результате электростатического взаимодействия

$$П_e = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r};$$

2. Энергия электрона будет складываться из его кинетической и потенциальной энергий.

3. С соответствии с квантовой моделью водородоподобного атома собственная энергия электрона описывается уравнением:

$$W_e = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2},$$

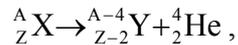
где  $n$  – главное квантовое число,  $h$  – постоянная Планка,  $e$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $Z$  – заряд ядра (число протонов в ядре).

---

5.21. Каково перемещение элемента (ядра) в пределах таблицы Д.И. Менделеева при  $\alpha$  – распаде?

### Решение

1. Схематически процесс  $\alpha$  – распада ядра представляется следующим образом:



т.е. новый элемент смещается на 2 клетки налево (к началу таблицы).

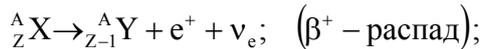
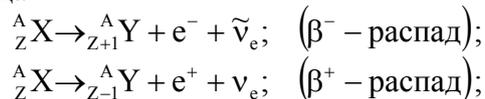
---

5.22. Какие частицы кроме электрона испускает ядро, испытывая  $\beta$  – распад?

### Решение

1.  $\beta$  – распад состоит в том, что материнское ядро самопроизвольно испускает электрон  $e^-$  и антинейтрино  $\tilde{\nu}_e$  или позитрон  $e^+$  и нейтрино  $\nu_e$

2. Схема  $\beta$  – распада



3. В зависимости от типа  $\beta$  – распада ядро может кроме электрона и позитрона выбрасывать антинейтрино или нейтрино.. Поскольку спрашивается о излучении чего-то кроме электрона, то по условию задачи задан  $\beta^-$  – распад.

---

5.23. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла  $\lambda_0$ . Чему равна кинетическая энергия фотоэлектронов при освещении этого металла светом с длиной волны  $\lambda$  ( $\lambda < \lambda_0$ )?

### Решение

1. Условие красной границы фотоэффекта позволяет определить работу выхода из данного металла

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A;$$

2. Уравнение внешнего фотоэффекта Генриха Герца с учётом значения работы выхода, выраженной через красную границу

$$\frac{hc}{\lambda} = \varepsilon_k + A; \quad \frac{hc}{\lambda} = \varepsilon_k + \frac{hc}{\lambda_0};$$

3. Разрешим полученное уравнение относительно  $\varepsilon_k$

$$\varepsilon_k = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc(\lambda_0 - \lambda)}{\lambda_0 \lambda};$$

---

5.24. Чтобы проверить одновременность падения тел с одинаковой высоты под действием силы тяжести, необходимо бросать тела:

1. Разной массы с одной и той же высоты в воздухе;
2. Разной массы с одинаковой высоты в вакууме;
3. Одинаковой массы с разных высот в вакууме;
4. Одинаковой массы с разных высот в воздухе.

### Решение

1. Нужно делать, как это делал в своё время Галилей, опровергая Аристотеля. Он бросал с Пизанской башни шары, скрепленные цепочкой, равного диаметра, один выточенный из дерева, а второй отлитый из чугуна.

2. Для увеличения точности измерений лучше бросать шары разной массы с одинаковой высоты в вакууме, дабы исключить влияние сил сопротивления со стороны воздуха, в этом случае уравнение

$$\tau = \sqrt{2gh},$$

может быть принято в качестве расчетного непосредственно.

---

5.25. Какие особенности фотоэффекта не могла объяснить классическая волновая теория?

### Решение

1. Герц, следом за Столетовым, установил, что **интенсивность света влияет лишь на количество вылетающих электронов, а их скорость, вопреки здравому классическому смыслу, зависит исключительно от частоты падающего света**. Герц справедливо предположил, что кинетическая энергия вылетающего электрона равна

$$W = \frac{m_e v^2}{2} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

7. Без квантовой гипотезы объяснить, почему скорость фотоэлектронов зависит от длины волны падающего света и почему волны с длиной большей некоторой критической, вообще фотоэффекта не вызывают. Это не по классически, где

$$E \approx A^2 \omega^2;$$

---

## Вариант № 6

### Часть А

6.1. Материальная точка первую половину времени двигалась со скоростью  $v_1 = 40$  м/с, вторую – со скоростью  $v_2 = 60$  м/с. Какова средняя скорость?

#### Решение

2. Средняя скорость материальной точки при заданной особенности её движения определится из следующих соображений

$$\langle v \rangle t = v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}; \Rightarrow \langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2} = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

6.2. Определить направление равнодействующая всех сил, действующих на материальную точку в некоторый момент времени, когда её скорость перпендикулярна ускорению.

#### Решение

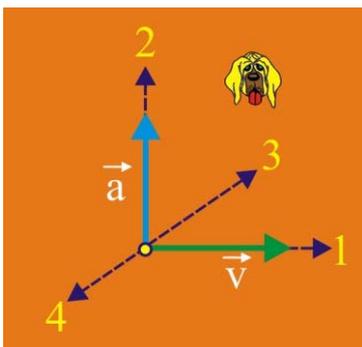


Рис. 6.2. Главный вектор сил

1. Запишем уравнение второго закона Ньютона для плоской системы сил в векторной форме

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m \vec{a};$$

2. Левая часть уравнения представляет собой геометрическую сумму всех сил, приложенных к точке. Эта сумма называется главным вектором системы сил. Справа находится скалярное произведение вектора  $\vec{a}$  на скаляр  $m$ . В результате тако-

го умножения получается вектор либо в  $m$  раз короче, либо в  $m$  раз длиннее вектора ускорения.

3. Уравнение, в частности, показывает, что ускорение материальной точки всегда по направлению совпадает с направлением главного вектора действующей системы сил, т.е. равнодействующая будет в данном случае иметь направление 2 (рис. 6.2).

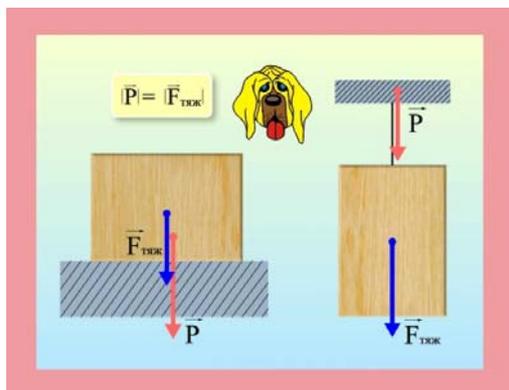


Рис. 6.3. Вес тела

6.3. Чему равен вес тела при его свободном падении вблизи поверхности земли?

#### Решение

1. Весом называется сила с которой действует тело на горизонтальную опору или нить подвеса вследствие гравитационного взаимодействия с Землёй, поэтому при свободном падении вес тела равен нулю.

6.4. Два шарика одинакового объёма, но разной массы ( $m_1 > m_2$ ) плавают в сосуде с ртутью. На какой шарик действует большая выталкивающая сила?

### Решение

1. Уравнения силы Архимеда для плавающих шаров разной массы

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \rho_0 g V_1; \\ F_2 &= \rho_0 g V_2; \end{aligned} \right\}$$

где  $\rho_0$  – плотность ртути,  $V_1, V_2$  – объёмы погруженной части шариков.

2. Объёмы погруженной части шариков выразим из условий их плавания

$$\left. \begin{aligned} m_1 g &= \rho_0 g V_1; \\ m_2 g &= \rho_0 g V_2; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{m_1}{\rho_0 g}; \\ V_2 &= \frac{m_2}{\rho_0 g}; \end{aligned} \right\}$$

3. Подставим значение объёмов в уравнения для силы Архимеда

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= m_1 g; \\ F_2 &= m_2 g; \end{aligned} \right\} m_1 > m_2 \Rightarrow F_1 > F_2;$$

6.5. Пружину жёсткостью  $k$  сжали на величину  $\Delta x$ . На сколько увеличилась её потенциальная энергия?

### Решение

1. Потенциальная энергия деформированной пружины численно равна работе производимой внешними силами при деформации.

2. Модуль силы упругости определяется законом Гука

$$|F| = kx;$$

3. Элементарная работа силы упругости (на бесконечно малой деформации пружины  $dx$ ) определится как:

$$\delta A = F dx = kx dx;$$

4. При конечном растяжении (сжатии) пружины на величину  $\Delta x$  работа определится интегралом

$$A = \int_0^{\Delta x} kx dx = \frac{k(\Delta x)^2}{2};$$

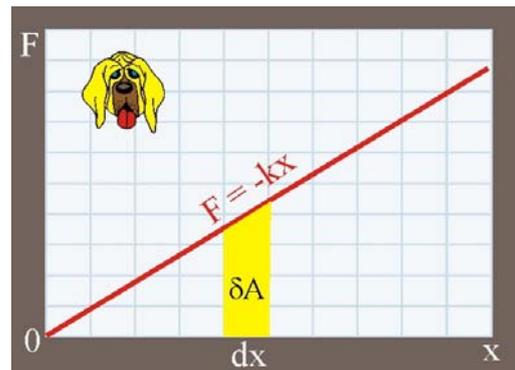


Рис. 6.5. Работа силы упругости

6.6. Длину нити подвеса математического маятника увеличили в 4 раза. Как изменится период вынужденных колебаний маятника при неизменности частоты вынуждающей силы?

### Решение

1. Рассмотрим процесс вынужденных колебаний математического маятника при действии на него периодической горизонтальной возбуждающей силы (рис. 6.6.1)

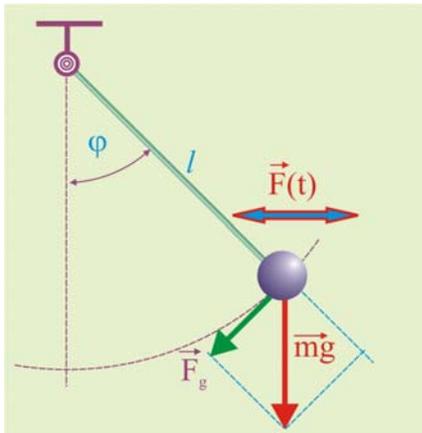


Рис. 6.6.1. Горизонтальная возбуждающая сила

2. В первые моменты времени после начала действия возбуждающей силы колебания маятника будут представлять собой сумму двух колебаний на собственной частоте  $\omega_0$  и частоте внешней силы  $\Omega$ .

3. Собственные колебания с течением времени станут вырождаться. Процесс вырождения собственных колебаний и установления вынужденных колебаний протекает по-разному, в зависимости от соотношения между частотами собственных и внешних колебаний. На рис. 6.6.2 приведены качественные зависимости от времени собственных колебаний (пунктирная кривая) и вынужденных колебаний (сплошная кривая) для разного соотношения частот.

колебаний (сплошная кривая) для разного соотношения частот.

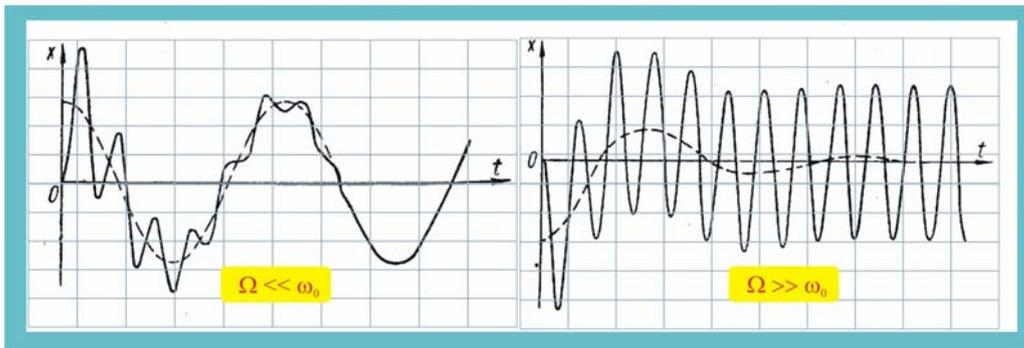


Рис. 6.6.2. Процесс установления вынужденных колебаний

4. Если величины  $\Omega$  и  $\omega_0$  близки друг к другу, то процесс установления сопровождается чередующимися нарастаниями и спадами типа биений, которые тем глубже, чем меньше силы затухания и тем реже, чем ближе  $\Omega$  и  $\omega_0$ . При резонансе, когда  $\omega_0 = \Omega$  (рис. 6.6.3) вынужденные колебания устанавливаются без биений тем медленнее, чем меньше затухание, т.е.  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ .

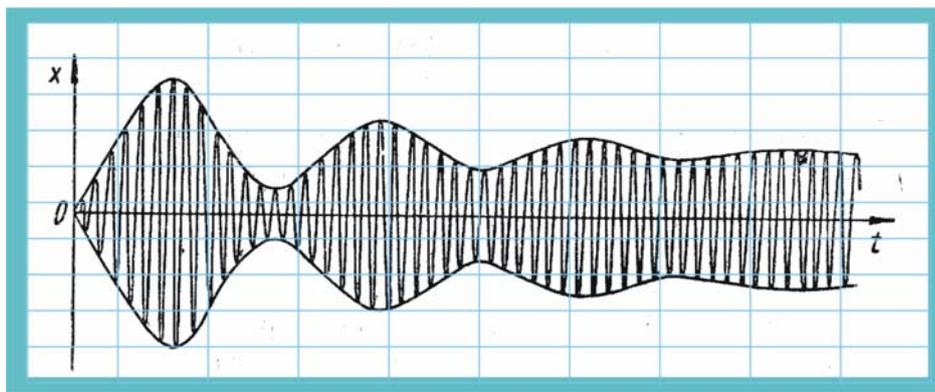


Рис. 6.6.3. Процесс установления вынужденных колебаний при  $\omega_0 = \Omega$

5. Таким образом при установившихся вынужденных колебаниях частота собственных колебаний оказывает малое влияние, Влияние будет наблюдаться только в процессе установления вынужденных колебаний. Влияния же на период вынужденных колебаний периода собственных колебаний и вовсе не будет.

6.7. Какую наименьшую работу надо совершить, чтобы лежащий на полу однородный стержень длиной 1 м и массой 10 кг поставить вертикально?

### Решение

1. Поскольку стержень однородный, то его центр масс будет располагаться на середине длины.

2. Работа при подъёме стержня будет численно равна изменению потенциальной энергии стержня.

3. Если за нулевой уровень потенциальной энергии принять положение лежащего стержня, то

$$A_{\min} = \Pi = mg \frac{L}{2} = 50 \text{ Дж};$$

4. Минимальное значение силы, достаточной для совершения найденной работы можно определить из уравнения моментов относительно оси Z, проходящей через точку o перпендикулярно плоскости чертежа

$$F_{\min} L = mg \frac{L}{2}; \Rightarrow F_{\min} = \frac{mg}{2} \cong 50 \text{ Н};$$

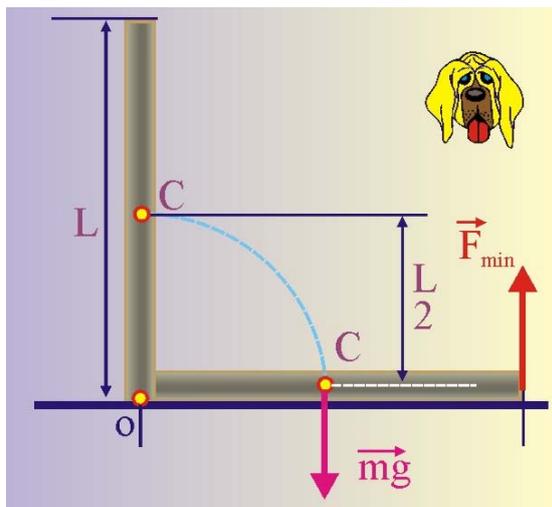


Рис. 6.7. Подъём стержня

6.8. В каком агрегатном состоянии вещества при одинаковой температуре быстрее протекают процессы диффузии?

### Решение

1. Диффузия представляет собой процесс переноса частиц разной природы, обусловленный хаотическим тепловым движением молекул (атомов) в газообразных, жидких или твёрдых средах.

2. Диффузия становится возможной при наличии градиента концентрации частиц и в его отсутствии. При отсутствии градиента концентрации протекает процесс само диффузии.

3. Главной характеристикой диффузии служит плотность диффузионного потока J – количество вещества, переносимого в единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению переноса.

$$J = -D \frac{dn}{dx},$$

где D – коэффициент диффузии, n – концентрация частиц, x – координата, совпадающая с направлением диффузии.

4. Коэффициенты диффузии существенно различаются для диффузионных процессов в газовых и конденсированных (жидких и твердых) средах: наиболее быстро перенос частиц происходит в газах ( $D \cong 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  при нормальных температуре и давлении), медленнее – в жидкостях ( $D \cong 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ ), еще медленнее – в твердых телах ( $D \cong 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ ).

5. Коэффициент диффузии зависит от средней скорости теплового движения частиц  $\langle v \rangle$  и средней длины их пробега  $\langle \lambda \rangle$  от столкновения до столкновения

$$D \approx \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle ;$$

5. Для газов средние скорости частиц и длины их свободного пробега будут существенно больше, чем аналогичные характеристики для веществ в конденсированном состоянии (жидком или твёрдом). Судя по величине коэффициента диффузии, процесс наиболее быстро будет протекать в газообразных средах.

---

6.9. Температура кипения ртути больше температуры кипения воды в одинаковых внешних условиях. У какой из этих жидкостей давление насыщенных паров при равной температуре выше?

### Решение

1. При нормальном давлении температура кипения ртути  $T_{s(\text{Hg})} \cong 629,73 \text{ K}$ , вода, как известно вскипает при  $T_{s(\text{H}_2\text{O})} \cong 373,15 \text{ K}$ .

2. Кипение, интенсивное превращение жидкости в пар, начинается в том случае, если внешнее давление становится равным давлению насыщенных паров  $p_s$ , которое в общем случае экспоненциально возрастает с температурой:

$$p_s = p_0 \exp \frac{\mu g}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right),$$

где  $p_0$ ,  $T_0$  – нормальные значения давления и температуры,  $\mu$  – молярная масса жидкости,  $g$  – удельная теплота парообразования вещества,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

3. Поскольку при температуре 373,15 K вода кипит, а ртуть ещё нет, то **давление насыщенных паров у воды выше чем у ртути**. При этой температуре у воды давление насыщенных паров составляет  $p_s \cong 660 \text{ мм рт. столба}$ , а у ртути – всего 0,28 мм рт. столба.

---

6.10. Электрический нагревательный элемент расположен в середине сосуда с водой, установленного на спутнике Земли. В основном за счёт какого процесса теплопередачи нагревается вода на периферии сосуда?

1. Теплопроводности;
2. Конвекции;
3. Лучистого теплообмена;
4. Все процессы равноправны.

### Решение

1. Поскольку нагревательный элемент расположен в воде, обладающей большой удельной теплопроводностью и теплоёмкостью, то нагревательный элемент не будет светиться, т.е. говорить о лучистом теплообмене, как преобладающем нельзя.

2. Конвективные потоки в поле земного тяготения возникают вследствие разной плотности жидкости в зависимости от её температуры. На спутнике невесомость, поэтому и конвекция отпадает.

5. **Остаётся теплопроводность**, имеющая молекулярный механизм переноса тепла. Выделим вблизи нагревателя некоторый объём (рис. 6.10) в виде прямоугольного параллелепипеда на торцах которого поддерживаются температуры  $T_1$  и  $T_2$ . Если температуры неодинаковы, например,  $T_1 > T_2$ , то будет проте-

кату передача теплоты от участков с более высокой температурой к участкам с более низкой температурой

6. Процесс теплопроводности представляет собой непосредственную передачу кинетической энергии движения от одних молекул к другим.

7. Будем считать, что теплоёмкость рассматриваемого вещества настолько велика, что за малый промежуток времени  $\Delta t$  температура  $T_1$  и  $T_2$  не изменяются. Количество теплоты, передаваемое через плоскую площадку с перпендикулярную оси  $x$  за время  $\Delta t$  определил экспериментально Жан Батист Фурье (1768 – 1830)

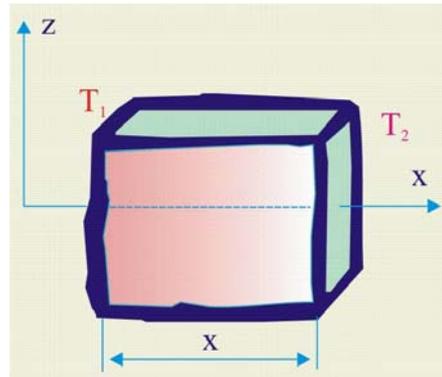


Рис. 6.10. Процесс теплопроводности

$$\delta Q = ks\Delta t \frac{T_2 - T_1}{x},$$

8. Коэффициент теплопроводности воды  $k$  определяется как:

$$k = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle,$$

где  $c_v$  – удельная теплоёмкость при постоянном объёме,  $\rho$  – плотность,  $\langle v \rangle$  – средняя скорость молекул,  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега.

6.11. Термодинамическую температуру нагревателя и холодильника идеальной тепловой машины увеличили в 2 раза. Как изменился её коэффициент полезного действия?

### Решение

1. Теорема Сади Карно гласит:

$$\eta = \frac{T_H - T_X}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H},$$

другими словами, КПД тепловой машины определяется разностью температур нагревателя и холодильника. Синхронное изменение температур КПД не меняется, т.к. разность температур остаётся прежней.

6.12. Как изменится термодинамическая температура идеального газа, если его объём уменьшить в 2 раза при осуществлении процесса, в котором давление и объём связаны соотношением  $pV^2 = \text{const}$ ?

### Решение

1. Чтобы заданное соотношение между давлением и объёмом сохранялось, при уменьшении объёма в два раза, должно произойти увеличение в два раза давления, тогда уравнения состояния можно записать следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} pV^2 = \nu RT_1; \\ 2p \frac{V^2}{4} = \nu RT_2; \end{array} \right\} \Rightarrow 2T_1 = T_2,$$

т.е. температура увеличится в два раза.

6.13. На шаре ёмкостью  $C$  находится заряд  $q$ . Какой останется ёмкость шара, если заряд увеличить в два раза?

### Решение

1. Если изолированному проводнику сообщить электрический заряд, то его потенциал будет прямо пропорционален этому заряду. Увеличение заряда проводника сопровождается пропорциональным изменением напряжённости электрического поля.

2. Математически такую закономерность изменения потенциала в зависимости можно выразить простым уравнением

$$Q = C\varphi,$$

где  $Q$  – заряд проводника,  $\varphi$  – потенциал проводника,  $C$  – коэффициент пропорциональности, именуемый электрической ёмкостью, или сокращённо – ёмкостью

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \quad [C] = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}} = 1\text{Фарад}.$$

3. Потенциал шара радиуса  $R$ , несущего электрический заряд  $Q$ , как известно, определяется уравнением

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{Q}{\epsilon r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}.$$

4. Подставим значение потенциала в выражение электрической ёмкости

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R.$$

5. Как видно, электрическая ёмкость шара определяется только его геометрическими параметрами и диэлектрической проницаемостью и **от заряда не зависит**.

6. В качестве примера, определим электрическую ёмкость Земли, приняв  $R \cong 6,4 \cdot 10^5$  м,  $\epsilon = 1$  (кругом воздух)

$$C_3 \cong 12,56 \cdot 9 \cdot 10^{-12} \cdot 6,4 \cdot 10^5 \cong 7,23 \cdot 10^{-5} \text{Ф}.$$

6. Чтобы шар имел ёмкость 1 Ф, его радиус должен быть в  $k \cong 1,38 \cdot 10^4$  раз больше радиуса Земли, что свидетельствует о значительности единицы ёмкости. На практике чаще всего используются дольные единицы: пикофарады (1 пФ =  $10^{-12}$  Ф), нанофарады (1 нФ =  $10^{-9}$  Ф), микрофарады (1 мкФ =  $10^{-6}$  Ф).

7. Изолированные уединённые проводники обладают относительно малой ёмкостью, даже шар размеров нашей планеты обладает электрической ёмкостью порядка 723 мкФ.

8. В ряде достаточно простых устройств можно получить гораздо большие возможности «консервации» электрических зарядов. Идея конструкций основана на том, что электроёмкость уединённого проводника увеличивается при приближении к нему других тел. Устройства для накопления зарядов называются конденсаторами.

---

6.14. Ток короткого замыкания равен  $I = 2\text{А}$  при внутреннем сопротивлении  $r = 0,5$  Ом. Чему равна ЭДС источника  $\epsilon$ ?

### Решение

1. В режиме короткого замыкания внешнее сопротивление цепи равно нулю

$$R = 0; \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{r}; \Rightarrow \epsilon = Ir = 1 \text{В};$$

---

6.15. Магнитное поле линейно увеличивается по закону  $B = kt$ . В поле расположен проводящий контур, имеющий форму окружности радиусом  $r$ . Сопротивление контура  $R$ . Поле перпендикулярно плоскости, в которой расположена окружность. Ток какой силы течёт по контуру?

### Решение

1. Запишем закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t};$$

2. Определим изменение потока вектора магнитной индукции

$$\Delta\Phi_B = B\Delta S \cos(\vec{B}; \vec{n}) = k\Delta t \cdot \pi r^2 \cdot \cos 0^\circ = \pi r^2 k\Delta t;$$

3. Величина ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = k\pi r^2;$$

4. Сила тока в контуре

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{k\pi r^2}{R};$$

6.16. Определить скорость распространения электромагнитной волны в среде с показателем преломления  $n = 2,1$ .

### Решение

1. Показатель преломления среды  $n$  и скорость распространения в ней электромагнитной волны  $v$  связаны соотношением

$$n = \frac{c}{v}; \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,1} = 1,428 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

6.17. Дальнозоркость корректируют с помощью:

1. Собирающей линзы;
2. Рассеивающей линзы;
3. С помощью линз корректировать невозможно.

### Решение

1. Дальнозоркость (гиперметропия) заключается в том, что изображение отдалённых предметов фокусируется глазом за плоскостью сетчатки

2. Для корректировки положения изображения применяются собирающие линзы с фокусным расстоянием, зависящим от степени развития дальнозоркости.

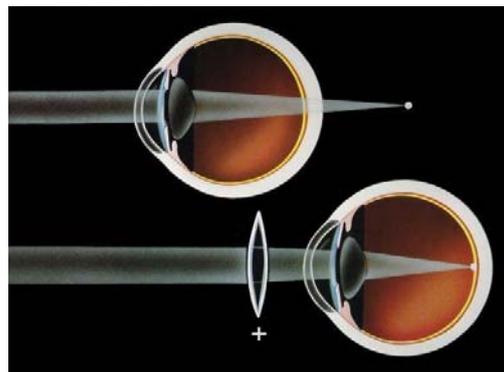


Рис. 6.17. Дальнозоркость

6.18. Расположить цвета спектра белого света в порядке убывания длины волны.



Рис. 6.18. Спектр белого света

фразой: "Каждый охотник желает знать, где сидит фазан", первая буква каждого слова соответствует соответствующему названию цвета.

### Решение

1. Самым длинноволновым в спектре видимого света является красный цвет

$$\lambda_{\max} \cong 760 \text{ нм};$$

2. Самым коротковолновым в видимой области является фиолетовый цвет

$$\lambda_{\min} \cong 380 \text{ нм};$$

3. Чередование цветов в спектре удобно характеризовать фразой

6.19. Частица с зарядом  $q$  движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  по окружности радиусом  $R$ . Найти модуль импульса частицы.

### Решение

1. Условие нахождения заряженной частицы на стационарной круговой орбите в магнитном поле заключается в равенстве модуля силы Лоренца модулю силы инерции, вызванной действием на частицу нормального ускорения

$$qvB = \frac{mv^2}{R}; \Rightarrow mv = qBR;$$

6.20. Электрон удерживается в атоме вблизи ядра за счёт сил:

1. Гравитации;
2. Электростатического взаимодействия;
3. Слабого взаимодействия;
4. Сильного взаимодействия.

### Решение

1. Силы перечисленные под номерами 3 и 4 проявляются только на расстояниях, меньших условного радиуса ядра, т.е. это внутриядерные силы, отношения к внешним электронам не имеющие.

2. Электрон обладая весьма малой массой  $m_e \cong 3 \cdot 10^{-30}$  кг подвержен ничтожно малому гравитационному воздействию.

3. Электрон, по классическим представлениям, удерживается стационарной на орбите по причине равенства силы Кулона силе инерции, обусловленной возникновением нормального ускорения при криволинейном движении

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r};$$

6.21. Каково перемещение элемента (ядра) в пределах таблицы Д.И. Менделеева при  $\beta^-$  – распаде?

### Решение

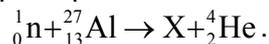
1. Схематически процесс  $\beta$  – распада ядра представляется следующим образом:



т.е. новый элемент смещается на 1 клетку вправо (к концу таблицы).

---

6.22. Осуществляется ядерная реакция



Сколько протонов и нейтронов находится в образовавшемся дочернем ядре?

### Решение

1. Зарядовое число нового ядра:  $Z = 13 - 2 = 11$ , т.е. новое ядро содержит 11 протонов, т.е. это изотоп натрия.

2. Количество нейтронов в новом ядре

$$N = A - Z = (27 + 1 - 4) - 11 = 13.$$

---

6.23. В теории атома водорода радиус  $n$ -ой круговой орбиты выражается через радиус первой орбиты формулой

$$r_n = r_1 n^2.$$

Как изменится кинетическая энергия электрона при переходе со второй орбиты на первую?

### Решение

1. В соответствии с теорией водородоподобного атома Бора полная энергия электрона складывается из его кинетической  $K_e$  и потенциальной энергии  $\Pi_e$

$$E = K_e + \Pi_e = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)r};$$

2. Потенциальная энергия отрицательна

$$\Pi_e = -\frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)r}; \quad K_e = \frac{1}{2} \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)r};$$

3. При перескоке электрона со второй орбиты на первую орбиту её радиус уменьшится в 4 раза, следовательно, кинетическая энергия в четыре раза увеличится.

---

6.24. Для проверки закона электролиза необходимо:

1. Сравнить массы веществ, выделившихся в одинаковых электролитах при одинаковой силе тока;

2. Сравнить массы веществ, выделившихся в одинаковых электролитах при одинаковой продолжительности протекания тока;

3. Сравнить массы веществ, выделившиеся в различных электролитах при одинаковой силе тока;

### Решение

1. Первый закон электролиза Майкла Фарадея

$$m = kq; \quad m = kI\Delta t,$$

где  $m$  – масса выделившегося вещества,  $q$  – заряд, прошедший за время  $\Delta t$ ,  $k$  – электрохимический эквивалент вещества, численно равный массе вещества при прохождении единицы электрического заряда.

2. Второй закон электролиза Майкла Фарадея

$$k = c \frac{A}{n} = \frac{1}{F} \frac{A}{n};$$

где  $F$  – постоянная Фарадея,  $n$  – валентность вещества,  $A$  – атомная (молярная) масса вещества.

3. Объединённый закон Майкла Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} I \Delta t;$$

4. Из уравнения объединённого закона электролиза следует, что для его проверки можно использовать все три способа, перечисленные в условии задачи.

6.25. Отвечая на вопрос «Почему электрическое поле можно описывать понятием «разность потенциалов», а магнитное – нельзя» ученики дали разные ответы:

1. Потому что силовые линии электрического поля начинаются и заканчиваются на зарядах, а магнитные – замкнутые;

2. Потому что заряд в электрическом поле имеет потенциальную энергию, а в магнитном – нет;

3. Потому что работа по переносу заряда между двумя точками поля в электрическом поле не зависит от вида траектории, а в магнитном – зависит;

4. Потому что в природе не найдены магнитные заряды.

Какой из ответов вам кажется более убедительным?

### Решение

1. Понятие «разность потенциалов» связано с потенциальностью электрического поля.

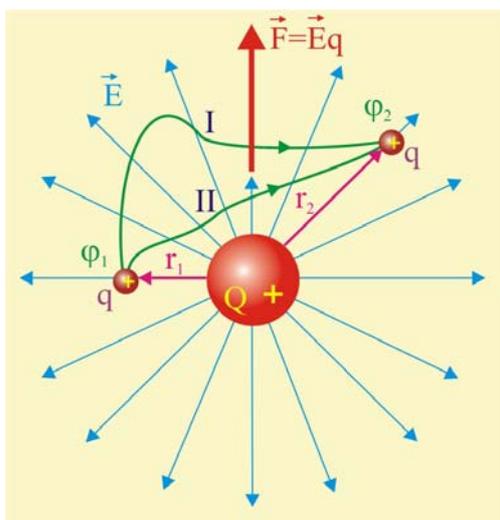


Рис. 6.25.1. Работа при перемещении заряда

2. Рассмотрим неподвижный точечный заряд  $Q$ , расположенный в воздухе и создающий в окружающем пространстве электрическое поле напряжённостью

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}.$$

3. В поле перемещается пробный заряд  $q$  из начального положения 1 в конечное положение 2 вдоль произвольной криволинейной траектории, например I (рис. 6.25.1). Модуль силы Кулона, возникающей при взаимодействии зарядов, запишется следующим образом

$$F_k = Eq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}.$$

4. Найдём далее работу, совершаемую силой Кулона на элементарном перемещении заряда  $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}_k d\vec{r}.$$

5. Как видно из уравнения элементарная работа при перемещении точечно-го заряда в электрическом поле представляется скалярным произведением двух векторных величин, т.е. величина и знак работы зависит от взаимного направления  $\vec{F}_k$  и  $d\vec{r}$ . Работа на конечном перемещении определится в виде интеграла

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qQ\vec{r}}{r^3} d\vec{r} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}.$$

6. Интеграл работы в общем случае зависит от положения начальной и конечной точек, а так же от формы траектории, по которой перемещается заряд  $q$ .

7. **Однако для электрических полей неподвижных зарядов работа не зависит от формы траектории.** В этом легко убедиться, если из конечной точки 2 вернуть заряд в точку 1 по траектории, отличной от первоначальной. При перемещении заряда по любой замкнутой траектории, когда  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$  итоговая работа будет равна нулю, т.е. алгебраическая сумма работ, совершённых электрическими силами на замкнутом пути будет равна нулю

$$A_{1 \rightarrow 2} + A_{2 \rightarrow 1} = A_{1 \rightarrow 2} - A_{2 \rightarrow 1}.$$

8. Уравнение даёт основание выражение для работы переписать так

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

9. **Электрическое поле неподвижных зарядов, таким образом, как и гравитационное поле, обладает свойством потенциальности, т.е. работа, производимая такими полями, не зависит от вида траектории, а определяется только положениями начальной и конечной точек перемещения.**

10. Свойство потенциальности обусловлено тем обстоятельством, что в электростатических полях проявляются консервативные силы, дающие возможность **каждую точку поля охарактеризовать с энергетических позиций.**

11. Действительно, совершаемая работа должна соответствовать определённому изменению энергии перемещаемого заряда. Подобное наблюдается в механике и определяется теоремой об изменении кинетической энергии

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1.$$

12. Работа, совершаемая в электростатическом поле, совершается за счёт уменьшения потенциальной энергии движущегося заряда

$$A_{1 \rightarrow 2} = \Pi_2 - \Pi_1, \quad \delta A = -d\Pi.$$

$$A_{1 \rightarrow \infty} = \Pi_2 - \Pi_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_1} \right) = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \Pi_1.$$

13. Проведенные выше рассуждения показывают, что работа, совершаемая электрическими силами, действующими на электрические заряды, пропорциональна его величине. Влияние поля на заряд, кроме того, пропорционально разности потенциальных энергий, измеряемой совершенной работой. **Это означает, что отношение потенциальной энергии к величине заряда будет характерной величиной для каждой точки пространства, занятого электрическим полем.**

7. Более убедителен в связи с этим ответ №3.

## Вариант № 7

### Часть А

7.1. Чему равен модуль ускорения материальной точки, движущейся вдоль оси согласно уравнению

$$x(t) = 2 + 3t + 6t^2.$$

### Решение

1. Зависимость скорости от времени

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = 3 + 12t;$$

2. Модуль ускорения

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

7.2. На тело действует сила  $F = 10 \text{ Н}$ , сообщая ему ускорение  $a = 5 \text{ м/с}^2$ . Массу тела уменьшили в 5 раз. Каким стало ускорение под действием этой же силы?

### Решение

1. Запишем уравнения второго закона Ньютона для двух заданных условий движения

$$\left. \begin{array}{l} F = ma_1; \\ F = \frac{m}{5}a_2; \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{5a_1}{a_2}; \Rightarrow a_2 = 5a_1 = 25 \text{ м/с}^2;$$

7.3. Какая из приведенных на рисунке ситуация может быть описана гравитационным законом Ньютона?

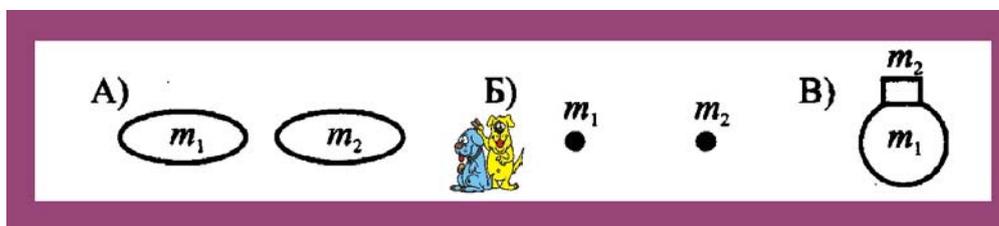


Рис. 7.3. Гравитационное взаимодействие

1. Закон гравитационного взаимодействия

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

справедлив в случае Б, когда расстояние между взаимодействующими телами существенно превышает их размеры, т.е. Этот закон записан для материальных точек.

7.4. Шар массой  $m$ , двигавшейся со скоростью  $v$ , налетает на неподвижный шар такой же массы. Шары испытывают абсолютно неупругий удар. Каково изменение импульса системы?

### Решение

1. Следует отметить, что внешние силы тяжести  $m\vec{g}$  и реакции опоры  $\vec{N}$  можно в данном случае не рассматривать, т.к. их векторы с направлением движения составляют прямой угол, а т.к.

$$\delta A = F d \cos(\vec{F}; d\vec{r}),$$

то их работа будет на возможных перемещениях шаров равна нулю. Другими словами, процесс неупругого столкновения шаров сопровождается проявлением только внутренних сил.

2. В соответствие со следствием из третьего закона Ньютона для любой механической системы сумма внутренних сил равна нулю

$$\sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k^i = 0;$$

3. Запишем второй закон Ньютона применительно к рассматриваемому случаю

$$\sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k^i = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = 0; \Rightarrow m\vec{v} = \text{const},$$

т.е. импульс системы под действием внутренних сил не изменяется, ни при каких обстоятельствах.

7.5. Насколько уменьшилась потенциальная энергия тела массой  $m$ , съехавшего с горки высотой  $H$  и остановившейся на расстоянии  $S$  от неё?

### Решение

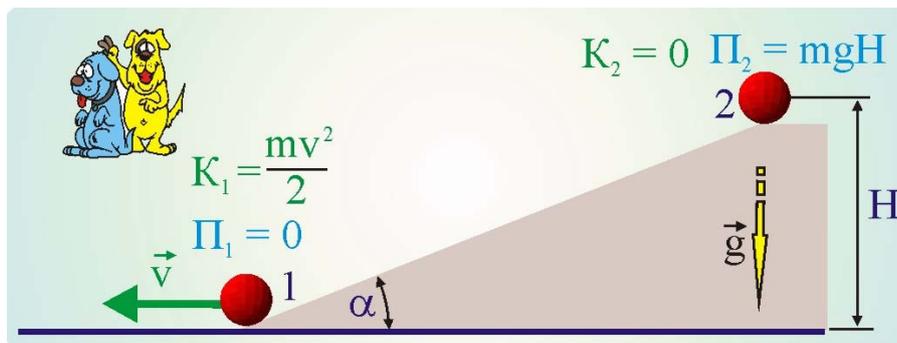


Рис. 7.5. Изменение потенциальной энергии

1. При рассмотрении потенциальной энергии физический смысл имеет не её абсолютная величина, а изменение в процессе движения.

2. Примем за нулевой уровень потенциальную энергию тела на поверхности земли, в этом случае на вершине горки перед началом спуска энергия тела будет чисто потенциальной  $\Pi_2 = mgH$ . По мере спуска тела по наклонной плоскости, потенциальная энергия станет трансформироваться в кинетическую энергию и в конечной точке спуска 1 потенциальная энергия будет нулевой, а кинетическая – максимальной. Далее кинетическая энергия уменьшается, становясь на расстоянии  $S$  так же равной нулю. Таким образом:

$$\Delta \Pi = mgH;$$

7.6. В положении равновесия скорость грузика математического маятника равна  $v$ . Чему будет равен модуль скорости грузика через  $\frac{1}{2}$  периода качаний маятника?

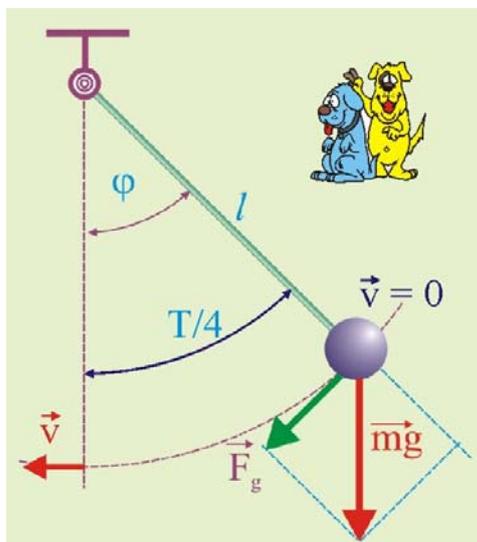


Рис. 7.6. Математический маятник

### Решение

1. Через четверть периода грузик маятника займёт крайнее левое положение, до которого от будет двигаться в течение времени, составляющего  $T/4$ . В крайнем левом положении, впрочем, как и в крайнем правом положении, скорость грузика будет нулевой т.к. весь запас кинетической энергии трансформируется в потенциальную энергию.

2. По прошествии ещё  $T/4$  грузик снова вернётся в положение статического равновесия, обладая исключительно кинетической энергией, скорость по модулю снова станет равна  $v$ , а направление поменяется на обратное.

7.7. Чему равен КПД двигателя механизма мощностью  $N = 400$  кВт, движущегося с постоянной скоростью  $v = 10$  м/с при силе сопротивления движению  $F_R = 20$  кН?

### Решение

1. Определим мощность силы сопротивления

$$\delta A_R = F_R dr; \quad \frac{\delta A_R}{dt} = F_R \frac{dr}{dt}; \quad N_R = Fv = 2 \cdot 10^5 \text{ Вт};$$

2. Определим КПД механизма в виде отношения полезной мощности ко всей вырабатываемой механизмом

$$\eta = \frac{N - N_R}{N} = \frac{4 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5}{4 \cdot 10^5} = 0,5 (50\%);$$

7.8. Термодинамическая температура идеального газа была  $T_1 = 400$  К, затем она увеличилась с два раза до  $T_2 = 800$  К. Во сколько раз, при этом увеличилась температура по шкале Цельсия?

### Решение

1. Переведём заданные температуры из градусов Кельвина в градусы Цельсия

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \cong T_1 - 273 = 127 \text{ }^\circ\text{C}; \\ t_2 \cong T_2 - 273 = 527 \text{ }^\circ\text{C}; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 4,15;$$

7.9. На графике приведена зависимость объёма идеального газа от его температуры. В какой точке графика давление газа наибольшее?

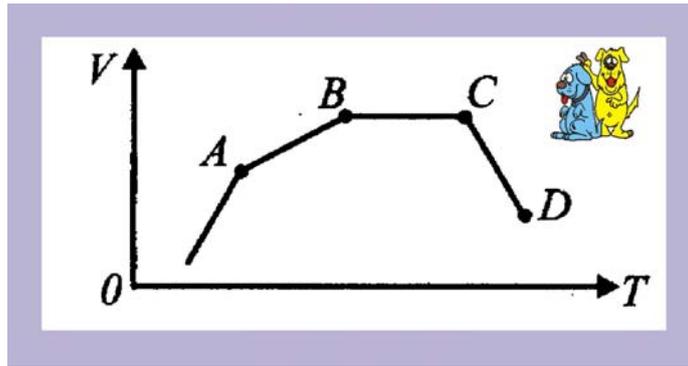


Рис. 7.9. Зависимость объёма от температуры

1. Поведение макропараметров  $\{P; V; T\}$  идеального газа подчиняется уравнению состояния (Клапейрона – Менделеева)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT;$$

2. Полагая, что масса газа, его молярная масса в процессе изменений температуры не меняются, уравнение относительно давления можно переписать следующим образом

$$p = \frac{1}{V} \nu RT; \Rightarrow p \approx \frac{1}{V};$$

3. Давление будет максимальным в точке с минимальным объёмом, т.е. в точке D.

7.10. Электронагреватель расположен в верхней части сосуда с водой. За счёт какого процесса в основном происходит передача тепла в нижнюю часть сосуда?

### Решение

1. Конвективный теплообмен при верхнем расположении нагревателя будет незначительным, потому что этот тип теплопередачи основан на движении в поле сил тяжести объёмов жидкости или газа, имеющих вследствие разных температур различные плотности. Более нагретые объёмы поднимаются вверх, а более холодные – опускаются вниз.

2. Лучистый теплообмен тоже маловероятен, потому что нагреватель окружён водой, жидкостью с очень большой удельной теплоёмкостью. Температура нагревателя, как правило, не на много превышает температуру кипения воды, т.е. 100 °С, поверхность нагревателя, вероятнее всего, светится не будет. Излучение волн инфракрасного диапазона конечно будет иметь место, но эти «тепловые» электромагнитные волны будут быстро затухать.

3. Передача тепла, в основном, будет происходить **за счёт теплопроводности**. Суть этого механизма заключается в том, что области с большей температурой будут содержать молекулы, у которых средняя кинетическая энергия выше, чем у молекул в объёмах с меньшей температурой. Процесс передачи тела  $\Delta Q$  в этом случае подчиняется закону Фурье

$$\Delta Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности воды,  $\Delta T/\Delta x$  – градиент температуры,  $\Delta S$  – поверхность нагревателя,  $\Delta t$  – время.

7.11. Термодинамические температуры нагревателя и холодильника идеальной тепловой машины увеличила на  $\Delta T = 100$  К. Что произошло с её коэффициентом полезного действия?

### Решение

1. Теорема Сади Карно гласит:

$$\eta_1 = \frac{T_H - T_X}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H}, \quad \eta_2 = 1 - \frac{T_X + \Delta T}{T_H + \Delta T}$$

другими словами, КПД тепловой машины определяется разностью температур нагревателя и холодильника. Синхронное изменение температур КПД не меняет, т.к. разность температур остаётся прежней.

2. В данном случае температура меняется не синхронно  $\eta_2 < \eta_1$ . Покажем это на примере. Пусть изначально  $T_H = 400$  К,  $T_X = 200$  К

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_X}{T_H} = 1 - 0,5 = 0,5; \quad \eta_2 = 1 - \frac{T_X + \Delta T}{T_H + \Delta T} = 1 - \frac{300}{500} = 0,4;$$

7.12. Сколько молекул поваренной соли NaCl будет находиться в  $1 \text{ см}^3$  раствора, полученного при растворении  $m_1 = 5 \cdot 10^3$  г соли в  $1 \text{ дм}^3$  воды?

### Решение

1. Определим молярную массу поваренной соли NaCl

$$\mu \approx (23 + 35) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \approx 58 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

2. Определим количество растворённого вещества в молях

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{5}{58 \cdot 10^{-3}} \approx 86,2 \text{ моля};$$

3. Число молекул, составляющих это количество вещества

$$N_\Sigma = \nu N_A \approx 86,2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \approx 5,172 \cdot 10^{25};$$

4. Таким образом, в заданном объёме воды  $10^{-3} \text{ м}^3$  находится  $5,2 \cdot 10^{25}$  молекул, а в объёме  $10^{-9} \text{ м}^3$  будут снова  $N_X \approx 5,2 \cdot 10^{16}$  молекул NaCl.

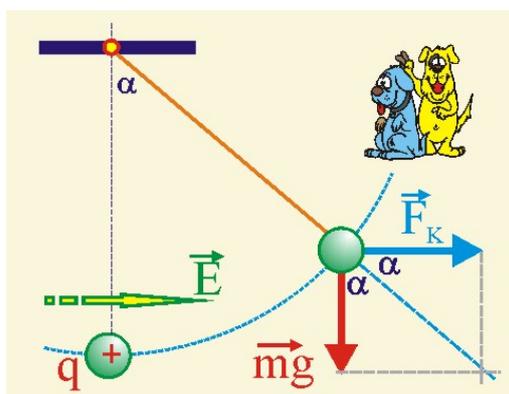


Рис. 7.13. Сила тяжести и сила Кулона

7.13. Под действием электрического поля, направленного горизонтально, нить математического маятника, состоящего из диэлектрического заряженного грузика массой  $m = 1$  г отклонилась на угол  $\alpha = 45^\circ$ . Чему равна сила Кулона, действующая на заряженный грузик?

### Решение

1. В виду того, что угол между линией действия результирующей силы тяжести и силы Кулона составляет  $45^\circ$ ,

$$|m\vec{g}| = |\vec{F}_K|;$$

7.14. Источник тока нагружен на сопротивление  $R = 5$  Ом. Чему равен КПД источника, если его внутреннее сопротивление  $r = 0,5$  Ом?

### Решение

1. Рассмотрим источник тока с заданной величиной ЭДС  $\varepsilon$  и внутренним сопротивлением  $r$  нагруженный на внешнее сопротивление  $R$ . В  $N_a$  сопротивлении будет выделяться активная электрическая мощность  $N_a$

$$N_a = UI = I^2 R = \varepsilon^2 \frac{R}{(R + r)^2}.$$

2. Для выяснения величины максимально возможной активной мощности  $N_{a(\max)}$  будем изменять величину внешнего сопротивления до величины  $R_m$ . Математически это означает определение экстремума функции  $N_a = f(R)$  путём её дифференцирования по сопротивлению и приравнивания производной к нулю, стандартная процедура нахождения экстремума функции

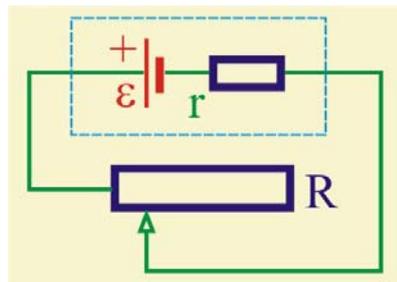


Рис. 7.14.1. Переменная нагрузка

$$\frac{dN_a}{dR} = \varepsilon^2 \frac{r^2 - R_m^2}{(r + R_m)^4} = 0.$$

3. Так как  $R$  и  $r$  всегда положительные величины, то условие экстремума выполняется при  $r = R_m$ . Мощность, выделяемая во внешней цепи, достигает возможно большего значения при равенстве сопротивления внутреннего источника тока и внешнего сопротивления. Сила тока в этом режиме составит

$$I = \frac{\varepsilon}{2r}.$$

4. Максимально возможная сила тока в цепи будет иметь место при  $R = 0$ , т.е. в режиме короткого замыкания клемм источника тока

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

5. Наибольшее значение мощности при этом составит

$$N_{a(\max)} = \frac{\varepsilon^2}{4r}.$$

6. Как видно из полученных выше уравнений часть мощности источника рассеивается на его внутреннем сопротивлении. Естественно, что при  $r = 0$  (идеальный источник тока) такой ситуации не возникает. Для реальных же источников целесообразно ввести, исходя из «не производственных» потерь, понятие коэффициента полезного действия. Если мощность, рассеиваемую на самом источнике определить как

$$N_i = rI^2,$$

то полная мощность будет равна

$$N = RI^2 + rI^2 = \varepsilon I.$$

7. Коэффициент полезного действия источника тока при такой постановке вопроса определится традиционно

$$\eta = \frac{N_a}{N} = \frac{U}{\varepsilon}.$$

8. Очевидно, что при  $r \neq 0$  КПД источника будет всегда меньше единицы. Коэффициент полезного действия источника тока зависит от величины внут-

ренного и внешнего сопротивлений, его величину можно записать следующим образом

$$\eta = \frac{RI}{(R+r)I} = \frac{R}{R+r}.$$

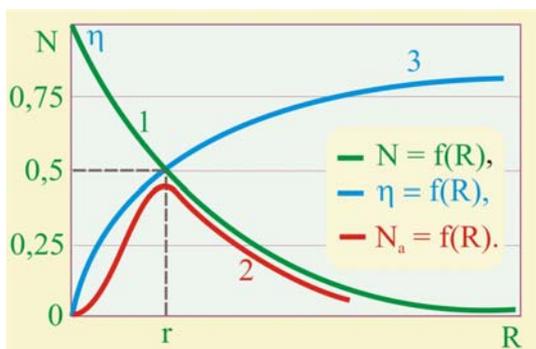


Рис. 7.14.2. Параметры источника тока

9. На рис. 7.14.2 приведена зависимость полной мощности (кривая 1), полезной мощности (кривая 2) и коэффициента полезного действия (кривая 3) в функции величины внешнего сопротивления. Полная мощность и сила тока имеют максимальное значение при  $R = 0$ , т.е. в режиме короткого замыкания. При этом равны нулю полезная мощность и коэффициент полезного действия. При  $R = r$

полная мощность и ток равны половине своих максимальных значений. Коэффициент полезного действия источника равен 0,5. Полезная мощность (кривая 2) достигает своего максимального значения.

10. Вычислим КПД для замкнутой цепи, заданной в условии задачи

$$\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{5}{5+0,5} = 0,91 \text{ (91\%)}.$$

7.15. Какой заряд прошёл через поперечное сечение замкнутого проводника квадратного контура со стороной  $a$ , находящегося в магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости расположения контура, после выключения магнитного поля, если контур обладает сопротивлением  $R$ ?

### Решение

1. Запишем закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t};$$

2. Определим изменение потока вектора магнитной индукции с учётом того, что магнитный поток меняется вследствие уменьшения величины магнитной индукции от  $B$  до нуля

$$\Delta\Phi_B = \Delta B \cos(\vec{B}; \vec{n}) = \Delta B \cdot a^2 \cdot \cos 0^\circ = Ba^2;$$

3. Величина ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = \frac{Ba^2}{\Delta t};$$

4. Сила тока в контуре и заряд, прошедший за время  $\Delta t$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_i}{R \Delta t} = \frac{Ba^2}{R \Delta t}; \Rightarrow \Delta q = \frac{Ba^2}{R}$$

7.16. Насколько в свободной электромагнитной волне магнитное поле магнитное поле отстаёт от электрического поля?

## Решение

1. В случае плоской электромагнитной волны уравнения, описывающие изменение во времени и пространстве векторов напряжённости электрического  $\vec{E}$  и магнитного поля  $\vec{H}$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E_m \sin(\omega t - \vec{k}x); \\ \vec{H} &= H_m \sin(\omega t - \vec{k}x); \end{aligned} \right\}$$

где  $E_m$  и  $H_m$  – амплитудные значения напряжённостей,  $\omega$  – циклическая частота колебаний,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $x$  – координата,  $t$  – время.

2. На рис. 7.16 приведено, «остановленное» во времени распределение напряжённостей Электрического и магнитного поля для плоской волны. Направление волны и векторы напряжённостей образуют правовинтовую систему.

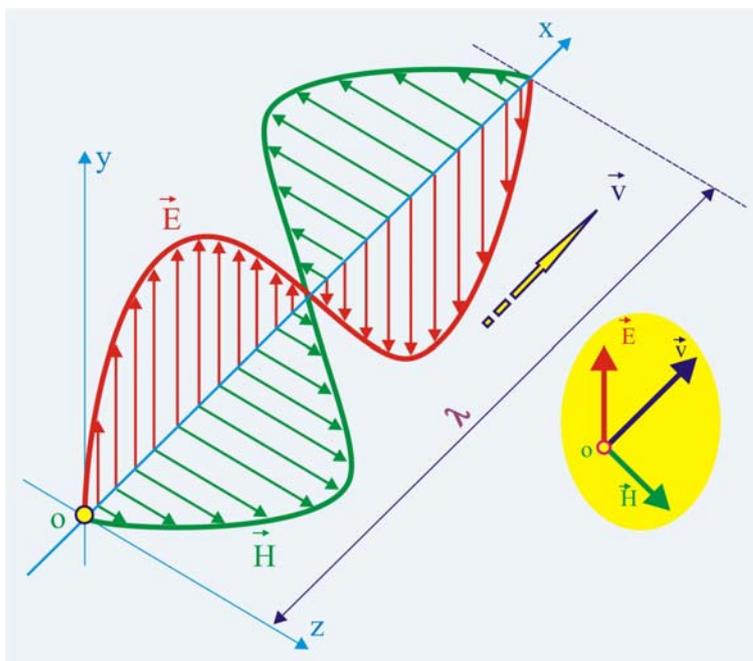


Рис. 7.16. Изменение  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  во времени и пространстве

3. Колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне протекают с одинаковой фазой, т.е. максимумы вектора напряжённости электрического поля и магнитного поля наблюдаются в одни и те же моменты времени, т.е.

$$E_m \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}.$$

4. Скорость электромагнитных волн в среде будет определяться как:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}}.$$

7.17. Какой из приведенных на рисунке лучей будет преломлённым в собирающей линзе?

### Решение

1. Будем полагать, что плоскость собирающей линзы располагается перпен-

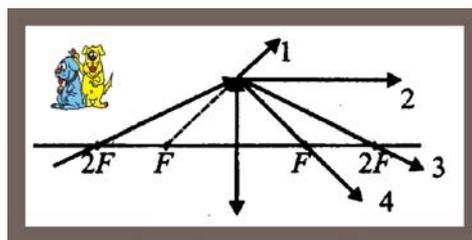


Рис. 7.17.1. Направление лучей



#### 4. Дифракции электронов.

### Решение

1. Эрнст Резерфорд по заданию своего учителя Дж. Дж. Томсона занялся исследованием положительно заряженных частиц, выбрасываемых радиоактивными веществами,  $\alpha$  – частицами.

2. В начале 1908 г. Резерфорд установил, что эти частицы представляют атомы гелия, лишенные двух своих электронов, т.е. заряд этих частиц был равным  $+2e$ . Резерфорд решил использовать  $\alpha$  – частицы для выяснения структурных особенностей атома и соответствия их модели своего учителя. Резерфорд установил, что каждая  $\alpha$  – частица, попадая на экран, покрытый сернистым цинком, вызывала световую вспышку (сцинтилляцию), которую можно заметить в темноте после адаптации зрения.

3. На рис. 7.20.1 (фрагмент 1) показана условная схема экспериментальной установки Резерфорда. Коллиматор из свинца (контейнер толстыми стенками), был снабжён отверстием малых размеров, что позволяло получать узкий пучок  $\alpha$  – частиц, который направлялся на листок золотой фольги, который должен был рассеивать частицы. Окрестности фольги были окружены экраном, покрытым сернистым цинком. Наблюдения за вспышками производились с помощью микроскопа.

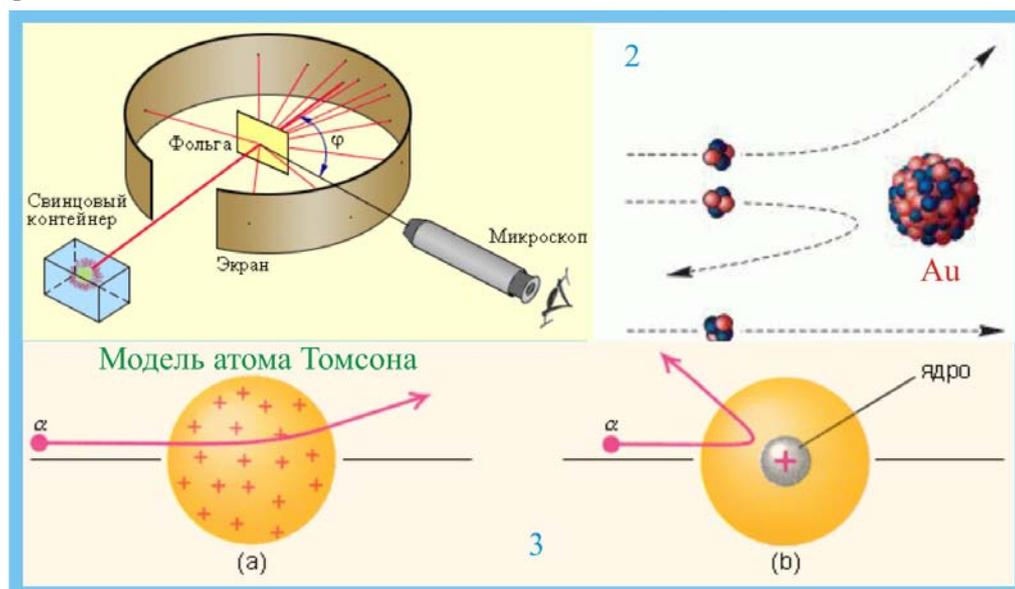


Рис. 7.20.1. Эксперименты Резерфорда с  $\alpha$  – частицами

4. В качестве рассеивающего вещества золото было выбрано не из-за цвета и престижности. Дело в том, что золото один из самых пластичных металлов с высокой плотностью, который можно прокатать таким образом, что в толщине фольги будет уместиться всего несколько атомных слоёв.

5. Первоначально в установке Резерфорда экран имел прямоугольную форму и был совмещён с микроскопом. Источник  $\alpha$  – частиц, золотая фольга, экран и микроскоп располагались в камере, из которой откачивали воздух (рис. 7.20.2). Микроскоп с экраном совместно с корпусом камеры могли вращаться вокруг фольги, которая постоянно обстреливалась  $\alpha$  – частицами. Таким образом Резерфорд мог с 360 градусным обзором наблюдать рассеяние  $\alpha$  – частиц.

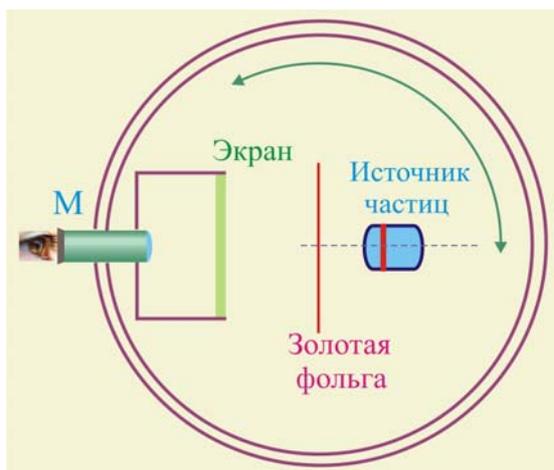


Рис. 7.20. 2. Схема установки

6. Если бы атом золота был таким как его представлял Томсон (фрагмент а рис. 7.20.1), то  $\alpha$  – частицы должны были отклоняться на достаточно малые углы. Вращая детектор из сернистого цинка, исследователи могли измерять относительное число  $\alpha$  – частиц, рассеянных под различными углами  $\theta$

7. Согласно модели атома Томсона,  $\alpha$  – частицы должны были свободно проходить сквозь атомы золота, и только некоторые из них должны были слегка отклоняться

кулоновскими силами.

8. Следовало ожидать, что поток  $\alpha$  – частиц пройдя фольгу, слегка расплывется, и средние углы рассеяния будут составлять несколько градусов. Такое рассеяние действительно наблюдалось, но совершенно неожиданно, вне всяких тогдашних представлений, одна из 20 000 частиц, падающих на фольгу толщиной  $4 \cdot 10^{-7}$  м, возвращалась назад, в сторону источника.

8. Резерфорд по этому поводу писал: « Это было самое невероятное событие, с которым мне когда-либо приходилось сталкиваться. Это было так же невероятно, как если бы вы выстрелили 15 дюймовым (38 см) снарядом в лист папиросной бумаги, а снаряд бы вернулся назад и попал в вас».

9. Резерфорду потребовалось несколько лет (до 1911 г.), чтобы окончательно разобраться с этим явлением. Он пришёл к выводу, что атом не однороден и имеет нечто очень малое массивное и с положительным зарядом, сосредоточенное в центре. Таким образом, была предложена ядерная модель атома.

10. Резерфорд наблюдал, что  $\alpha$  – частицы способные проникать через тонкие листочки металлов, при этом они отклоняются от первоначального направления своего движения. Было естественно допустить, что эти отклонения вызваны отталкиванием положительно заряженных  $\alpha$  – частиц от положительных зарядов атома. Силы, действующие на  $\alpha$  – частицы со стороны электронов, не могут заметно изменить направления их движения из-за слишком малой массы электронов.

11. Можно показать, что результат рассеяния существенно зависит от размеров объема, в пределах которого распределен положительный заряд атома. Только при малом размере положительного заряда атома силы отталкивания могут оказаться настолько большими, чтобы вызвать отклонение траекторий  $\alpha$  – частиц на значительные углы.

12. Если же положительный заряд атома распределен в пределах значительного объема, как полагал Томсон, то каждое прохождение  $\alpha$  – частицы вблизи атома отклонит ее на небольшой угол. Рассеяние  $\alpha$  – частиц в этом случае будет незначительным.

13. Действительно, длительные наблюдения Резерфорда и ассистентов показали, что в большинстве своём  $\alpha$  – частицы к удовольствию Томсона рассеиваются на достаточно малые углы, порядка  $1 - 3^{\circ}$ .

14. Статистика распределения по углам отклонения хорошо описывалась кривой Гаусса. Но, весьма редко, но всё же не случайно,  $\alpha$  – частицы отклонялись на углы, превышающие  $145^\circ$ , причём золото было не аномальным веществом.

15. Фольга из платины демонстрировала те же тенденции, примерно каждая из 8000 частиц, отклонялась на углы более  $90^\circ$ .

15. Исследователем стало ясно, что случаи «нестандартного» рассеяния требуют пересмотра модели атома. Получалось, что летящая  $\alpha$  – частица время от времени встречала на своём пути нечто, локализованное в малом объёме и имеющее непременно положительный заряд.

16. Такая ситуация складывается при соударении одинаковых по размеру и шаров, когда массивный шар из свинца, например, покоится, а на него налетает лёгкий пластмассовый шарик.

17. При центральном ударе свинцовый шар имеет незначительное перемещение, а лёгкий шарик отбрасывается в сторону противоположную первоначальному направлению. Редкость таких событий могла объясняться, что попасть в это «нечто» сложно, ввиду его малости в сравнении с размерами всего атома.

18. Резерфорд до описываемых экспериментов уже получал  $\alpha$  – частицы не из радиоактивных веществ, а двойной ионизацией атомов гелия. Он знал, что  $\alpha$  – частицы – это атом гелия (положительный ион) лишённый электронов. А кулоновское взаимодействие описывается известным уравнением

$$F_k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где  $r$  – расстояние между взаимодействующими зарядами. Из этого уравнения следует, что при уменьшении расстояния между взаимодействующими частицами сила Кулона увеличивается, при  $r \rightarrow 0$ ;  $F_k \rightarrow \infty$ .

19. На основании экспериментов и проведенного анализа результатов Резерфорд пришёл к заключению, что в центре атома расположена массивная материальная частица с положительным зарядом, которую он назвал – ядро атома.

20. Прижилось, надо сказать, название. Далее Резерфорд начал решать, так называемую задачу Кеплера о взаимодействии планеты с Солнцем. В кеплеровском случае тоже действуют центральные силы изменяющиеся обратно пропорционально квадрату расстояния между взаимодействующими телами.

21. Пусть  $\alpha$  – частица на большом от ядра расстоянии движется со скоростью  $v$ , направленной вдоль прямой (рис. 7.20.3).

22. Обозначим через  $y$  наименьшее расстояние между направлением вектора скорости  $\alpha$  – частиц и центром атома  $O$ , в котором расположен его положительный заряд  $Ze$ . Величина  $y$  называется прицельным расстоянием.

23. При наличии центральных электростатических сил взаимодействия между  $\alpha$  – частицей и зарядом  $Ze$ , которые являются консервативными,  $\alpha$  – час-

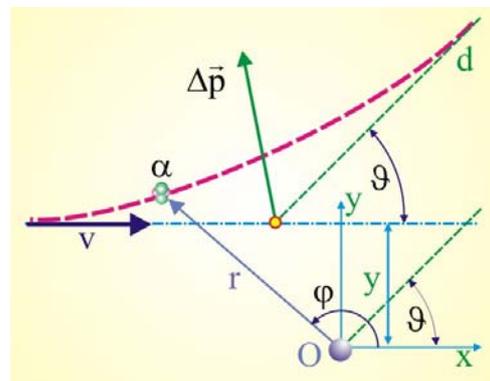


Рис. 7.20.3. Рассеяние  $\alpha$  – частиц

тица движется по гиперболе. Вблизи положительно заряженного ядра на  $\alpha$  – частицу действует сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}.$$

24. Естественно в этой связи предположить, что чем меньше прицельное расстояние  $y$ , тем на больший угол отклоняется  $\alpha$  – частица. Изменение импульса  $\alpha$  – частицы будет равно

$$|\Delta\vec{p}| = 2m_\alpha \sin \vartheta/2.$$

25. Угол отклонения  $\alpha$  – частицы  $\vartheta$ , который одновременно является углом между асимптотами гиперболы. Определяется соотношением

$$\vartheta = 2\text{arctg}\left(\frac{m_\alpha v^2}{2e \cdot Ze} \cdot y\right).$$

где  $m_\alpha$  – масса  $\alpha$  – частицы. Масса  $\alpha$  – частицы, по современным представлениям,  $m_\alpha \cong 6,5 \cdot 10^{-27}$  кг, а масса ядра золота  $M(\text{Au}) \cong 3,25 \cdot 10^{-25}$  кг. Другими словами ( $M_{\text{Au}} \gg m_\alpha$ ), т.е. массу ядра можно считать существенно большей по сравнению с пролетающими  $\alpha$  – частицами. Из формулы видно, что угол отклонения тем больше, чем меньше прицельное расстояние  $y$ . При малых прицельных расстояниях угол отклонения может принимать значения  $\theta > \pi/2$ , т.е.  $\alpha$  – частица может оказаться в результате столкновения с атомом отброшенной назад.

26. Предположив, что кулоновская сила отталкивания между  $\alpha$ -частицей и атомным ядром изменяется по закону  $1/r^2$  даже в области чрезвычайно малых внутриатомных расстояний порядка  $10^{-15}$  м, Резерфорд вывел выражение для  $\alpha$  – частиц, рассеянных при столкновениях с ядрами. Он показал, что вероятность рассеяния на угол  $\vartheta$  обратно пропорциональна четвертой степени синуса угла рассеяния, т.е.

$$W \sim \frac{1}{\sin^4(\vartheta/2)}.$$

Вероятность рассеяния на углы, превышающие  $90^\circ$  чрезвычайно мала по сравнению с рассеянием на малые углы. Так, частота рассеяния на угол  $\vartheta = 120^\circ$  относится к частоте рассеяния на угол  $6 - 5^\circ$  приблизительно как  $1/10^5$ .

27. Полученные экспериментальные данные и проделанные вычисления послужили основанием для разработки планетарной модели атома (рис. 7.20.4).

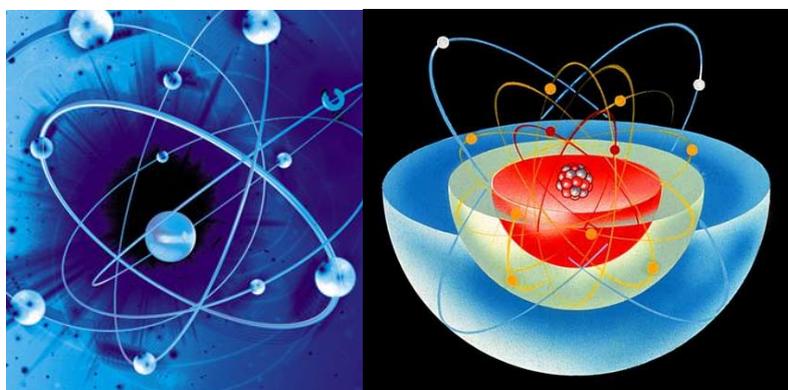


Рис. 7.20.4. Планетарная модель атома Эрнста Резерфорда

28. Наименьшее расстояние  $y_0$ , на которое может сблизиться  $\alpha$  – частица с ядром золота ( $Z = 79$ ), возможно найти сравнивая кинетическую и потенциальную энергию взаимодействующих объектов. Связывая систему отсчёта с центром масс системы ядро - частица, и пренебрегая кинетической энергией ядра атома золота, можно записать

$$\frac{mv^2}{2} \approx \frac{Ze \cdot 2e}{4\pi\epsilon_0 y_0};$$

29. Круговые орбиты электронов по классическим представлениям не должны были быть стационарными вследствие излучения электромагнитных волн, атомы же, как известно, образования чрезвычайно устойчивые. Это противоречие удалось объяснить только после более тщательных исследований, в частности, при анализе спектров изучения атомов.

30. Кстати, когда Резерфорд, соблюдая субординацию, рассказал о результатах экспериментов, то мэтр совсем не расстроился по поводу несостоятельности своей модели атома, похоже, что великий Томсон поставил перед Резерфордом задачу таким образом, чтобы подтвердить заранее известный ему одному ответ.

31. Когда стало очевидным, что во взаимодействии  $\alpha$  – частиц и ядер преобладают кулоновские силы, имеющие сходные с гравитационными силами, удерживающими планеты вокруг Солнца, то аналогия с планетной системой не преминула возникнуть.

32. Резерфорд свою модель атома так и назвал – планетарная модель атома, в которой отрицательно заряженные электроны, подобно планетам солнечной системы вращаются вокруг ядра, несущего положительный заряд в точности равный модулю суммарного электрического заряда всех электронов, мечущихся по своим орбитам.

33. Вместе с тем, несмотря на очевидные достоинства планетарной модели атома, она не раскрывала одно существенное обстоятельство. В соответствии с законами классической электродинамики, всякая ускоренно движущаяся заряженная частица **должна излучать электромагнитные волны**, т.е. в процессе движения должна терять энергию, т.е. уменьшать радиус своей круговой орбиты.

34. Если это так, то электроны должны были, в конце концов, упасть на ядро. А поскольку атомы демонстрировали устойчивость, то модель Резерфорда этот нюанс не объясняла. Другими словами классические представления не могли объяснить устойчивость атомов.

---

7.21. В газоразрядном счётчике Гейгера – Мюллера резистор большой величины необходим для:

1. Ионизации газа;
2. Разгона заряженных частиц;
3. Гашения заряда;
4. Иных целей.

### Решение

1. Счётчик Гейгера – Мюллера представляет собой газоразрядный прибор для обнаружения и исследования различного рода радиоактивных и других ионизирующих излучений:  $\alpha$  – и  $\beta$ - – частиц,  $\gamma$  – квантов, световых и рентгеновских квантов, частиц высокой энергии в космических лучах и на ускорителях.

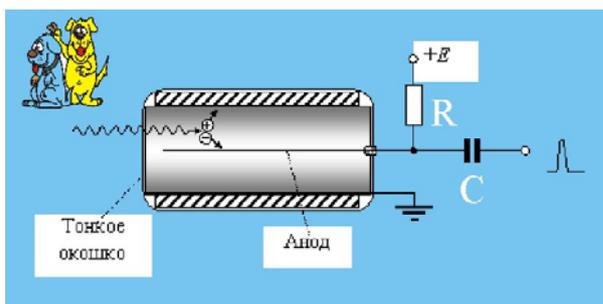


Рис. 7.21. Схема счетчика Гейгера – Мюллера

ключены в герметически замкнутый резервуар, наполненный каким-либо газом до давления  $13\text{—}26 \text{ кН/м}^2$  ( $100\text{—}200 \text{ мм рт. ст.}$ ).

4. К электродам счётчика прикладывается напряжение в несколько сот вольт. На нить подаётся знак + через большое сопротивление R. Если в рабочем объёме счётчика нет свободных электронов, электрический разряд в нём не возникает.

5. При попадании в счётчик ионизирующей частицы в газе образуются свободные электроны, которые движутся к положительно заряженной нити. Вблизи нити напряжённость электрического поля велика и электроны ускоряются настолько, что начинают, в свою очередь, ионизовать газ. В результате по мере приближения к нити число электронов лавинообразно нарастает. Возникает вспышка коронного разряда и через счётчик течёт ток.

6. При достаточно большом R ( $10^8\text{—}10^{10} \Omega$ ) на нити скапливается отрицательный заряд и разность потенциалов между нитью и катодом быстро падает, **в результате чего разряд обрывается.**

7. После этого чувствительность счётчика восстанавливается через примерно  $10^{-3} \text{ с}$  (время разрядки ёмкости C через сопротивление R).

8. Такое большое время нечувствительности неудобно для многих применений. Ввиду этого несамогасящиеся счётчики, в которых гашение разрядов обеспечивается сопротивлением R, были вытеснены самогасящимися счётчиками, которые к тому же более стабильны. В них благодаря специальному газовому наполнению (инертный газ с примесью сложных молекул, например паров спирта, и небольшой примесью галогенов — хлора, брома, йода) разряд сам собой обрывается даже при малых сопротивлениях R. Время нечувствительности самогасящегося счётчика Гейгера \_ Мюллера порядка  $10^{-4} \text{ с}$ .

7.22. Период полураспада представляет собой промежуток времени, за которое:

1. Число нуклонов в ядре уменьшается в два раза;
2. Число нейтронов в ядре уменьшается в два раза;
3. Число протонов в ядре уменьшается в два раза;
4. Распадается половина первоначального числа атомов.

### Решение

1. Количественная оценка радиоактивного распада делается в предположении, что число распавшихся ядер за достаточно малый промежуток времени, всегда пропорционально исходному числу не распавшихся ядер. Если в некоторый момент времени t число ядер данного типа было  $N(t)$ , то уменьшение общего числа ядер –  $dN$  за время  $dt$  определится следующим образом:

$$-dN = kN(t)dt,$$

где  $k = -dN/N$  — постоянная распада при  $dt = 1$ . Другими словами, постоянная радиоактивного распада равна вероятности распада одного ядра за единицу времени.

2. Разделим в дифференциальном уравнении переменные

$$\frac{dN}{N(t)} = -kdt, \Rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N(t)} = -k \int_0^t dt,$$

откуда

$$\ln \frac{N}{N_0} = -kt \text{ или } N = N_0 e^{-kt},$$

где  $N_0$  — число ядер в момент времени  $t = 0$ . Из уравнения видно, что число ядер радиоактивного исходного элемента убывает во времени по экспоненциальному закону (рис. 7.22). Число распадов в единицу времени определится как

$$a = -\frac{dN}{dt} = kN,$$

величина  $a$  называется активностью данного радиоактивного препарата. В качестве единицы активности используется кюри:

1 кюри =  $3,7 \cdot 10^7$  событий /с.

3. Эта величина соответствует примерно активности 1 г радия, активность которого соответствует 0,994 кюри. Уравнение позволяет установить взаимосвязь между постоянной распада и периодом полураспада

$$N(T) = N_0 e^{-kT} = \frac{1}{2} N_0,$$

откуда следует, что

$$e^{-kT} = \frac{1}{2}, \Rightarrow T = -\frac{1}{k} \ln \frac{1}{2} = \frac{\ln 2}{k} \cong \frac{0,693}{k}.$$

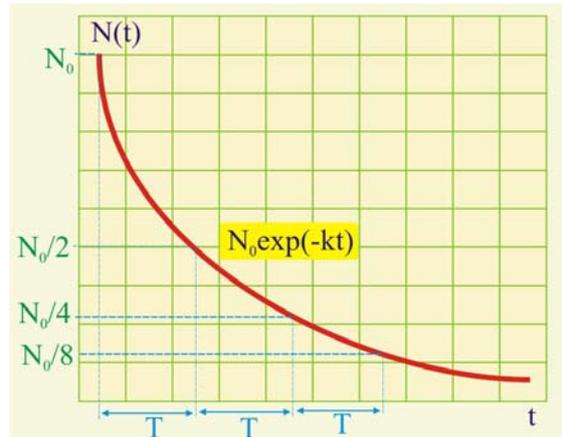


Рис. 7.22. Кривая полураспада

7.23. Длина волны падающего рентгеновского излучения  $\lambda_1 = 2,4 \cdot 10^{-11}$  м. После рассеяния на электроне длина волны излучения стала  $\lambda_2 = 2,6 \cdot 10^{-11}$  м. Какую часть своей первоначальной энергии фотон излучения передал электрону?

### Решение

1. Энергия падающего фотона

$$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 10^{-11}} = 8,25 \cdot 10^{-15} \text{ Дж};$$

2. Энергия вторичного излучения

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,6 \cdot 10^{-11}} = 7,6 \cdot 10^{-15} \text{ Дж};$$

3. Переданная электрону энергия

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 6,5 \cdot 10^{-16} \text{ Дж};$$

$$\zeta = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_1} \cong 0,078 (7,8\%);$$

7.24. Некто, экспериментируя с резисторами, обнаружил, что в 10 случаях из 100 закон Ома не соблюдается. Из этого вывод:

1. Закон Ома справедлив, т.к. для большинства резисторов он выполняется;
2. Закон Ома справедлив только для тех резисторов, для которых он выполняется;
3. Закон Ома вообще не справедлив, потому что выполняется не всегда;
4. Надо накопить больше данных.

### Решение

1. Только реформаторы современного физического образования могут усомниться в справедливости закона Ома.

2. Надо полагать, что экспериментатор, очевидно из Сколково, нанятый в захудалом колледже Аризоны за большие деньги, экспериментировал с резисторами среди которых были, например, термосопротивления. Они меняют свои проводящие свойства при изменении температуры, естественно, что зависимость тока от напряжения для них не будет линейной.

3. Закон Ома справедлив, естественно, для тех условий, в которых он выполняется.

7.25. Описывая абсолютно неупругий удар двух шаров, летящих навстречу друг другу, 4 ученика записали свои варианты описания процесса их соударения. Какой ответ верен?

- 1)  $m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V$
- 2)  $m_1V_1 - m_2V_2 = (m_1 + m_2)V$
- 3)  $\frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)V^2}{2}$
- 4)  $\frac{m_1V_1^2}{2} - \frac{m_2V_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)V^2}{2}$

Рис. 7.25. Варианты описания неупругого соударения

### Решение

1. Взаимодействие шаров, если речь идёт об определении кинематических параметров после соударения, целесообразно анализировать, используя закон сохранения импульса, поэтому два последних варианта, реализующих закон сохранения энергии подходят менее.

2. Поскольку шары движутся встречно, то правильным будет вариант №2.

## Вариант № 8

### Часть А

8.1. Поезд длиной  $L = 240$  м, двигаясь равномерно, прошел мост длиной  $x = 360$  м за  $\tau = 2$  мин. Определить скорость поезда.

#### Решение

1. Поезду, по сути, нужно за указанное время пройти мост и свою длину

$$v = \frac{L + x}{\tau} = \frac{600}{120} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

8.2. На материальную точку массой  $m = 1$  кг действуют взаимно перпендикулярные силы  $F_1 = 3$  Н и  $F_2 = 4$  Н. Найти ускорение тела.

#### Решение

1. Запишем уравнение второго закона Ньютона

$$\sum_{i=1}^{i=2} \vec{F}_i = m\vec{a};$$

2. Определим геометрическую сумму действующих сил

$$|\vec{F}_\Sigma| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos(\vec{F}_1; \vec{F}_2)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 5 \text{ Н};$$

3. Ускорение точки

$$a = \frac{1}{m} F_\Sigma = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

8.3. Вес тела по своему происхождению относится к:

1. Гравитационным силам;
2. Силам упругости;
3. Силам трения;
4. Силам тяжести.

#### Решение

1. Вес, это сила, с которой действует тело на горизонтальную опору или нить подвеса. Возникновение силы веса обусловлено упругими деформациями.

8.4. С какой скоростью будут двигаться шары равной массы после абсолютно неупругого соударения, если до удара их скорости были равны  $v_1 = 3$  м/с и  $v_2 = 4$  м/с. Скорости до удара были направлены перпендикулярно друг другу.

#### Решение

1. Применим закон сохранения энергии: суммарная энергия шаров до столкновения должна быть равна энергии слипшихся шаров

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv_0^2}{2}; \Rightarrow v_1^2 + v_2^2 = 2v_0^2; \Rightarrow v_0 = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{2} = 2,5 \frac{M}{c};$$

8.5. Во сколько раз изменилась потенциальная энергия тела массой  $m$ , рассчитанная относительно поверхности планеты, если тело перенесли с поверхности Земли на поверхность Марса? Ускорения свободного падения на Земле и Марсе известны.

### Решение

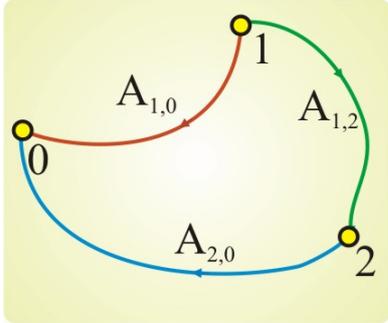


Рис. 8.5.1. Потенциальная энергия

1. Рассмотрим далее две произвольные точки 1 и 2 (рис.8.5.1), расположенные в гравитационном поле, из которых осуществим последовательно перенос частицы в точку О. Разность потенциальной энергии в 1 и 2

$$\Pi_1 - \Pi_2 = (\Pi_0 + A_{1 \rightarrow 0}) - (\Pi_0 + A_{2 \rightarrow 0}) = A_{1 \rightarrow 0} - A_{2 \rightarrow 0}$$

2. В виду независимости работы от вида траектории, перенос частицы можно осуществлять не только по траектории  $1 \rightarrow 0 \rightarrow 2$ . Частицу можно сразу перенести из 1 в 2.

3. Это даёт основание заключить, что работа консервативных сил равна разности значений функции  $\Pi(x,y,z)$  в начальной и конечной точке движения, т.е.

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2.$$

4. Так как в рассмотренном примере работа совершается за счёт убыли потенциальной энергии, то

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = -d\Pi;$$

5. Уравнение позволяет находить потенциальную энергию и на конечном перемещении, для этого нужно взять интеграл

$$\Pi = -\int \vec{F} d\vec{r} + C;$$

6. Наличие произвольной постоянной никак не сказывается на физических законах и уравнениях, потому что физический смысл имеет **не абсолютное значение потенциальной энергии, а разность в двух положениях рассматриваемой частицы.**

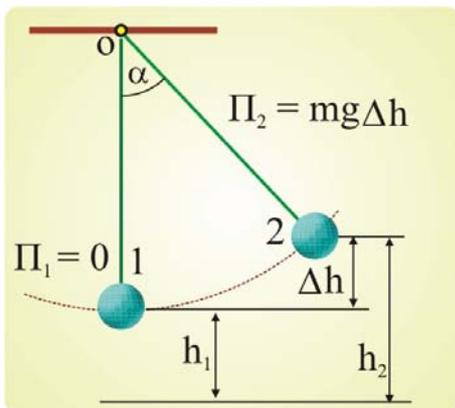


Рис. 8.5.2. Математический маятник

7. Так, например, для математического маятника (рис. 8.5.2), в принципе, не имеет ни какого значения, каким образом выбран нулевой уровень потенциальной энергии, хотя из соображений удобства проведения вычислений, лучше совместить его с положением статического равновесия грузика, т.е.,  $\Pi_1 = 0$ . Потенциальная энергия при отклонении нити на угол  $\alpha$  определится как

$$\Pi = mg\Delta h = mg\ell(1 - \cos \alpha).$$

8. Если за нулевой принять уровень, отстоящий от уровня статического равновесия на расстоянии  $h_1$ , то это приведёт к появлению постоянной величины  $mgh_1$ , потенциальная энергия грузика в точке 2 относительно нового нулевого

уровня будет равна  $mgh_2$ . Разность же энергий грузика в точках 1 и 2 останется неизменной  $\Pi_2 - \Pi_1 = mg\Delta h$ , причём

$$\Delta h = \ell(1 - \cos \alpha).$$

9. Надо полагать, что составители задачи, не совсем удачно, хотели проверить знание того обстоятельства, что поверхность планеты, как правило, принимается за нулевой уровень потенциальной энергии. А ноль, от и на Марсе ноль. По мнению авторов, тело на поверхности любой планеты обладает нулевой потенциальной энергией. А гравитационное поле Солнца? Если быть точными!

8.6. Однородная балка массой  $m$  лежит на двух опорах. С какой силой балка давит на правую опору?

### Решение

1. Надо полагать, что в задаче идёт речь об определении реакции опоры в точке В, которая действительно в соответствии с третьим законом Ньютона по модулю будет равна той силе о которой упоминается в условии.

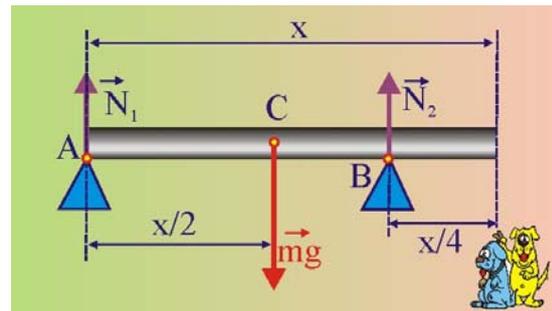


Рис. 8.6. Уравнение моментов

2. Поскольку балка покоится, то сумма моментов действующих сил относительно произвольной оси должна быть равна нулю, как и геометрическая сумма всех приложенных сил.

3. Применяя принцип освобожденности заменим связи их реакциями и будем рассматривать условие равновесия балки под действием плоской системы сил  $\{\vec{N}_1, \vec{N}_2, m\vec{g}\}$ .

4. Составим уравнение моментов относительно оси, проходящей через точку А перпендикулярно плоскости чертежа, при таком выборе плечо силы  $N_2$  будет нулевым и эта реакция опоры исчезнет из уравнения моментов

$$\sum_1^2 M_z(F_k) = 0; \quad -mg \frac{x}{2} + N_2 \frac{3}{4}x = 0; \quad N_2 = \frac{2}{3}mg;$$

8.7. Плотность льда  $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$ , а плотность воды  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Какую наибольшую площадь имеет льдина толщиной  $h = 0,4 \text{ м}$ , способная удержать над водой человека мамой  $m = 80 \text{ кг}$ ? Льдина при этом будет погружена в воду полностью.

### Решение

1. Чтобы на пределе удержать человека сила Архимеда (выталкивающая сила) должна быть по модулю равна силе тяжести человека

$$|\vec{F}_A| = |m\vec{g}|; \quad (\rho_2 - \rho_1)gSh = mg; \quad \Rightarrow \quad S = \frac{mg}{(\rho_2 - \rho_1)gh} = 2\text{м}^2;$$

8.8. Термодинамическая температура идеального газа увеличилась в  $\zeta = 1,5$  раза, объём и масса газа не изменились. Во сколько раз увеличилось давление газа?

### Решение

1. Запишем уравнение для давления газа в двух заданных его состояниях с учётом того, что в процессе изменения состояния объём и масса остаются неизменными

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= nk_B T_1; \\ p_2 &= nk_B \zeta T_1; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \zeta = 1,5;$$

где  $n$  – концентрация молекул,  $k_B$  – постоянная Людвиг Больцмана.

8.9. Какой изопроцесс, протекающий в идеальном газе, описан прямой 2?

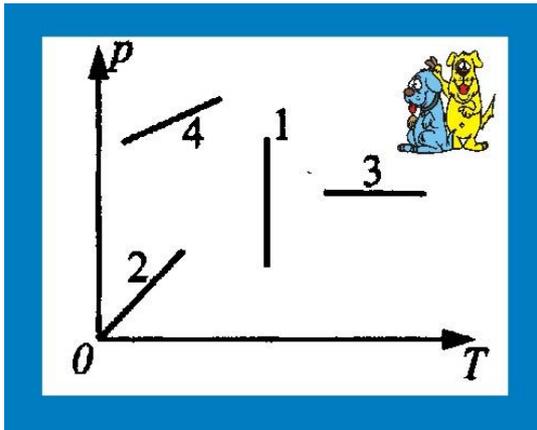


Рис. 8.9. Изопроцесс в идеальном газе

### Решение

1. Запишем уравнение состояния идеального газа для различных изопроцессов:

изотермический  $T = \text{const}$

$$\left. \begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T; \\ p_2 V_2 &= \nu R T; \end{aligned} \right\} \Rightarrow pV = \text{const};$$

изобарный  $p = \text{const}$

$$\left. \begin{aligned} p V_1 &= \nu R T_1; \\ p V_2 &= \nu R T_2; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

изохорный  $V = \text{const}$

$$\left. \begin{aligned} p_1 V &= \nu R T_1; \\ p_2 V &= \nu R T_2; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad p_2 = \frac{p_1}{T_1} T_2; \quad \frac{p_1}{T_1} = a; \quad p_2 = a T_2;$$

2. Прямая 2 является изохорой с уравнение типа  $y = kx$ .

8.10. Смешали  $m_1 = 10$  кг воды, находящейся при температуре  $t_1 = 50$  °С, и  $m_2 = 10$  кг воды, находящейся при температуре  $T_2 = 333$  К. Какова температура смеси?

### Решение

1. Переведём температуру из градусов Цельсия в градусы Кельвина

$$T_1 \cong t_1 + 273 \cong 323 \text{ К};$$

2. Составим уравнение теплового баланса с учётом одинаковости масс и удельных теплоёмкостей

$$mc(T_0 - T_1) = mc(T_2 - T_0); \Rightarrow T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{323 + 333}{2} = 328 \text{ К } (55 \text{ °С});$$

8.11. Термодинамическую температуру нагревателя идеальной тепловой машины увеличили, а температуру холодильника оставили прежней. Как изменился КПД машины?

### Решение

1. В соответствии с теоремой Сади Карно, КПД идеальной тепловой машины определяется как:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_X}{T_H}; \quad \eta_2 = 1 - \frac{T_X}{T_H + \Delta T}; \quad \Rightarrow \quad \eta_2 > \eta_1;$$

8.12. Если тепловая машина с КПД  $\eta = 0,5$  за один цикл отдаёт холодильнику  $Q_X = 500$  Дж теплоты, то какую работу совершает за один цикл такая машина?

**Решение**

1. Теорема Карно, записанная в энергетическом варианте, позволяет получить количество тепла, получаемое нагревателем от внешнего источника

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}; \quad \Rightarrow \quad Q_H = \frac{Q_X}{1 - \eta} = 10^3 \text{ Дж};$$

2. Совершаемая машиной за один цикл работа

$$A = \eta Q_H = 500 \text{ Дж};$$

8.13. Чему равен потенциал электростатического поля, созданного электрическим диполем с зарядами  $\pm q$ , в точке, лежащей на середине отрезка прямой  $r$ , соединяющей заряды?

**Решение**

1. Электрический потенциал диполя в произвольной точке окружающего его пространства определяется как:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right),$$

где  $r_+$ ,  $r_-$  – расстояния от данной точки до положительного и отрицательного заряда.

2. Если в уравнение подставить условия задачи, т.е.

$$r_+ = r_- = \frac{r}{2}; \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{r} - \frac{2}{r} \right) = 0;$$



Рис. 8.13. Потенциал диполя

8.14. Имеется четыре одинаковых резистора сопротивлением  $R = 1$  Ом каждый. Какие магазины сопротивлений можно получить, включая одновременно все резисторы?

**Решение**

1. Пусть все сопротивления включены последовательно друг другу

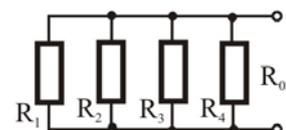
$$R_{01} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 4 \text{ Ом}.$$

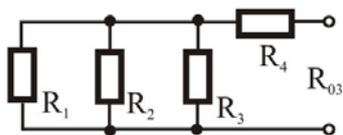


2. При параллельном включении всех сопротивлений

$$\frac{1}{R_{02}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4},$$

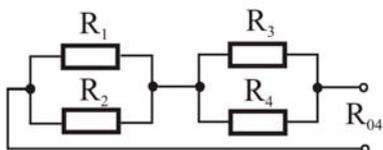
$$R_{02} = R/4 = 0,25 \text{ Ом}.$$





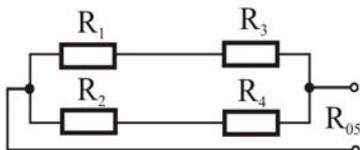
3. Пусть три резистора будут включены параллельно, а один последовательно им

$$R_{03} = R + \frac{R}{3} \cong 1,33 \text{ Ом}.$$



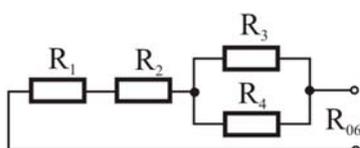
4. Представим далее магазин в виде последовательного соединения двух параллельных сопротивлений

$$R_{04} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = 1 \text{ Ом}.$$



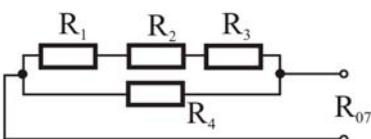
5. Рассмотрим вариант параллельного включения двух пар последовательных соединений

$$R_{05} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R = 1 \text{ Ом}.$$



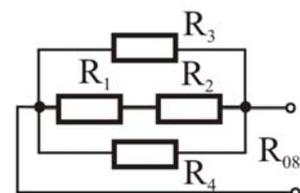
6. Включим два сопротивления параллельно и последовательно с ними остальные два сопротивления

$$R_{06} = 2R + \frac{R}{2} = 2,5R = 2,5 \text{ Ом}.$$



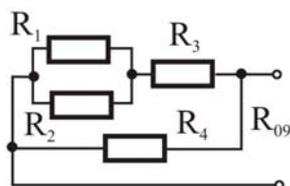
7. Пусть три сопротивления будут включены последовательно, а одно параллельно им

$$R_{07} = \frac{3R \cdot R}{3R + R} = \frac{3}{4}R = 0,75 \text{ Ом}.$$



8. Далее к двум последовательно включенным сопротивлениям подсоединим два параллельных сопротивления

$$R_{08} = \frac{0,5R \cdot 2R}{0,5R + 2R} = 0,4R = 0,4 \text{ Ом}.$$



9. Последний возможный вариант будет представлять собой комбинацию двух параллельных сопротивлений с последующим включением последовательно им одного сопротивления и параллельным включением четвертого

$$R_{09} = \frac{(0,5R + R)R}{0,5R + 2R} = \frac{3}{5}R = 0,6 \text{ Ом}.$$

8.15. Заряд  $q$  обладающий массой  $m$ , покоится в некоторой точке пространства. В некоторый момент времени в окружающем пространстве возникает однородное магнитное поле. Как будет двигаться заряд?

### Решение

1. Заряд останется в покое, потому что сила Лоренца действует только на движущиеся заряды

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

поскольку  $v = 0$ , то и  $F_L = 0$ .

8.16. К конденсатору колебательного контура подключили параллельно ещё один точно такой же конденсатор. Как изменится период колебаний контура?

### Решение

1. Конденсаторы характеризуются ёмкостью и предельной разностью потенциалов на обкладках. Для того чтобы получать конденсаторы заданной ёмкостью и рабочим напряжением применяют соединение в батарее. В батарее конденсаторы соединяются последовательно и параллельно.

2. При параллельном соединении конденсаторов (рис. 8.13) каждый из них находится при одной и той же разности потенциалов, т.е.

$$Q_1 = C_1 U, \quad Q_2 = C_2 U, \dots, Q_n = C_n U,$$

3. Общий заряд батареи будет определяться в виде суммы зарядов всех конденсаторов, составляющих схему

$$Q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} Q_n = U \sum_{i=1}^{i=n} C_i.$$

4. Для ёмкости батареи в этом случае можно записать следующее уравнение

$$C_{\Sigma} = \frac{Q_{\Sigma}}{U} = \sum_{i=1}^{i=n} C_i.$$

5. Ёмкость батареи конденсаторов, соединённых параллельно равна сумме всех конденсаторов, составляющих данную батарею. Рабочее напряжение, при этом, будет соответствовать минимальному рабочему напряжению, которым характеризуется один из конденсаторов батареи.

6. Таким образом, соединяя два одинаковых конденсатора параллельно, получаем удвоенную ёмкость.

7. Запишем формулу Томсона для периода электромагнитных колебаний в контурах с различными ёмкостями

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{LC}; \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{L2C}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_2 = \sqrt{2}T_1;$$

8.17. Свет падает на зеркало под углом  $\alpha_1 = 40^\circ$ . На какой угол повернётся отражённый луч, если зеркало повернуть так, чтобы угол падения стал равным  $\alpha_2 = 35^\circ$ ?

### Решение

1. При повороте в вертикальной плоскости зеркала на угол  $\beta = 5^\circ$ , на такой же угол повернётся и перпендикуляр к плоскости зеркала в точке падения луча.

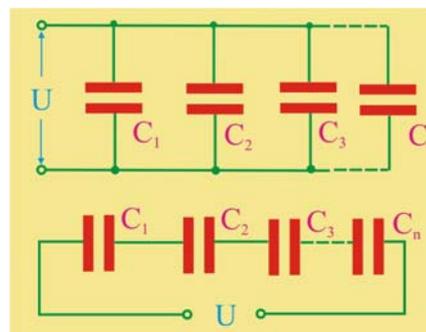


Рис. 8.16. Соединение конденсаторов

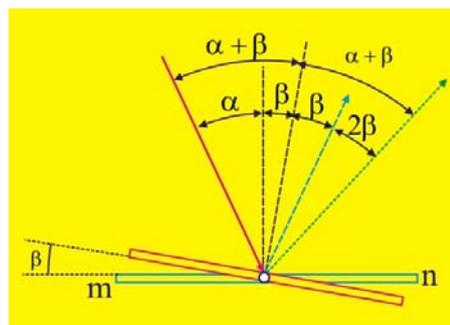


Рис. 8.17. Поворот зеркала

2. Как видно из построения, выполненного на основе закона отражения луча, отражённый луч при повороте зеркала изменит своё направление по сравнению с первоначальным на угол  $\gamma = 2\beta = 10^\circ$ .

3. Можно угол  $\gamma$  определить из более простых рассуждений: угол падения равен углу отражения, при начальном положении зеркала сумма углов падения и отражения равна  $80^\circ$ , а во втором случае  $70^\circ$ , разность составляет те же  $10^\circ$ .

---

8.18. Полная энергия тела с ростом его скорости:

1. Увеличивается;
2. Уменьшается;
3. Не меняется;
4. Зависит от скорости.

### Решение

1. Несмотря на то, что вопрос сформулирован на наш взгляд, не совсем корректно, т.к. не вполне понятно о какой энергии идёт речь, если подразумевается механическая энергия

$$K = \frac{mv^2}{2},$$

то она с увеличением скорости действительно растёт.

2. Теперь станем разгонять нагретое тело, его внутренняя энергия при разгоне будет уменьшаться, т.к. будет наблюдаться охлаждение тела потоками среды в которой оно движется. Одним словом, есть почва для физических фантазий.

---

8.19. Определить энергию магнитного поля соленоида, в котором при токе  $I = 10$  А возникает магнитный поток  $\Phi_B = 1$  Вб.

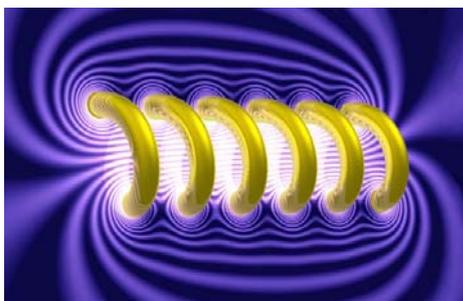


Рис. 8.19. Магнитное поле соленоида

### Решение

1. Зная Величину магнитного потока и силу тока в соленоиде можно определить его индуктивность

$$\Phi_B = LI; \Rightarrow L = \frac{\Phi_B}{I} = 0,1 \text{ Тл};$$

2. Энергия магнитного поля соленоида

$$W_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{0,1 \cdot 100}{2} = 5 \text{ Дж};$$

---

8.20. Кем была разработана ядерная модель атома?

### Решение

1. Очевидно имеется в виду всё-таки планетарная модель атома, или речь идёт об учёном открывшим атомное ядро.

2. Атомное ядро было открыто Эрнстом Резерфордом при исследованиях особенностей рассеяния  $\alpha$  – частиц на атомах золота.

3. Измерения, тщательно выполненные соратниками Резерфордом и соратниками по атомным исследованиям Гейгером и Марсденом, подтвердили правильность предложенной Резерфордом ядерной модели во всех пунктах; было не только убедительно показано, что в состав атомов входят ядра чрезвычайно малых размеров ( $\sim 10^{-15}$  м), окруженных электронами, но и было, за одно, подтверждено, что закон Кулона справедлив для таких малых расстояний.

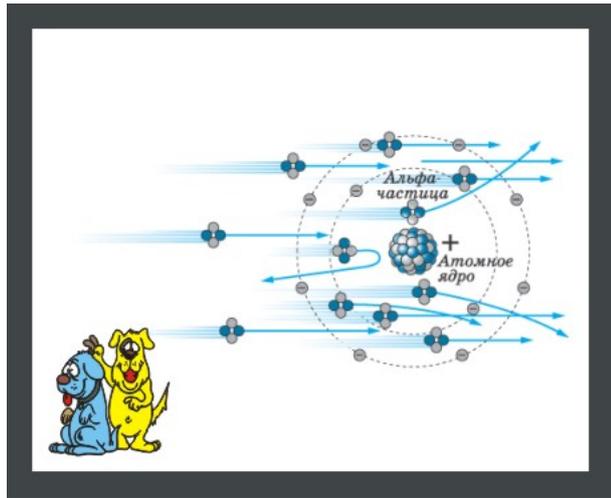


Рис. 8.20. Открытие атомного ядра

4. Полученные экспериментальные данные и проделанные вычисления послужили основанием для разработки планетарной модели атома. Размер ядра можно оценить, приняв, согласно Резерфорду, что  $\alpha$  – частицы могут отклоняться на угол  $180^\circ$ . Наименьшее расстояние  $y_0$ , на которое может сблизиться  $\alpha$  – частица с ядром золота ( $Z = 79$ ), возможно найти сравнивая кинетическую и потенциальную энергию взаимодействующих объектов. Связывая систему отсчёта с центром масс системы ядро - частица, и пренебрегая кинетической энергией ядра атома золота, можно записать

$$\frac{mv^2}{2} \approx \frac{Ze \cdot 2e}{4\pi\epsilon_0 y_0};$$

5. Оценочные расчеты показали, что прицельное расстояние  $y_0 \cong 3 \cdot 10^{-14}$  м, оказалось несколько завышенным. Формула может быть использована для определения атомного номера  $Z$ , рассеивающего атома.

6. Круговые орбиты электронов по классическим представлениям не должны были быть стационарными вследствие излучения электромагнитных волн, атомы же, как известно, образования чрезвычайно устойчивые. Это противоречие удалось объяснить только после более тщательных исследований, в частности, при анализе спектров излучения атомов.

7. Кстати, когда Резерфорд, соблюдая субординацию, рассказал о результатах экспериментов, то мэтр совсем не расстроился по поводу несостоятельности своей модели атома, похоже, что великий Томсон поставил перед Резерфордом задачу таким образом, чтобы подтвердить заранее известный ему одному ответ.

8. Когда стало очевидным, что во взаимодействии  $\alpha$  – частиц и ядер преобладают кулоновские силы, имеющие сходные с гравитационными силами, удерживающими планеты вокруг Солнца, то аналогия с планетной системой не преминула возникнуть. Резерфорд свою модель атома так и назвал – **планетарная модель атома** в которой отрицательно заряженные электроны, подобно планетам солнечной системы вращаются вокруг ядра, несущего положительный заряд в точности равный модулю суммарного электрического заряда всех электронов, мечущихся по своим орбитам.

9. Вместе с тем, несмотря на очевидные достоинства планетарной модели атома, она не раскрывала одно существенное обстоятельство. В соответствии с

законами классической электродинамики, всякая ускоренно движущаяся заряженная частица должна излучать электромагнитные волны, т.е. в процессе движения должна терять энергию, т.е. уменьшать радиус своей круговой орбиты. Если это так, то электроны должны были, в конце концов, упасть на ядро. А поскольку атомы демонстрировали устойчивость, то модель Резерфорда этот нюанс не объясняла. Другими словами классические представления не могли объяснить устойчивость атомов. Это было сделано позже, при рассмотрении атома как квантово-механической системы.

8.21. Какие частицы образуются в результате аннигиляции медленно движущихся электрона и позитрона?

### Решение

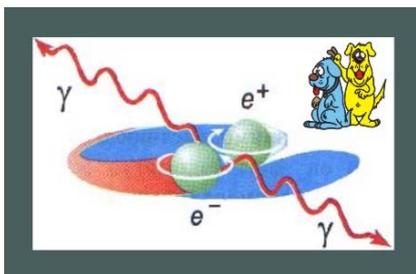


Рис. 8.21. Аннигиляция электрона и позитрона

1. Позитрон (положительный) является античастица электрона. Относится к антивеществу, имеет электрический заряд  $+1$  и массу, равную массе электрона. При аннигиляции позитрона с электроном их масса превращается в энергию в форме двух (и гораздо реже — трёх и более)  $\gamma$  – квантов.

2. Теория взаимодействия электрона и позитрона была разработана Дираком. В соответствие с этой теорией электрон и позитрон при

столкновении должны аннигилировать с освобождением энергии, равной полной энергии сталкивающихся частиц.

3. Оказалось, что этот процесс происходит главным образом после торможения позитрона в веществе, когда полная энергия двух частиц равна их энергии покоя  $1,022$  МэВ. На опыте были зарегистрированы пары  $\gamma$  – квантов с энергией по  $0,511$  МэВ, разлетавшихся в прямо противоположных направлениях от мишени, облучавшейся позитронами.

3. Необходимость возникновения при аннигиляции электрона и позитрона не одного, а как минимум двух  $\gamma$  – квантов вытекает из закона сохранения импульса. Суммарный импульс в системе центра масс позитрона и электрона до процесса превращения равен нулю, но если бы при аннигиляции возникал только один  $\gamma$  – квант, он бы уносил импульс, который не равен нулю в любой системе отсчёта.

8.22. Одноимённо заряженные частицы удерживаются в ядре за счёт:

1. Электростатических сил;
2. Электромагнитных сил;
3. Внутрядерных сил;
4. Упругих сил.

### Решение

1. Одной из главных заморочек ядерной физики является вопрос о силах, удерживающих нуклоны в ядре в непосредственной близости, как одно целое. Как может показаться сначала не просвещённому – ядро вообще должно было бы разлететься. В натуре, оно состоит только из одноименно заряженных и нейтральных частиц. Даже школьники, с ну очень средним образованием знают, что, в соответствии с законом Кулона, одноимённые заряды не имеют

обыкновения находиться в равновесии. А ядра в определённом смысле представляются образованиями стабильными.

2. Снова возникает явление, которое не укладывается в рамки известных законов. Поскольку нейтроны и протоны стабильно соседствуют, то должны быть причины побуждающие их к такому состоянию. Предположим, что внутри ядра действует особый класс сил, так называемые **ядерные силы**.

3. Этот гипотетический тип сил отличается от электростатических и всех других известных сил. Важнейшей их особенностью является короткий радиус действия. Напомним, что электростатическое и гравитационное взаимодействие, убывает по мере возрастания расстояния, обратно пропорционально квадрату расстояния

$$F_k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_{1,2}^2}, \quad F_H = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{1,2}^2}.$$

4. Радиус действия этих сил всегда очень велик, по ядерным масштабам, и они подчиняются принципу суперпозиции. Таким образом, сообщив электрический заряд большим изолированным телам, мы можем в миллионы раз усилить действие отдельного электрона. Точно так же лишь в результате аддитивного сложения взаимодействий всех атомов земного шара «создается» сила тяжести, которую мы ощущаем в нашей повседневной жизни.

5. В весьма фривольном приближении можно уподобить нуклоны карамельным шарикам, которые «слипаются» друг с другом при непосредственном контакте. Те, которые тают не во рту, а в руках. Опыт общения со слипшимися конфетами подсказывает, что величина связывающей их силы совершенно не зависит от того, сколько их находится в кулке.

6. При дальнейшем сближении частиц величина ядерных сил достигает некоторого предела. Если бы такого предела не существовало, ядро сжалось бы в точку, так как только при этом условии потенциальная энергия ядра стала бы равной нулю. Поскольку такой «коллапс» в действительности не происходит, потенциал не убывает неограниченно и притяжение должно уступить место сильному отталкиванию. Таким образом, в нуклоне существует некая «твёрдая сердцевина», или «кern», радиус которого не превышает  $4 \cdot 10^{-16}$  м.

7. Теория ядерных сил к настоящему времени далека от завершения, однако целый ряд их качественных и количественных характеристик определён вполне надёжно.

8. Ядерные силы обладают свойством насыщения, подобно химическим силам. Действительно, атомы углерода и кислорода взаимодействуют, образуя углекислый газ  $CO_2$ . Но как только, происходит соединение одного атома углерода и двух атомов кислорода, «свадьба» заканчивается и присоединение новых атомов кислорода не происходит – химические силы достигли насыщения.

9. Эффект насыщения ядерных сил, происходит более плавно нежели в химическом случае. Энергия, которую необходимо затратить в среднем на одну частицу, для того чтобы разбить ядро на отдельные нуклоны, начиная от гелия и до самых тяжелых ядер, меняется в пределах, не превышающих 25%.

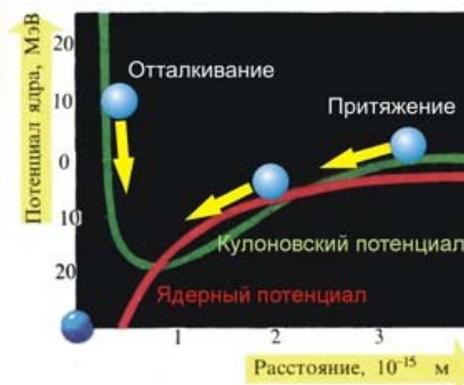


Рис. 8.22.1. Ядерные силы взаимодействия

15. Существует несколько гипотез о механизме возникновения ядерных сил. В соответствии с одной из них, внутри ядра существует поле, подчиняющееся квантовым законам, в частности это относится к полю сил, действующих между двумя нуклонами.

16. Возникает отнюдь не риторический вопрос, какие частицы переносят это взаимодействие? Предполагается, что переносчиками поля являются частицы – переносчики, которые, к слову сказать, пока в земных условиях не обнаружены. Но вместе с тем, объяснение такого взаимодействия через вспомогательное поле транспортных частиц не только не «притянута за уши», но и является необходимым элементом при описании других видов взаимодействия.

17. Тот факт, что эти частицы пока укрываются от экспериментаторов, совершенно не смущает теоретиков. Такой уж они упёртый народ. Допускается, что если даже окажется так, что частицы – переносчики не существуют в данный момент в «осязаемой» форме, вполне оправдано допустить их существование в виртуальной форме.

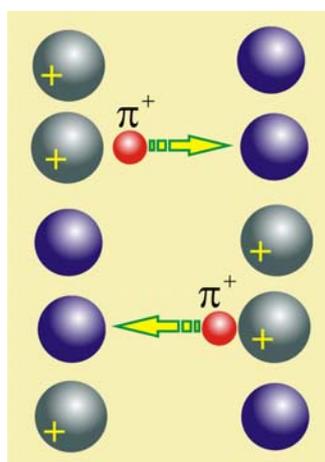


Рис. 8.22.2. Переносчики поля  $\pi$  – мезоны

18. Схема «работы» таких частиц выглядит следующим образом: протон генерирует такую положительно заряженную частицу (рис. 8.22.2), которая тут же поглощается соответствующим нейтроном, которому она «предназначена». Нейтрон превращается в протон, тогда как бывший протон теряет свой заряд и становится нейтроном.

19. Затем эта «игра в кошки мышки» повторяется в обратном порядке, так, что в конце концов между двумя нуклонами происходит непрерывный обмен частицами. Таким образом, существование частицы – переносчика ограничено промежутком времени, который необходим для преодоления расстояния между двумя нуклонами (то есть радиуса действия ядерных сил). Отсюда  $\Delta t \cong r_i/c$  при условии, что частица движется со скоростью света  $c$ . Если  $r_i \cong 1 \cdot 10^{-15}$  м,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, то  $\Delta t \cong 3,3 \cdot 10^{-24}$  с. В соответствии с принципом неопределённости для энергии можно записать следующее соотношение

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar .$$

20. Оценим приближённо величину этой энергии

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} \cong \frac{10^{-34}}{3,3 \cdot 10^{-24}} \cong 3 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \cong 190 \text{ МэВ} .$$

21. Энергия, прямо скажем, впечатляющей величины, особенно с учётом её эквивалентности некой массе, в соответствии с теорией Оливера Хевисайда

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} \cong 3,3 \cdot 10^{-28} \text{ кг} ,$$

что составляет примерно 276 масс электрона. Обсуждаемая частица с фантастическими свойствами была предсказана Японским физиком Хидеки Юкавой в 1935 г.

8.23. При аннигиляции электрона и позитрона образовались два одинаковых  $\gamma$  – кванта. Определить длину волны  $\gamma$  – излучения, пренебрегая кинетической энергией частиц до реакции.

### Решение

1. Аннигиляция электрона и позитрона подтверждает гениальную догадку Оливера Хевисайда о возможности преобразования массы в энергию, которую он записал в своём рабочем дневнике за 12 лет до обнаружения Эйнштейном этого знаменитого уравнения

$$m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_e c} \cong \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8} \cong 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ м (2,2 пм)};$$

---

8.24. Исследования, проведенные со стеклянными линзами, помещёнными в воздухе, показали, что в этих условиях выпуклые линзы являются собирающими. Какой из нижеследующих выводов справедлив?

1. Стеклянные выпуклые линзы всегда являются собирающими;
2. Стеклянные выпуклые линзы в воздухе являются собирающими;
3. Стеклянные выпуклые линзы всегда являются собирающими;

### Решение

1. Всё дело в показателе преломления, который определяет скорость распространения света в среде. Если поместить стеклянную линзу ( $n \cong 1,5$ ) в жидкий нафталин  $n \cong 1,6$ , то луч света будет проникать из оптически более плотной среды в менее оптически плотную. Поэтому верным является утверждение 2, стеклянные выпуклые линзы будут собирающими в средах с  $n \approx 1$ .

---

8.25. Определить по графику  $F = f(\Delta x)$  коэффициент жёсткости пружины в области справедливости закона Гука.

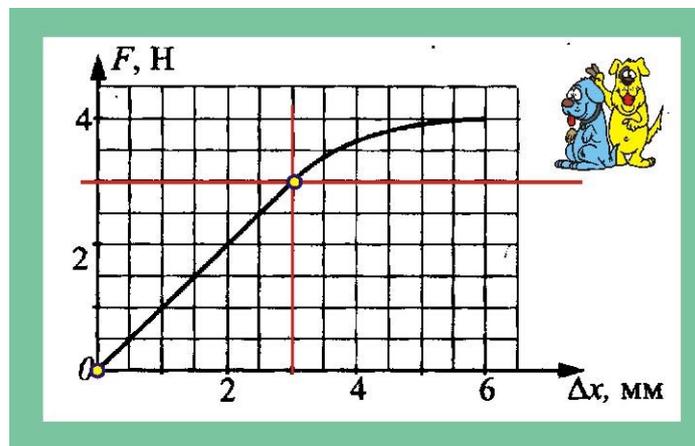


Рис. 8.25. Закон Гука

### Решение

1. В соответствии с законом товарища Гука  $F = k\Delta x$ , сила прямо пропорциональна коэффициенту упругости  $k$  и растяжению пружины  $\Delta x$ , эта зависимость будет изображаться в виде прямой линии, поэтому

$$k = \frac{F}{\Delta x} \cong \frac{3}{3 \cdot 10^{-3}} \cong 1000 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

---

## Вариант № 9

### Часть А

9.1. По заданной зависимости координаты автомобиля от времени определить пройденный путь за 8 с

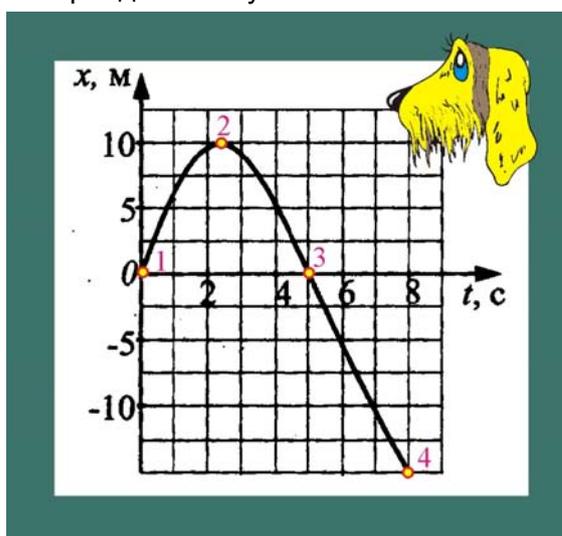


Рис. 9.1. Зависимость координаты от времени

### Решение

1. В точке 2 автомобиль меняет направление движения и возвращается на место старта, пройдя путь  $s_1 = 20$  м, затем, после остановки автомобиль начинает движение в противоположную сторону и проходит за последующие 5 с путь  $s_2 = 15$  м.

2. Поскольку путь, это расстояние, пройденное за заданный промежуток времени, то

$$s = s_1 + s_2 = 20 + 15 = 35 \text{ м.}$$

3. Перемещение же автомобиля за 8 с составит  $|\vec{r}| = 15$  м.

9.2. Аэростат равномерно поднимается в инерциальной системе отсчёта, связанной с Землёй. Какое из следующих утверждений о силах, действующих на аэростат, можно считать верным?

1. Подъёмная сила равна силе тяжести;
2. Сила сопротивления воздуха равна силе Архимеда, действующей на аэростат;
3. Сумма всех сил, действующих на аэростат равна нулю;
4. Никакие силы на аэростат не действуют.

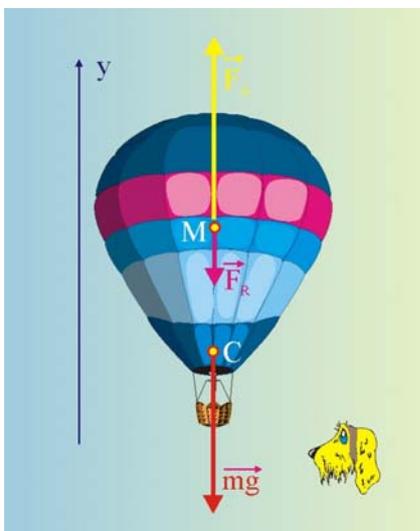


Рис. 9.2. Аэростат

### Решение

1. Аэростат поднимается с постоянной скоростью под действием силы Архимеда  $\vec{F}_A$ , силы тяжести  $m\vec{g}$  и силы сопротивления  $\vec{F}_R$ , т.е.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0.$$

2. Запишем уравнение второго закона Ньютона с учётом нулевого ускорения

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m\vec{a} = 0; \quad \sum_{i=1}^{i=n} F_y = 0;$$

7. Верно заключение 3, с оговоркой, что равна нулю геометрическая сумма сил, действующих на аэростат.

9.3. Приведён график зависимости силы упругости от удлинения пружины. Определить величину коэффициента жёсткости пружины.

### Решение

1. На рисунке, собственно, изображён закон Гука

$$F = k\Delta l,$$

откуда следует, что

$$k = \frac{F}{\Delta l};$$

2. Поскольку приведенная зависимость линейна, то можно задействовать весь график

$$k = \frac{1,08}{4 \cdot 10^{-2}} = 27 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

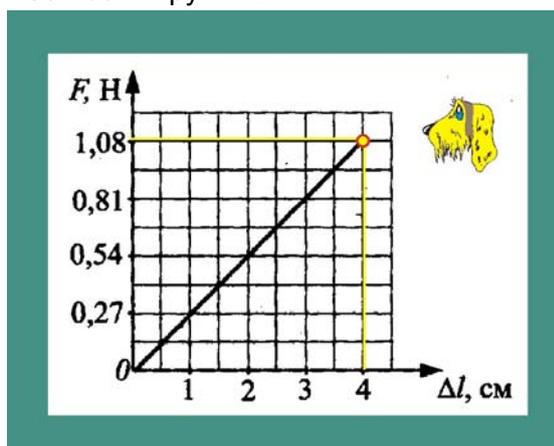


Рис. 9.3. Закон Гука

9.4. Автомобиль массой  $m = 900$  кг движется по прямолинейному участку пути с постоянной скоростью  $v = 72$  км/ч. Определить импульс автомобиля в (кг·км)/с ?!

### Решение

1. Переведём скорость из км/ч в совершенно идиотские для автомобиля, заданные в условии единицы измерения км/с

$$v = \frac{72}{60 \cdot 60} = 0,02 \frac{\text{км}}{\text{с}};$$

2. Вычислим импульс автомобиля

$$mv = 0,02 \cdot 900 = 18 \frac{\text{кг} \cdot \text{км}}{\text{с}}.$$

Только идеологов ЕГЭ могли посетить такие фантазии.

9.5. Мальчонка бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 5$  м/с. На какую высоту поднимется камень?

### Решение

1. Будем считать, что бросок совершается с поверхности земли, в противном случае нужно задавать рост мальчика и длину его руки. Сопротивление движению тоже учитывать не будем. Применим закон сохранения энергии, полагая, что в момент броска энергия камня будет исключительно кинетической, а в максимуме подъёма – потенциальной

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh; \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = 12,5 \text{ м};$$

2. Задача так же может быть решена методами кинематики

$$\left. \begin{array}{l} v(t) = v_0 - gt; \\ y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} t = \frac{v_0}{g}; \\ y_t \equiv h = \frac{v_0^2}{2g}; \end{array} \right\}$$

9.6. Скорость тела, совершающего гармонические колебания, меняется во времени по закону

$$v_x(t) = 3 \cdot 10^{-2} \sin(2\pi t).$$

Определить частоту колебаний.

### Решение

1. В общем виде уравнение скорости гармонических колебаний без начальной фазы можно записать так:

$$v_x(t) = A \sin \omega t; \Rightarrow \omega = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

где  $\omega$  – циклическая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu; \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = 2 \text{ Гц};$$

9.7. Тело скользит вниз по гладкой наклонной плоскости. Как изменится ускорение тела, если его массу увеличить в два раза?

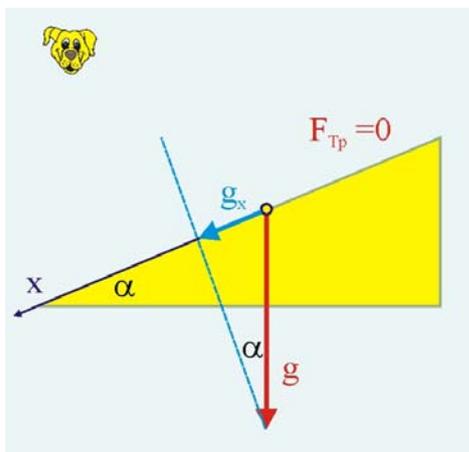


Рис. 9.7. Гладкая наклонная плоскость

### Решение

1. На гладкой наклонной плоскости (отсутствие силы трения) ускорение тела любой массы будет зависеть только от угла наклона плоскости

$$a = g_x = g \sin \alpha;$$

2. Этим обстоятельством воспользовался Галилео Галилей при измерении ускорения свободного падения, он пускал тележку с плоскости с малым углом наклона и получал незначительную проекцию ускорения свободного падения, что давало возможность более точно измерять расстояния и времена.

9.8. Абсолютная температура неона в 2 раза выше, чем у аргона. Определить отношение средней кинетической энергии молекул неона и аргона.

### Решение

1. Вопрос о кинетической энергии молекул на фундаментальном уровне был впервые поднят при разработке классической теории теплопроводности.

2. Авторами теплоёмкости газов, которую часто называют классической теорией теплоёмкости являются Людвиг Больцман и Джеймс Клерк Максвелл.

3. Основная идея этой теории заключается в предположении, что энергия молекул равномерно распределена между степенями её свободы. Напомним, что с позиций классической механики именно число степеней точки или системы точек определяет количество уравнений, описывающих движение.

4. Материальная точка, на которую не наложены связи, обладает тремя степенями свободы, т.е. она может двигаться поступательно вдоль трёх координатных осей. Положение такой точки однозначно определяется набором трёх

чисел – её координат. Для описания движения достаточно трёх уравнений. Свободное твёрдое тело имеет шесть степеней свободы т.к. может двигаться поступательно в трёх взаимно перпендикулярных направлениях, и одновременно вращаться вокруг трёх взаимно перпендикулярных осей.

5. Число степеней молекулы зависит, прежде всего, от количества атомов входящих в её состав. Одноатомные молекулы имеют три степени свободы (рис. 9.8), потому что мы полагаем молекулы в образе материальной точки, обладающей массой, но лишённой геометрических размеров, т.е. – объёма, точка не может вращаться, только движется поступательно.

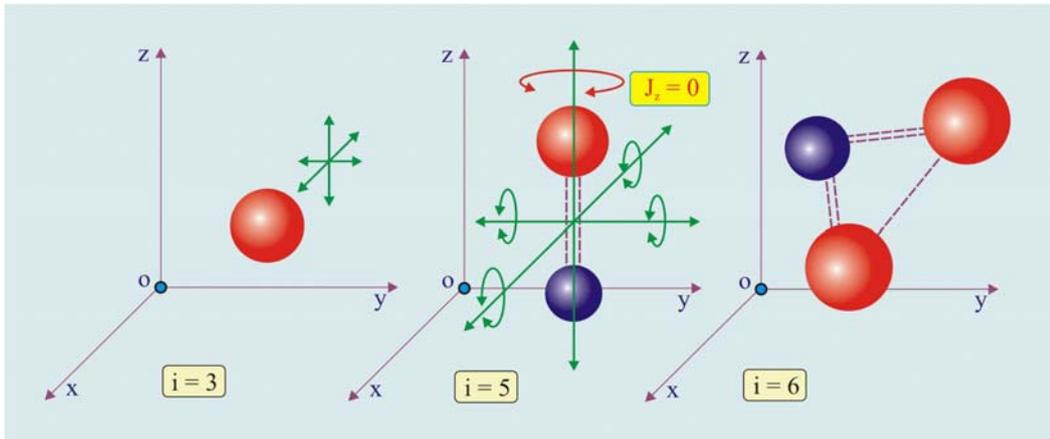


Рис. 9.8. Степени свободы молекул

6. Двухатомные молекулы, имеющие вид гантели, например,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  и т.п. в принципе имеют все шесть степеней свободы, но при дальнейшем энергетическом рассмотрении одну вращательную степень свободы не имеет смысла учитывать. И вот почему. Как известно из механики, если в движении тела присутствует вращательная составляющая, то кинетическая энергия этого тела складывается из двух величин: энергии поступательного движения и энергии вращения

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} J_C \omega^2,$$

где  $m$  – масса,  $v$  – скорость,  $J_C$  – момент инерции,  $\omega$  – угловая скорость. Двухатомная молекула при вращении вокруг оси  $oz$  имеет практически нулевую энергию, потому, что

$$J_C = mr^2 \rightarrow 0, \quad \text{т.к. } r \rightarrow 0.$$

7 В этой связи, для двухатомных молекул число степеней свободы принимается равным пяти. Молекулы, имеющие в своём составе три и более атома имеют, как и твёрдое тело шесть степеней свободы, три поступательных и три вращательных.

8. Классическая теория теплоёмкости предполагает, что суммарная энергия молекулы равномерно распределяется между степенями свободы.

9. Кинетическая энергия молекулы идеального газа описывается уравнением

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T.$$

10. Вращательная энергия при взаимодействии молекул друг с другом и с ограничивающими объём стенками не передаётся по причине специфики устройства и свойств атома в классических представлениях. В центре атома рас-

положено ядро, масса которого не на много больше массы всего атома, но радиус ядра атома в соответствии с планетарной моделью Резерфорда определяется уравнением

$$r_{\text{я}} \approx 1,4 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A},$$

где  $A$  – массовое число. Радиус атомов имеет значение порядка  $r_{\text{А}} \cong 10^{-11}$  м, т.е. размер атома на четыре порядка больше размеров ядра, плотность же атомного ядра составляет приблизительно равна  $\rho_{\text{я}} \cong 2 \cdot 10^{17}$  кг/м<sup>3</sup>. Как следствие таких особенностей, вращательная составляющая движения, возникающая при взаимодействиях ядру не передаётся. Лёгкая электронная оболочка не в счёт, поэтому для одноатомных молекул

$$\frac{1}{2} J_{\text{с}} \omega^2 \rightarrow 0.$$

11. Теорема Больцмана – Максвелла утверждает что энергия, определяемая уравнением приходится на одну степень свободы молекулы любого газа, независимо от числа степеней свободы.

12. Таким образом для одноатомной молекулы идеального газа, имеющей три степени свободы  $i = 3$ , энергия определится как

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} k_{\text{В}} T = \frac{3}{2} k_{\text{В}} T.$$

13. Аргон и неон одноатомные инертные газы, поэтому отношение их кинетических энергий в заданных условиях определится как:

$$\left. \begin{array}{l} \langle \varepsilon_{\text{Ar}} \rangle = \frac{3}{2} k_{\text{В}} 2T; \\ \langle \varepsilon_{\text{Ne}} \rangle = \frac{3}{2} k_{\text{В}} T; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\langle \varepsilon_{\text{Ar}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\text{Ne}} \rangle} = 2;$$

9.9. Приведены графики зависимости объема одного моля идеального газа от температуры. Какой из них соответствует изобарному процессу?

### Решение

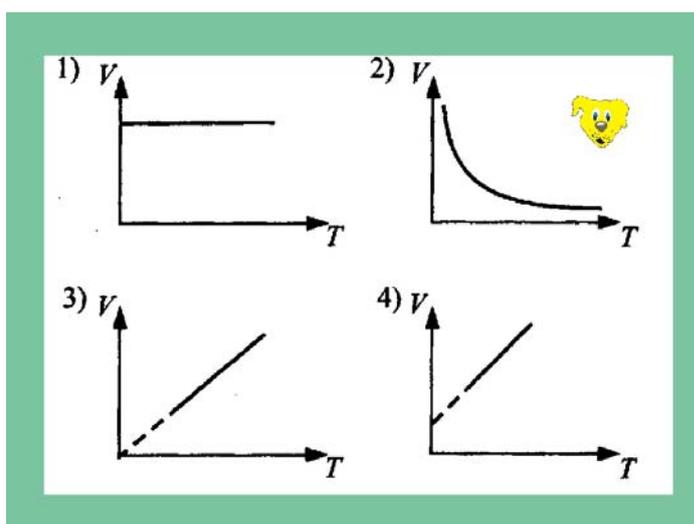


Рис. 9.9.1. Графики изопроцессов идеального газа

1. Запишем уравнение состояния идеального газа для различных изопроцессов, графики которых приведены на рис. 9.9.2

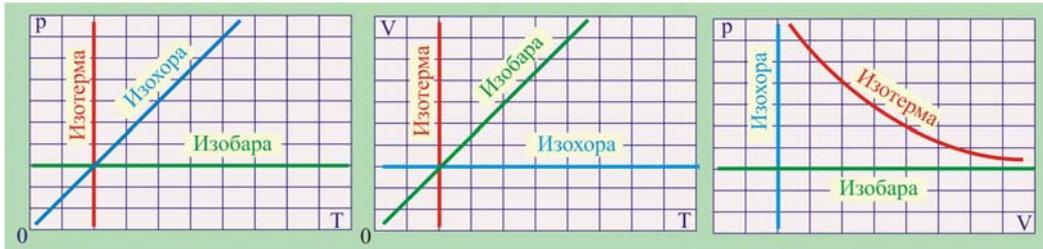


Рис. 9.9.2. Графическое представление изопроцессов

Изотермический процесс:  $T = \text{const}$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = \nu RT; \\ p_2 V_2 = \nu RT; \end{array} \right\} \Rightarrow pV = \text{const};$$

Изохорный процесс:  $V = \text{const}$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V = \nu RT_1; \\ p_2 V = \nu RT_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; \text{ (график 1)}$$

Изобарный процесс:  $p = \text{const}$

$$\left. \begin{array}{l} pV_1 = \nu RT_1; \\ pV_2 = \nu RT_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad V_1 T_2 = V_2 T_1; \quad V_2 = \frac{V_1}{T_1} T_2 = a T_2;$$

2. Прямая 3 является изобарой с уравнение типа  $y = kx$ .

9.10. При каком из перечисленных ниже процессов переданное идеальному газу количество теплоты расходуется на увеличение внутренней энергии?

1. Изохорное нагревание;
2. Адиабатное расширение;
3. Изобарное нагревание;
4. Изотермическое нагревание.

### Решение

1. Пусть некое газообразное тело из состояния  $U_1$  по траектории  $U_1 b U_2$  переведено в состояние, характеризующееся внутренней энергией  $U_2$ , а затем по траектории  $U_2 a U_1$  возвращено в исходное состояние (рис. 9.10).

2. Тело, таким образом, совершает круговой процесс или цикл. Естественно, что в конечном счёте в результате рассматриваемых превращений внутренняя энергия тела не изменится. Используя уравнение первого начала термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

можно записать:

$$dU = 0, \quad \delta Q = \delta A = p dV,$$

или в интегральной форме

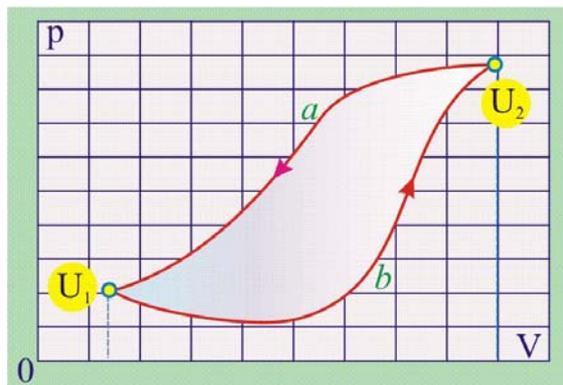


Рис. 9.10. Процесс изменения состояния

$$U_2 - U_1 = 0, \quad Q = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

3. При идеальных круговых процессах всё количество теплоты сообщаемое телу расходуется на совершение работы. Жаль, что они невозможны на практике, но это уже другой вопрос, который мы пока не станем затрагивать, рассматривая упрощённые модели процессов для того, чтобы разобраться в физической сущности, а потом уже введём ограничения. В физике такой способ вполне традиционен.

4. Применим далее первое начало термодинамики к процессу в течение которого остаётся постоянным объём, т.е. к **изохорному процессу, когда  $V = \text{const}$ ,  $dV = 0$ .**

5. Уравнения для этого случая переписутся следующим образом

$$\delta Q_V = dU, \quad Q_V = U_2 - U_1.$$

**Всё сообщаемое телу количество тепла расходуется на изменение его внутренней энергии.** Нижний индекс в данном случае указывает параметр, сохраняющий своё значение неизменным.

9.11. Чему равна работа, совершённая газом за 1 цикл, изображённый на  $pV$ - диаграмме (рис. 9.11.1)?

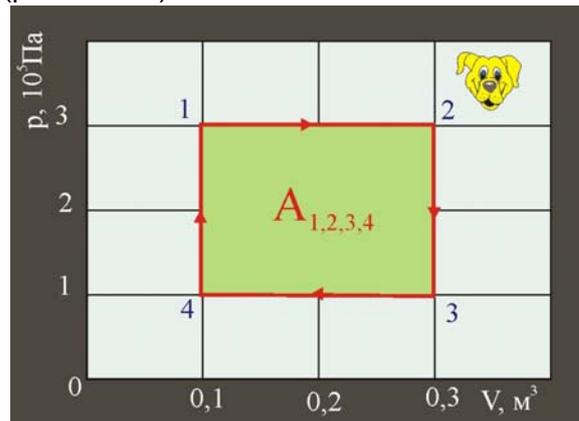


Рис. 9.11.1. Замкнутый цикл идеального газа

### Решение

1. В каждый момент времени состояние тела определяется всем многообразием его свойств, причём, изменение одного из них, как правило приводит к изменению других. Построение термодинамической модели поведения вещества осуществим на примере идеального газа, для которого всё многообразие параметров состояния можно свести к трём, т.е.

$$f(p, V, T) = 0,$$

все остальные свойства, включая электрические, магнитные, оптические и др. будут далее полагаться неизменными.

2. Геометрически уравнение состояния представляет собой некоторую поверхность (рис. 9.11.2), отнесённую к трём взаимно перпендикулярным осям координат  $\{p, V, T\}$ . Каждое состояние вещества на этой **термодинамической поверхности** отображается некоторой точкой, например а, которая называется фигуративной точкой. При изменения состояния точка перемещается по термодинамической поверхности, например в положение б, описывая кривую аb. Проекции этой кривой на плоскости позволяют получить соответствующие

изохоры  $(p, T)$ ,  $(V, T)$  – изобары и  $(p, V)$  – изотермы.

3. Рассмотрим  $pV$  – диаграмму некоторого термодинамического процесса (рис. 9.11.3) вследствие которого объект переводится из начального состояния 1 в конечное состояние 2. Состояние 1 в соответствии с уравнением состояния характеризуется набором из трёх параметров: давления  $p$ , объёма  $V$  и температуры  $T$ . Кроме того, рассматриваемая масса газа в этом состоянии будет обладать внутренней энергией  $U_1$ .

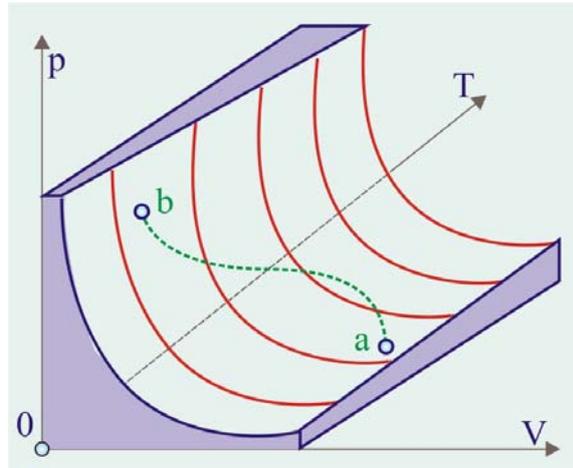


Рис. 9.11.2. Термодинамическая поверхность идеального газа

4. Предположим далее, что газ получил возможность расширяться, совершая при этом работу. Почему при расширении газа будет совершаться механическая работа? Это можно показать, воспользовавшись традиционными представлениями о работе, заимствованными из классической механики.

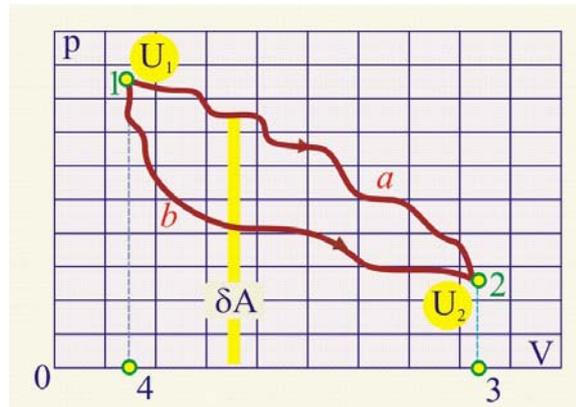


Рис. 9.11.3.  $pV$  – диаграмма газа

5. Рассмотрим цилиндр с термоизолированными стенками (рис. 9.11.4) (адиабатная оболочка), заполненный идеальным газом и закрытый невесомым поршнем. Предположим, что первоначально давление в ограниченном объёме выше окружающего и равно  $p$ . Если поршень отпустить и допустить его перемещения без трения, то газ начнёт расширяться, причём на поверхность поршня будет действовать сила

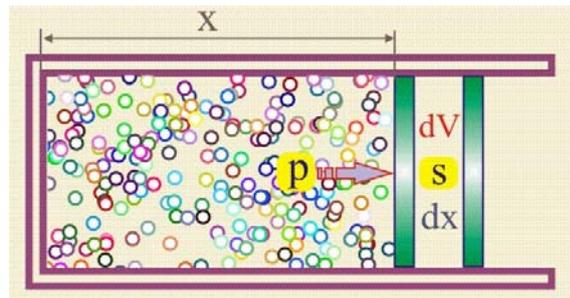


Рис. 9.11.4. Работа газа при расширении

$$F = pds.$$

6. Элементарная работа этой силы на перемещении поршня  $dx$  будет равна

$$\delta A = Fdx = p ds dx = p dV.$$

7. Возвращаясь к рис. 9.11.3, вычислим работу при переводе исследуемого объёма газа из начального положения 1 в конечное положение 2, для чего кривую  $p = f(V)$  разобьём на большое число отрезков и на каждом из них применим уравнение элементарной работы. При суммировании элементарных работ, придём к следующему выражению

$$A_{1 \rightarrow 2} = \sum_{k=1}^{k=n} \delta A_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{k=n} p dV_k = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

8. Численно работа равна площади криволинейной или прямолинейной фигуры, ограниченной  $p$  и  $V$  координатами. Работа, заданного по условию задачи кругового процесса, таким образом, может быть вычислена следующим образом:

$$A_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1} = \Delta p \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж (40 кДж)};$$

9.12. Какой из изображённых процессов является изотермическим?

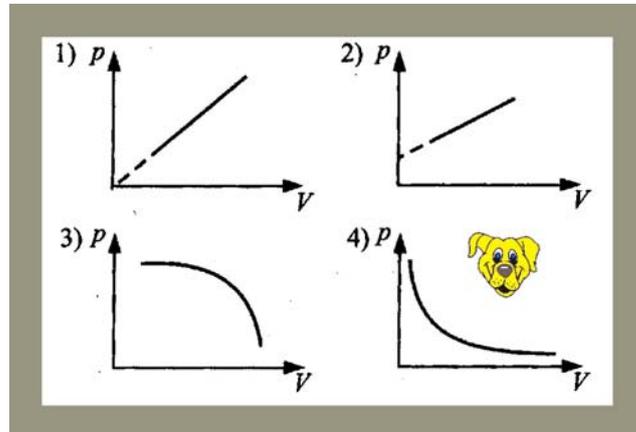


Рис. 9.12.1. Изопроцессы идеального газа

### Решение

1. Нелинейная зависимость давления от объёма наблюдается только в изотермическом процессе при  $T = \text{const}$ ,  $pV = \text{const}$  (рис. 9.12.2)

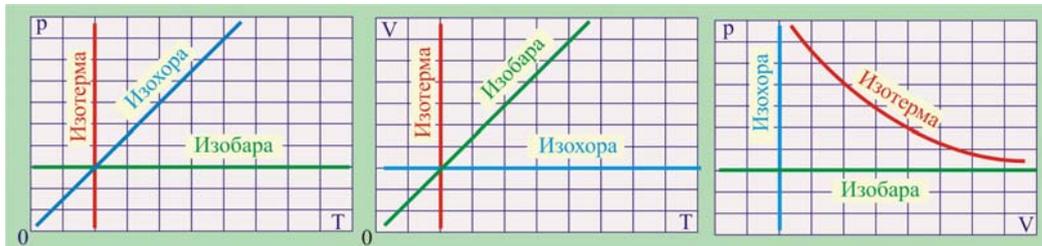


Рис. 9.12.2. Графическое представление изопроцессов в  $p, V, T$  координатах

9.13. Задано положение двух одинаковых по величине и знаку заряда. Определить направление напряжённости электрического поля системы зарядов.

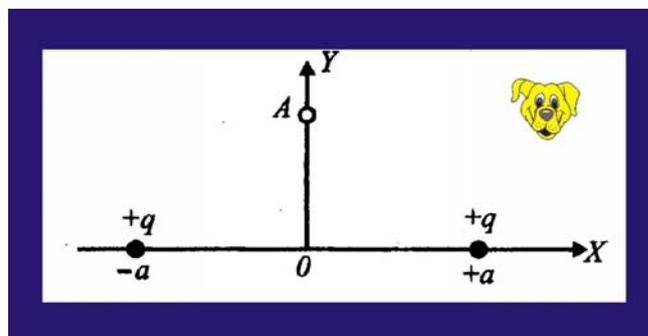


Рис. 9.13. Система электрических зарядов

## Решение

1. Используя принцип суперпозиции определим результирующую напряжённость электрического поля в виде геометрической суммы напряжённостей заданной системы зарядов

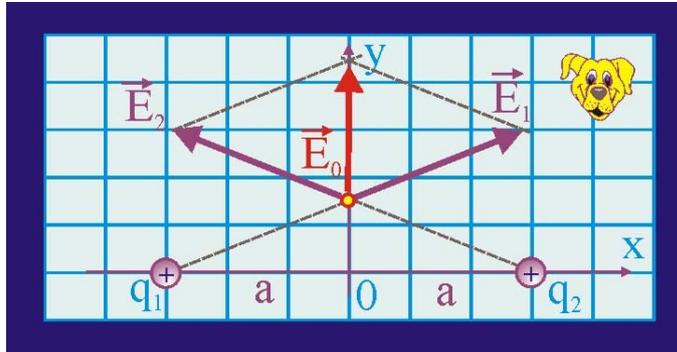


Рис. 9.13.1. Результирующее поле

9.14. При измерении зависимости силы тока от напряжения неизвестного сопротивления были получены следующие данные:

I, A	0,5	1,5	2,5	3,5
U, В	3	9	15	21

Определить по результатам измерений величину сопротивления.

## Решение

1. Для вычисления сопротивления используем закон Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}; \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{3}{0,5} = \frac{9}{1,5} = \frac{15}{2,5} = \frac{21}{3,5} = 6 \text{ Ом};$$

9.15. Проводник, по которому течёт ток, помещён в магнитное поле. Определить направление силы Ампера.

## Решение

1. Ампер и его многочисленные последователи опытным путём установили, что на проводники с током действуют механические силы, вызванные наличием магнитного поля. Это действие можно описать количественно. Если поперечное сечение проводника  $S$ , а его длина в направлении тока  $l$ , то электрический заряд, сосредоточенный в элементарном объёме  $dV = Sdl$ , будет определяться количеством сосредоточенных в нём носителей заряда, в частности – электронов

$$dN = ndV = nSdl,$$

суммарный электрический заряд которых определится как

$$dQ = qdN = qnSdl,$$

где  $q$  – заряд носителя,  $n$  – концентрация носителей.

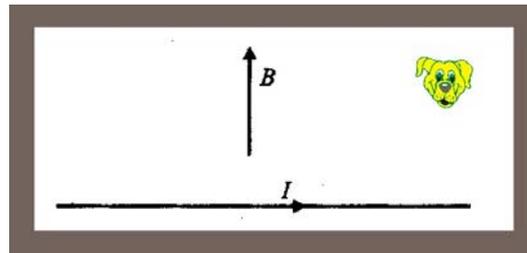


Рис. 9.15.1 Проводник в магнитном поле

2. Силу, действующую остов кристаллической решётки в рассматриваемом элементе проводника, можно определить из условий равновесия электрических и магнитных сил

$$quB = qE, \Rightarrow E = Bu .$$

3. Выразим дрейфовую скорость носителей заряда через плотность тока, текущего по проводнику

$$u = \frac{j}{qn}, \quad E = \frac{Bj}{qn} .$$

4. Искомую элементарную силу, таким образом можно представить следующим образом

$$dF_A = EdQ = \frac{B}{qn} j \cdot qnSd\ell = IBd\ell .$$

5. В векторной форме сила, действующая на элементарную длину проводника  $d\vec{\ell}$ , по которому течёт ток величиной  $I$ , определится векторным соотношением

$$d\vec{F}_A = I(d\vec{\ell} \times \vec{B}) .$$

6. В случае прямолинейного проводника магнитная индукция во всех точках пространства вдоль всей его длины  $l$  магнитная индукция будет постоянной, т.е.

$$\vec{F}_A = I(\vec{\ell} \times \vec{B}) ,$$

или, в соответствии с определением векторного произведения

$$F_A = IlB \sin(\vec{\ell} \times \vec{B}) .$$

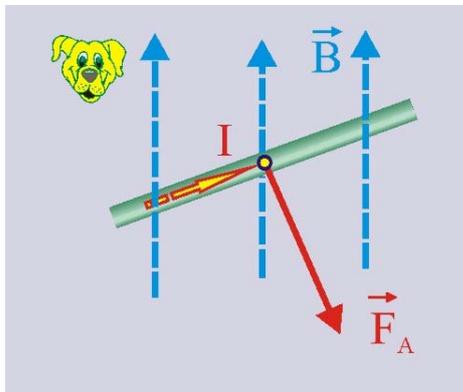


Рис. 9.15.2. Направление силы Ампера

7. Очевидно, что вектор действующей силы будет перпендикулярен плоскости, в которой располагаются векторы  $\vec{\ell}$  и  $\vec{B}$  (рис. 9.15.2). Уравнение для  $F_A$  является математическим выражением закона Ампера.

8. Направление силы Ампера удобно определять по правилу правой руки: если развёрнутую ладонь правой руки расположить так, чтобы четыре вытянутых пальца совпали с направлением тока, а вектор индукции входил в ладонь, то отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера.

9.16. Какова должна быть индуктивность катушки, чтобы при ёмкости конденсатора  $C = 2$  мкФ период колебаний в контуре был равен  $T = 10^{-3}$  с?

### Решение

1. Запишем уравнение Томсона для периода колебательного контура и решим его относительно индуктивности

$$T = 2\pi\sqrt{LC}; \quad \Rightarrow \quad L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \cong \frac{10^{-6}}{40 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \cong 0,0125 \text{ Гн (12,5 мГн)};$$

9.17. При каком угле падения падающий и отражённый луч перпендикулярны друг другу?

**Решение**

1. По законам геометрической оптики угол падения равен углу отражения, поэтому прямой угол между падающим и отражённым лучом будет иметь место при  $\alpha = 45^\circ$ .

9.18. Показатель преломления света в алмазе равен  $n_1 = 2,42$ . Определить предельный угол полного внутреннего отражения для поверхности раздела алмаз – воздух.

**Решение**

1. Примем для воздуха показатель преломления  $n_0 = 1$ , тогда для предельного угла полного внутреннего отражения  $\alpha_0$  можно записать уравнение

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n_1}; \Rightarrow \alpha_0 = \arcsin \frac{1}{2,42} \cong 24,4^\circ.$$

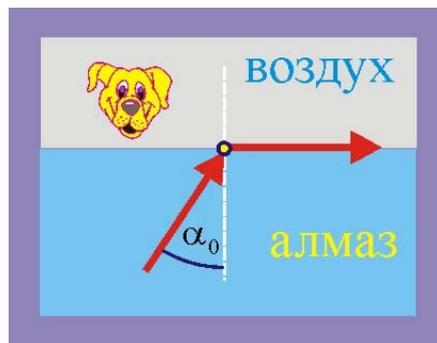


Рис. 9.18. Полное внутреннее отражение

9.19. Протон и  $\alpha$  – частица влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Найти отношение периодов обращения  $\alpha$  – частицы к периоду обращения протона.

**Решение**

1. Протон и  $\alpha$  – частица в магнитном поле станут на стационарные круговые орбиты, находясь под действием силы Лоренца и силы инерции, вызванной нормальным ускорением, что даёт основание найти уравнение периода обращения

$$qvB = \frac{mv^2}{R}; \quad qB = \frac{m\omega R}{R}; \quad qB = m\omega; \quad \frac{qB}{m} = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{2\pi m}{qB};$$

2. Запишем уравнения периода для заданных частиц, с учётом того, что

$$m_\alpha = 4m_p; \quad q_\alpha = 2q_p; \Rightarrow \frac{T_\alpha}{T_p} = 2;$$

9.20. Найти импульс фотона с длиной волны  $\lambda = 1,24$  пм.

**Решение**

1. Если фотону приписать массу, т.к. он обладает энергией и скоростью света, и применить уравнение Оливера Хевисайда, то получим:

$$mc^2 = hv = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow p_f = mc = \frac{h}{\lambda} \cong \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1,24 \cdot 10^{-12}} \approx 5,32 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

9.21. Сколько атомов из миллиона распадётся за 414 суток, если период полураспада данного изотопа составляет 138 суток?

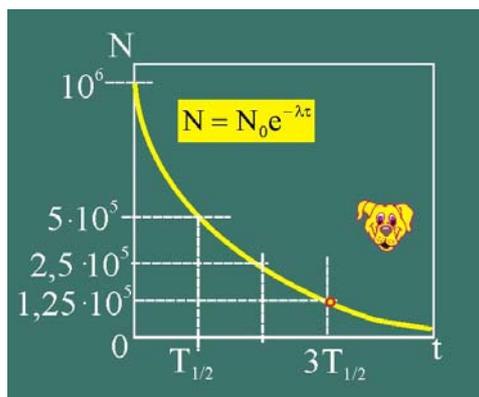


Рис. 9.21. Закон радиоактивного распада

### Решение

1. Закон радиоактивного распада имеет экспоненциальный характер, поэтому простыми пропорциями процесс не описать.

2. Заданное время 414 суток составляет **три периода полураспада**.

3. Период полураспада соответствует времени за которое распалась ровно половина ядер радиоактивного вещества

$$N_{1/2} = N_0/2;$$

4. Через три периода полураспада останется не распавшимися  $1,25 \cdot 10^5$  ядер, значит, за 414 суток распалось  $8,75 \cdot 10^5$  ядер.

9.22. Каковы заряд и массовое число ядра элемента получившегося в результате ядерной реакции

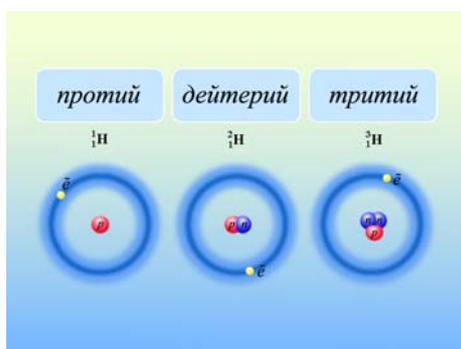
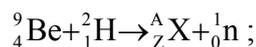


Рис. 9.22. Изотопы водорода

### Решение

1. В данном случае справедлив закон сохранения электрических зарядов и массовых чисел: «Сумма зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, вступивших в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции».

2. В соответствие с законом сохранения:

$$A = 9 + 2 - 1 = 10;$$

$$Z = 4 + 1 = 5; \Rightarrow {}^{10}_5\text{B};$$

3. При бомбардировке ядер бериллия ядрами дейтерия образовалось ядро бора с излучением нейтрона.

9.23. При изучении фотоэффекта увеличили частоту излучения без изменения светового потока. При этом:

1. Увеличилось количество вылетающих электронов;
2. Увеличилась скорость вылетающих электронов;
3. Увеличилась сила фототока насыщения;
4. Увеличилась работа выхода электронов из металла.

### Решение

1. Вещный фотоэффект открыл русский учёный Александр Григорьевич Столетов, подробно исследовал это явление и записал его закон Генрих Герц, правда, Нобелевскую премию за всё за это получил Эйнштейн (!)

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A;$$

2. Работа выхода электронов из металла является характеристикой материала катода, она постоянна для данного типа катода, поэтому увеличение частоты света, падающего на катод увеличивает энергию фотонов, следовательно электроны выходят за поверхность металла с большей кинетической энергией, потому что у них большая скорость.

9.24. Период колебаний груза на вертикальной пружине зависит от массы груза. Какие два опыта из тех, которые представлены на рис. 9.24, можно провести для такого исследования?

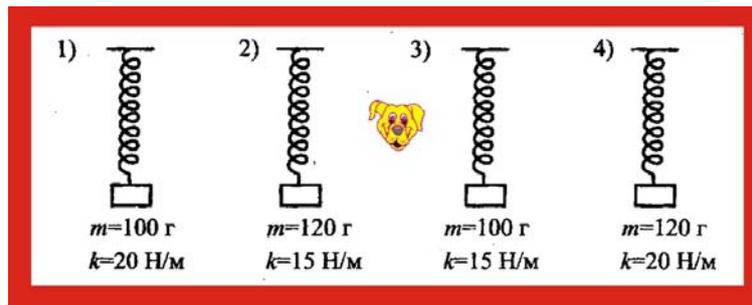


Рис. 9.24. Колебательные системы

### Решение

1. Судя по маниакальному желанию простые вещи, изложить вычурно, авторы вопроса, надо полагать, имели в виду проверку уравнения

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

при фиксированном значении коэффициента упругости пружины  $k$ . По мнению авторов, из 4 вариантов следует выбрать пружины с одинаковой жёсткостью и подвешивать к ним разные массы, но период, при этом, должен получаться разным, и по двум измерениям проверить справедливость уравнения.

2. Расчетные значения периодов:

$$T_1 \cong 0,44\text{с}; \quad T_2 \cong 0,56\text{с}; \quad T_3 \cong 0,56\text{с}; \quad T_4 \cong 0,48\text{с}.$$

3. Второй и третий вариант не годятся, у них периоды одинаковые, остаётся первый и четвёртый варианты. Как говорится: «Понты – дороже денег!»

9.25. Школьник измерил расстояние от центрального максимума дифракционной картинке до максимума первого порядка и получил расстояние 8 мм. Погрешность измерительного прибора (надо полагать, линейки) составляет 0,5 мм. Каково истинное расстояние?

### Решение

1. При каких здесь делах дифракционная решётка? Что, клеточки в тетради нельзя было измерять? И записать правильно результат измерений

$$X = x \pm \Delta x; \quad X = (8 \pm 0,5) \text{ мм}.$$

## Вариант № 10

### Часть А

10.1. Резиновый упругий мячик падает на гладкую стальную плиту и подпрыгивает на прежнюю высоту. Какой из приведенных графиков зависимости скорости от времени описывает правильно изменение скорости?

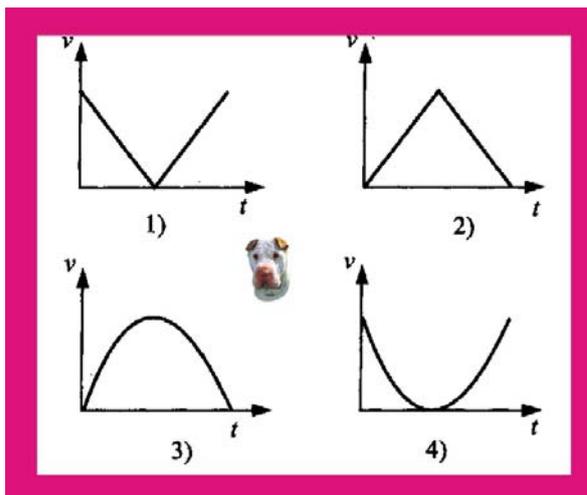


Рис. 10.1. Зависимости скорости от времени

### Решение

1. Мячик падает с некоторой высоты  $h$  из состояния покоя, далее он упруго ударяется о плиту и поднимается на прежнюю высоту, в точке падения скорость становится равной нулю и меняет своё направление на противоположное, причём с момент удара скорость имеет максимальное значение

$$v_y = gt;$$

2. Такому развитию событий соответствует зависимость 2.

10.2. Все пассажиры городского автобуса резко качнулись вперед. Как объяснить наблюдаемое явление?

1. По инерции пассажиры сохраняют свою скорость относительно Земли, а автобус является инерциальной системой отсчёта;
2. Автобус резко увеличил скорость;
3. Автобус является инерциальной системой отсчёта, и он резко затормозил;
4. Пассажиры сохраняют свою скорость относительно автобуса, так как он является инерциальной системой отсчёта.

### Решение

1. Вопрос из серии: «Казнить нельзя помиловать».
2. Автобус представляется всяким здравомыслящим людям средством передвижения, наконец транспортным средством, но никак не системой отсчёта. А вот подвижная система координат (ПСК), связанная с автобусом, действительно является инерциальной, в ней выполняется закон инерции Галилея

$$\left. \begin{array}{l} \text{Если } \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = 0, \text{ то} \\ \left. \begin{array}{l} 1. \vec{v} = 0; \\ 2. \vec{v} = \text{const}; \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

3. Пассажиры качнулись вперёд вследствие резкого торможения, потому что возникшее ускорение инициировало появление не ньютоновой силы инерции

$$F_i = -ma;$$

4. Авторы убеждены что правильным является только утверждение 1.

10.3. Сосновый брусок плавает на поверхности воды, погрузившись на 0,4 своего объёма в воду. Если опустить его к керосину, то он будет плавать, погрузившись на 0,5 своего объёма. Как изменится при этом сила Архимеда, действующая на брусок?

### Решение

1. Пусть плотность воды  $\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ , а плотность керосина  $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$ , тогда силы Архимеда, действующие на брусок, определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \rho_1 g 0,4V; \\ F_2 &= \rho_2 g 0,5V; \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} F_1 &= 10^3 g 0,4V; \\ F_2 &= 800 g 0,5V; \end{aligned} \right\} \frac{F_1}{F_2} = 1;$$

2. Величина силы Архимеда не изменится.

10.4. Голкипер отбивает хоккейную шайбу массой  $m = 20 \text{ г}$ , летящую горизонтально в ворота со скоростью  $72 \text{ км/ч}$ , изменяя её направление на противоположное. Определить величину импульса силы, действующей на шайбу.

### Решение

1. Запишем уравнение второго закона Ньютона

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \vec{F} dt = m d\vec{v};$$

$$\vec{S}_F = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m \int_{v_1}^{v_2} d\vec{v};$$

2. Величина  $\vec{F} dt$  – называется элементарным импульсом действующей силы. Уравнение выражает собой математическую запись теоремы об изменении импульса: «**Дифференциал импульса (количества движения) материальной точки равен элементарному импульсу, действующей на точку силы**».

3. Запишем уравнение импульса силы в проекции на горизонтальную ось, совпадающую с направлением движения шайбы:

$$S_{F(x)} = mv - (-mv) = 2mv = 2 \cdot 0,02 \cdot 20 = 0,8 \text{ Н} \cdot \text{с} \equiv \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

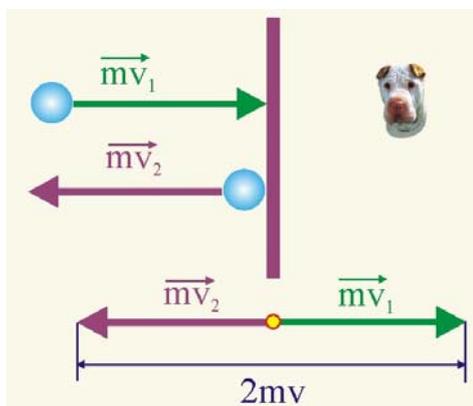


Рис. 10.4. Изменение импульса шайбы

10.5. Гидросамолёт массой  $m = 2 \text{ т}$  поднимается на высоту  $h = 500 \text{ м}$ , а потом совершает посадку на поверхность воды. Какую работу совершает на протяжении полёта сила тяжести?

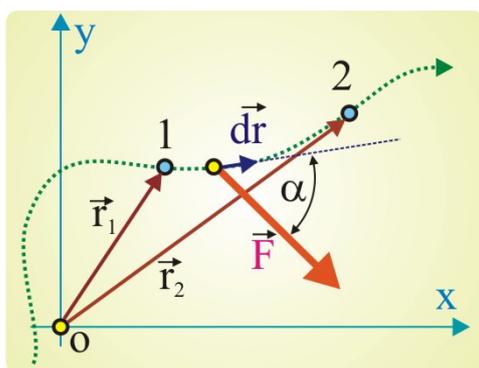


Рис. 10.5.1. Работа постоянной силы

### Решение

1. Рассмотрим понятие работы, и особенности её вычисления, применительно к силе тяжести.

2. Пусть материальная точка заданной массы  $m$  движется под действием постоянной силы в плоскости чертежа по криволинейной траектории (Рис. 10.5.1). Сила в данном случае является главным вектором системы сил, приложенных к точке.

3. Для материальной точки возможно записать второй закон Ньютона в векторной форме

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

4. Умножим правую и левую части уравнения на бесконечно малое перемещение  $d\vec{r}$

$$\vec{F}d\vec{r} = m \cdot d\vec{v} \frac{d\vec{r}}{dt} = m\vec{v}d\vec{v}.$$

Величина,  $\vec{F}d\vec{r}$  называется элементарной работой силы  $\vec{F}$  на перемещении  $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = Fdr \cos \alpha, \quad [\text{Нм} \equiv \text{Дж}].$$

где  $\alpha$  – угол между вектором силы и вектором перемещения. Из последнего следует, что элементарная работа, определяемая скалярным произведением векторов, так же является скалярной величиной.

5. Введение в рассмотрение элементарной работы обусловлено необходимостью вычисления работы при движении точки по криволинейным траекториям, когда невозможно однозначно определить угол между перемещением и силой. В этом случае участок траектории, например 1 – 2, разбивается на бесконечное число элементарных участков протяжённостью  $d\vec{r}$  каждый, для которых угол легко определяется ввиду их прямолинейности (именно по этой причине Ньютон и Лейбниц придумали дифференциальное и интегральное исчисление, математический анализ в общем). На каждом участке вычисляется элементарная работа, а затем работы суммируются

$$A_{1 \rightarrow 2} = \delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_n = \sum_{k=1}^{k=n} \delta A_k.$$

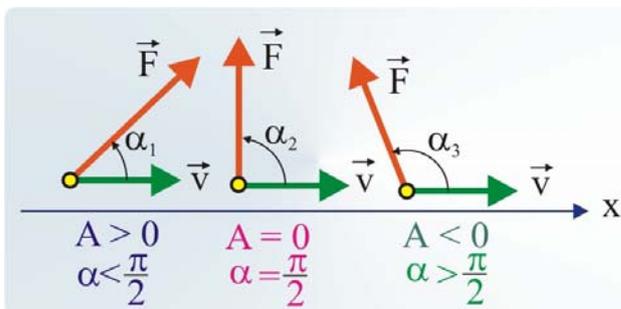


Рис. 10.5.2. Работа силы при разных значениях угла  $\alpha$

6. Элементарная работа в зависимости от величины угла  $\alpha$  может быть, при прочих равных условиях, положительной, отрицательной или равной нулю (рис. 10.5.2).

7. Полная работа на конечном перемещении определится при устремлении  $dr \rightarrow 0$ , что приводит к криволинейному интегралу

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_L \vec{F}d\vec{r},$$

8. Этот криволинейный интеграл даёт возможность определять работу  $A$  силы  $\vec{F}$  при перемещении точки по траектории  $L$ . Таким образом, работа в общем случае зависит от вида кривой (рис. 10.5.3).

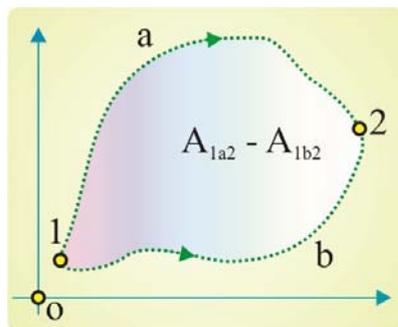


Рис. 10.5.3. Полная работа

9. Так, например, при перемещении точки по траекториям 1a2 и 1b2 одной и той же силой будут производиться разные работы. Численно, полная работа, исходя из геометрического смысла интеграла, равна площади, ограниченной кривой и гори-

горизонтальной осью, поэтому в рассматриваемом случае разность работ  $A_{1a2} - A_{1b2}$  будет равна разности площадей соответствующих криволинейных трапеций.

10. Однако в природе встречаются силы, работа которых не зависит от вида траектории, а определяется только конечным и начальным положением точки. Такие силы называются **потенциальными или консервативными**.

11. Работа потенциальной силы на любой замкнутой траектории равна нулю.

12. Если консервативные силы, работа которых не зависит от вида траектории, занимают часть пространства, то говорят о силовом потенциальном поле. В частности о силовом поле гравитационных или электрических сил.

13. Каждой точке пространства занятого силовым полем можно сопоставить некоторую математическую функцию  $\Pi(x, y, z)$ , определяемую из следующих физических соображений. Выберем в силовом поле некую точку  $O$  и запишем для неё значение функции  $\Pi_0(x, y, z)$ , которое возьмём произвольным. Значение рассматриваемой функции для произвольной точки  $k$  запишем в виде суммы

$$\Pi_k = \Pi_0 + A_{k \rightarrow 0},$$

где  $A_{k \rightarrow 0}$  работа, затрачиваемая при переносе частицы из точки  $k$  в точку  $O$ . Так как для консервативных сил работа не зависит от вида траектории, то значение  $\Pi_k$  будет определяться однозначно. Функция  $\Pi(x, y, z)$  имеет размерность работы и называется потенциальной энергией частицы во внешнем силовом поле.

14. Рассмотрим далее две произвольные точки 1 и 2 (рис. 10.5.4), из которых осуществим последовательно перенос частицы в точку  $O$ . Разность потенциальной энергии в 1 и 2 запишется так:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = A_{1 \rightarrow 0} - A_{2 \rightarrow 0}.$$

15. В виду независимости работы от вида траектории, перенос частицы можно осуществлять не только по траектории  $1 \rightarrow 0 \rightarrow 2$ . Частицу можно сразу перенести из 1 в 2.

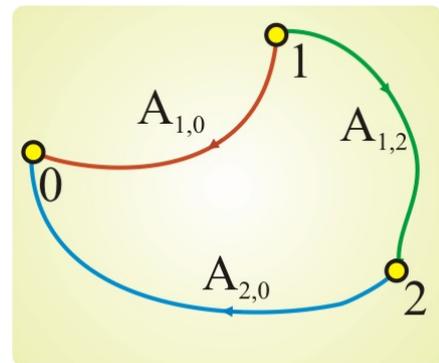


Рис. 10.5.4. Потенциальная энергия

16. Это даёт основание заключить, что работа консервативных сил равна разности значений функции  $\Pi(x, y, z)$  в начальной и конечной точке движения, т.е.

17. Если уровень моря принять за нулевой уровень потенциальной энергии, то

$\Pi_1 - \Pi_2 = A_{1 \rightarrow 0} - A_{2 \rightarrow 0} = 0$ , т.е. работа силы тяжести на маршруте  $1 \rightarrow C \rightarrow 2$  будет равна нулю.

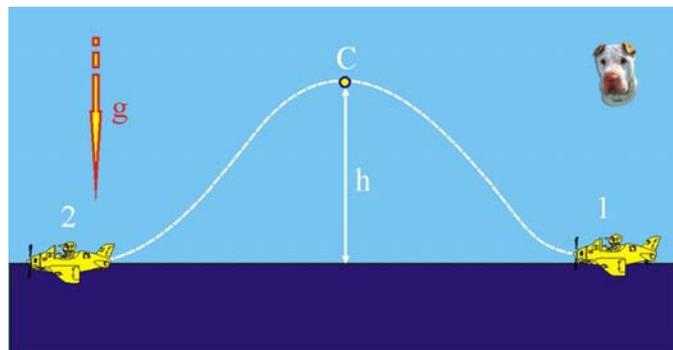


Рис. 10.5.5. Работа силы тяжести

10.6. Тело совершает гармонические колебания, которые подчиняются уравнению

$$x(t) = 4 \cos(8t - \pi/4).$$

Определить максимальную величину скорости тела.

### Решение

1. Запишем уравнение гармонических колебаний в общем виде:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где  $\omega = 8$  рад/с – циклическая частота колебаний,  $\varphi = \pi/4$  рад – начальная фаза,  $A$  – амплитуда колебаний.

2. Для определения скорости продифференцируем заданное уравнение движения

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \sin(\omega t - \pi/4);$$

3. Максимальное значение скорости будет иметь место при:

$$\sin(\omega t - \pi/4) = 1; \Rightarrow v_{x(\max)} = A\omega = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 8 = 0,32 \frac{\text{М}}{\text{с}};$$

10.7. Маленький шарик массой  $m = 50$  г прикреплен к пружине жесткостью  $k = 20$  Н/м. Пружину начинают равномерно вращать вокруг вертикальной оси в горизонтальной плоскости. Шарик, при этом, описывает окружность радиусом  $R = 20$  см, двигаясь с угловой скоростью  $\omega = 10$  рад/с. Определить длину недеформированной пружины.

### Решение

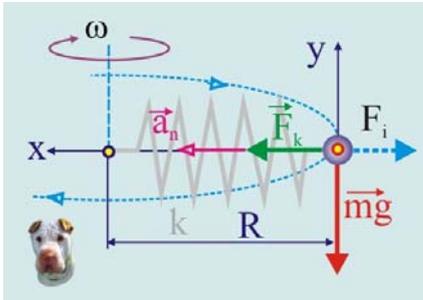


Рис. 10.7. Шарик на пружине

1. Запишем условие нахождения шарика на стационарной круговой орбите под действием силы упругости  $\vec{F}_k$  и силы инерции  $\vec{F}_i$ , вызванной нормальным ускорением  $\vec{a}_n$

$$kx = \frac{mv^2}{R} = \frac{m\omega^2 R^2}{R} = m\omega^2 R;$$

2. Удлинение пружины

$$x = \frac{m\omega^2 R}{k} = \frac{0,05 \cdot 100 \cdot 0,2}{20} = 0,05 \text{ м};$$

3. Длина недеформированной пружины

$$L = R - x = 0,15 \text{ м};$$

10.8. В каком из описанных ниже случаев скорость диффузии будет наименьшей?

1. Кусочек сахара опускают в стакан с горячим чаем;
2. Свинцовую и золотую отполированные пластинки кладут под пресс;
3. Воду наливают в сосуд с медным купоросом;
4. Распыляют в воздухе одеколон.

### Решение

1. Коэффициент диффузии  $D$ , определяющий интенсивность потока молекул определяется как

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle,$$

где  $\lambda$  – длина свободного пробега молекул,  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость молекул.

2. Минимальным коэффициентом диффузии обладают вещества в твёрдом состоянии ввиду ничтожной подвижности молекул, поэтому скорость диффузии  $\Delta n / \Delta x$ , определяемая законом Фика

$$J \approx -D \frac{\Delta n}{\Delta x},$$

будет минимальной во втором случае, когда пытаются получить диффузию одного твёрдого вещества в другое вещество.

10.9. В сосуде под поршнем находится кислород. Его нагревают при постоянном объёме так, что абсолютная температура увеличивается в 1,5 раза. Как при этом изменяется давление?

### Решение

1. Процесс изменения состояния изохорный, для которого уравнение состояния представится следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V = \nu R T; \\ p_2 V = \nu R 1,5 T; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 1,5;$$

10.10. На каком из графиков показан процесс изохорного охлаждения?

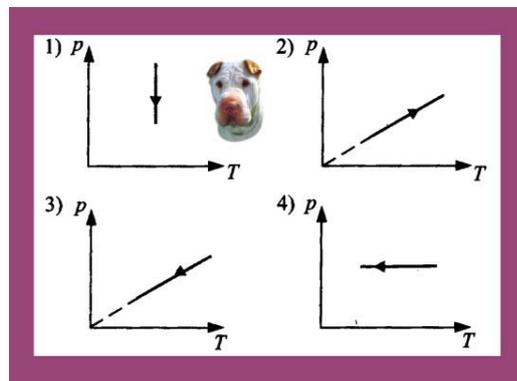


Рис. 10.10.1. Графики изопроцессов

### Решение

1. На рис. 10.10.2 приведены графики изопроцессов в различном сочетании макропараметров  $p, V, T$

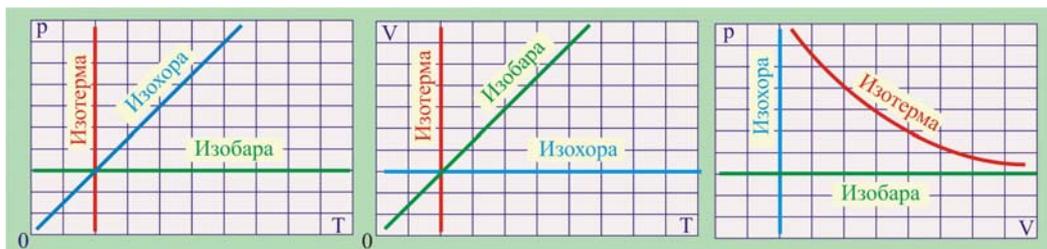


Рис. 10.10.2. Графическое представление изопроцессов в  $p, V, T$  координатах

2. Как видно, график №3 изображает процесс изохорного охлаждения.

10.11. Газ получил количество теплоты  $\delta Q = 1$  кДж, и его сжали, совершив работу  $\delta A = 600$  Дж. Как при этом изменилась внутренняя энергия газа?

### Решение

1. В соответствии с первым началом термодинамики

$$\delta Q = \Delta U - \delta A; \Rightarrow \Delta U = \delta Q + \delta A = 1600 \text{ Дж};$$

10.12. Идеальный тепловой двигатель совершает за один цикл работу  $A = 30$  кДж. Известно, что температура нагревателя  $T_H = 127$  °С, а температура холодильника  $T_X = 27$  °С. Найдите количество тепла, отданное холодильнику за один цикл.

### Решение

1. Определим КПД тепловой машины

$$\eta = 1 - \frac{T_X}{T_H} = 1 - \frac{300}{400} = 0,25;$$

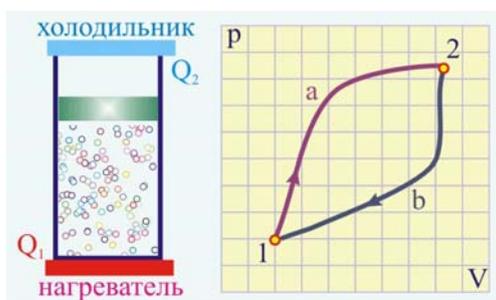


Рис. 10.12. Круговой процесс

2. Рассмотрим далее идеальный газ, находящийся в цилиндрическом сосуде под массивным поршнем (рис. 5.22). Если дно цилиндра привести на некоторое время в соприкосновение с телом, обладающим большей, чем окружающая среда температурой (нагревателем), то газ начнёт расширяться, совершая работу, связанную с увеличением потенциальной энергии поршня.

3. В стадии нагревания изменение состояния газа (рабочего тела) можно охарактеризовать на  $pV$  – диаграмме кривой 1a2. Первое начало термодинамики позволяет записать следующее уравнение подходящее рассматриваемой ситуации

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1.$$

4. Если в верхней точке своей прямолинейной траектории поршень соприкоснётся с телом, температура которого ниже температуры газа (холодильником), произойдёт охлаждение газа, что приведёт к уменьшению его объёма. Газ из состояния 2 по кривой 2b1 вернётся в исходное состояние 1, при этом

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2.$$

5. Совмещая уравнения, получим

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2.$$

6. Уравнение демонстрирует, что рассматриваемое устройство совершило круговой процесс, при котором, нагреватель отдал рабочему телу тепло  $Q_1$ , а холодильник приобрёл тепло в количестве  $Q_2$ . Экономический коэффициент полезного действия тепловой машины можно представить традиционным образом

$$\eta = \frac{A}{Q_H}; \Rightarrow Q_H = \frac{A}{\eta} = \frac{3 \cdot 10^3}{0,25} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

7. Тепло отданное холодильнику

$$Q_X = Q_H - A = 90 \text{ кДж};$$

10.13. Проводящему полому шару с толстой оболочкой сообщили положительный электрический заряд. В каких областях напряжённость электрического поля равна нулю?

### Решение

1. Поскольку шар проводящий, то все заряды будут концентрироваться исключительно на поверхности, поэтому в толще сферической оболочки и внутри неё в соответствии с теоремой Остроградского – Гаусса

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^{i=n} q_i,$$

напряжённость электрического поля будет равна нулю, потому что все сферические контуры с  $r < R$  не будут содержать внутри себя заряды.

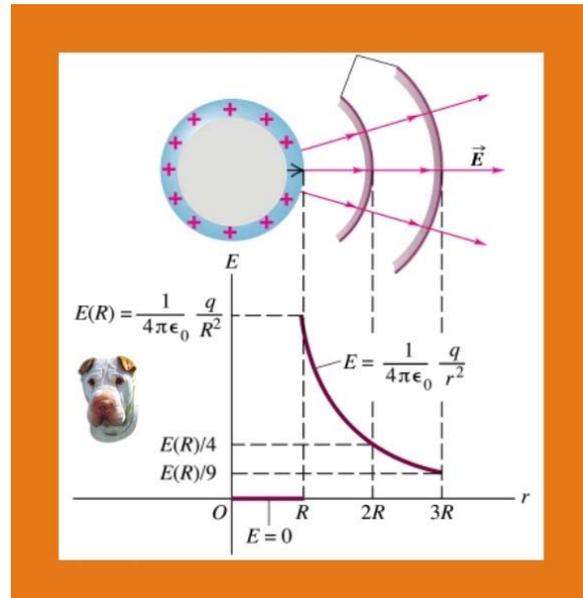


Рис. 10.13. Поле полого шара

10.14. Как изменится сопротивление неизолированного металлического проводника, если его согнуть пополам и скрутить?

### Решение

1. Для большого класса проводящих веществ, в частности для металлов, плотность электрического тока  $\vec{j}$  пропорциональна напряжённости электрического поля  $\vec{E}$ . Это обстоятельство составляет один из важных законов электродинамики, хотя он, по большому счёту и не рассматривается как фундаментальный. Он весьма значим для практических целей. Математически закон представляется следующим образом

$$\vec{j} = \lambda \vec{E},$$

где  $\lambda$  – постоянная величина для данного проводника, именуемая **удельной проводимостью**.

2. Уравнение для вектора плотности тока выражает собой закон Ома в дифференциальной форме. Удельная проводимость зависит от физических свойств проводника, а так же от внешних условий, таких как температура, давление и др. Величина обратная удельной проводимости называется **удельным сопротивлением**

$$\rho = \frac{1}{\lambda}.$$

3. Закон Ома в интегральной форме получается вследствие наличия разности потенциалов между отдельными его участками. Рассмотрим несложную электрическую схему, изображённую на рис. 10.14. Она состоит из цилиндрического проводника постоянного сечения с вы-

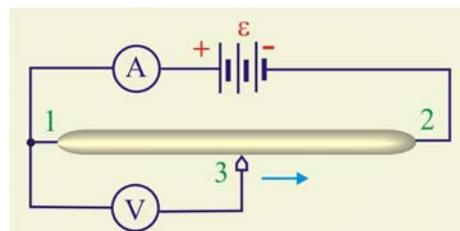


Рис. 10.14. Определение сопротивления проводника

ким удельным сопротивлением, например из вольфрама, аккумуляторной батареи, амперметра и чувствительного вольтметра, служащего для измерения разности потенциалов. Включив схему и перемещая скользящий контакт вдоль проводника из положения 1 в положение 2, обнаружим, что показания вольтметра увеличиваются по закону

$$i = kU,$$

4. Если длину проводника обозначить через  $l$ , а напряжённость электрического поля в нём –  $E$ , то можно записать следующее уравнение

$$E = -\frac{d\varphi}{dl} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}.$$

5. При возникновении в проводнике тока он будет течь от большего потенциала  $\varphi_1$  к меньшему потенциалу  $\varphi_2$ . Таким образом, для существования тока в проводнике необходимо поддерживать на его концах разность потенциалов, т.е. условие возникновения электрического тока определится как

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0.$$

6. Условие  $\Delta\varphi \neq 0$  может быть обеспечено наличием замкнутой цепи, в которую последовательно с проводником включён источник тока. При разомкнутой цепи на отрицательных клеммах источника имеется избыток электронов, а на положительных – недостаток. Внутри источника действуют, так называемые сторонние силы, механического, химического, биологического и теплового типа, которые обеспечивают разделение зарядов.

7. Перемещение зарядов в замкнутой цепи осуществляется за счёт сил не электростатического происхождения, работа которых, как известно, по замкнутому контуру всегда должна быть равной нулю. Перемещение по проводнику носителей заряда осуществляется за счёт работы, производимой сторонними силами. Эта работа определяется в виде суммы работы, совершаемой против сил электрического поля внутри источника тока ( $A_{\text{ист}}$ ), а так же работы против сил сопротивления среды источника ( $A_{\text{внутр}}$ )

$$A_{\text{стор}} = A_{\text{ист}} + A_{\text{внутр}}.$$

8. Электродвижущей силой (ЭДС) источника тока называется отношение работы сторонних сил к величине заряда, перемещаемого вдоль всей цепи, включая и источник тока

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q} = \frac{A_{\text{ист}} + A_{\text{внутр}}}{q}.$$

9. Работа против сил электрического поля определится как

$$A_{\text{ист}} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

10. В режиме холостого хода, когда клеммы источника разомкнуты  $A_{\text{внутр}} = 0$ , поэтому

$$\varepsilon = \varphi_1 - \varphi_2.$$

11. В соответствии с уравнением Ньютона свободные носители заряда, в частности – электроны, должны двигаться с ускорением

$$\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m_e},$$

т.е. скорость зарядов должна вроде как возрасть со временем, как и плотность тока

$$\vec{j} = \rho\vec{u} = \rho\vec{a}t.$$

12. Однако движение зарядов в проводнике происходит не в пустом пространстве. Движущиеся электроны в классическом представлении, являясь частицами, обременёнными массой покоя, при своём перемещении сталкиваются с элементами кристаллической решётки, в частности с ионами, которые более массивны и обладают гораздо большими размерами. Поэтому в уравнении плотности тока вместо неопределённого времени  $t$ , должно рассматриваться время между столкновениями отдельно взятого электрона и ионами  $\tau$ . Уравнение скорости в этом случае уместно представить так

$$\bar{u} = \frac{eE\tau}{m_e}.$$

13. Таким образом, скорость электрона за время  $\tau$  будет увеличиваться до некоторого максимума, затем при столкновении с ионом она становится равной нулю, в этой связи, в среднем скорость движения зарядов по проводнику принимается постоянной.

14. На участке проводника  $d\ell$  напряжённость электрического поля связана с потенциалом стандартным уравнением

$$d\varphi = -Ed\ell = -\frac{j d\ell}{\lambda}.$$

Умножим и разделим правую часть уравнения (5.30) на площадь поперечного сечения проводника  $S$

$$d\varphi = -\frac{j d\ell S}{\lambda S} = -i \frac{d\ell}{\lambda S}.$$

15. Проинтегрируем уравнение по длине проводника от точки 1 до точки 2 (рис. 10.14)

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -i \int_0^{\ell} \frac{d\ell}{\lambda S}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = U = i \int_0^{\ell} \frac{d\ell}{\lambda S}.$$

16. Величина подынтегрального выражения не зависит от силы тока и разности потенциалов на концах проводника, оно определяется физическими свойствами металла и его геометрическими характеристиками. Оно называется электрическим сопротивлением

$$R = \int_0^{\ell} \frac{d\ell}{\lambda S} = \frac{\ell}{\lambda S} = \frac{\rho \ell}{S}.$$

17. Электрическое сопротивление проводника  $R$  прямо пропорционально удельному сопротивлению материала проводника  $\rho$ , длине проводника  $l$  и обратно пропорционально площади его поперечного сечения.

18. Запишем уравнения для сопротивлений проводника и согнутого пополам и скрученного проводника, с учётом того, что длина проводника уменьшилась вдвое, а площадь поперечного сечения вдвое возросла

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = \rho \frac{\ell}{S}; \\ R_2 = \rho \frac{\ell/2}{2S}; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 4;$$

10.15. В магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции находится кольцо, изготовленное из гибкой проволоки. Как изменится магнитный поток, пронизывающий кольцо, через большой промежуток времени, если деформировать кольцо, превратив его в квадрат?

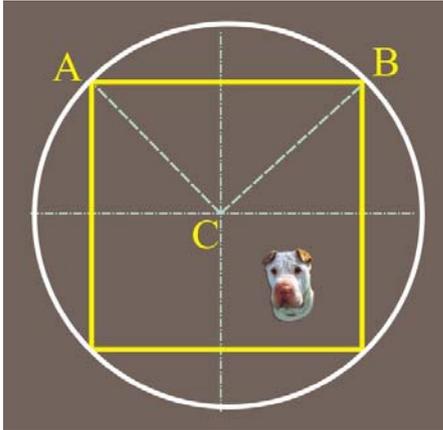


Рис. 10.15. Трансформация контура

### Решение

1. Магнитный поток через замкнутый контур определяется уравнением

$$\Phi_B = BS \cos(\vec{B}; \vec{n});$$

2. Плоскость контура перпендикулярна силовым линиям, поэтому:

$$\cos(\vec{B}; \vec{n}) = 1; \quad \Phi_B = BS;$$

3. При замене круга квадратом произойдёт уменьшение площади контура. Пусть радиус кольца  $AC = AB = r$  (рис. 10.15), тогда его площадь равна

$$S_1 = \pi r^2;$$

4. Из прямоугольного треугольника ABC определим длину стороны квадрата  $AB = a$

$$a = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2};$$

5. Площадь квадрата

$$S_2 = a^2 = 2r^2;$$

6. Отношение площадей

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{2r^2} = \frac{3,14}{2} = 1,57;$$

7. Магнитный поток через квадрат уменьшится в 1,57 раза, по сравнению с потоком через круговой контур.

10.16. Вектор напряжённости электрического поля в электромагнитной волне совершает колебания с частотой  $\nu = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. Какова длина электромагнитной волны?

### Решение

1. Из уравнений Максвелла – Герца – Хевисайда получаются волновые уравнения описывающие распространение электромагнитной волны

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{aligned} \right\}$$

где  $c$  является скоростью распространения электромагнитной волны

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}};$$

2. Подставляя значения  $\epsilon_0 \cong 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>·Н,  $\mu_0 \cong 1,26$  Н·с<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>, получим

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \cong \sqrt{\frac{1}{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,257 \cdot 10^{-6}}} \cong \sqrt{8,985147372} \cong 2,9975 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3. Как и для всякого волнового движения между скоростью распространения длиной волны и частотой существует взаимосвязь:

$$c = \nu \lambda; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м (500 нм)};$$

10.17. Ученик рассматривает записи в тетради, сделанные синими чернилами, через оранжевое стекло. Какой цвет букв он увидит?

### Решение

1. Светофильтр из всего спектра выбирает узкий пучок длин волн, в частности оранжевый светофильтр пропускает свет в диапазоне длин волн  $\lambda_0 \cong 590 - 625$  нм, в то время как от тетради отражается свет синий с  $\lambda_c \cong 440 - 485$ , естественно светофильтр обеспечит нулевое отражение от букв, т.е. они будут казаться наблюдателю чёрными, т.е. отраженный свет светофильтр не пропустит.

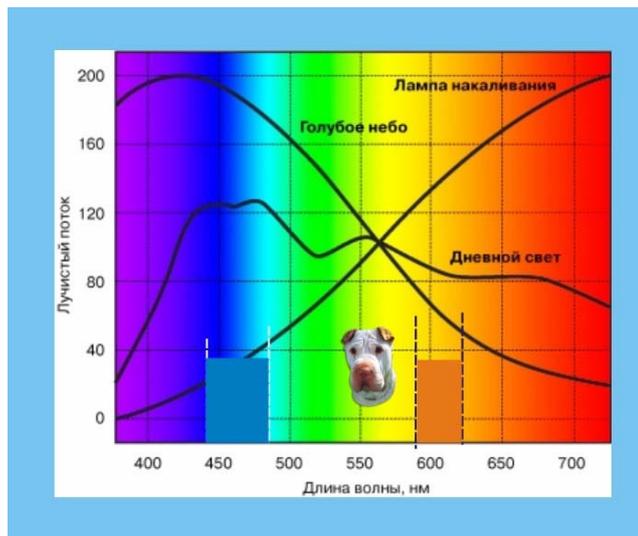


Рис. 10.17. Спектральный состав света

10.18. При проведении эксперимента в земной лаборатории установили, что период колебаний математического маятника прямо пропорционален корню квадратному из его длины:  $T \approx \sqrt{\ell}$ . Какая зависимость будет установлена в лаборатории, движущейся относительно Земли с околосветовой скоростью?

$$1. T \approx \sqrt{\ell \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}; \quad 2. T \approx \sqrt{\ell}; \quad 3. T \approx \ell; \quad T \approx \frac{\ell}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

### Решение

1. Следует заметить, что обсуждаемая зависимость периода качаний математического маятника была установлена не в лаборатории, а в Пизанском соборе Галилео Галилеем при наблюдении за движением паникадила (большая лампада, подвешенная к потолку на длинном шнуре). Галилей обратил внимание на то, что период качаний, который он исчислял по собственному пульсу, не зависел от количества осветительного масла в сосуде, а зависел только от длины подвеса, но это так, к слову, в порядке ликбеза.

2. А дальше начинается фантастика. Дело в том, что знаменитые преобразования Лоренца из которых следовало изменение со скоростью хода времени, массы и геометрических размеров, были получены при адаптации уравнений Максвелла, Герца, Хевисайда с принципом относительности Галилея.

3. Как известно, уравнения электродинамики описывают, в частности, поведение электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме со скоростью света, в средах с несколько меньшей скоростью. Перенос выводов Лоренца — Пуанкаре на макрообъекты, каковым является маятник, является фантастической абстракцией. Придумали бы что-нибудь про электрон или другую какую частицу

4. Очевидно из всего этого изыска учащийся должен отметить, что система в которой якобы проводят измерения является инерциальной и в ней выполняются все законы, в частности и  $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ .

10.19. Сила тока в катушке колебательного контура меняется по закону:

$$i(t) = 0,4 \cos(2 \cdot 10^5 t),$$

где все единицы выражены с системе СИ. Определить амплитуду колебаний заряда на пластинах конденсатора.

### Решение

1. Выразим силу тока через заряд

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = A \cos \omega t; \quad dq = A \cos \omega t dt; \quad \int_0^q dq = A \int_0^\tau \cos \omega t dt;$$

$$q(\tau) = \frac{A}{\omega} \sin \omega \tau;$$

2. Амплитудное значение заряда на пластинах конденсатора будет наблюдаться при:

$$\sin \omega t = 1; \quad \Rightarrow \quad q_{\max} = \frac{A}{\omega} = \frac{0,4}{2 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл (2 мкКл)};$$

---

10.20. Как изменится длина волны де Бройля, если его скорость уменьшится в 3 раза?

### Решение

1. Длина волны де Бройля определяется уравнением:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v},$$

из которого следует, что уменьшение в три раза скорости электрона при неизменной его массе приведёт к уменьшению в три раза его импульса, и увеличению в три раза длины волны, соответствующей этому электрону.

---

10.21. Согласно теории Бора атомы могут испускать свет:

1. Любых частот и любых длин волн;
2. При переходе из состояния с меньшей энергией в состояние с большей энергией;
3. Самопроизвольно;
4. При переходе из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией.

### Решение

1. В соответствие со вторым постулатом Нильса Бора: при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией, равной разности энергий соответствующих стационарных уровней

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где  $E_n$  – энергия атома до излучения,  $E_m$  – энергия атома после излучения.

2. Атом, таким образом, способен излучать, при переходе из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией.

10.22. За первые 10 минут распалась половина исходного числа ядер вещества. Какая часть исходного числа ядер радиоактивного вещества останется через полчаса?

**Решение**

1. Период полураспада составляет  $T_{1/2} = 10$  мин, следовательно пол часа, это три периода полураспада.

2. По графику приведенному на рис. 10.22, видно, что через пол часа из общего начального количества радиоактивных ядер  $N_0$  останется:

$$N_x = 0,125N_0; \quad N_x = \frac{1}{8}N_0;$$

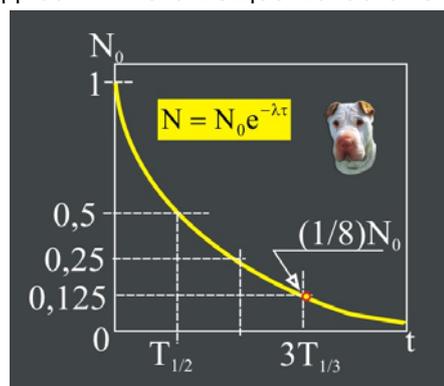


Рис. 10.22. Закон радиоактивного распада

10.23. Приёмник электромагнитных волн полностью поглощает падающий на него свет длиной волны  $\lambda = 450$  нм. Поглощаемая мощность равна  $N = 3,3 \cdot 10^{-14}$  Вт. Сколько фотонов попадает на приёмник за  $\tau = 2$  с?

**Решение**

1. Определим энергию одного фотона

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda};$$

2. Количество фотонов, поглощаемых в течение 1 секунды

$$\zeta_1 = \frac{N}{\varepsilon_f} = \frac{N\lambda}{hc};$$

3. Количество фотонов, поглощаемых за 2 секунды

$$\zeta_2 = \frac{2N\lambda}{hc} \cong \frac{2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-14} \cdot 4,5 \cdot 10^{-7}}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \cong 1,5 \cdot 10^5;$$

10.24. При измерении температуры воды в стакане возможны следующие погрешности:

1. Погрешность термометра;
2. Погрешность процедуры измерения;

Какую из этих погрешностей следует учитывать при оценке погрешности измерений?

**Решение**

1. Погрешность термометра относится к инструментальной погрешности, которая в данном случае обусловлена конструктивными недостатками и недостаточно точной шкалой. Кроме того может сказываться нелинейность зависимости параметров рабочего тела (спирт, ртуть, вода) от температуры в измеряемом диапазоне.

2. Погрешность процедуры измерений относится к методическим погрешностям. Методические погрешности, в большинстве своём, обусловлены недостатком используемого метода измерений, несовершенством физической теории, положенной в основу измерительной методики.

3. Ещё в условии не указаны случайные погрешности, грубые промахи и ошибки, которые имеют многофакторные проявления и могут быть учтены только многократным повторением измерений.

4. Все три типа погрешностей необходимо учитывать при обработке результатов измерений, температуры в частности.

---

10.25. При проведении опытов с газом по выявлению зависимости между давлением, объёмом газа и его температурой были получены следующие данные: при температуре  $T_1 = 300$  К давление газа составило  $p_1 = 200$  кПа, при охлаждении газа до температуры  $T_2 = 270$  К его объём уменьшился на 10%, а давление стало равно  $p_2 = 205$  кПа. Во сколько раз это давление превышает значение, полученное из уравнения Клапейрона – Менделеева?

Решение

1. Вычислим давление  $p_2$  по уравнению состояния идеального газа Клапейрона – Менделеева

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V = \nu R T_1; \\ p_2^* 0,9V = \nu R T_2; \end{array} \right\} \Rightarrow p_2^* = \frac{p_1 T_2}{0,9 T_1} = \frac{200 \cdot 270}{0,9 \cdot 300} = 200 \text{ кПа};$$

2. Превышение экспериментального давления над теоретическим:

$$\zeta = \frac{p_2}{p_2^*} = 1,025;$$

---

## Вариант № 11

### Часть А

11.1. Автомобиль движется по городу, постоянно изменяя скорость своего движения. На каком из интервалов времени ускорение автомобиля было максимальным?

#### Решение

1. Модуль среднего ускорения определяется как

$$|\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t};$$

2. На заданной зависимости  $v = f(t)$  имеются три характерных участка, на которых скорость изменяется по линейному закону, причём наибольшее изменение происходит на последнем промежутке времени 40 – 60 мин.

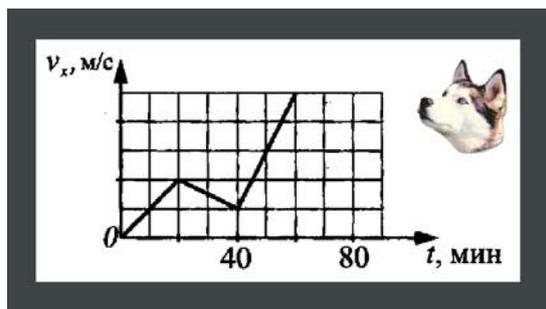


Рис.11.1. Определение ускорения

11.2. На деревянном столе лежит деревянный брусок, которому сообщают начальную скорость, после чего он некоторое время скользит по поверхности. Куда будет направлено ускорение бруска?

#### Решение

1. Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось

$$\sum_{i=1}^{i=3} F_{i(x)} = ma_x;$$

2. На горизонтальную ось проекцию будет иметь только сила трения

$$F_{\tau} = \mu N = -\mu mg,$$

сила тяжести  $mg$  и нормальная реакция связи перпендикулярны горизонтальной оси, поэтому их работа равна нулю и они при анализе движения могут не учитываться.

3. Сила трения всегда направлена в сторону противоположную скорости, поэтому и ускорение бруска будет направлено в сторону противоположную положительному направлению горизонтальной оси.

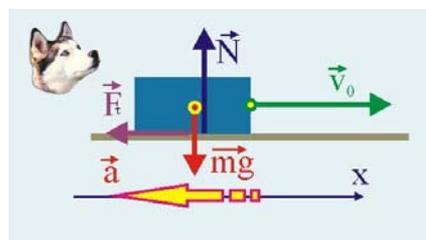


Рис. 11.2. Направление ускорения

11.3. Две пружины жёсткостью  $k_1 = 20$  Н/м и  $k_2 = 80$  Н/м скрепляют свободными концами и растягивают так, что удлинение первой пружины составляет  $\Delta x_1 = 4$  см. Какая сила упругости возникает при этом во второй пружине?

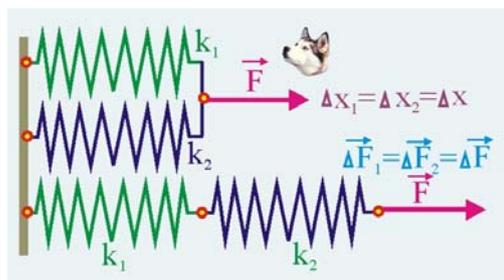


Рис. 11.3. Соединение пружин

### Решение

1. При параллельном соединении удлинение пружин будет одинаковым

$$F_{k(\Sigma)} = k_1 \Delta x + k_2 \Delta x = \Delta x(k_1 + k_2);$$

$$\Pi_1 = \frac{k \Delta x^2}{2} = (k_1 + k_2) \frac{\Delta x^2}{2}.$$

2. При последовательном соединении пружин разной жёсткости у них будет разное удлинение, но одинаковая действующая сила, причём суммарная жёсткость пружин определится как:

$$x = \Delta x_1 + \Delta x_2; \quad F = k(\Delta x_1 + \Delta x_2) = k \left( \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \right);$$

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2};$$

3. Потенциальная энергия параллельно соединённых пружин

$$\Pi_2 = \frac{k \Delta x^2}{2} = \frac{k_1 k_2 (\Delta x_1 + x \Delta_2)^2}{2(k_1 + k_2)} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \frac{\Delta x^2}{2}.$$

4. Определим силу упругости первой пружины

$$F_1 = k_1 \Delta x_1 = 20 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 0,8 \text{ Н}; \quad F_1 = F_2 = F;$$

11.4. Алюминиевый и медный шары одинакового объёма катятся по гладкой поверхности стола с одинаковыми скоростями. Сравнить импульсы этих шаров.

### Решение

1. Будем считать, что у шаров одинаковы скорости центра масс, импульс шара в этом случае будет равен

$$p = mv = \rho V v;$$

2. Запишем уравнения импульсов для медного и алюминиевого шаров с объёмом  $V$

$$\left. \begin{aligned} p_{\text{Cu}} &= \rho_{\text{Cu}} V v; \\ p_{\text{Al}} &= \rho_{\text{Al}} V v; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_{\text{Cu}}}{p_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}}} = \frac{8,83 \cdot 10^3}{2,7 \cdot 10^3} \cong 3,27;$$

11.5. Груз, подвешенный на нити длиной  $L = 40$  см, отклоняют в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают. Какой будет максимальная скорость груза в возникших колебаниях?

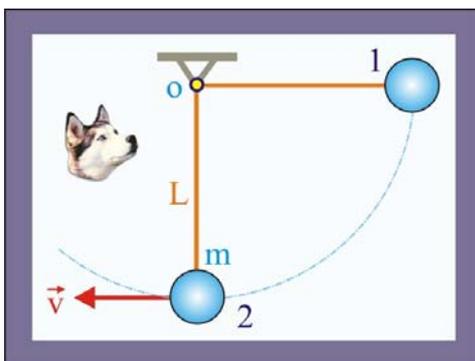


Рис. 11.5. Сохранение энергии

### Решение

1. Движение происходит под действием силы тяжести, которая, будучи консервативной, позволяет применять закон сохранения энергии.

2. В исходном положении груза, положение 1, он будет обладать только потенциальной энергией

$$\Pi_1 = mgL;$$

3. В точке 2 весь запас потенциальной энергии трансформируется в кинетическую энергию. В этой точке будет иметь место максимум скорости груза. На основании закона сохранения механической энергии:

$$mgL = \frac{mv^2}{2}; \Rightarrow v = \sqrt{2gL} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,4} \cong 2,83 \frac{M}{c};$$

11.6. Лестницу прислонили к гладкой стене. Чему равен момент силы трения лестницы о пол относительно точки А?

### Решение

1. Очевидно имеется в виду момент силы трения относительно оси, проходящей через точку А перпендикулярно плоскости чертежа.

2. Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя величинами: модулем, направлением и линией действия.

3. Все три величины можно объединить в одну, введя понятие момента силы. Необходимо отметить, что моменты сил можно определять относительно центра (некой характерной точки) и оси, причём эти понятия связаны друг с другом, но не являются эквивалентными. Их следует различать.

4. Момент силы относительно центра является величиной векторной, момент той же силы относительно оси представляется скалярной величиной, потому, что, по сути, представляется проекцией вектора момента силы на эту ось.

5. Пусть в точке А характеризуемой радиус-вектором  $\vec{r}$ , приложена сила  $\vec{F}$  (рис. 11.6.1). Момент этой силы относительно центра О определится в виде векторного произведения

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = (\vec{r} \times \vec{F}),$$

$$|\vec{M}_O(\vec{F})| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin(\vec{r}; \vec{F}).$$

6. Момент силы  $M_O(\vec{F})$  не изменится, если точку приложения силы  $\vec{F}$  перенести в любую точку, лежащую на линии её действия.

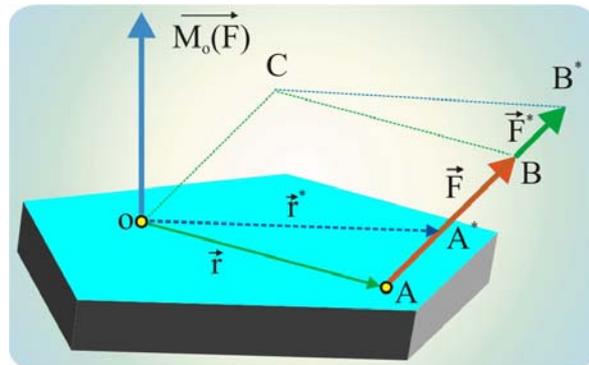


Рис. 11.6.1. Момент силы относительно центра

7. Если точку приложения силы переместить в  $A^*$ , которая охарактеризуется радиус-вектором  $\vec{r}^*$ , то образуются два параллелограмма с одинаковыми площадями т.к. они имеют общее основание и одинаковые высоты. Это обстоятельство даёт возможность переносить силу по линии её действия, при этом момент силы не изменяется.

8. Вектор  $\vec{M}_O(\vec{F})$  направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются векторы  $\vec{F}$  и  $\vec{r}$ , направление вектора момента силы определяется по правилу правого винта. Направление момента силы относительно точки можно определять по правилу Н.Е. Жуковского: вектор момента силы относительно неподвижного центра направлен перпендикулярно к плоскости, в которой лежат сила и центр О, таким образом, что с его конца можно видеть стремление силы вращать тело против движения часовой стрелки.

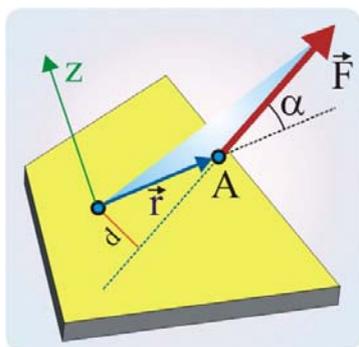


Рис. 11.6.2. Момент силы относительно оси

9. Момент силы относительно оси определяется в виде произведения модуля действующей силы на плечо, т.е. на **кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, относительно которой определяется момент** (рис. 11.6.2).

10. Если сила  $\vec{F}$  приложена в точке A и требуется определить момент этой силы относительно оси z, то необходимо провести линию действия силы и найти кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, т.е. расстояние d, которое называется плечом силы  $\vec{F}$

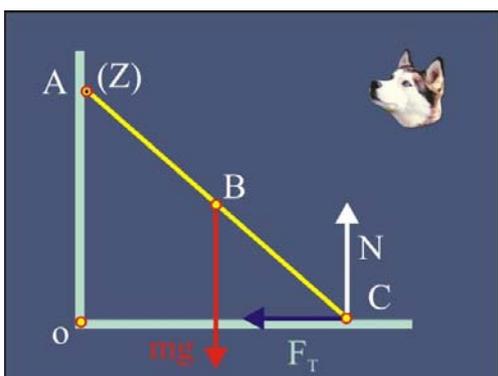


Рис. 11.6.3. Момент силы трения относительно оси

11. В случае с лестницей (рис. 11.6.3) момент силы трения относительно оси Z проходящей через точку A перпендикулярно плоскости чертежа будет равен модулю силы трения, умноженному на кратчайшее расстояние между линией действия силы и моментной точкой, т.е.

$$M_z(\vec{F}_T) = |\vec{F}_T| \cdot OA;$$

12. При анализе равновесия лестницы момент следует брать с отрицательным знаком, потому что он стремится вращать лестницу по ходу часовой стрелки.

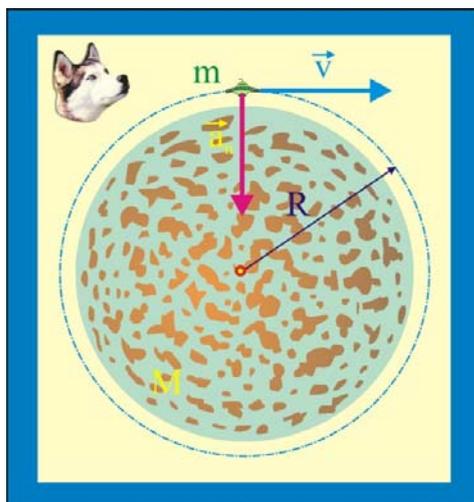


Рис. 11.7. На орбите

11.7. Космический корабль вышел на круговую околопланетную орбиту Венеры, двигаясь со скоростью  $v = 7$  км/с. На какой примерно высоте над поверхностью планеты находится корабль, если радиус Венеры  $R = 6050$  км, а ускорение свободного падения на поверхности равно  $g = 8,9$  м/с<sup>2</sup>?

### Решение

1. Вычислим массу планеты

$$mg = G \frac{mM}{R^2};$$

$$M = \frac{gR^2}{G} \cong 4,88 \cdot 10^{24} \text{ кг};$$

2. Запишем условие нахождения корабля на стационарной круговой орбите

$$\frac{mv^2}{(R+h)^2} = G \frac{mM}{(R+h)^2};$$

$$R+h \cong \frac{GM}{v^2} \cong \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,88 \cdot 10^{24}}{49 \cdot 10^6} \cong 6,64 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$h \cong 6,64 \cdot 10^6 - 6,05 \cdot 10^6 \approx 6 \cdot 10^5 \text{ м (600 км)};$$

11.8. В первом баллоне находится  $\nu_1 = 2$  моля гелия, а во втором –  $\nu_2 = 2$  моля кислорода. В каком из баллонов находится большее количество молекул?

**Решение**

1. Число Авогадро  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> равно числу молекул в одном моле любого вещества, равно как и в двух молях должно содержаться равное количество молекул независимо от молярной массы и состояния.

---

11.9. В сосуде под поршнем находится идеальный газ. При неизменной температуре поршень опускают до тех пор, пока концентрация молекул газа не увеличилась в два раза. Как при этом изменились давление и объём газа?

**Решение**

1. Неизменность температуры указывает на то, что процесс изменения состояния протекает по изотермической схеме:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

2. Поскольку концентрация молекул  $n = N/V$ , а число молекул  $N$  в процессе перевода газа из одного состояния в другое не меняется, значит при увеличении концентрации в два раза во столько же раз уменьшается объём.

3. Чтобы произведения давления на объём осталось прежним, давление должно уменьшиться в два раза

$$V_2 = \frac{V_1}{2}; \quad p_2 = 2p_1;$$

---

11.10. Как называется процесс, в ходе которого всё подведённое к газу тепло идёт на совершение работы?

**Решение**

1. Запишем первое начало термодинамики

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A,$$

т.е. все подводимое к системе тепло  $\Delta Q$  может расходоваться на изменение внутренней энергии системы  $\Delta U$  и производство работы  $\Delta A$ .

2. Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T,$$

по условию задачи должно быть равно нулю, только в этом случае

$$\Delta Q = \Delta A;$$

3. Такое становится возможным при  $\Delta T = 0$ , т.е. при изотермическом процессе.

---

11.11. На графике показан процесс расширения идеального газа, который сопровождается уменьшением давления. На каком из участков графика работа газа была наибольшей?

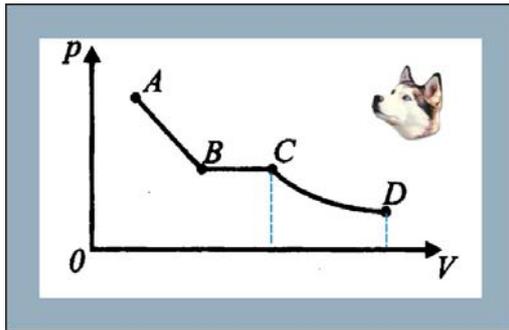


Рис. 11.11. Изменение состояния

### Решение

1. Запишем уравнение первого начала термодинамики

$$\Delta Q = U_2 - U_1 + \int_{V_1}^{V_2} p dV;$$

2. Интеграл в уравнении содержит две переменные величины  $p$  и  $V$ , поэтому необходимо, воспользовавшись

уравнением Клапейрона – Менделеева выразить давление через объём

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad p = \frac{v}{V} RT.$$

3. В этом случае

$$A = vRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = vRT \ln \frac{V_2}{V_1} = vRT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

4. Максимальное отношение  $p_1/p_2$  наблюдается на участке AB, значит и работа на этом участке будет наибольшей.

11.12. Аргон, находящийся в сосуде объёмом  $V = 5$  л, нагревают так, что его давление возрастает с  $p_1 = 100$  кПа до  $p_2 = 300$  кПа. Какое количество теплоты получил газ.

### Решение

1. Правая и левая часть уравнения Клапейрона – Менделеева измеряется в джоулях, это может быть либо работа, либо количество тепла. Заданный процесс протекает при постоянном объёме, значит работа не совершается, всё тепло идёт на изменение внутренней энергии газа

$$p_2 V = vRT_2, \quad p_1 V = vRT_1;$$

$$\Delta U = \Delta Q = \frac{3}{2} V(p_2 - p_1) = 1500 \text{ Дж};$$

11.13. Конденсатор вначале подключают к источнику постоянного напряжения  $u_1 = 4$  В, а затем к источнику с напряжением  $u_2 = 12$  В. Как при этом изменится заряд конденсатора и его электрическая ёмкость?

### Решение

1. Электрическая ёмкость конденсатора не зависит от разности потенциалов на его обкладках, а определяется конструктивными параметрами. В частности, ёмкость плоского конденсатора определяется площадью его пластин  $S$ , расстоянием между ними  $d$  и диэлектрической проницаемостью пространства между пластинами  $\epsilon$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 d}{S};$$

2. Изменение заряда найдём при сравнении энергии накапливаемой при зарядке

$$W_3 = \frac{Cu^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}; \quad C^2u^2 = Q^2; \quad Q = Cu;$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = Cu_1; \\ Q_2 = Cu_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 3;$$

11.14. Чему станет равно сопротивление участка цепи, состоящей из двух одинаковых, включенных параллельно сопротивлений  $R$ , если ключ замкнуть?

### Решение

1. При замыкании ключа сопротивление участка цепи станет равным нулю, если, конечно, не учитывать сопротивление соединительных проводов. Типичное короткое замыкание.

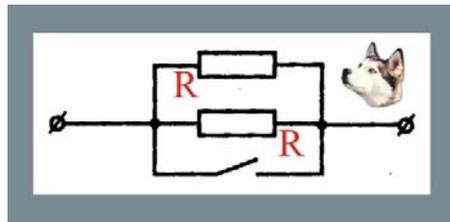


Рис. 11.14. Короткое замыкание

11.15. Найти траекторию, по которой будет двигаться электрон, влетевший в магнитное поле параллельно линиям магнитной индукции?

### Решение

1. На всякую заряженную движущуюся частицу действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}); \quad |\vec{F}_L| = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B});$$

2. В заданных условиях вектор  $\vec{B}$  параллелен вектору  $\vec{v}$ , поэтому

$$\sin(\vec{B}; \vec{v}) = 0; \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_L = 0;$$

3. Поскольку электрон в таком поле не подвержен действию силы Лоренца, то двигаться он будет по прямолинейной траектории.

11.16. Если сотовый телефон плотно завернуть в металлическую фольгу, то он станет недоступным для связи. Какое из приведённых утверждений объясняет это явление?

1. Электромагнитные волны отражаются от металлов;
2. Электромагнитные волны поглощаются металлами;
3. Электромагнитные волны преломляются на границе раздела металл  $\cong$  воздух;
4. Происходит дифракция электромагнитных волн.

### Решение

1 Экранирование приёма будет происходить вследствие отражения электромагнитных волн от поверхности металла. На границе раздела воздух металл скачком будет меняться скорость электромагнитной волны. Например сравним скорости для воздуха и алюминия

$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}; \quad v_{Al} = \sqrt{\frac{1}{\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0}}; \quad \frac{c_0}{v_{Al}} = \sqrt{\epsilon \mu} \cong \sqrt{1 \cdot 10^8 \cdot 1,26 \cdot 10^{-6}} \cong 11;$$

Аналогичная ситуация будет наблюдаться при падении высокочастотной акустической волны на массивную стальную плиту.

11.17. Луч света падает в воду, налитую в стеклянный стакан. Как меняется скорость распространения света при переходе света через границы раздела воздух – вода и вода – стекло? Показатели преломления воды  $n_1 = 1,33$ , стекла  $n_2 = 1,6$ , воздуха  $n = 1$

### Решение

1. Скорость света при переходе из воздуха в воду

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} \cong 2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

2. Скорость света при переходе из воды в стекло

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}; \quad v_2 = \frac{v_1 n_1}{n_2} = \frac{2,26 \cdot 10^8 \cdot 1,33}{1,6} \cong 1,88 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

11.18. При просмотре фильмов в 3D формате зрители надевают специальные очки, которые позволяют "сделать" изображение объёмным. На каком явлении основано действие очков?

### Решение

1. Существует несколько принципов на которых функционируют специальные очки для просмотра 3D изображений. Начнём краткий обзор с самых простых очков.



Рис. 11.18.1. Анаглифические стерео очки

2. **Анаглифические очки.** Это самый ранний и самый бюджетный тип очков. Этот вид просмотра основан на том, что на экран одновременно проецируется два изображения: в одном преобладают красные тона, а в другом сине-зеленые. Цветные фильтры в очках (рис. 11.18.1) блокируют соответствующие части картинки, так что каждый глаз зрителя видит только предназначенное ему. Главным недостатком этих простых в изготовлении и

мало затратных приспособлений является неудовлетворительная цветопередача

В настоящее время анаглиф практически не используется в кино, зато широко распространен при просмотрах различного рода иллюстраций и фотографий.



Рис. 11.18.2. Поляризационные очки

3. **Поляризационные очки.** Различают два основных типа таких очков по типу фильтров, используемых в них: с линейной и круговой (циркулярной) поляризацией. При линейной поляризации (как, например, в плёночных кинотеатрах IMAX 3D) фильтры располагаются под прямым углом друг к другу, при круговой поляризации используются фильтры с разнонаправленной поляризацией. Соответственно, проектор также снабжается соответствующими поля-

ризаационными фильтрами, причём оба изображения выводятся на экран одновременно. Поляризующие фильтры в очках "разделяют" единое изображение на две компоненты стереопары: каждый глаз видит только то, что ему предназначается, вторая компонента отфильтровывается полностью.

У круговой поляризации есть определённые преимущества перед линейной: при использовании линейной поляризации, если зритель в линейно-поляризованных очках наклоняет голову, эффект стерео может пропадать. При циркулярной поляризации такого не происходит.

Главная сложность с поляризационными 3D очками - это необходимость использования специального "серебряного" экрана, который обладает высокой отражательной способностью и, главное, сохраняет поляризацию света, исходящего от проектора.

Необходимо отметить, что в системе кинотеатров RealD используется своя отдельная разновидность поляризационной системы: проектор попеременно проецирует кадры для каждого глаза, причем эти кадры проецируются в циркулярном поляризованном свете - по часовой стрелке для правого глаза, против часовой - для левого. Перед объективом проектора устанавливается активный поляризационный фильтр, в котором попеременная циркулярная поляризация происходит благодаря комбинации поляризационного и жидкокристаллического фильтров.

Чтобы избежать ощутимого мерцания, частота проецирования составляет 72 кадра в секунду для каждого глаза, при этом каждый кадр проецируется три раза, что соответствует стандартным 24 кадрам в секунду.

**4. Затворные 3D очки.** В такие очки встраиваются жидкокристаллические затворы (shutter - по аналогии с затвором фотоаппарата), которые поочерёдно, с частотой порядка 60 Гц, закрывают правый и левый глаз, в то время как проектор или дисплей, с которыми они синхронизированы, поочерёдно демонстрирует кадры для правого и левого глаза (также с частотой 60 Гц, так что совокупная частота развёртки составляет 120 Гц).



Рис. 11.18.3. Затворные очки

В каждый момент времени человек, соответственно, видит только одним глазом одну половину стереоизображения, однако поскольку кадры сменяются очень быстро, в силу инерционности зрения возникает ощущение цельности картинки.

В затворные очки также встроен приёмник (обычно инфракрасный), который получает сигнал от передающего устройства и тем самым синхронизирует работу затворов со сменой кадров на экране.

такие очки дороже в производстве и эксплуатации, требуют собственных источников питания (батареек), но при этом они достаточно надёжны и с ними нет тех проблем, которые возникают с поляризационными очками, когда эффект стерео может исчезать из-за "неправильного" положения головы зрителя. Именно на затворные 3D очки делают ставки практически все производители 3D электроники для дома - 3D телевизоров, кинотеатров и персональных компьютеров.

11.19. Заряд на конденсаторе колебательного контура с ёмкостью  $C = 50$  мкФ изменяется по закону:

$$q(t) = 10^{-4} \sin(2 \cdot 10^3 t);$$

Определить максимальную энергию магнитного поля в катушке.

### Решение

1. В соответствии с законом сохранения энергии

$$W_{B(\max)} = W_{E(\max)}; \quad W_{E(\max)} = \frac{q_{\max}^2}{2C};$$

2. Амплитудное значение заряда имеет место при  $\sin(2 \cdot 10^3 t) = 1$

$$q_m = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}; \quad \Rightarrow \quad W_{B(\max)} = \frac{(1 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} \cong 100 \text{ мкДж};$$

11.20. Доказательством волновых свойств электрона является:

1. Фотоэффект;
2. Электрический ток в металлах;
3. Электрический ток в вакууме;
4. Дифракция на кристаллах.

### Решение

1. Дифракционные явления при распространении волн возникают в случаях когда размеры встречающихся неоднородностей соизмеримы с длиной волны.

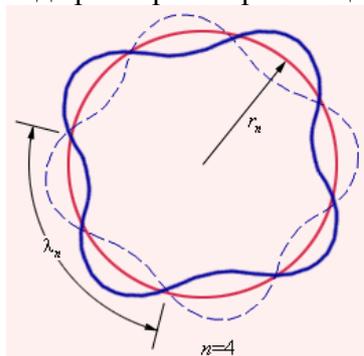


Рис. 11.20.1. Волны де Бройля

2. Идея теоретического объединения частиц (корпускул) и волн принадлежала французскому физика Луи де Бройлю, который предположил, что движение электрона или другой частицы с массой покоя отличной от нуля по орбите, можно отождествить с волновым процессом.

3. Де Бройль провёл аналогию между энергией кванта и импульсом частицы

$$\varepsilon = h\nu \Leftrightarrow p = h/\lambda,$$

откуда длина волны де Бройля для электрона определяется как (рис. 11.20.1)

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}.$$

4. Согласно гипотезе де Бройля стационарными будут те орбиты электрона, на которых укладывается целое число волн

$$2\pi r_n = n\lambda.$$

5. Приписав частицам волновые свойства, де Бройль объяснил такое необычное для классической физики явление как дифракция и интерференция электронов на узкой щели.

6. В 1937 году Дэвиссон получил Нобелевскую премию по физике за экспериментальное подтверждение предсказанных Луи де Бройлем волн материи. Эксперименты по дифракции электронов на кристаллах были проведены в 1926 году совместно с Джермером (рис. 11.20.2). Вторая половина премии была присуждена Джорджу Паджету Томсону.

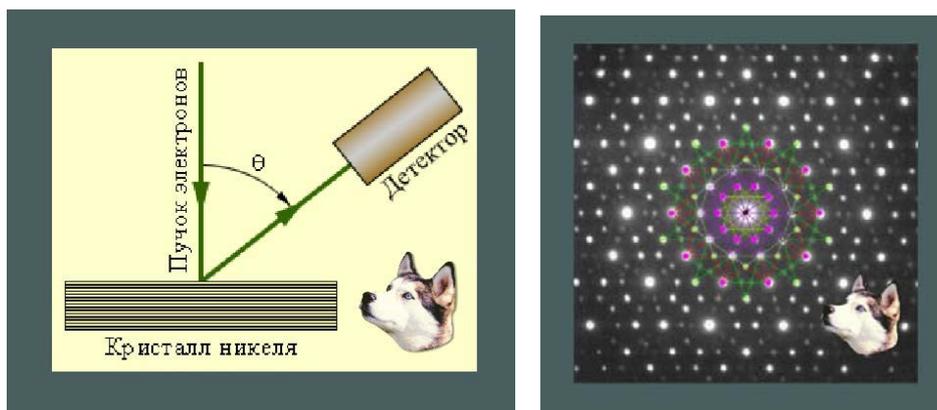


Рис.11.20.2. Дифракция электронов на кристаллических структурах

7. В период между 1919 и 1927 гг. американский физик Дэвиссон (в содружестве с К. Кунсманом и Джермером) изучал взаимодействие электронов с металлическими поверхностями. Используя электронные пучки и монокристаллические металлические мишени, эта группа ученых, работая в лабораториях телефонной компании «Белл», экспериментально доказала существование дифракции электронов на кристаллах.

11.21. Сколько фотонов с различной частотой могут испускать атомы водорода, находящиеся на 4 энергетическом уровне?

### Решение

1. Вторым постулат Нильса Бора (правило частот) гласит: "При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией, равной разности энергий соответствующих стационарных состояний

$$h\nu = E_n - E_m ;$$

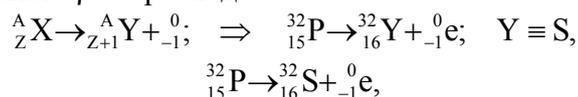
2. В данном случае  $n = 4$ ,  $m = 1$ , поэтому возможное число излученных фотонов определится как

$$\zeta = n - m = 3 ;$$

11.22. Атомы  $\beta^-$  – радиоактивного изотопа фосфора  ${}_{15}^{32}\text{P}$  в нагретом газообразном состоянии излучают свет. Как со временем будут изменяться параметры излучения?

### Решение

1. Запишем правило  $\beta^-$  – распада



в процессе распада изотоп фосфора превращается в изотоп серы, т.е. в спектре излучения должны появляться спектральные линии серы.

2. Общая интенсивность по закону радиоактивного распада со временем должна уменьшаться.

11.23. Красная граница фотоэффекта металлического катода равна  $\lambda_k = 600$  нм. На катод падает свет с меньшей длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Определить кинетическую энергию вылетающих электронов.

### Решение

1. Определим работу выхода электронов из металла

$$A = \frac{ch}{\lambda_k} \cong 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Кинетическую энергию фотоэлектронов опередем по уравнению Генриха Герца

$$\frac{hc}{\lambda} = K + A; \Rightarrow K = \frac{hc}{\lambda} - A \cong 7 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}.$$

11.24. Ученик при проведении лабораторной работы получил на стене действительное уменьшенное перевёрнутое изображение окна с помощью собирающей линзы. Расстояние от стены до линзы составляет 20 см. Определить оптическую силу линзы.

### Решение

1. Так оказалось, что окно находилось в фокусе линзы, об этом говорят характеристики изображения.

2. Оптической силой линзы называется величина, равная обратному фокусному расстоянию

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Дптр};$$

11.25. В лаборатории проводят опыты по снятию вольтамперной характеристики при пропускании тока через неон в газоразрядной трубке. Как объяснить наличие на зависимости участка АВ?

### Решение

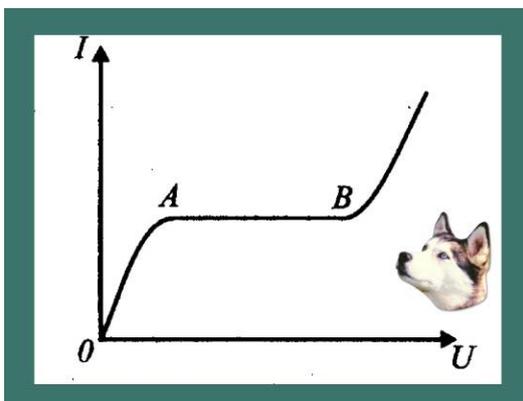


Рис. 11.25. Вольтамперная характеристика

1. Носители заряда в неоне образуются за счёт ионизации атомов, образовавшиеся электроны и ионы движутся в противоположные стороны и часть из них достигает электродов.

2. Участок характеристики OA характеризуется тем, что при увеличении напряжённости электрического поля между электродами всё большая часть носителей достигает электродов.

3. Участок АВ характеризуется тем, что все образующиеся в результате ионизации носители достигают электродов. Число носителей сохраняется, растут их скорости.

4. В точке В происходит электрический пробой и сопротивление газа резко падает.

## Вариант № 12

### Часть А

12.1 С ветки дерева на землю падает спелое яблоко. Какой из приведенных графиков верно описывает изменение перемещения яблока в зависимости от времени?

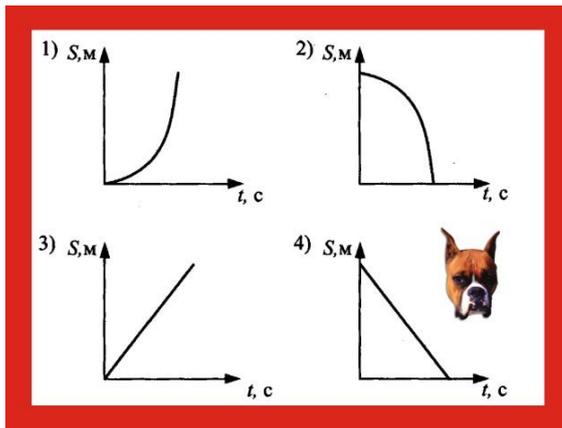


Рис. 12.1. Падение яблока

### Решение

1. Яблоко будет падать свободно по прямолинейной траектории, поэтому перемещение будет совпадать с изменением вертикальной координаты яблока.

.....2. Если вертикальную ось направить вниз, а начало системы отсчёта совместить с местом отрыва яблока от ветви, то уравнение движения примет вид

$$y = \frac{gt^2}{2},$$

т.е. координата будет изменяться пропорционально квадрату времени, чему соответствует зависимость №1.

12.2. Космический корабль приближается к планете по криволинейной траектории. Как будет направлено ускорение корабля в точке траектории А?

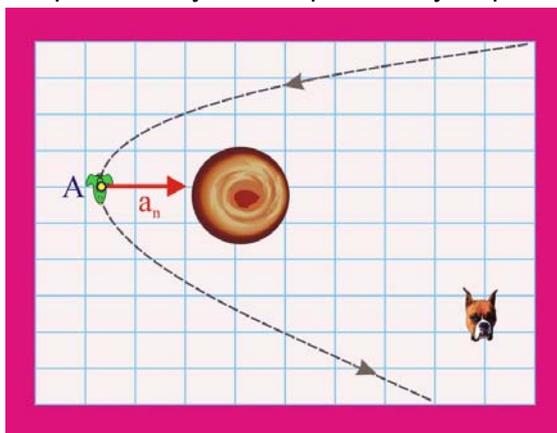


Рис. 12.2. Ускорение космического корабля

### Решение

1. Движение корабля по криволинейной траектории происходит вследствие действия на него гравитационного притяжения планеты. Всякое криволинейное движение, даже с постоянной по модулю скоростью, приводит к возникновению нормального (центростремительного) ускорения  $a_n$ , которое направлено к мгновенной оси вращения.

12.3. К пружине динамометра подвесили небольшую гирьку, а затем резко подняли динамометр вверх. Стрелка динамометра при этом движении опустилась вниз. Как объяснить это явление?

### Решение

1. В соответствие со вторым законом Ньютона ускоренное движение массы предполагает наличие силы, приводящей к такому движению, в данном случае

возникающая сила инерции будет направлена в сторону противоположную ускорению

$$F = -ma.$$

7. К динамометру, таким образом будет приложена суммарная сила, численно равная весу подвешенного тела.

$$F_{\Sigma} = P = m(g + a);$$

---

12.4. Из неподвижной ракетной установки массой  $M = 2$  т запускают ракету массой  $m = 160$  кг под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Определить скорость ракеты, если после пуска установка приобрела скорость  $u = 4$  м/с.

### Решение

1. Будем рассматривать движение в проекции на горизонтальную ось, при этом силы тяжести и нормальные реакции связи можно не учитывать, т.к. их работа на возможном перемещении равна нулю.

2. Все процессы сопровождающие пуск ракеты, без учёта сил трения и сопротивления протекают под действием внутренних сил, поэтому импульс системы должен сохраняться.

3. Запишем закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось, направление которой совпадает с направлением полёта ракеты

$$Mu = mv \cos \alpha; \Rightarrow v = \frac{Mu}{m \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 4}{160 \cdot 0,5} = 100 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

12.5. С высоты  $h = 80$  см на вертикально установленную пружину падает брусок массой  $m = 100$  г. Какой будет максимальная деформация пружины, если её жёсткость  $k = 1$  кН/м?

### Решение

1. Примем за нулевой уровень потенциальной энергии положение верхнего конца недеформированной пружины. В этом случае в исходном положении брусок будет обладать потенциальной энергией

$$\Pi_1 = mgh;$$

2. При свободном падении бруска его потенциальная энергия преобразуется в кинетическую, а затем кинетическая энергия преобразуется в потенциальную энергию деформации пружины. На основании закона сохранения энергии имеем:

$$mgh = \frac{k \Delta x_m^2}{2}; \Rightarrow \Delta x_m = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 0,8}{10^3}} \cong 0,04 \text{ м};$$

---

12.6. Расстояние между точками волны, колеблющимися с разностью фаз  $\Delta \varphi = \pi/2$  равно  $x = 25$  см. Чему равна скорость распространения волны, если период колебаний составляет  $T = 0,4$  с?

### Решение

1. Изменение фазы на  $2\pi$  соответствует одному периоду. В течение периода фаза волны распространяется на расстояние  $L = 4x = 1$  м.

2. Фазовая скорость волны, например горба или впадины, составит

$$v = \frac{L}{T} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

12.7. Определить подъемную силу аэростата объемом  $V = 1000 \text{ м}^3$ , наполненного гелием, если масса оболочки с гордолой равна  $m = 150 \text{ кг}$ . Плотность гелия составляет  $\rho_1 = 0,18 \text{ кг/м}^3$ , плотность воздуха  $\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение**

1. Подъемная сила в данном случае будет равна разности силы Архимеда и силы тяжести

$$\vec{F} = \vec{F}_A + m\vec{g};$$

2. В проекции на вертикальную ось:

$$F = F_A - mg;$$

3. Сила Архимеда

$$F_A = (\rho_2 - \rho_1)gV;$$

4. Величина подъемной силы

$$F = (1,29 - 0,18) \cdot 10 \cdot 10^3 - 150 \cdot 10 = 9600 \text{ Н};$$

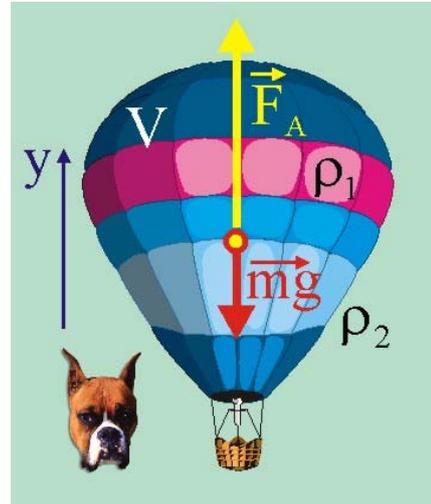


Рис.12.7. Подъемная сила аэростата

12.8. Газ, находящийся в сосуде, нагрели от  $t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ . Как при этом изменилась кинетическая энергия молекул?

**Решение**

1. Средняя энергия молекул газа

$$\frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} = \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} k_B T,$$

где  $i$  – число степеней молекулы,  $k_B$  – постоянная Людвигу Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

2. Для идеального газа, который надо полагать, имеется в виду в условии задачи

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} k_B T; \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{3}{2} k_B T_1; \\ \varepsilon_2 = \frac{3}{2} k_B T_2; \end{array} \right\};$$

3. Отношение кинетических энергий молекулы при разных температурах

$$\zeta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{393}{303} \cong 1,297;$$

12.9. На графике показаны процессы, происходящие с идеальным газом. На каком участке графика температура газа не менялась?

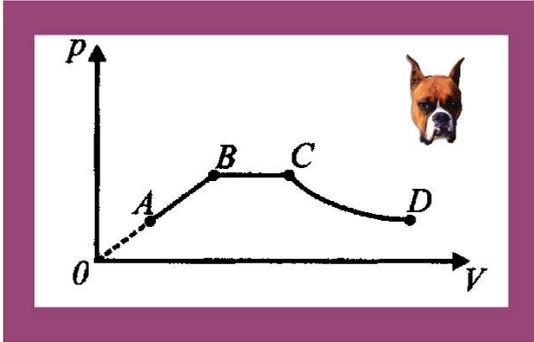


Рис. 12.9. Зависимость давления от объёма

### Решение

1. Температура газа не изменяется на участке графика CD, который соответствует изотермическому закону расширения газа

$$p_C V_C = p_D V_D = \text{const},$$

т.е. в этом процессе меняются давление и объём при постоянстве температуры.

12.10. Определите массу водяных паров, содержащихся в  $V = 1 \text{ м}^3$  воздуха, при комнатной температуре, если влажность воздуха равна  $\varphi = 40\%$ , а плотность паров воздуха равна  $\rho_{\text{п}} = 23 \text{ г/м}^3$ .

### Решение

1. Объём водяного пара в  $1 \text{ м}^3$  воздуха

$$V_{\text{п}} = V\varphi = 1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ м}^3;$$

2. Масса водяного пара в  $1 \text{ м}^3$  воздуха

$$m_{\text{п}} = V_{\text{п}}\rho_{\text{п}} = 0,4 \cdot 23 \cdot 10^{-3} = 0,0092 \text{ кг (9,2 г)};$$

12.11. Как изменится внутренняя энергия идеального газа при изохорном увеличении давления?

### Решение

1. Изменение внутренней энергии идеального газа при нагревании и при постоянном его объёме

$$\Delta U = \frac{3}{2} \mu R \Delta T,$$

2. Возрастание  $\Delta T$  приводит к увеличению внутренней энергии данного объёма газа.

12.12. В цилиндре под подвижным поршнем, плотно прилегающем к стенкам, находится водород. Для увеличения его объёма на  $\Delta V = 100 \text{ см}^3$  его температуру увеличивают в  $\zeta = 1,5$  раза. Каким станет конечный объём водорода?

### Решение

1. Запишем уравнения Клапейрона – Менделеева для двух заданных состояний водорода с учётом того, что поршень свободно перемещаясь, оставляет давление при нагревании постоянным

$$\left. \begin{array}{l} pV = \nu RT; \\ p(V + \Delta V) = \nu R\zeta T; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V}{V + \Delta V} = \frac{1}{\zeta}; \quad \zeta V = V + \Delta V;$$

$$V = \frac{\Delta V}{\zeta - 1} = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{0,5} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

2. Конечный объём водорода

$$V_0 = V + \Delta V = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 (300 \text{ см}^3);$$

12.13. Сила кулоновского взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов:

1. Прямо пропорциональна модулям этих зарядов;
2. Обратна пропорциональна расстоянию между ними;
3. Обратна пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Какое утверждение является верным?

### Решение

1. Сила взаимодействия (сила Кулона) между двумя точечными зарядами определяется уравнением

$$\vec{F}_K = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^3} \vec{r}; \quad |\vec{F}_K| = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2};$$

2. Справедливы утверждения 1 и 3.

12.14. На цоколе электрической лампочки написаны два числа: 12 В и 25 Вт. Какая работа совершается при работе лампочки за  $\tau = 20$  мин, если напряжение сети  $U = 12$  В?

### Решение

1. В лампе накаливания практически вся работа, производимая электрическим током, идёт на нагревание спирали, которая разогреваясь, излучает электромагнитные волны в оптическом и инфракрасном диапазоне.

2. В соответствии с законом Джоуля – Ленца

$$A \approx Q = IU\tau = P\tau = 25 \cdot 20 \cdot 60 = 30 \text{ кДж};$$

12.15. В основе работы трансформатора лежит:

1. Действие магнитного поля на катушку с током;
2. Явление электромагнитной индукции;
3. Действие электрического поля на электрические заряды;
4. Существование токов Фуко.

### Решение

1. Трансформатор представляя собой устройство для повышения или понижения электрического напряжения в цепях переменного тока

$$u(t) = u_m \sin \omega t;$$

$$i(t) = i_m \cos \omega t;$$

2. Гармоническое изменение силы

тока и напряжения приводит к возникновению в первичной обмотке трансформатора переменного магнитного потока  $\Phi_B = f(t)$ .

3. В соответствии с законом электромагнитной индукции Майкла Фарадея переменный магнитный поток обеспечивает возникновение ЭДС индукции. Напряжение во вторичной обмотке трансформатора (ЭДС индукции) определяется уравнением

$$U_2 = N_2 \frac{d\Phi_B}{dt};$$

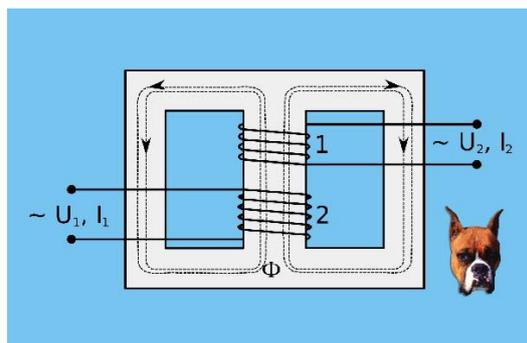


Рис. 12.15. Трансформатор

12.16. Приведен график зависимости силы тока от времени в колебательном контуре. Если увеличить индуктивность катушки в 4 раза, то чему станет равным период колебаний?

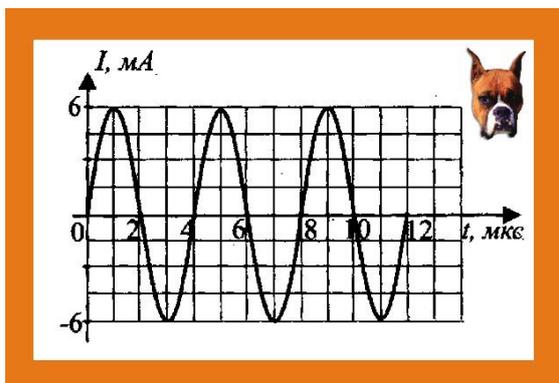


Рис. 12.16. Колебания в контуре

### Решение

1. Формула Томсона для периода колебательного контура

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

как видно из уравнения, увеличение индуктивности  $L$  с четыре раза, при неизменной ёмкости, приведёт к удвоению периода колебаний.

2. Период колебаний в первоначальном контуре, по заданному графику составляет  $T_1 = 4$  с, значит, после

увеличении индуктивности период станет равным

$$T_2 = 2T_1 = 8 \text{ с};$$

12.17. Предмет расположен в двойном фокусе собирающей линзы. Каким будет изображение предмета?

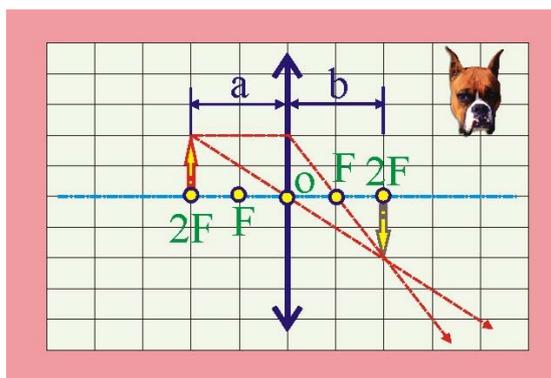


Рис. 12.17. Собирающая линза

### Решение

1. Запишем формулу тонкой собирающей линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F};$$

2. Для заданных условий  $a = 2F$

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F};$$

$$\frac{b + 2F}{2Fb} = \frac{1}{F}; \quad bF + 2F^2 = 2bF;$$

$$b = 2F;$$

3. Изображение будет действительным, перевернутым, равным предмету и расположится за линзой на расстоянии  $2F$  от линзы.

12.18. Крылышки стрекозы переливаются всеми цветами радуги. Каким свойством света можно объяснить это явление?

### Решение

1. Интерференция представляет собой пространственное перераспределение светового потока при наложении двух и более когерентных световых волн, в результате суперпозиции волн в одних местах возникают максимумы освещенности, в других минимумы. Разность фаз для двух когерентных волн

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = 2\pi\lambda_0\Delta;$$

2. Условие интерференционных максимумов и минимумов

$$\Delta l = \pm m\lambda; \quad \Delta l \pm (2m + 1)\lambda/2;$$

3. Радужная окраска крылышек стрекозы объясняется явлением интерференции света, возникающей на тонких плёнках. Поскольку крылышки имеют не одинаковую толщину, то условие когерентности выполняется для разных длин волн спектра солнечного света.

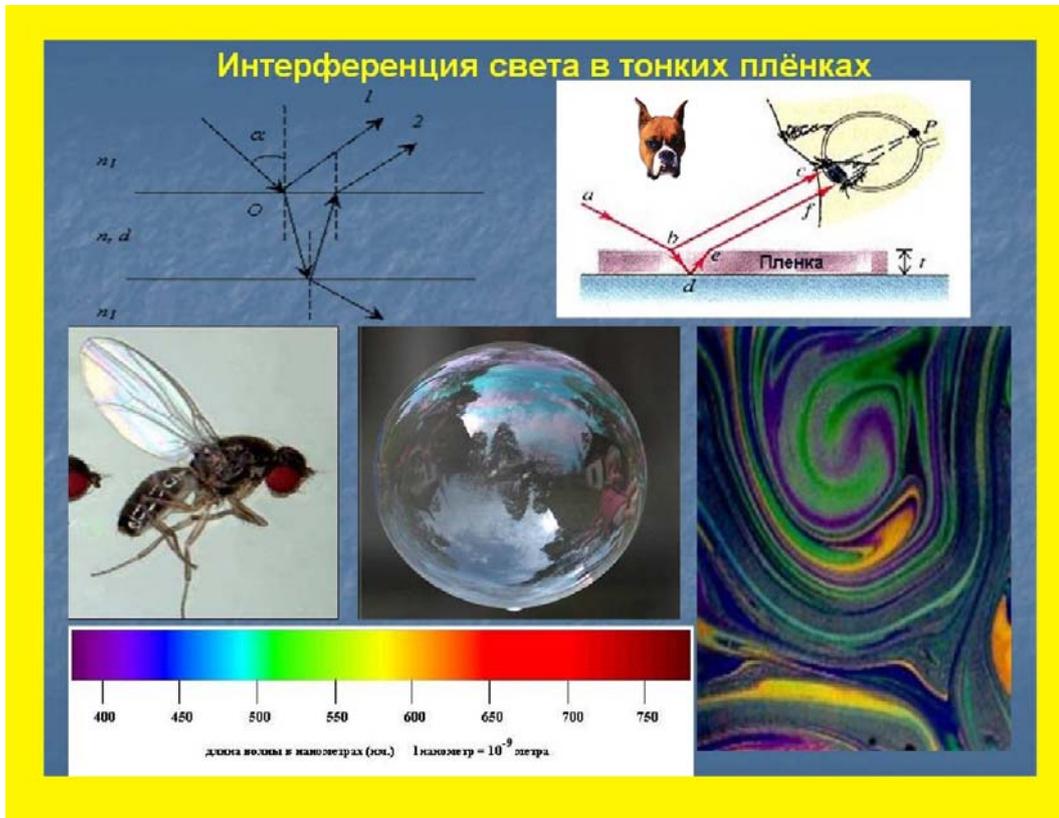


Рис. 12.18. Интерференция света на тонких плёнках

12.19. Лазерный луч красного цвета падает перпендикулярно на дифракционную решётку. На удалённом от решётки расстоянии находится экран, на котором наблюдается серия красных пятен. Определить расстояние между нулевым и первым дифракционным максимумами, если расстояние между вторым и нулевым максимумами равно  $x_2 = 20$  см.

### Решение

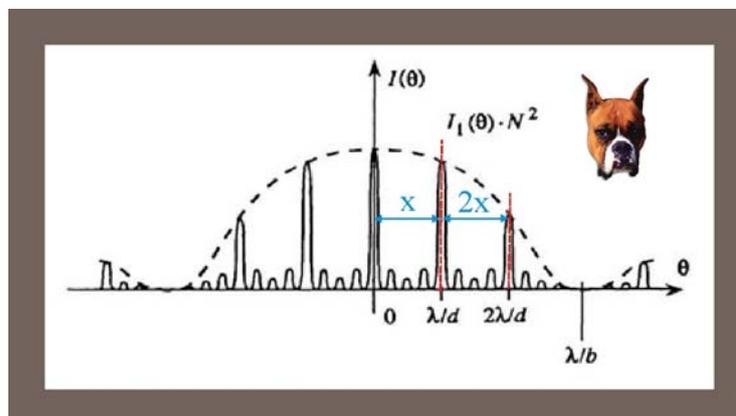


Рис. 12.19. Дифракционная решётка

1. Уравнение максимумов дифракционной решётки с шириной щели  $a$  и шириной непрозрачных полос  $b$

$$(a + b)\sin \theta = m\lambda; \quad d \sin \theta = m\lambda,$$

где  $\theta$  – угол дифракции,  $m$  – порядковый номер максимума,  $\lambda$  – длина волны падающего на решётку света.

2. Из уравнения видно, что второй максимум расположен от нулевого максимума на расстоянии в два раза превышающем местоположение первого максимума, следовательно  $x_1 = x_2/2 = 10$  см.

12.20. Интенсивность света, падающего на фотокатод увеличилась в  $\zeta = 8$  раз, при этом увеличилась (-лась):

1. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов;
2. Число фотоэлектронов;
3. Скорость фотоэлектронов;
4. Работа выхода фотоэлектронов.

### Решение

1. Внешний фотоэффект, открытый Александром Григорьевичем Столетовым и подробно исследованный Генрихом Герцем сводится к уравнению

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{m_e v^2}{2} + A;$$

2. Поскольку в условиях описанного эксперимента длина волны не менялась, а работа выхода – характеристика фотокатода, то увеличение интенсивности светового потока должно приводить к увеличению количества вышибаемых с поверхности металла фотоэлектронов.

12.21. Определить импульс, полученный идеально отражающей поверхностью при падении на неё фотона с длиной волны  $\lambda = 660$  нм.

### Решение

1. Уравнение импульса фотона

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = m_f c^2; \quad \Rightarrow \quad p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda};$$

2. Изменение модуля импульса фотона при абсолютно упругом отскоке от стенки

$$|\Delta p_f| = p_f - (-p_f) = 2p_f = \frac{2h}{\lambda} \cong \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}}{6,6 \cdot 10^{-7}} \cong 2 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

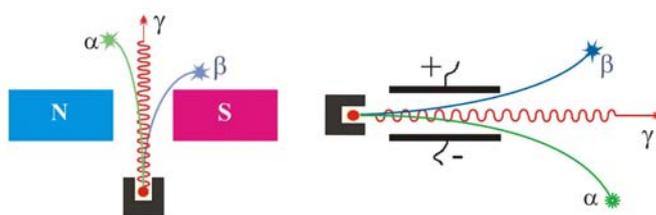


Рис. 4.5. Взаимодействие излучения с полями

12.22. Какие из видов лучей отклоняются магнитными и электрическими полями?

1.  $\alpha$  – лучи;
2.  $\beta$  – лучи;
3.  $\gamma$  – лучи;

## Решение

1. В электрических и магнитных полях отклоняются только частицы, несущие на себе заряд. Как установил Эрнст Резерфорд:  $\alpha$  – частицы представляют собой дважды ионизированные атомы гелия, заряд которых равен двум зарядам протонов;  $\beta$  – частицы являются потоком электронов. Эти частицы отклоняются как электрическими, так и магнитными полями.

2.  $\gamma$  – лучи частицами не являются, а представляют собой электромагнитную волну с  $\lambda_\gamma \leq 5 \cdot 10^{-12}$  м, которая никак не реагирует ни на электрическое, ни на магнитное поле.

12.23. Период полураспада ядер радиоактивного элемента равен  $T_{1/2} = 15$  минутам. Через какой промежуток времени распадётся 75% ядер данного элемента?

### Решение

1. Число распавшихся ядер от времени имеет экспоненциальную зависимость (рис. 12.23). Период полураспада соответствует времени за которое распадается половина ядер, за время следующего периода полураспада распадётся ещё половина от числа оставшихся ядер, т.е. 75% от первоначального числа. Таким образом для распада 75% ядер необходимо время двух полупериодов,  $\tau = 2T_{1/2} = 30$  минут.

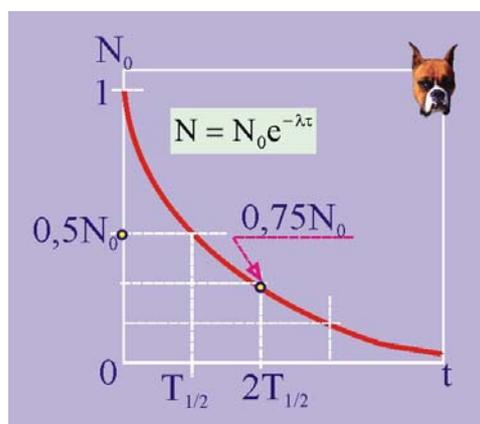


Рис. 12.23. Кривая распада

12.24. Для того, чтобы измерить период колебаний математического маятника необходимо иметь: 1) весы; 2) мензурку; 3) динамометр; 4) линейку?

## Решение

1. Нужна линейка, потому что  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ , измерив длину подвеса, можно вычислить период качаний маятника.

12.25. Дана зависимость координаты парашютиста от времени. Как меняется скорость парашютиста?

### Решение

1. Первые две секунды движения характеризуются увеличением силы сопротивления, которая гасит скорость, через две секунды полёта сила тяжести и сила сопротивления становятся равными по модулю и парашютист опускается с постоянной скоростью  $x = f(t)$  – прямая линия, что говорит о том, что за равные промежутки времени проходятся равные расстояния.

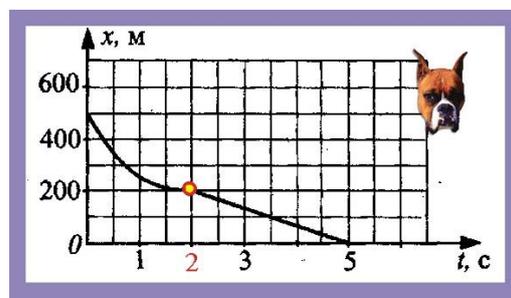


Рис. 12.25. Зависимость  $x = f(t)$

## Вариант № 13

### Часть А

13.1. Задан график зависимости ускорения велосипедиста от времени. Определить путь, пройденный велосипедистом за первые 4 с движения, если оно началось из состояния покоя.

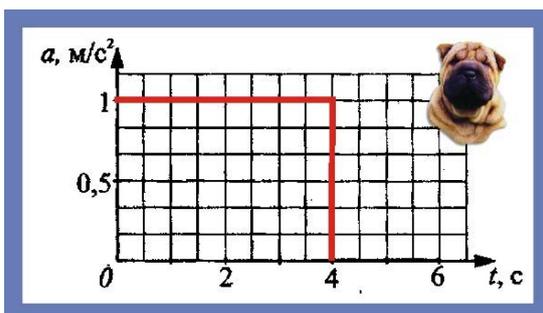


Рис. 13.1. Ускорение велосипедиста

### Решение

1. Будем считать далее, что велосипедист движется прямолинейно и равноускоренно, уравнение его движения:

$$x = \frac{at^2}{2};$$

2. Принимая  $a = 1 \text{ м/с}^2$  (по графику),  $t = 4 \text{ с}$ , получим

$$x = \frac{1 \cdot 16}{2} = 8 \text{ с};$$

13.2. Команды учеников соревнуются в перетягивании каната. Канат движется равномерно в сторону одной из команд. Что можно сказать о силах, с которой действует каждая из команд на канат?

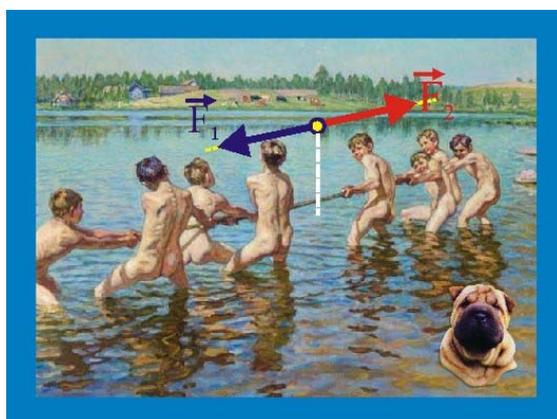


Рис. 13.2. Перетягивание каната

### Решение

1. Поскольку канат по условию задачи перемещается равномерно, значит его ускорение равно нулю.

2. На основании второго закона Ньютона

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m\vec{a},$$

можно заключить, что

$$\sum_{i=1}^{i=2} \vec{F}_i = 0; \Rightarrow |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|;$$

13.3. В таблице представлена зависимость измеренной силы упругости пружины от её длины  $x$ . Чему равна жёсткость пружины?

F, Н	0	10	20	50
x, м	0,1	0,12	0,14	0,2

### Решение

1. Сила упругости пружины определяется законом Гука, который в данном

случае запишется, с учётом длины недеформированной пружины  $x_0 = 0,1$  м следующим образом

$$F = k\Delta x = k(x - x_0); \Rightarrow k = \frac{F}{x - x_0} = 500 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

13.4. Яблоко массой  $m = 0,1$  кг непосредственно перед ударом о землю имеет импульс  $p = 0,5$  кг·м/с. Определить среднюю силу, действующую на яблоко во время удара, если время до его полной остановки  $\tau = 5$  мс.

### Решение

1. Запишем второй закон ньютона в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt};$$

2. Разделим переменные:

$$\vec{F} dt = m d\vec{v};$$

3. Проинтегрируем в заданных пределах:

$$\vec{F} \int_0^\tau dt = m \int_v^0 d\vec{v}; \Rightarrow \vec{F}\tau = \vec{p}; \quad |\vec{F}| = \frac{p}{\tau} = \frac{0,5}{5 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ Н};$$

13.5. Поезд,двигающийся со скоростью  $v_1 = 60$  км/ч, может остановиться через  $x_1 = 150$  м. Какое расстояние необходимо для полной остановки этого поезда, при его движении со скоростью  $v_2 = 120$  км/ч?

### Решение

1. Переведём скорости из км/ч в м/с:  $v_1 \cong 16,67$  м/с;  $v_2 \cong 33,3$  м/с.

2. Запишем уравнение равнозамедленного движения поезда и определим его ускорение

$$\left. \begin{array}{l} v = v_1 - at; \\ x_1 = \frac{at^2}{2}; \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} t = \frac{v_1}{a}; \\ x_1 = \frac{v_1^2}{2a}; \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{2x_1};$$

3. Полагая ускорение в первом и втором режиме движения одинаковым, имеем:

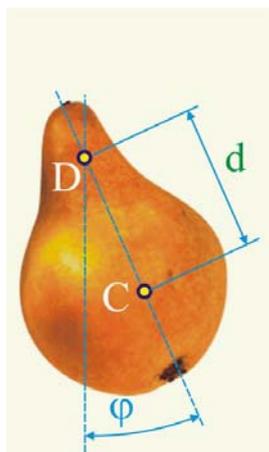
$$a = \frac{v_2^2}{2x_2}; \quad \frac{v_1^2}{2x_1} = \frac{v_2^2}{2x_2}; \quad v_1^2 x_2 = v_2^2 x_1; \quad x_2 = \frac{v_2^2 x_1}{v_1^2} \cong \frac{1,1 \cdot 10^3 \cdot 150}{268} \cong 615 \text{ м};$$

13.6. Физический маятник уменьшил амплитуду своих колебаний в 4 раза. Как изменится период колебаний этого маятника?

### Решение

1. Физическим маятником называется тело, способное вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. Масса физического маятника распределена в некотором объёме.

2. Если грушу в верхней её части проткнуть спицей, так чтобы ось качания



13.6. Физический маятник

проходила перпендикулярно плоскости чертежа и пренебречь потерями на трение и сопротивление (рис.13.6), то это будет модель одного из вариантов физического маятника.

3. Предположим, что центр масс груши располагается в точке С, которая отстоит от оси подвеса на расстоянии d. При отклонении центра масс тела из положения равновесия, например, на малый угол φ возникнет восстанавливающий момент силы тяжести

$$M_x(\vec{F}_g) = -mgd \sin \varphi .$$

4. Момент сил инерции определится как

$$M_x(\vec{F}_i) = -J_x \ddot{\varphi} ,$$

где  $J_x$  – момент инерции рассматриваемого тела относительно оси вращения. Уравнение статического баланса представится следующим образом

$$J_x \ddot{\varphi} + mgd \sin \varphi = 0 ,$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{J_x} \sin \varphi = 0$$

5. Напрашивается обозначение

$$\frac{mgd}{J_x} = \omega^2 .$$

6. Если рассматриваются малые колебания, то уравнение с учётом значения циклической частоты собственных колебаний, дифференциальное уравнение движения физического маятника примет знакомый вид со стандартным решением

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0 .$$

7. Из уравнения квадрата циклической частоты следует, что

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{mgd}{J_x} ,$$

откуда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_x}{mgd}} ; \quad J_x = \frac{mgd T^2}{4\pi^2} .$$

Таким образом, видно, что в уравнение периода колебаний физического маятника амплитуда его качаний не входит.

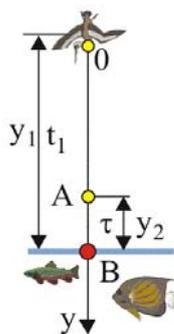


Рис. 13.7. Пеликан

13.7. Пеликан охотится за рыбкой (рис. 1.160), падая свободно с высоты 25 м. Если у рыбки есть 0,15 с времени, то она может уклониться от прожорливой птицы. На какой высоте над поверхностью воды рыбка должна заметить пеликана, если она плавает у поверхности?

**Решение**

1. Определим время падения пеликана до поверхности воды (точка В)

$$y_1 = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cong 2,24 \text{ с} .$$

2. Определим далее время полёта птицы до точки А, где её должна заметить рыбка

$$t_2 - \tau = 2,09 \text{ с}.$$

3. Найдём расстояние ОА, т.е. расстояние которое пролетит пеликан

$$y_3 = \frac{gt_2^2}{2} \cong 20,6 \text{ м}.$$

4. Искомая безопасная для рыбки высота определится в виде разности

$$y_2 = y_1 - y_3 = 4,4 \text{ м}.$$

---

13.8. Как зависит скорость диффузии в газах от температуры?

### Решение

1. Закон диффузии Фика

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx},$$

где  $j_m$  – плотность потока массы молекул,  $D$  – коэффициент диффузии,  $d\rho/dx$  – изменение плотности газа по координате.

2. Коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle,$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость молекул,  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул.

7. Скорость диффузии определяется скоростью молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}; \quad \langle v \rangle \approx \sqrt{T};$$

8. Увеличение температуры газа приводит к увеличению скорости молекул, следовательно, к возрастанию величины коэффициента диффузии, соответственно и скорости диффузии.

---

13.9. Объём некоторого количества идеального газа увеличился в 2 раза, а его температура увеличилась в 3 раза. Как изменилось давление газа?

### Решение

1. Запишем уравнения Клапейрона – Менделеева для двух заданных состояний идеального газа

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V = \nu RT; \\ p_2 2V = \nu R 3T; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1}{2p_2} = \frac{1}{3}; \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

---

13.10. Сколько тепла необходимо для испарения  $m = 20$  г воды, находящейся при температуре  $t = 100$  °С и давлении  $p = 10^5$  Па?

### Решение

1. Нагревать воду не нужно, вся подводимая тепловая энергия будет расходоваться на изменение агрегатного состояния

$$\Delta Q = rm = 2,26 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 4,52 \cdot 10^4 \text{ Дж (45,2 кДж)},$$

где  $r \cong 2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг – удельная теплота парообразования воды при температуре  $t = 100$  °С.

13.11. До какой температуры нагреется слиток алюминия массой  $m = 3$  т, если его начальная температура равна  $t_1 = 170$  °С и ему сообщили  $\Delta Q = 270$  МДж теплоты?

### Решение

1. Примем удельную теплоёмкость алюминия равной  $c_{Al} \cong 930$  Дж/кг·К.
2. Переведём температуру из градусов Цельсия в градусы Кельвина  
 $T \cong t + 273 \cong 443$  К ;

3. Нагревание тела подчиняется уравнению

$$\Delta Q = c_{Al} m \Delta T; \quad \Delta T = \frac{\Delta Q}{c_{Al} m}; \quad \Delta T = \frac{\Delta Q}{c_{Al} m} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{930 \cdot 3 \cdot 10^3} \cong 97 \text{ К (370 °С)};$$

4. Температура слитка к концу нагревания

$$T = \Delta T + T_0 = 370 + 170 = 540 \text{ °С};$$

13.12. Определить массу азота объемом  $V = 3$  л при температуре  $t = 20$  °С и давлении  $p = 100$  кПа.

### Решение

1. Определим массу азота  $N_2$  ( $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$  кг/моль) из уравнения Клапейрона – Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \quad \Rightarrow \quad pV\mu = mRT; \quad m = \frac{pV\mu}{RT} \cong \frac{10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 293} \cong 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

13.13. Определить силу, действующую на заряд  $q = 1$  нКл, находящийся между двумя квадратными проводящими пластинами с размерами  $20 \times 20$  см и расстоянием между ними  $d = 1$  см. Разность потенциалов между пластинами  $U = 10$  кВ.

### Решение

1. Определим напряжённость электрического поля между пластинами

$$E = \frac{U}{d} = 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

2. Сила Кулона, действующая на заряд, находящийся между пластинами

$$F_K = qE = 10^6 \cdot 10^{-9} = 10^{-3} \text{ Н};$$

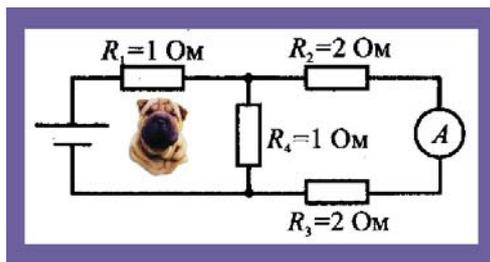


Рис. 13.14. Напряжение на  $R_2$

13.14. Через идеальный амперметр течёт ток силой  $I = 2$  А. Определить напряжение на сопротивлении  $R_2$ .

### Решение

1. Амперметр измеряет силу тока в цепи, состоящей из двух последовательных одинаковых сопротивлений,

поэтому:

$$U_2 = \frac{I(R_1 + R_2)}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ В};$$

13.15. Участок проводника длиной  $\ell = 10$  см расположен перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B = 0,2$  Тл. Определить силу, действующую на проводник, если по нему течёт ток силой  $I = 2$  А, а напряжение на его концах  $U = 1$  В.

### Решение

1. На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера

$$F_A = IB\ell \sin(\vec{\ell}; \vec{B}),$$

в данном случае  $(\vec{\ell}; \vec{B}) = 90^\circ$ , поэтому  $\sin(\vec{\ell}; \vec{B}) = 1$

2. Определим величину силы Ампера

$$F_A = IB\ell = 2 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ Н};$$

13.16. Укажите длину волны видимого света.

1.  $\lambda_1 = 50$  мкм; 2.  $\lambda_2 = 5$  мкм; 3.  $\lambda_3 = 0,5$  мкм;  $\lambda_4 = 50$  нм.

### Решение

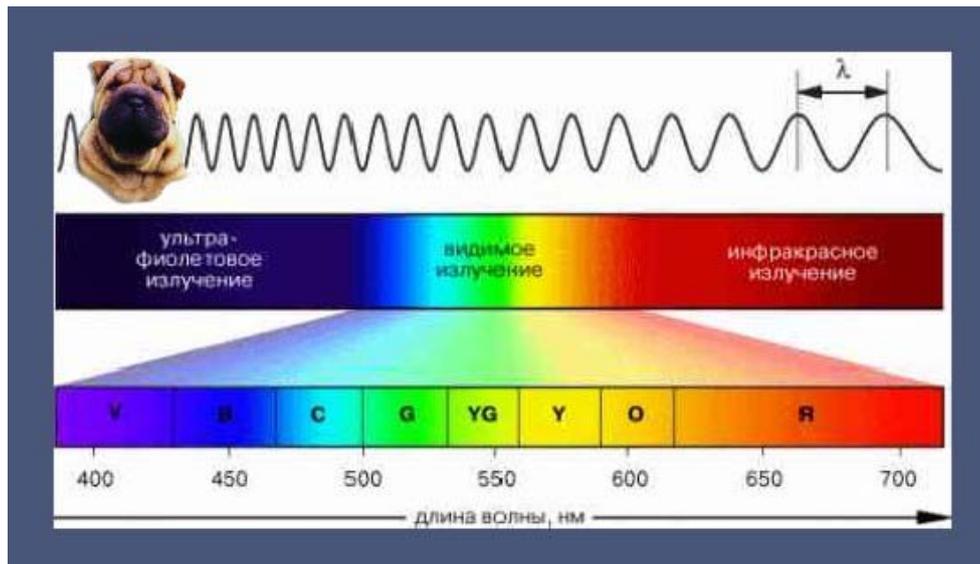


Рис. 13.16. Видимый свет

1. Диапазон длин волн видимого света заключён между  $\lambda_{\min} \cong 400$  нм и  $\lambda_{\max} \cong 760$  нм (рис. 13.16).

2. Переведём заданные длины волн в нанометры:

1.  $\lambda_1 = 50 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 5 \cdot 10^4 \text{ нм};$

2.  $\lambda_2 = 5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 5 \cdot 10^3 \text{ нм};$

3.  $\lambda_3 = 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 500 \text{ нм};$

4.  $\lambda_4 = 50 \text{ нм}.$

3. Только  $\lambda_3$  находится в области видимого света на границе голубого и зелёного цвета.

13.17. В фотоаппарате фокусное расстояние объектива равно  $F = 6$  мм. Каким будет высота изображения при съёмке объекта высотой  $H = 1,8$  м с расстояния  $d = 5,4$  м?

### Решение

1. Чтобы изображение на плёнке или матрице было резким объектив должен располагаться от них на расстоянии  $f = F = 0,06$  м.

2. Представляя объектив в виде собирающей линзы, для его увеличения можно записать соотношение

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d}; \Rightarrow h = \frac{HF}{d} = \frac{1,8 \cdot 0,06}{5,4} \cong 0,02 \text{ м};$$

---

13.18. В космическом корабле, движущемся относительно наблюдателя со скоростью  $v_1 = 0,6c$ , обед занял  $\tau_0 = 40$  мин. Сколько будет длиться обед по часам наблюдателя?

### Решение

1. Без комментариев:

$$\tau_1 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{0,8} = \frac{40}{0,8} = 50 \text{ мин};$$

---

13.19. Электрическому конденсатору, состоящему из двух проводящих концентрических сфер радиусом  $r_1 = 9$  см и  $r_2 = 10$  см, сообщили электрический заряд  $q = 4 \cdot 10^{-6}$  Кл. Как изменится энергия конденсатора, если пространство между обкладками заполнить диэлектрической жидкостью с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 2$ ?

### Решение

1. Электрическая ёмкость сферического конденсатора определяется как:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

2. Энергия электрического поля в конденсаторе

$$W_E = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C};$$

3. Совместное рассмотрение уравнений показывает, что введение между обкладками диэлектрика увеличивает его ёмкость вдвое, что приведёт к уменьшению энергии тоже вдвое, если конечно конденсатор отключён от источника питания.

---

13.20. Какое минимальное количество энергии может быть получено при приёме электромагнитного излучения с частотой  $\nu = 900$  МГц?

### Решение

1. Энергия фотона заданной частоты в электрон-вольтах

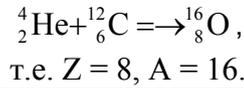
$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 3,71 \cdot 10^{-9} \text{ эВ};$$

---

13.21. В результате ядерной реакции  ${}^4_2\text{He} + {}^{12}_6\text{C}$  получается ядро элемента с массовым числом  $A$  и зарядом ядра  $Z$ . Ядро какого химического элемента получилось в результате реакции?

**Решение**

1. В данном случае ядра углерода бомбардируются  $\alpha$  – частицами, в результате чего образуются ядра кислорода



13.22. В результате облучения образца золота нейтронами образовался его радиоактивный изотоп  ${}^{198}\text{Au}$ . В результате образец создаёт вокруг себя излучение интенсивностью, равной  $\xi_1 = 8$  мкГр/с. Чему равен период полураспада изотопа  ${}^{198}\text{Au}$ , если через  $\tau = 5,4$  суток интенсивность излучения снизилась до величины  $\xi_2 = 2$  мкГр/с?

**Решение**

1. В Грехах измеряется энергетическая доза излучения поглощённого телом. Характеристикой является коэффициент  $D$ , равный отношению энергии  $E$  поглощённого телом радиоактивного излучения к массе этого тела

$$D = \frac{E}{m}; \quad 1\text{Гр} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}; \quad \xi = \frac{D}{\Delta t};$$

2. За время  $\tau$  интенсивность излучения упала в четыре раза,

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = 4,$$

значит количество ядер радиоактивного вещества уменьшилось в четыре раза, а период полураспада  $T_{1/2}$  это время за которое распадается половина ядер, т.е. период полураспада равен:

$$T_{1/2} = \frac{\tau}{2} = 2,7 \text{ суток};$$

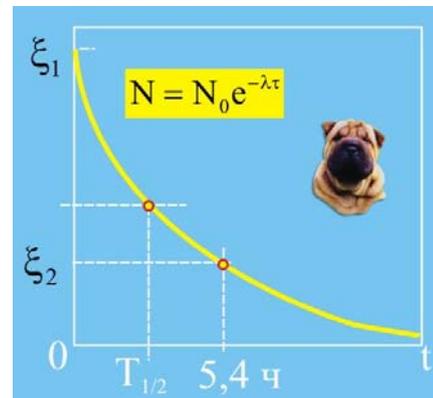
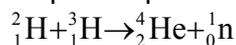


Рис. 13.22. Распад изотопа золота

12.23. При слиянии ядер дейтерия и трития



масса продуктов реакции оказалась меньше, чем масса исходных веществ на  $\Delta m = 0,019$  а.е.м. Определить, сколько энергии выделится при реакции  $m_D = 2$  кг дейтерия и  $m_T = 3$  кг трития.

**Решение**

1. Примем 1 а. е. м.  $\approx 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг, тогда сумма масс ядер трития и дейтерия составит

$$m_{T+D} = 2 + 3 = 5 \text{ а.е.м.}$$

2. Определим относительный дефект массы

$$\zeta = \frac{\Delta m}{m_{D+T}} = \frac{0,019}{5} \cong 0,0038;$$

3. Дефект массы заданного количества продуктов

$$\Delta M = (m_D + m_T)\zeta;$$

4. Эквивалентная этому дефекту массы энергия, в соответствии с уравнением Оливера Хевисайда

$$\Delta E = \Delta M c^2 = (m_D + m_T)\zeta c^2 \cong 5 \cdot 0,0038 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cong 1,71 \cdot 10^{15} \text{ Дж};$$

13.24. Для проверки справедливости закона Гука для пружины необходимо измерить:

1. Зависимость периода колебаний пружины с грузом от массы груза;
2. Зависимость периода колебаний пружины с грузом от ускорения свободного падения;
3. Зависимость периода колебаний пружины с грузом от амплитуды колебаний;
4. Коэффициент затухания колебаний пружины с грузом.

### Решение

1. Закон Гука устанавливает линейную зависимость силы упругости от удлинения (сокращения) пружины. В случае такой зависимости период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

должен сохранять своё значение при деформации пружины (амплитуды колебаний) в области линейной зависимости  $F_k = kA$ . Если период сохраняет свои значения, значит – закон Гука справедлив.

13.25. Дана графическая зависимость изменения  $m = 0,5$  кг воды от времени. Погрешность измерения времени  $\Delta t = \pm 1$  с, погрешность изменения температуры  $\Delta T = \pm 1$  К. Определить мощность нагревателя.

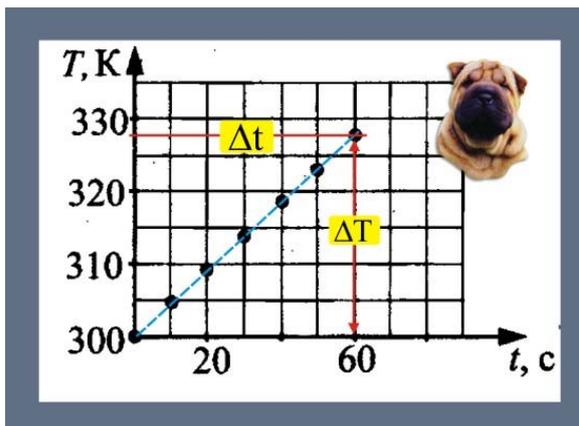


Рис. 12.25. Нагревание воды

### Решение

1. Количество тепла затраченное на нагревание воды пропорционально удельной теплоёмкости,  $c \cong 4200$  Дж/кг·К, массе воды  $m$  и разности температур, определяемой из заданного графика

$$\Delta Q = cm\Delta T;$$

$$\Delta Q = 4200 \cdot 0,5 \cdot 27,5 \cong 57,75 \text{ кДж};$$

2. Мощность нагревателя

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{5,774 \cdot 10^4}{60} \cong 962,5 \text{ Вт}$$

## Вариант № 14

### Часть А

14.1. Задан график зависимости ускорения велосипедиста от времени. Найти путь пройденный велосипедистом за период от 4 до 6 с, если он стартовал из состояния покоя.

#### Решение

1. Определим скорость велосипедиста к концу четвёртой секунды движения

$$v_4 = at = 1 \cdot 4 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

2. Найдём путь за последние  $\Delta t = 2$  с движения с постоянной скоростью  $v_4$

$$s = v_4 \Delta t = 8 \text{ м}.$$

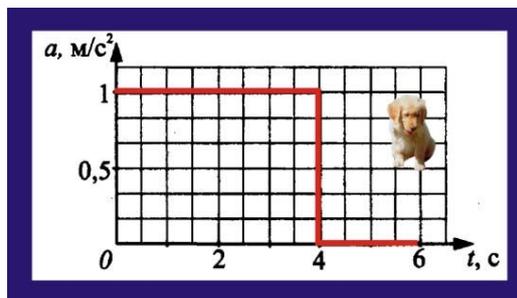


Рис. 14.1. Путь велосипедиста

14.2. Автомобиль массой  $M = 15$  тонн с прицепом массой  $m = 7$  тонн разгоняется с ускорением  $a = 0,1 \text{ м/с}^2$ . Что можно сказать о модуле силы взаимодействия между автомобилем и прицепом:

1. Сила действующая на автомобиль больше силы, действующей на прицеп;
2. Сила действующая на автомобиль меньше силы, действующей на прицеп;
3. Сила действующая на автомобиль равна, силе действующей на прицеп;
4. Обе силы равны нулю?

#### Решение

1. Третий закон Ньютона утверждает, что силы действия и противодействия всегда равны по модулю и противоположны по направлению, так что

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0;$$

14.3. При измерении зависимости силы, необходимой для сдвига груза на горизонтальной площадке, от массы груза были получены следующие данные:

$m, \text{ т}$	1	2	3	4
$F, \text{ кН}$	2,5	5	7,5	10

Чему равен коэффициент трения?

#### Решение

1. Сила трения определяется как:

$$F = \mu N = \mu mg; \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{2,5 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} = \frac{5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} = \dots = \frac{10^4}{4 \cdot 10^3} = 0,25;$$

14.4. Двое массами  $m_1 = 80$  кг и  $m_2 = 60$  кг стоят на гладкой поверхности. Первый человек толкает второго, в результате чего тот начинает двигаться со скоростью  $v_2 = 1,6$  м/с. Определить скорость, которую приобрёл толкавший.

### Решение

1. Геометрическая сумма внутренних сил системы "человек №1 – человек №2" равна нулю, внешние силы тяжести и нормальная реакция опоры перпендикулярны направлению возможного перемещения, поэтому справедлив закон сохранения импульса. В проекции на направление движения уравнение закона представится следующим образом:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2; \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} = \frac{60 \cdot 1,6}{80} = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

14.5. Тело движется вертикально вверх. На уровне земли его энергия была равна  $E = 10$  Дж. Определить максимальную высоту подъёма, если масса тела равна  $m = 0,2$  кг.

### Решение

1. Поскольку тело путешествует вверх, преодолевая силу тяжести, то надо полагать, что на поверхности земли энергия была кинетической, которая в процессе подъёма трансформируется в потенциальную энергию, пока не кончится, в этот момент тело достигнет высшей точки своей траектории

$$E = mgh_m; \Rightarrow h_m = \frac{E}{mg} = \frac{10}{0,2 \cdot 10} = 5 \text{ м};$$

---

14.6. Определить длину звуковой волны с частотой  $\nu = 50$  Гц при скорости звука  $c_A = 300$  м/с.

### Решение

1. Скорость распространения волны её частота и длина волны связаны отношением:

$$c_A = \nu \lambda; \Rightarrow \lambda = \frac{300}{50} = 6 \text{ м};$$

---

14.7. Тело движется вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 20$  м/с. Через какое время тело окажется на высоте  $h = 16,8$  м?

### Решение

1. Задачу можно решать используя кинематические уравнения

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad t^2 - \frac{2v_0}{g}t - \frac{2h}{g} = 0; \quad t^2 - 4t + 3,36;$$

$$t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 3,36}; \quad t_1 = 2,8 \text{ с}; \quad t_2 = 1,2 \text{ с};$$

2. Условию задачи удовлетворяет второй корень  $t_2 = 1,2$  с.

---

14.8. Сравните расстояние между молекулами идеального газа и радиусом сил взаимодействия между ними:

1. Расстояние между молекулами намного меньше радиуса сил взаимодействия;
2. Расстояние между молекулами примерно равно радиусу сил взаимодействия;
3. Расстояния между молекулами на много больше радиуса сил взаимодействия;
4. В зависимости от состояния идеального газа расстояние между молекулами может быть как намного меньше, так и на много больше радиуса сил взаимодействия.

### Решение

1. Молекулы любого вещества находятся одновременно под действием сил отталкивания и притяжения. Нахождение веществ в жидком и твёрдом состоянии связано с проявлением сил взаимодействия, которые наиболее сильны в твёрдом состоянии.

2. На расстояниях порядка  $r \approx 10^{-9}$  м действуют силы притяжения, которые возрастают по мере сближения центров молекул. Межмолекулярные силы притяжения являются короткодействующими – они быстро убывают с увеличением расстояния

$$f_{\text{Пр}} = -\frac{a}{r^7},$$

коэффициент  $a$  зависит от вида молекул.

3. На расстояниях, соизмеримых с размерами молекул ( $10^{-10}$  м) превалируют силы отталкивания, возникающие вследствие электростатического взаимодействия ядер атомов. Силы отталкивания убывают ещё быстрее сил притяжения

$$f_{\text{От}} = -\frac{b}{r^{13}}.$$

4. Равнодействующая сил межмолекулярного взаимодействия определяется уравнением

$$f(r) = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^{13}};$$

5 Идеальным называется такое состояние газа, когда расстояния между молекулами на много превышают размеры самих молекул, поэтому силы взаимодействия при анализе состояния газа не учитываются. Считается, что молекулы обладают только кинетической энергией поступательного движения. Для идеального газа расстояния между молекулами на много превосходит радиус сил притяжения, и уж тем более сил отталкивания.

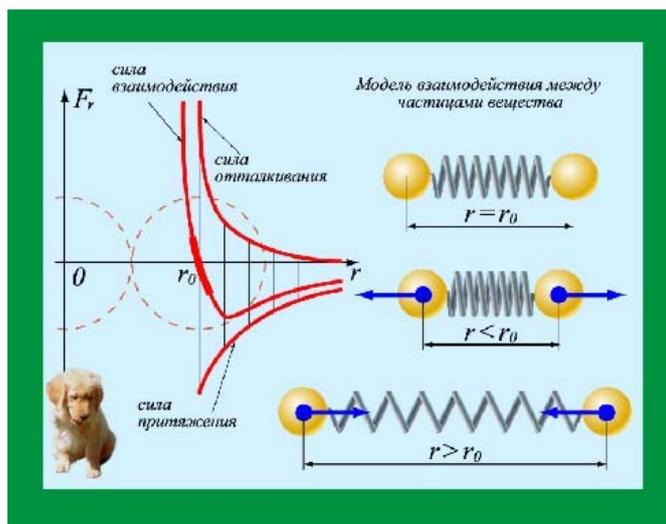


Рис. 14.8. Модель взаимодействия молекул

14.9. Давление некоторого количества идеального газа увеличилось в 2 раза, а его температура уменьшилась в три раза. Как изменился объём газа?

### Решение

1. Запишем уравнения Клапейрона – Менделеева для двух заданных состояний идеального газа

$$\left. \begin{aligned} pV_1 &= \nu RT; \\ 2pV_2 &= \nu R \frac{T}{3}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{2V_2} = 3; \quad V_1 = 6V_2;$$

2. В конечном состоянии объём идеального газа уменьшился в шесть раз.

14.10. Сколько тепла необходимо для таяния  $m = 20$  г льда при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$  и при давлении  $p = 10^5$  Па?

### Решение

1. Примем величину удельной теплоты плавления льда  $\lambda \cong 3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг, тогда:

$$\Delta Q = \lambda m = 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,02 = 6,6 \text{ кДж};$$

14.11. Какое количество тепла выделяется при охлаждении  $m = 2$  т чугуна от  $t_1 = 500^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 300^\circ\text{C}$ ?

### Решение

1. Примем удельную теплоёмкость чугуна равной  $c = 540$  Дж/кг·К, разность температур  $\Delta T = 200$  К:

$$\Delta Q = cm\Delta T \cong 540 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 200 \cong 2,16 \cdot 10^8 \text{ Дж} \quad (216 \text{ МДж});$$

14.12. Определить молярную массу газа массой  $m = 3,5$  кг, занимающего при температуре  $T = 275$  К объём  $V = 200$  л. Давление газа  $p = 20$  МПа.

### Решение

1. Молярная масса была введена Д.И. Менделеевым при модернизации уравнения Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT; \Rightarrow \mu pV = mRT; \quad \mu = \frac{mRT}{pV} = \frac{3,5 \cdot 8,3 \cdot 275}{2 \cdot 10^7 \cdot 0,2} \cong 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

2. Газом является молекулярный водород  $\text{H}_2$ .

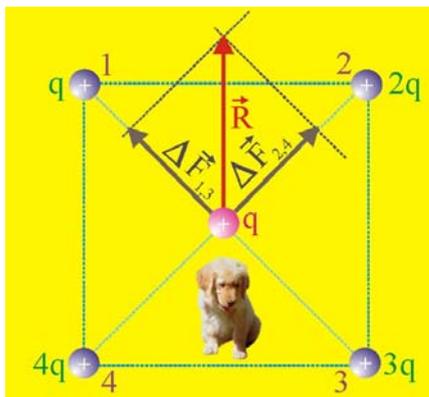


Рис. 14.13. Результирующая сила R

14.13. В вершинах квадрата находятся электрические заряды  $q, 2q, 3q, 4q$ . Определить направление силы, действующей на заряд  $q$ , расположенный в центре квадрата.

### Решение

1. На центральный заряд действуют силы, пропорциональные величинам зарядов в вершинах квадрата, т.к. радиусы взаимодействия для всех зарядов одинаковы.

2. Центральный заряд, таким образом,

находится под действием двух взаимно перпендикулярных сил, равнодействующая которых будет направлена вертикально вверх.

---

14.14. Напряжение на идеальном вольтметре  $U = 6\text{В}$ . Определить силу тока через сопротивление  $R_2$ .

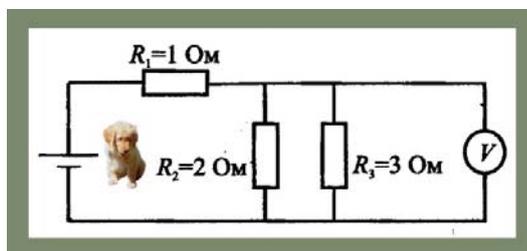


Рис. 14.14. Сила тока через сопротивление  $R_2$

### Решение

1. Сопротивления  $R_2$  и  $R_3$  включены параллельно, поэтому на них будет одинаковая разность потенциалов, которую демонстрирует идеальный вольтметр. В соответствии с законом Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R_2} = \frac{6}{2} = 3\text{А};$$

---

14.15. Участок проводника длиной  $\ell = 20\text{ см}$  расположен перпендикулярно магнитному полю с индукцией  $B = 0,05\text{ Тл}$ . Определить силу тока в проводнике, если на него действует сила Ампера  $F_A = 0,01\text{ Н}$ .

### Решение

1. На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера

$$F_A = IB\ell \sin(\vec{\ell}; \vec{B}),$$

в данном случае  $(\vec{\ell}; \vec{B}) = 90^\circ$ , поэтому  $\sin(\vec{\ell}; \vec{B}) = 1$

2. Определим величину тока, протекающего по проводнику

$$F_A = IB\ell; \Rightarrow I = \frac{F_A}{B\ell} = \frac{0,01}{0,05 \cdot 0,2} = 1\text{А};$$

---

14.16. Укажите частоту, относящуюся к метровому диапазону:

1.  $\nu_1 = 5\text{ МГц}$ ; 2.  $\nu_2 = 50\text{ МГц}$ ; 3.  $\nu_3 = 500\text{ МГц}$ ; 4.  $\nu_4 = 5\text{ ГГц}$ .

### Решение

1. Полагая, что речь идёт об электромагнитных волнах, распространяющихся со скоростью света, определим длины волн, соответствующие заданным частотам

$$c = \nu\lambda; \quad \lambda = \frac{c}{\nu}; \quad \lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^6} = 60\text{м}; \quad \lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^7} = 6\text{м}; \quad \lambda_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^8} = 0,6\text{м}.$$

2. В единицах метров измеряется длина второй волны  $\lambda_2$ .

---

14.17. При съёмке объекта высотой  $H = 1,8$  м с расстояния  $d = 21,6$  м изображение на матрице фотоаппарата получилось равным  $h = 2$  мм. Определить фокусное расстояние объектива.

**Решение**

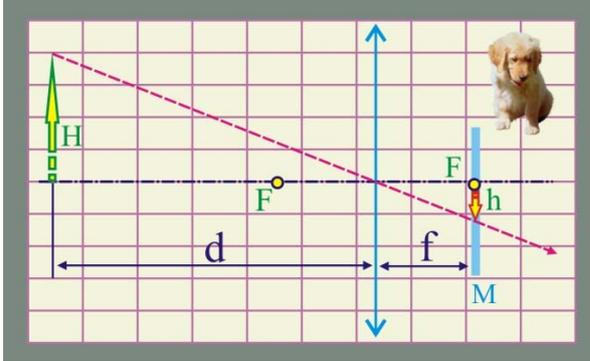


Рис. 14.17. Изображение предмета

1. Чтобы изображение на плёнке или матрице было резким объектив должен располагаться от них на расстоянии  $f = F$ .

2. Представляя объектив в виде собирающей линзы, для его увеличения можно записать соотношение

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d};$$

$$F = \frac{hd}{H} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 21,6}{1,8} \cong 0,024 \text{ м (24 мм)}$$

14.18. На расстоянии  $d = 15$  см от собирающей линзы перпендикулярно её оптической оси расположен круг радиусом  $H = 0,5$  см. Какова площадь изображения этого круга, если фокусное расстояние линзы  $F = 10$  см?

**Решение**

1. Используя формулу собирающей линзы определим расстояние от неё до изображения

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}; \frac{1}{f} = \frac{d-F}{Fd}; f = \frac{Fd}{d-F} = \frac{0,1 \cdot 0,15}{0,05} \cong 0,3 \text{ м};$$

2. По формуле увеличения линзы найдём размер изображения

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}; \Rightarrow h = \frac{Hf}{d} = \frac{0,05 \cdot 0,3}{0,15} = 0,1 \text{ м};$$

3. Площадь изображения круга

$$S = \pi h^2 = 0,01\pi \text{ м}^2 = \pi \text{ см}^2;$$

14.19. Электрон влетает в однородное электростатическое поле, направленное перпендикулярно его движению, с напряжённостью  $E = 10$  В/м. На сколько мм отклонится от прямолинейной траектория электрона за время  $\tau = 10^{-7}$  с, если начальная его скорость  $v_0 = 1000$  км/с.

**Решение**

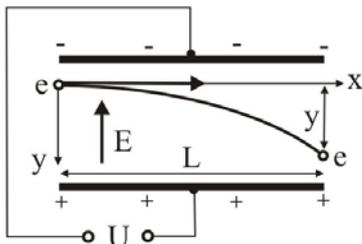


Рис. 14.19. Смещение электрона

1. Проанализируем движение электрона в электрическом поле без учёта влияния силы гравитации ( $m_e \cong 1 \cdot 10^{-30}$  кг).

2. Вдоль горизонтальной оси движение равномерное, поэтому время действия на электрон силы Кулона определится как  $\tau = L/v_0$ , то

$$L = \tau v_0 \cong 10^{-7} \cdot 10^6 = 0,1 \text{ м};$$

3. По вертикальной оси движение ускоренное

$$y = \frac{a\tau^2}{2};$$

где  $a = F_K/m_e$  – ускорение электрона, которое определится из соотношения

$$m_e a = eE; \quad a = \frac{eE}{m_e};$$

4. Вертикальное смещение электрона

$$y = \frac{eE}{2m_e} \tau^2 \cong \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}{2 \cdot 10^{-30}} \cdot 10^{-14} \cong 0,08 \text{ м (8мм)};$$

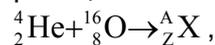
14.20. Чему равна энергия фотона с длиной волны  $\lambda = 0,1 \text{ нм}$ ?

### Решение

1. Энергия фотона равна

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \cong \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-10}} \cong 2 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} \left( \frac{2 \cdot 10^{-15}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 12,5 \cdot 10^4 \text{ кэВ} \right);$$

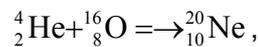
14.21. В результате ядерной реакции



получается ядро нового элемента. Определить массовое число  $A$  и заряд ядра  $Z$  получившегося ядра.

### Решение

1. В данном случае ядра кислорода бомбардируются  $\alpha$  – частицами, в результате чего образуются ядра неона



т.е.  $Z = 10, A = 20$ .

14.22. В результате облучения образца тантала нейтронами образовался его радиоактивный изотоп  ${}^{182}\text{Ta}$ . Образец создаёт вокруг себя излучение интенсивностью равной  $\xi_0 = 1,6 \text{ мкГр/с}$ . Через какое время интенсивность излучения снизится до уровня  $\xi_i = 0,1 \text{ мкГр}$ , если период полураспада изотопа  $T_{1/2} = 115 \text{ суток}$ ?

### Решение

1. В начальный момент времени интенсивность излучения составляет  $\xi_1 = 1,6 \text{ мкГр/с}$ , в течение периода полураспада, через 115 суток половина ядер распадётся и интенсивность станет равной  $\xi_2 = 0,8 \text{ мкГр/с}$ , через 230 суток интенсивность уменьшится до  $\xi_3 = 0,4 \text{ мкГр/с}$  и т.д.

2. Через четыре периода полураспада, через 460 суток интенсивность излучения станет равной  $\xi_4 = \xi_2 = 0,1 \text{ мкГр/с}$ .

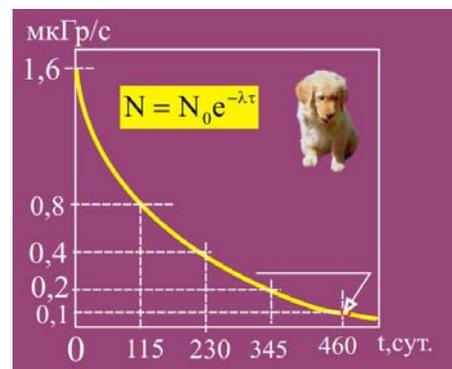


Рис. 14.22. Распад тантала

14.23. Рентгеновское излучение с энергией  $E_0 = 250$  кэВ взаимодействует со свободным электроном. Определить длину волны рассеянного излучения, если электрон приобретает энергию  $E_e = 50$  кэВ,

### Решение

1. Рассеянная энергия

$$\Delta E = E_0 - E_e = 200 \text{ кэВ} = 2 \cdot 10^5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cong 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж};$$

2. Соответствующая этой энергии длина волны рассеянных фотонов

$$\Delta E = hv = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} \cong \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,2 \cdot 10^{-14}} \cong 6,25 \cdot 10^{-12} \text{ м (6,25 пм)};$$

14.24. Подтвердить гипотезу о вращении Земли вокруг своей оси можно наблюдая:

1. Движение Солнца;
2. Движение Луны;
3. Изменение плоскости колебаний маятника;
4. Изменение координат выдаваемых приёмником сигналов геопозиционной системы.

### Решение



Рис. 14.24. Маятник Фуко

1. Впервые публичная демонстрация изменения плоскости качаний маятника была продемонстрирована французским учёным Жаном Фуко в 1851 г. в Парижском Пантеоне: под куполом Пантеона был подвешен металлический шар массой 28 кг с закреплённым на нём остриём на стальной проволоке длиной 67 м, крепление маятника позволяло ему свободно колебаться во всех направлениях, под точкой

крепления было сделано круговое ограждение диаметром 6 метров, по краю ограждения была насыпана песчаная дорожка таким образом, чтобы маятник в своём движении мог при её пересечении прочерчивать на песке отметки.

2. Период колебания маятника при такой длине подвеса составлял 16,4 секунд, при каждом колебании отклонение от предыдущего пересечения песчаной дорожки составляло ~3 мм, за час плоскость колебаний маятника повернулась более чем на  $11^\circ$  по часовой стрелке, то есть примерно за 32 часа совершила полный оборот и вернулась в прежнее положение.

3. Маятник Фуко является математическим маятником, такой маятник, отклонённый от равновесного положения, совершает колебания в плоскости, неподвижной в инерциальной системе отсчёта (в данном случае – системе отсчёта, «связанной» со звёздами) и проявляет, таким образом, свойства гироскопа. Наблюдатель, находящийся на Земле и вращающийся вместе с ней, находится в неинерциальной (вращающейся) системе отсчёта и будет видеть, что плоскость колебаний маятника медленно поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли. ([http://ru.wikipedia.org/wiki/Маятник\\_Фуко](http://ru.wikipedia.org/wiki/Маятник_Фуко)).

14.25. Броун, изучая под микроскопом пыльцу растений, заметил хаотическое движение цитоплазматических зёрен пыльцы. Никаких видимых воздействий на эти зёрна не наблюдалось. Как объяснить это явление?

### Решение

1. Наблюдать воочию модель теплового движения молекул посчастливилось не физику, не химику, а ботанику, Роберту Броуну (1773 – 1858), хранителю научной библиотеки Королевской академии в Англии. Возвратившись из очередной географической экспедиции, Броун в тиши лондонского кабинета в 1827 г. изучал посредством микроскопа добытые экземпляры растений. Очередь дошла до цветочной пыльцы, представляющей собой, по сути, мелкодисперсные крупинки. Капнув на покровное стеклышко капельку воды, Броун внёс туда некоторое количество цветочной пыльцы. Посмотрев в микроскоп, Броун обнаружил, что в фокальной плоскости микроскопа происходит непонятное (рис. 14.25).

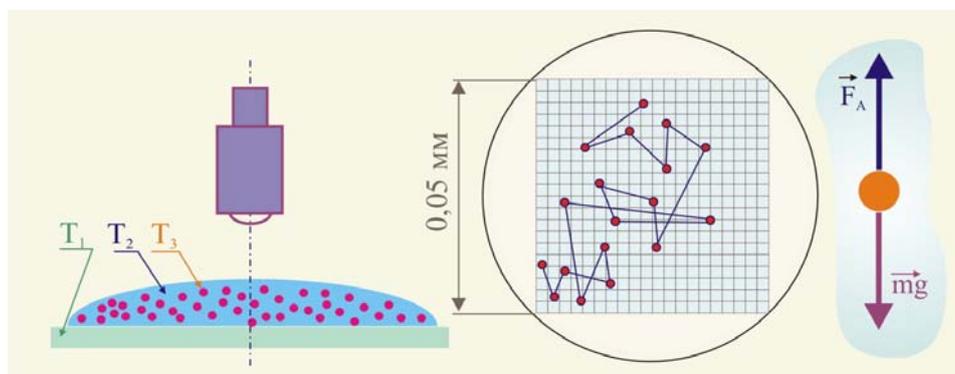


Рис. 1.18. Наблюдения Роберта Броуна

2. Частицы пыльцы постоянно перемещались хаотичным образом, не позволяя исследователю их рассмотреть. Первое, что пришло в голову ботанику – конвективные потоки. Разные температуры стекла  $T_1$ , воды в капле  $T_2$  и самих частичек  $T_3$  вполне могли вызвать конвекционные тепловые потоки, которые и увлекали объекты наблюдения. Выждав время, когда температуры должны были сравняться, Броун снова устремил свой пытливый взор в микроскоп. Ничего не изменилось. Пыльца продолжала сновать.

3. Пришла новая идея. На этот раз под подозрение попали английские кэбы, повозки для перевозки грузов и пассажиров, снабжённые деревянными колёсами с железными ободьями. Как предположил Броун, катясь по брусчатке мостовой, колёса экипажей содрогали землю и здания. Было решено эксперимент перенести в загородный дом, где нет кэбов, брусчатки и вообще, там спокойнее, чем в Лондоне.

4. Но и эта уловка не принесла желаемых результатов. Необъяснимая суета частиц продолжалась. Исчерпав свои возможности усмирить непокорные пылинки, Броун решил поведать о своих наблюдениях коллегам. Опубликованная Броуном статья имела типичное для того неторопливого времени название: «Краткий отчёт о микроскопических наблюдениях, проведенных над частицами в июне и августе 1827 г., содержащимися в пыльце растений; и о существовании активных молекул в органических и неорганических телах».

5. По началу статья Броуна вызвала у специалистов недоумение, отчасти, наверное, ввиду необычности наблюдаемого явления, отчасти вследствие про-

странных разглагольствований автора о «живой силе», присущей органическим веществам. Вместе с тем, спустя некоторое время, факт нестандартного поведения частиц заинтересовал физиков.

6. Голландец Корнабель в 1880 г. и француз Гуи в 1888 г. повели более тщательные наблюдения, из которых стало ясно, что степень подвижности частиц определяется их массой и температурой. Первоначально предположили, что наблюдаемые частицы движутся от ударов, получаемых от молекул окружающей их жидкости. При несоизмеримо больших размерах частицы получают одновременно множество ударов со всех сторон, поэтому результирующий импульс должен быть равным или близким к нулю. В этой связи заметного движения крупных частиц не наблюдается.

7. Если рассматривать частицы мелкие, как это случилось в опытах Броуна, то количество единичных импульсов, получаемых частицей с разных направлений, будет уже не одинаковым. Во-первых, число соударений станет несимметричным, во-вторых скорости с которыми будут подлетать молекулы жидкости к частице тоже будут неодинаковыми, поскольку они являются результатом обмена импульсами с соседними молекулами жидкости. Такая возможная двойная асимметрия сообщает частице некий результирующий импульс, под действием которого она получает некоторое перемещение  $r$ , которое будет продолжаться, пока новый результирующий импульс не изменит направление её перемещения.

8. Исследователи влияние внутренних течений жидкости отбросили сразу, потому что в области течения частички должны перемещаться в одном или близком направлении, на опыте такого не наблюдалось. Соседние частицы двигались совершенно независимо.

9. Ботанику, можно сказать, повезло. Броун совершенно случайно в качестве объектов исследования выбрал частицы, на которые в воде действовали две силы: сила тяжести и сила Архимеда, причём модули этих сил были практически одинаковы. Частицы находились в воде в состоянии безразличного равновесия. Физики совершенно справедливо предположили, что броуновское движение, так оно было названо в честь человека, впервые его наблюдавшего. Причиной такого движения являются беспорядочные столкновения частиц, в результате которых они обмениваются своими импульсами и энергиями, хаотически меняя направления своих перемещений, так что средняя величина перемещения

$$\langle r \rangle = 0.$$

10. Если перемещение броуновских частиц охарактеризовать величиной  $\langle r^2 \rangle$ , то она уже не будет эквивалентна нулю и для неё можно записать следующее уравнение движения

$$m \frac{d^2 \langle r^2 \rangle}{dt^2} + \zeta \frac{d \langle r^2 \rangle}{dt} - 2m \left\langle \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right\rangle = 0$$

где  $m$  – масса частицы,  $\zeta$  – коэффициент подвижности частицы, связывающий её скорость  $v$  с силой сопротивления  $F_\mu$

$$v = \frac{dr}{dt} = \zeta F_\mu.$$

11. Сила сопротивления сферических частиц в жидкости радиусом  $R$  определяется законом Стокса

$$\zeta = \frac{1}{6\pi\eta R},$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости жидкости. Первое слагаемой в уравнении движения представляет собой удвоенное значение кинетической энергии частицы

$$2K_0 = m \frac{d \langle r^2 \rangle}{dt^2} = m \langle v^2 \rangle .$$

12. Кинетическую энергию частицы можно выразить через термодинамические параметры, абсолютную температуру  $T$  и постоянную Больцмана  $k_B$

$$\frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{i}{2} k_B T ,$$

где  $i = 3$  – число степеней свободы частицы. Решение уравнения движения с учётом полученных соотношений имеет вид

$$\frac{d \langle r^2 \rangle}{dt} = 2k_B T \zeta \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{mB}\right) \right\} .$$

13. Величина  $\exp(-t/mB)$  в нормальных условиях пренебрежимо мала, с учётом того, что при наблюдениях за броуновскими частицами  $t \gg 10^{-5}$  с. В этом случае уравнение, характеризующее квадрат среднего перемещения, перепишется следующим образом

$$\Delta \langle r^2 \rangle = 2k_B T \zeta \Delta t .$$

14. Таким образом, квадрат перемещения частицы вдоль произвольной оси  $r$  пропорционален температуре среды и промежутку времени, в течение которого перемещение происходит. Вернувшись снова к наблюдениям Броуна и его последователей, учёные поняли, что ботаник обнаружил прекрасную физическую модель поведения молекул газа, которые, будучи предоставленные самим себе поведут подобным образом. Далее эта модель усложнялась и уточнялась, оставаясь основательным доказательным фактом теплового хаотического движения структурных элементов вещества.

15. В любом газе все направления поступательного движения молекул равновероятны, в объёме газа невозможно выделить направления, в которых бы молекулы двигались в больших количествах, а так же направления, в которых бы преобладали более быстрые или медленные молекулы. Если бы такая ситуация практически существовала, то давление на разные стенки ограничивающего сосуда было бы различным, чего не наблюдается.

16. На основании проведенного анализа можно сформулировать основные положения молекулярно-кинетической теории газов следующим образом:

- Все газы состоят из структурных элементов, находящихся в постоянном хаотическом тепловом движении;
  - Скорость движения молекул определяется температурой газа.
  - Средние кинетические энергии молекул разных газов, находящиеся при одинаковой температуре, одинаковы.
-

## Вариант № 15

### Часть А

15.1. На графике представлена зависимость координат материальной точки, движущейся прямолинейно, от времени. Определить путь, пройденный точкой за 80 минут движения.

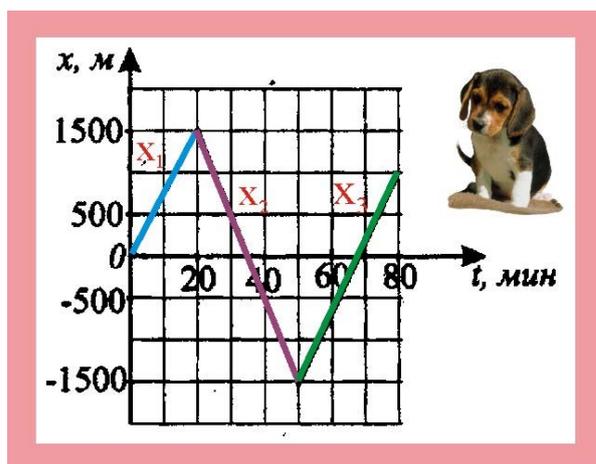


Рис. 15.1. Зависимость координат от времени

### Решение

1. Тело движется прямолинейно, но меняет направление движения, в моменты времени, когда производная координаты по времени (скорость) меняет свой знак.

2. Скорость меняет направление на обратное через  $\tau_1 = 20$  мин и  $\tau_2 = 50$  мин после начала движения, несмотря на это для определения пути все пройденные отрезки вне зависимости от на-

правления надо сложить

$$S = x_1 + x_2 + x_3 = 1500 + 3000 + 2500 = 7000 \text{ м};$$

15.2. Какой из приведенных графиков верно отражает зависимость модуля силы всемирного тяготения от расстояния?

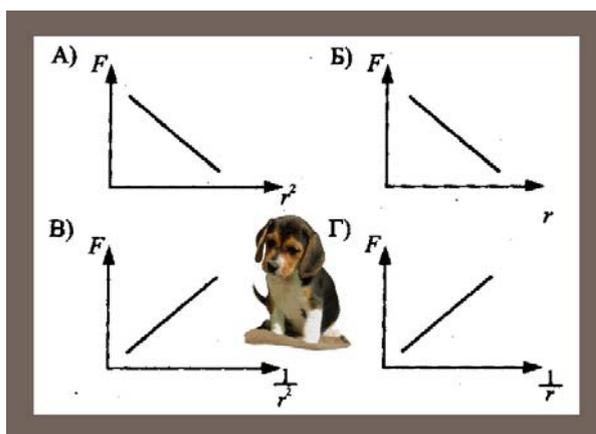


Рис. 15.2. Сила всемирного тяготения

### Решение

1. Запишем уравнение гравитационного закона Ньютона

$$|\vec{F}_G| = G \frac{m_1 m_2}{r^2};$$

$$|\vec{F}_G| \approx \frac{1}{r^2};$$

2. Сила гравитационного взаимодействия относится к консервативным силам, она обратно пропорциональна квадрату расстояния между взаимодействующими телами. Верной является зависимость графика В.

15.3 Вес кирпича, лежащего на земле равен  $P = 40$  Н. Как взаимодействуют друг с другом во время свободного падения кирпича со стены Земля и кирпич:

1. Земля притягивает кирпич с силой 40 Н, а кирпич притягивает Землю с силой 40 Н;

2. Земля и кирпич не взаимодействуют друг с другом;

3. Земля действует на кирпич с силой 40 Н, но кирпич на землю не действует на Землю;

4. Кирпич действует на Землю с силой 40 Н, но Земля не действует на кирпич.

### Решение

1. И в данном случае справедлив закон гравитации Ньютона

$$\vec{F}_G = G \frac{mM}{r^3} \vec{r},$$

и третий закон Ньютона

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0,$$

т.е. силы гравитационного взаимодействия равны по модулю и противоположны по направлению, расположены на линии, соединяющей центры масс взаимодействующих тел.

2. Справедливо первое утверждение.

15.4. В центре управления полётами космических кораблей на экране монитора отображается график скоростей двух космических аппаратов в первую минуту после их расстыковки. Масса первого аппарата  $m_1 = 5 \cdot 10^3$  кг, масса второго –  $m_2 = 2 \cdot 10^4$  кг. Определить скорость аппаратов перед их расстыковкой в режиме совместного полёта.

### Решение

1. Расстыковка аппаратов происходит под действием внутренних сил, геометрическая сумма внешних сил, действующих на корабль равна нулю, поэтому на основании второго закона Ньютона можно записать следующие соотношения:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = 0;$$

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = 0; \quad d(m\vec{v}) = \text{const.}$$

2. Последнее уравнение является законом сохранения импульса, который применительно к рассматриваемому случаю может быть записан следующим образом:

$$(m_1 + m_2)v_0 = m_2v_1 - (-m_1v_1) = m_2v_2 + m_1v_1;$$

$$v_0 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^4} = 7,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

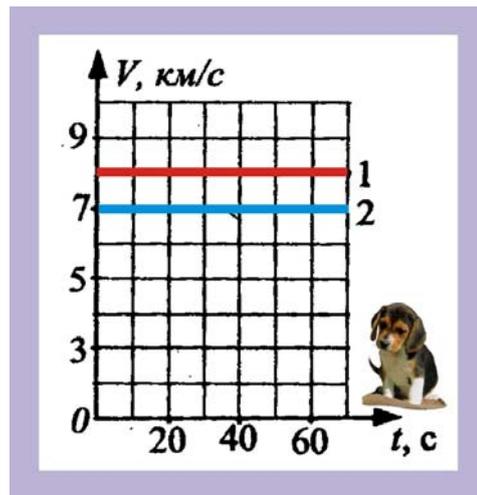


Рис. 15.4. Скорости аппаратов

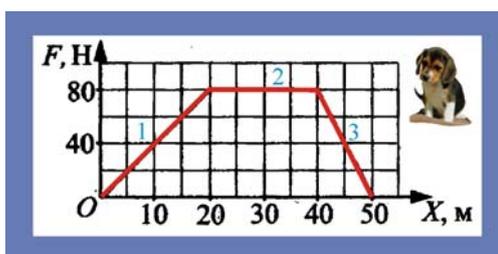


Рис. 15.4. Зависимость силы от расстояния

15.5. Тело движется вдоль оси OX под действием силы, зависимость которой представлена на графике. Определить работу на пути 50 м.

## Решение

1. Разобьем весь путь тела на три участка. Участок 2 характеризуется постоянством проекции силы. Поскольку на участках 1 и 3 изменение силы происходит линейно, то можно для определения работы использовать уравнения:

$$A_1 = \frac{F}{2} \Delta x_1 = 800 \text{ Дж}; \quad A_3 = \frac{F}{2} \Delta x_3 = 400 \text{ Дж}; \quad A_2 = F \Delta x_2 = 1600 \text{ Дж};$$

2. Суммарная работа на всём пути 50м

$$A_{\Sigma} = A_1 + A_2 + A_3 = 2800 \text{ Дж};$$

15.6. Груз массой  $m = 1 \text{ кг}$ , подвешенный на нити длиной  $\ell = 1 \text{ м}$ , двигаясь равномерно, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Во всё время движения груза нить образует с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ . Определить момент силы натяжения нити относительно точки подвеса.

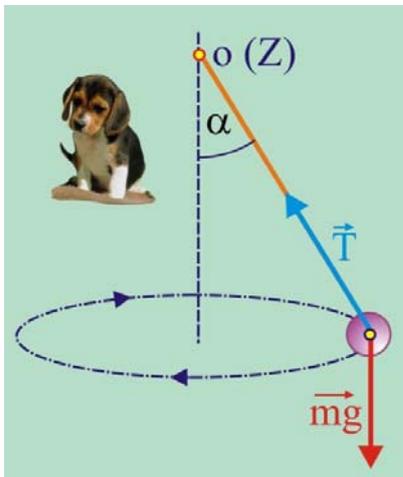


Рис. 15.6. Момент силы натяжения нити

## Решение

1. Судя по условию задачи, требуется определить момент, как скалярную величину, т.е. необходимо определить момент относительно оси Z, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа.

2. Момент силы относительно оси определяется в виде произведения модуля силы на плечо силы, в качестве которого принимается кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, в данном случае до точки O

$$M_z(\vec{T}) = |\vec{T}| \cdot h; \quad h = 0; \quad \Rightarrow \quad M_z(\vec{T}) = 0;$$

3. В рассматриваемом случае линия действия силы проходит через точку O, поэтому плечо силы равно нулю, значит сила натяжения нити относительно оси, проходящей через точку O не образует.

15.7. Шарик, подвешенному на невесомой нити длиной  $\ell = 1,2 \text{ м}$  в положении равновесия сообщили горизонтальную скорость  $v_0 = 4 \text{ м/с}$ . На какую высоту относительно положения равновесия поднимется шарик?

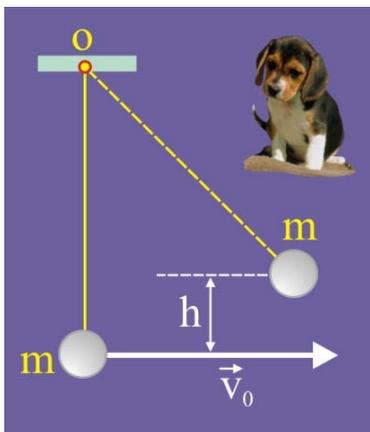


Рис. 15.7. Сохранение энергии

## Решение

1. Начальная кинетическая энергия несвободного шарика (на него наложена связь в виде нити) в процессе движения по круговой траектории будет преобразовываться в потенциальную энергию.

2. В соответствии с законом сохранения механической энергии в консервативных системах:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh; \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ м}.$$

15.8. Учительница вошла в класс. Ученица, сидящая на последней парте, почувствовала запах её духов через время  $\tau = 15$  с. Скорость распространения запаха духов в комнате определяется, в основном, скоростью:

1. Испарения;
2. Диффузии;
3. Броуновского движения;
4. Конвективного переноса воздуха?

### Решение

1. В процессе распространения запаха духов превалять будут два механизма испарения и диффузии. Конвективный перенос медленный, он обусловлен, в основном, разностью температур (плотностей) поэтому ввиду незначительности градиентов плотности протекает весьма медленно. Броуновское движение хаотичное, учитывая длины свободного пробега молекул при комнатных температурах единичные молекулы могут достичь за 15 с носа школьницы.

2. Для того чтобы духи, которые в исходном состоянии были жидкостью, превратились в газ, они должны с учительницы испариться. Если молекулы духов будут испаряться вяло, то их общая концентрация  $n$  тоже будет не велика.

3. Преваляющее влияние на распространение запаха будет оказывать механизм диффузии молекул. В области мест на учительнице, куда были налиты духи, вследствие испарения установится некоторая концентрация молекул духов. В соответствие с законом диффузии Фика, плотность потока массы этих молекул  $\vec{j}$  (масса молекул через элементарную площадь в единицу времени) определится как:

$$\vec{j} = -D \frac{dn}{dx},$$

где  $D = \langle v \rangle \lambda / 3$  – коэффициент диффузии,  $dn/dx$  – градиент концентрации молекул.

---

15.9. В двух сосудах находятся различные идеальные газы. Масса каждой молекулы в первом сосуде равна  $m$ , во втором сосуде –  $3m$ . Средняя квадратичная скорость молекул газа в первом сосуде равна  $v$ , во втором сосуде –  $v/3$ . Абсолютная температура газа в первом сосуде равна  $T$ . Какова температура газа во втором сосуде?

### Решение

1. Запишем уравнения для средней квадратичной скорости молекул в сосудах

$$\left. \begin{aligned} \langle v \rangle &= \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}; \\ \langle \frac{v}{3} \rangle &= \sqrt{\frac{3k_B T_2}{3m}}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{3T}{T_2}}; \quad T_2 = \frac{T}{3};$$


---

15.10. Идеальный газ сначала охлаждался при постоянном давлении, потом его давление уменьшилось при постоянном объёме, затем при постоянной температуре объём газа увеличился до первоначального значения. Какой из графиков в координатных осях  $p - V$  соответствует этим изменениям?

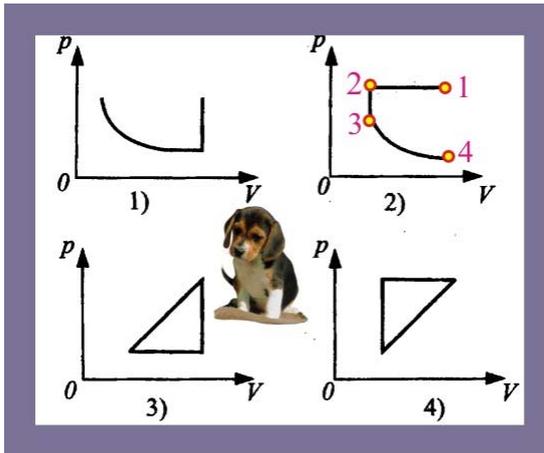


Рис. 15.10. Процессы в идеальном газе

### Решение

1. Описанным в условии процессам удовлетворяет только график № 2, потому что при изотермическом процессе зависимость  $p = f(V)$  представляется в виде отрезка параболы, изотермой.

2. На графике №1 тоже есть отрезок параболы, но этот график не соответствует первому процессу, т.е. охлаждению (уменьшению объема) при постоянном давлении.

3. Графики №3 и №4 не содержат

изотермы.

15.11. Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $t_H = 207^\circ\text{C}$ , а температура холодильника  $t_X = 27^\circ\text{C}$ . Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за  $\tau = 1$  с, равно  $\Delta Q = 60$  кДж. Определить количество теплоты отдаваемой в течение 1 с холодильнику.

### Решение

1. Определим КПД тепловой машины

$$\eta = 1 - \frac{T_X}{T_H} = 1 - \frac{300}{480} = 0,375;$$

2. Тепловая машина преобразует в работу количество тепла

$$\Delta Q_A = \Delta Q \eta = 22,5 \text{ кДж};$$

3. Количество тепла отданное холодильнику

$$\Delta Q_X = \Delta Q - \Delta Q_A = 37,5 \text{ кДж};$$

15.12. Задан график зависимости давления идеального газа в закрытом сосуде объемом  $V = 0,4 \text{ м}^3$  от температуры. Сколько моль газа содержится в этом сосуде?

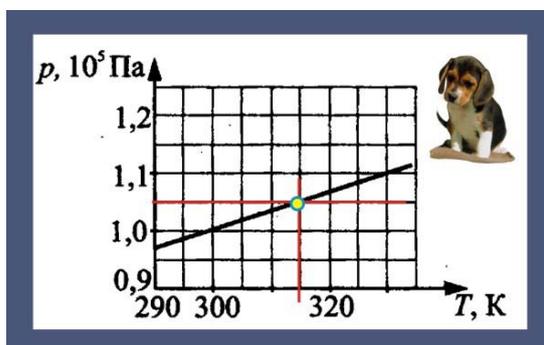


Рис. 15.12. Зависимость  $p = f(T)$

### Решение

1. Количество вещества  $\nu$  входит в уравнение Клапейрона – Менделеева

$$pV = \nu RT; \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT};$$

2. Выберем на заданном графике линейной зависимости  $p = f(T)$  состояние газа, соответствующее  $T = 315 \text{ K}$  и  $p = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па}$

$$\nu = \frac{1,05 \cdot 10^5 \cdot 0,4}{8,3 \cdot 315} \cong 16 \text{ моль};$$

15.13. В однородном электрическом поле перемещается отрицательный электрический заряд из точки 1 в точку 2 по разным траекториям. При перемещении по какой траектории поле совершает большую работу?

### Решение

2. Рассмотрим неподвижный точечный заряд  $Q$ , расположенный в воздухе и создающий в окрестном пространстве электрическое поле напряжённостью

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r}.$$

2. В поле перемещается пробный заряд  $q$  из начального положения 1 в конечное положение 2 вдоль произвольной криволинейной траектории, например I (рис. 15.13.2). Модуль силы Кулона, возникающей при взаимодействии зарядов, запишется следующим образом

$$F_k = Eq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}.$$

2. Найдём далее работу, совершаемую силой Кулона на элементарном перемещении заряда  $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}_k d\vec{r}.$$

Как видно из уравнения элементарная работа при перемещении точечного заряда в электрическом поле представляется скалярным произведением двух векторных величин, т.е. величина и знак работы зависит от взаимного направления  $\vec{F}_k$  и  $d\vec{r}$ . Работа на конечном перемещении определится в виде интеграла

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qQ\vec{r}}{r^3} d\vec{r} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}.$$

3. Интеграл работы в общем случае зависит от положения начальной и конечной точек, а так же от формы траектории, по которой перемещается заряд  $q$ . **Однако для электрических полей неподвижных зарядов работа не зависит от формы траектории.** В этом легко убедиться, если из конечной точки 2 вернуть заряд в точку 1 по траектории, отличной от первоначальной. При перемещении заряда по любой замкнутой траектории, когда  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$  итоговая работа будет равна нулю, т.е. алгебраическая сумма работ, совершённых электрическими силами на замкнутом пути будет равна нулю

$$A_{1 \rightarrow 2} + A_{2 \rightarrow 1} = A_{1 \rightarrow 2} - A_{2 \rightarrow 1}.$$

4. Интегрирование уравнения даёт основание выражение для работы переписать так

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

т.е. величина работы зависит только от положения конечной и начальной точки и не зависит от вида траектории.

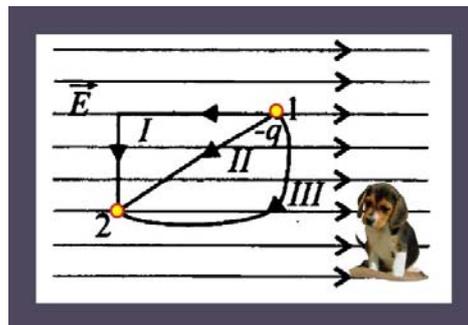


Рис. 15.13.1. Работа электрического поля

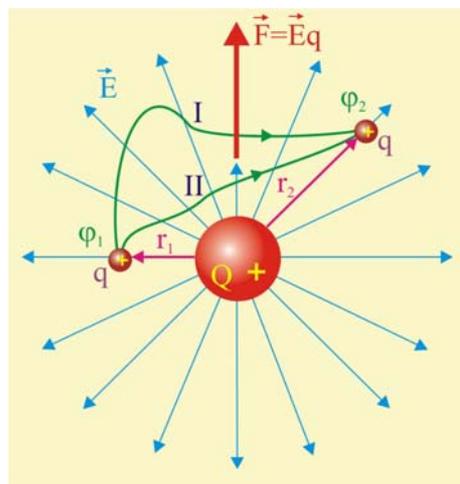


Рис. 15.13.2. Работа при перемещении заряда

15.14. Сила тока через постоянный резистор с течением времени менялась в соответствии с графиком. Определить величину свободного заряда, прошедшего через резистор.

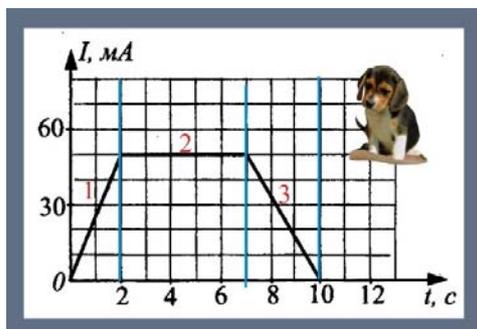


Рис. 15.14. Зависимость силы тока от времени

### Решение

1. Сила тока это есть заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за единицу времени

$$i = \frac{dq}{dt}; \Rightarrow dq = idt;$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t)dt;$$

2. Зависимость силы тока от времени можно представить тремя отрезками, на участке 2 сила тока неизменна, а на участках 1 и 3 линейно меняется во времени, поэтому можно принять:

$$i_1 = i_3 = 25 \text{ мА}; \quad i_2 = 50 \text{ мА};$$

3. Суммарный заряд протекший за время 10 с через поперечное сечение резистора

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 = i_1 \Delta t_1 + i_2 \Delta t_2 + i_3 \Delta t_3;$$

$$Q = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 + 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 + 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 3 = 0,375 \text{ Кл (375 мКл)}.$$

15.15. Приведен проволочный круговой виток, по которому течёт ток, направление которого указано стрелкой. Виток расположен в вертикальной плоскости. Точка А лежит на линии, совпадающей с центром витка. Как направлен вектор индукции магнитного поля в точке А?

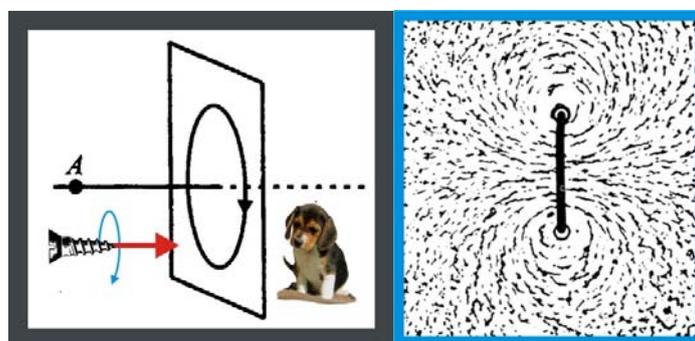


Рис. 15.15.1. Магнитное поле витка с током

### Решение

1. Картина расположения линий магнитной индукции витка с током приведена на рис. 15.15.2, получим количественную оценку этого поля, структура которого приведена на рис. 15.15.1 (правый фрагмент).

2. Напряжённость магнитного поля, создаваемого элементом проводника  $dl$  в выбранной произвольной оси кругового тока определится как

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3};$$

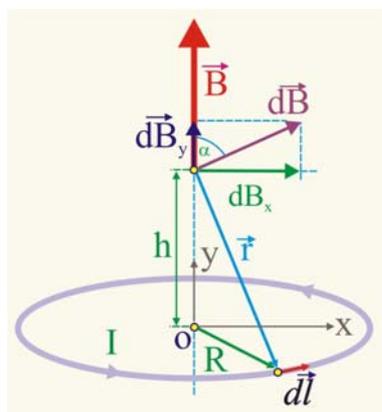


Рис. 15.15.2. Поле кругового тока

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha d\ell}{4\pi r^2}; \quad dB = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi r^2},$$

в данном случае  $\alpha = \pi/2$ , следовательно,  $\sin \alpha = 1$ . Если вектор элементарной индукции  $d\vec{B}$  представить в виде двух составляющих  $dB_x$  и  $dB_y$ , то сумма всех горизонтальных составляющих будет равна нулю, другими словами, для решения поставленной задачи необходимо просуммировать вертикальные составляющие  $dB_y$ ,

$$B = \oint dB_y.$$

$$dB_y = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} d\ell,$$

3. Перед интегрированием уравнения необходимо учесть, что

$$\oint d\ell = 2\pi R.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{\sqrt{(R^2 + h^2)^3}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{h^2}{R^2}\right)^3}}.$$

4. Очевидно, что в центре витка, где  $h = 0$

$$B_{h=0} = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

5. Направление вектора индукции определяется по правилу векторного умножения, однако на практике удобно пользоваться правилом правого винта (рису 15.15.1): Если направление вращения правого винта (который закручивается по часовой стрелке) совместить с направлением тока, то направление перемещения винта даст направление вектора магнитной индукции. Вектор индукции будет направлен вправо по линии, на которой расположена точка А.

15.16. Напряжение на концах первичной обмотки понижающего трансформатора  $U_1 = 220$  В, при силе тока в ней  $i_2 = 2$  А. Напряжение на концах вторичной обмотки  $U_2 = 22$  В и сила тока в ней  $i_2 = 15$  А. Найти КПД трансформатора.

### Решение

1. Коэффициент полезного действия трансформатора без учёта нагрузочных потерь определяется как отношение мощности первичной обмотки к мощности вторичной обмотки:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{i_2 U_2}{i_1 U_1} = \frac{330}{440} = 0,75 (75\%).$$

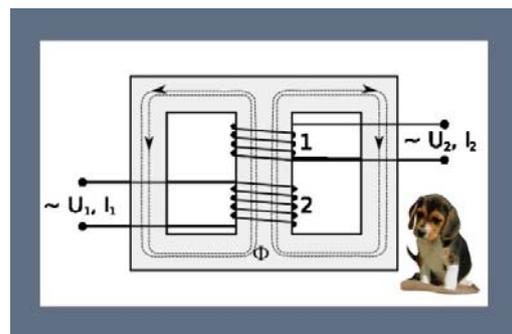


Рис. 15.16. Понижающий трансформатор

15.17. Дифракционная решётка содержит 500 штрихов на 1 мм. Определить порядок спектра, который можно наблюдать на этой решетке при нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм.

### Решение

1. Запишем уравнение дифракционной решётки

$$d \sin \varphi = m\lambda; \quad \frac{1}{N} \sin \varphi = m\lambda; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\sin \varphi}{N\lambda},$$

где  $m$  – порядок интерференционного максимума (порядок спектра),  $N = 5 \cdot 10^5$  – число штрихов на метр,  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м – длина волны падающего света,  $\varphi$  – угол падения света на решётку.

2. В заданном случае  $\varphi = 90^\circ$ ,  $\sin \varphi = 1$

$$m = \frac{1}{N\lambda} = \frac{1}{5 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} \cong 3.$$

15.18. Из очень тонких одинаковых стеклянных сферических сегментов изготовлены линзы. Показатель преломления глицерина больше, чем показатель преломления воды. Какая из линз, приведенных на рисунке собирающая?

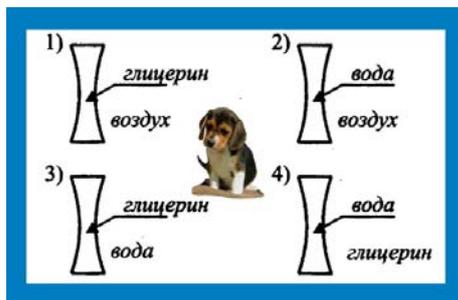


Рис. 15.18. Линзы

### Решение

1. Формула тонкой собирающей линзы в общем виде

$$\left( \frac{n_0}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где  $n_0$  – показатель преломления среды,  $n_1$  – показатель преломления материала линзы,

$R_1, R_2$  – радиусы кривизны образующих линзу поверхностей,  $d$  – расстояние от линзы до предмета,  $f$  – расстояние от изображения до предмета.

2. Чтобы уравнение было справедливым именно для собирающей линзы, необходимо выполнение условия

$$\frac{n_0}{n_1} > 1,$$

показатель преломления глицерина 1,447, воды 1,333, следовательно, глицерин должен быть средой для линзы заполненной водой, т.е.

$$\frac{1,474}{1,333} = 1,108 > 1.$$

3. Только 4 линза удовлетворяет рассмотренным выше условиям.

15.19. При лечении электростатическим душем к электродам подводится разность потенциалов  $\Delta\varphi = 10$  кВ. Какое количество электронов проходит между зарядами за время процедуры, если известно, что электрическое поле совершает при этом работу, равную  $A = 4$  кДж?

### Решение

1. Определим электрический заряд, прошедший за время процедуры

$$A = q\Delta\varphi; \quad \Rightarrow \quad q = \frac{A}{\Delta\varphi} = \frac{4 \cdot 10^3}{10^4} = 0,4 \text{ Кл};$$

2. Определим количество электронов, соответствующее этому заряду

$$N_e = \frac{q}{e} \cong \frac{0,4}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 2,5 \cdot 10^{18}.$$

15.20. Дана диаграмма энергетических уровней атома. Какой из отмеченных стрелками переходов между энергетическими уровнями сопровождается поглощением кванта минимальной длины волны?

### Решение

1. Энергия фотона обратно пропорциональна длине волны, чем меньше длина волны, тем более большей энергией обладает излученный (поглощенный) фотон

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda};$$

2. С другой стороны

$$\varepsilon_f = E_n - E_m,$$

где  $m$  и  $n$  – номера энергетических уровней атома.

3 На заданной диаграмме процесс поглощения соответствует переходам  $E_1 \rightarrow E_2$  и  $E_1 \rightarrow E_5$ , причём переход атома из энергетического состояния 1 в энергетическое состояние 5 должен сопровождаться поглощением фотона с большей энергией, т.е. с меньшей длиной волны.

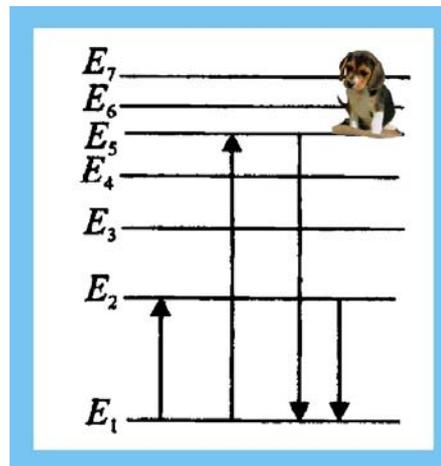


Рис. 15.20. Энергетические уровни

15.21. По данным таблицы химических элементов Д.И. Менделеева определить, на сколько число нейтронов в ядре цезия превышает число нуклонов.

### Решение

1. Химические элементы в соответствие с таблицей Д.И. Менделеева принято обозначать символически



где  $A = \zeta_p + \zeta_n$  – атомная масса (сумма протонов и нейтронов),  $Z$  – число протонов, равное числу орбитальных электронов. Число нейтронов в ядре определяется как:

$$N = A - Z;$$

2. Таким образом для цезия

$$N \cong 133 - 55 \cong 78;$$



Рис. 15.21. Цезий

15.22. Определить удельную энергию связи нуклонов в ядре изотопа кислорода  ${}^{17}_8\text{O}$ .

### Решение

1. Найдём соответствие 1 а.е.м. электрон-вольтам

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1,660566 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 / \text{с}^2}{1,60219 \text{ Дж} / \text{эВ}} \cong 931 \text{ МэВ}.$$

2. Уравнение энергии связи в электрон-вольтах

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot 931 \text{ МэВ};$$

3. Определим дефект масс  $\Delta m$  для ядра с числом протонов  $Z = 8$  и числом нейтронов  $N = 17 - 8 = 9$ , принимая массы покоя:  $m_p \cong 1,00728$  а.е.м.,  $m_n \cong 1,00867$  а.е.м.

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - M_{\text{я}} = 8 \cdot 1,00728 + 9 \cdot 1,00867 - 16,99 \cong 0,1415 \text{ а.е.м.}$$

4. Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = 0,141 \cdot 931 \cong 131,23 \text{ МэВ};$$

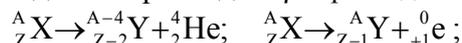
5. Удельная энергия связи

$$\delta E_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A} \cong \frac{131,75}{17} \cong 7,75 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$$

15.23. В цепочке радиоактивных превращений после нескольких  $\alpha$  – и  $\beta$  – распадов ядро некоторого тяжёлого атома превращается в ядро устойчивого атома, у которого число нейтронов на 27 меньше, чем у первоначального ядра. Известно, что число  $\alpha$  – распадов равно числу  $\beta$  – распадов. найти число распадов.

### Решение

1. Правила смещения для  $\alpha$  – распада и  $\beta$  – распада



2. Каждый акт  $\alpha$  – и  $\beta$  – распада сопровождается потерей трёх нейтронов, поэтому 27 нейтронов потеряются за 9 совместных распадов.

15.24. В каком из приведенных ниже случаев можно сравнивать результаты измерения двух физических величин?

- 1) 1 Кл и 1 А·В;      2) 2 Кл и 0,5 Ф·В;  
3) 2А и 3 Кл·с;      4) 3 А и 1 В·с.

### Решение

1. В физических уравнениях размерность правой части должна быть равна размерности левой части. Размерность физических величин следует из соответствующих уравнений законов или их следствий:

$$1). [A \cdot B] = \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{с}} \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{с}} \right] = [\text{Вт}] \neq [\text{Кл}];$$

$$2) [\Phi \cdot B] = \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \text{В} \right] = [\text{Кл}];$$

$$3) [A] = \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{с}} \right] \neq [\text{Кл} \cdot \text{с}];$$

$$4) [A] = \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{с}} \right]; \quad [B \cdot \text{с}] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \text{с} \right] \neq \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{с}} \right];$$

2. Сравнение величин можно делать только во втором случае.

15.25. Воздух под поршнем сжимали при температуре  $T = 27^\circ \text{C}$ , измеряя давление воздуха при различных значениях предоставленного ему объёма. Погрешность измерения этих величин соответственно равнялась  $\Delta p = 0,1 \cdot 10^5$  Па и  $\Delta V = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Результаты проведенных измерений представлены в таблице:

$V, 10^{-3} \text{ м}^3$	3,5	3	2,5	2
$p, 10^5 \text{ Па}$	0,7	0,8	0,9	1,2

Какой вывод можно сделать по данным этой таблицы?

- 1) Под поршнем находилось  $\nu = 0,1$  моль воздуха;
- 2) Давление газа пропорционально его объёму;
- 3) Давление воздуха линейно возрастало с уменьшением его объёма;
- 4) Под поршнем было  $\nu = 0,2$  моль воздуха.

### Решение

1. Поскольку процесс производится при постоянной температуре, то он является изотермическим, т.е.

$$pV = \text{const};$$

2. Судя по результатам измерений:

$$p_1 V_1 = 245 \text{ Дж}; \quad p_2 V_2 = 240 \text{ Дж}; \quad p_3 V_3 = 225 \text{ Дж}; \quad p_4 V_4 = 240 \text{ Дж};$$

значения произведения давления на объём газа отличаются, сказывается погрешность измерений давления и объёма.

3. Для всех четырёх результатов при использовании уравнения состояния получится разное количество вещества, например,

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT; \quad \Rightarrow \quad \nu_1 = \frac{p_1 V_1}{RT} \cong \frac{245}{8,3 \cdot 300} \cong 0,098 \text{ моль};$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 RT; \quad \Rightarrow \quad \nu_2 = \frac{p_2 V_2}{RT} \cong \frac{240}{2490} \cong 0,096 \text{ моль};$$

$$p_3 V_3 = \nu_3 RT; \quad \Rightarrow \quad \nu_3 = \frac{p_3 V_3}{RT} \cong \frac{225}{2490} \cong 0,09 \text{ моль};$$

$$p_4 V_4 = \nu_4 RT; \quad \Rightarrow \quad \nu_4 = \frac{p_4 V_4}{RT} \cong \frac{240}{2490} \cong 0,0996 \text{ моль};$$

4. В первом приближении для практических расчётов можно принять  $\nu = 0,1$  моль.

5. Третье утверждение является спорным, т.к. зависимость давления от объёма при изотермическом процессе имеет нелинейную зависимость, что отчётливо видно на графике, приведенном на рис. 15.25.

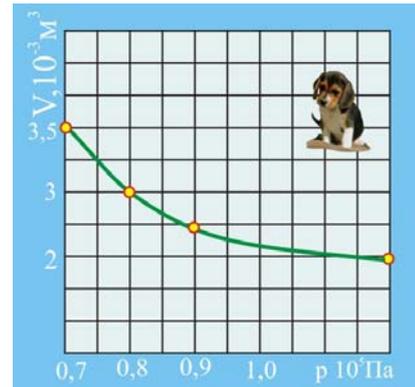


Рис. 15.25. Зависимость  $p = f(V)$

## Вариант № 16

### Часть А

16.1. Заданы графики ускорения трёх тел, движущихся прямолинейно. Какое из трёх тел приобрело максимальную скорость в конце 9-ой секунды, если в начальный момент скорости тел были одинаковы?

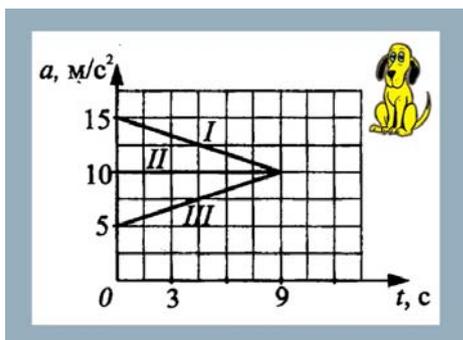


Рис. 16.1. Ускорение трёх тел

### Решение

1. Уравнение скорости в общем виде

$$v = v_0 \pm at.$$

2. Поскольку в первом и третьем случае ускорения тел линейно зависят от времени, то

$$|\bar{a}_2| = |\bar{a}_3| = \frac{a_9 - a_0}{2} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

3. Ускорение  $a_2 = 10 \text{ м/с}^2$

4. Уравнения скоростей тел примут вид:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_0 - 2,5t; \\ v_2 &= v_0 + 10t; \\ v_3 &= v_0 + 2,5t; \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_2 > v_3 > v_1;$$

16.2. В некоторый момент времени вектор скорости и вектор ускорения движущегося тела составляют угол  $\alpha = 90^\circ$ . Что можно сказать о направлении результирующих сил, действующих на это тело?

### Решение

1. Уравнение второго закона Ньютона в векторной форме

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = m\vec{a}; \quad \vec{F}_\Sigma = m\vec{a},$$

т.е. равнодействующая всех сил равна произведению вектора  $\vec{a}$  на скаляр  $m$ , что означает, что направление равнодействующей  $\vec{F}_\Sigma$  совпадает с направлением ускорения.

16.3. У поверхности Земли на космонавта действует гравитационная сила  $F_0 = 720 \text{ Н}$ . Какая гравитационная сила действует со стороны Земли на того же космонавта в космическом корабле, движущемся по круговой орбите вокруг Земли на расстоянии одного земного радиуса от её поверхности?

### Решение

1. Закон гравитации Ньютона для заданных состояний

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= G \frac{mM}{R^2}; \\ F_1 &= G \frac{mM}{4R^2}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_1 = \frac{F_0}{4} = 180 \text{ Н};$$

16.4. Скорость тела массой  $m = 200$  г изменяется в соответствии с уравнением

$$v(t) = 25 \sin(5\pi t), \text{ м/с};$$

Определить модуль импульса тела в момент времени  $\tau = 0,5$  с.

### Решение

1. Скорость тела в заданный момент времени

$$v_\tau = 25 \sin 2,5\pi = 25 \frac{\text{М}}{\text{с}};$$

2. Импульс тела

$$p_\tau = v_\tau m = 25 \cdot 0,2 = 5 \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}};$$

16.5. Задан график зависимости проекции на вертикальную ось ускорения падения парашютиста от времени. В какой момент времени кинетическая энергия парашютиста будет максимальной?

### Решение

1. Максимальная кинетическая энергия будет иметь место в моменты достижения парашютистом максимальной скорости.

2. В момент времени  $t_1$  парашютист будет иметь скорость

$$v_1 = gt_1;$$

3. К моменту времени  $t_2$  скорость станет равной

$$v_2 = gt_1 + a_2 t_2;$$

4. На участке движения  $t_2 \rightarrow t_3$  парашютист движется замедленно (с отрицательным ускорением), скорость описывается зависимостью

$$v_3 = gt_1 + a_2 t_2 - a_3 t_3;$$

5. на участке  $t_3 \rightarrow t_4$  торможение прекращается и в точке  $t_4$  движение равномерное.

6. Максимальная скорость парашютиста, таким образом, наблюдается в момент времени  $t_2$ .

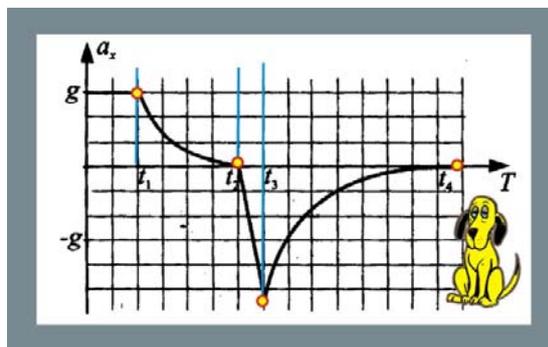


Рис. 16.5. График ускорения

16.6. какое колебание правого графика сдвинуто по фазе относительно левого колебания на  $90^\circ$ ?

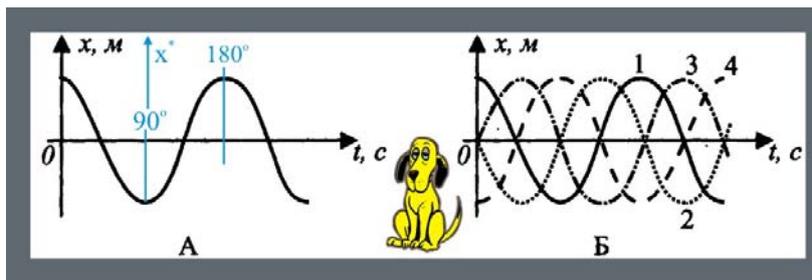


Рис. 16.6. Графики колебательных процессов

## Решение

1. Исходное колебание описывается уравнением

$$x_1(t) = A \cos \omega t;$$

2. Колебание сдвинутое по фазе на  $\pi/2$  будет соответствовать уравнению

$$x_2(t) = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -A \sin \omega t,$$

что соответствует кривой №4 правого семейства периодических функций.

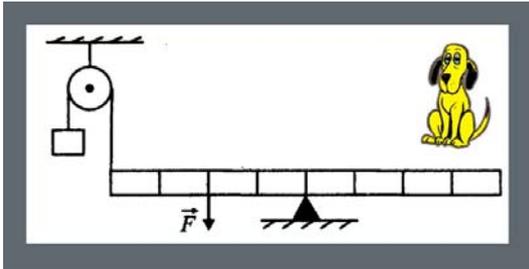


Рис. 16.7.1. Механическая система

16.7. Однородная балка находится под действием силы обусловленной массой  $m = 600$  г. Какую силу  $F$  нужно приложить в указанной точке, чтобы система находилась в равновесии?

### Решение

1. Используя принцип освобождения, заменим связи их реакциями, сила тяжести при условии идеальности блока обеспечивает силу натяжения троса, равную по модулю весу груза

$$|m\vec{g}| = |\vec{T}| = 6 \text{ Н};$$

2. Для равновесия балки сумма моментов действующих сил относительно оси  $Z$ , направленной перпендикулярно плоскости чертежа должна быть равна нулю

$$M_Z(mg) = M_Z(F); \quad mg \cdot 4 = F \cdot 2; \quad \Rightarrow \quad F = 2mg = 12 \text{ Н};$$

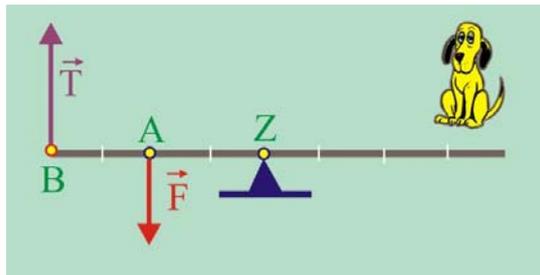


Рис. 16.7.2. Условие равновесия

Равновесие системы

16.8. Какой из перечисленных ниже опытов (А, Б или В) подтверждает вывод молекулярно-кинетической теории о том, что скорость молекул растёт с повышением температуры?

А) Интенсивность броуновского движения растёт с повышением температуры;

Б) Давление газа в закрытом сосуде растёт с повышением температуры;

В) Скорость диффузии красителя в воде повышается с ростом температуры.

## Решение

1. Отметим, что кинетическая энергия молекул идеального газа связана с температурой следующей зависимостью

$$\frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{i}{2} k_B T,$$

т.е. те явления, которые определяются величиной температуры, одновременно зависят от скорости движения молекул.

2. Несмотря на то, что не вполне очевидно, что понимается авторами задачи под интенсивностью броуновского движения, для квадрата перемещения молекулы можно записать уравнение:

$$\Delta \langle r^2 \rangle = 2k_B T \zeta \Delta t,$$

где  $r$  – перемещение частицы за время  $\Delta t$ ,  $k_B$  – коэффициент Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $\zeta$  – коэффициент сопротивления движению. Таким образом, квадрат перемещения частицы вдоль произвольной оси  $r$  пропорционален температуре среды и промежутку времени, в течение которого перемещение происходит.

3. Диффузионные процессы подчиняются закону Фика

$$j = -D \frac{dn}{dx}; \quad D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda,$$

где  $D$  – коэффициент диффузии, прямо пропорциональный средней арифметической скорости частицы, которая зависит от температуры,  $dn/dx$  – градиент концентрации частиц в направлении оси  $X$ .

3. Для давления газа уместно воспользоваться основным уравнением МКТ

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v \rangle^2,$$

где  $n$  – концентрация молекул газа,  $m_0$  – масса молекулы,  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость молекул, которая зависит от температуры.

4. Таким образом все перечисленные явления зависят от абсолютной температуры.

16.9. Идеальный газ переводится из одного состояния в другое тремя различными способами  $A \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow V$ ,  $A \rightarrow \Gamma$ . Каким состояниям идеального газа соответствует одинаковая температура?

### Решение

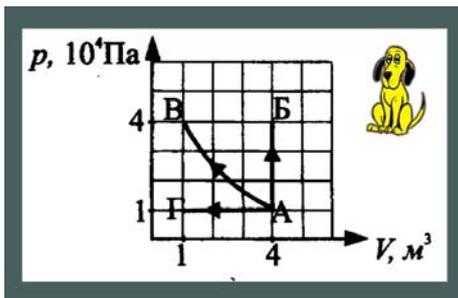


Рис. 16.9.1. Изменение состояния газа

1. На графике в  $p - V$  координатах изображены три изопроецесса:

$A \rightarrow B$  – изохорный процесс (закон Шарля) протекает при постоянном объеме и переменной температуре;

$A \rightarrow \Gamma$  – изобарный процесс (закон Гей – Люссака) протекает при переменной температуре и постоянном давлении;

$A \rightarrow V$  – изотермический процесс (закон Бойля – Мариотта) протекает при постоянной температуре и переменных давлении и объеме, в  $p - V$  координатах изображается в виде гиперболы

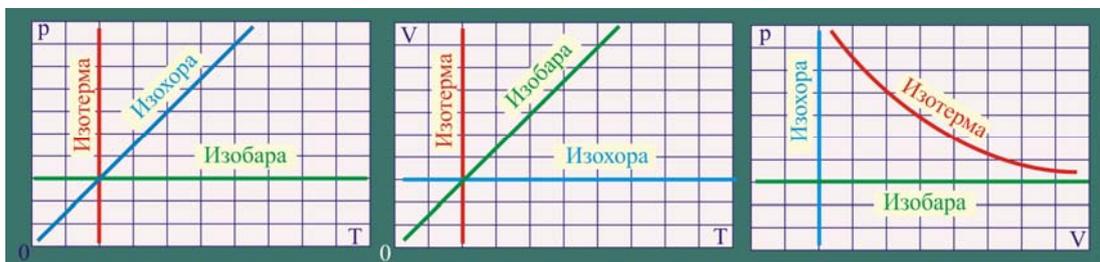


Рис. 16.9.2. Графическое представление изопроецессов в  $p, V, T$  координатах

16.10. На рис. 16.10 изображены два термометра, используемые для определения относительной влажности с помощью психометрической таблицы, в которой влажность указана в процентах. Какова, судя по показаниям термометров влажность воздуха?

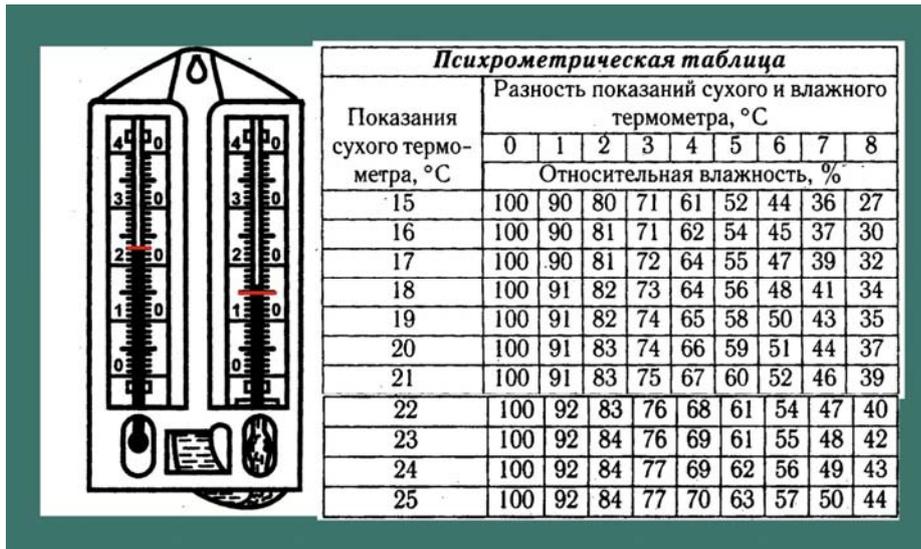


Рис.16.10. Измерение влажности термометрами

### Решение

1. Приведенный на рис. 16.10 прибор называется психрометром. В психрометре два термометра. Один (левый) измеряет температуру воздуха, его называют сухим.

2. Колба другого термометра обмотана пористой тканью, опущенной другим концом в емкость с водой. Правый термометр показывает не температуру воздуха, а температуру влажной ткани.

3. Чем меньше влажность воздуха, тем интенсивнее испаряется влага из влажной ткани, тем большее количество теплоты в единицу времени отводится от увлажненного термометра, тем меньше его показания, следовательно, тем больше разность показаний сухого и увлажненного термометров.

4. Разность показаний термометров составляет  $\Delta t \cong 7 \text{ }^\circ\text{C}$ , а "сухой" термометр фиксирует температуру  $t_1 \cong 23 \text{ }^\circ\text{C}$ , следовательно влажность по таблице составляет  $\varphi \cong 48\%$ .

16.11. Давление  $\nu = 3$  моль газа под поршнем цилиндра  $p_1 = 8 \cdot 10^5$  Па при температуре  $t_1 = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ . Газ, нагреваясь изобарно, расширился до объема в два раза большего первоначального. Определить работу совершаемую газом.

### Решение

1. Определим начальный объем газа:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1; \Rightarrow V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1};$$

2. Объем газа в конечном состоянии:

$$V_2 = \frac{2\nu RT}{p_1};$$

3. Работа при изобарном процессе:

$$A_{1 \rightarrow 2} = p_1 \Delta V = p_1 (V_2 - V_1) = \nu RT = 3 \cdot 8,3 \cdot 425 = 10,58 \text{ кДж};$$

16.12. Приведен график изотермического расширения  $m = 30$  г водорода. Определить температуру при которой протекал процесс.

### Решение

1. Определим количество молекулярного водорода  $H_2$   $\mu = 1 \cdot 10^{-3}$  кг/моль

$$\nu = \frac{m}{\mu};$$

2. Запишем уравнение состояния:

$$pV = \nu RT; \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{\mu p V}{m R};$$

7. Значение давления и объёма находим из заданного графика, например,  $V = 0,25$  м<sup>3</sup>,  $p = 2 \cdot 10^5$  Па

$$T \cong \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,25}{0,03 \cdot 8,3} \cong 401,6 \text{ К};$$

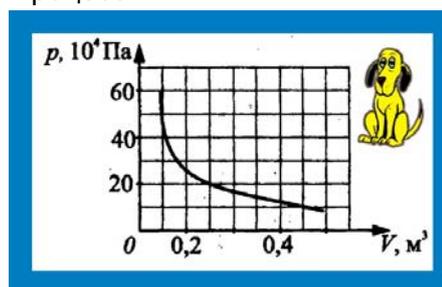


Рис. 6.12. Изотермический процесс

16.13. Как изменится сила электрического взаимодействия двух электрических зарядов при перенесении их из вакуума в воду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 81$ , если расстояние между ними не меняется?

### Решение

1. Формально уменьшение силы кулоновского взаимодействия зарядов следует из уравнения

$$\vec{F}_k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^3} \vec{r},$$

потому, что у воздуха диэлектрическая проницаемость  $\epsilon \cong 1$ , а у воды водопроводной  $\epsilon \cong 81$ . Рассмотрим причины уменьшения взаимодействия двух точечных зарядов при перенесении их из воздуха в воду.

2. Если представить геометрический образ молекулы воды, то ядра двух атомов водорода и кислорода образуют равнобедренный треугольник с ядром кислорода в вершине. Модель молекулы воды, изображенную на рис. 16.13.1, предложил датский физик Нильс Бор (1885–1962).

3. Молекула, в соответствии с теорией электронного строения вещества, располагает пятью электронными парами, которые образуют неоднородное электронное облако с избытком концентрации в области расположения ядра кислорода.

4. Внутренняя электронная пара кислорода равномерно окружает ядро, Бор изобразил ее в виде окружности. Четыре внешних электрона группируются в две электронные пары, которые частично не скомпенсированы. Суммарные ор-

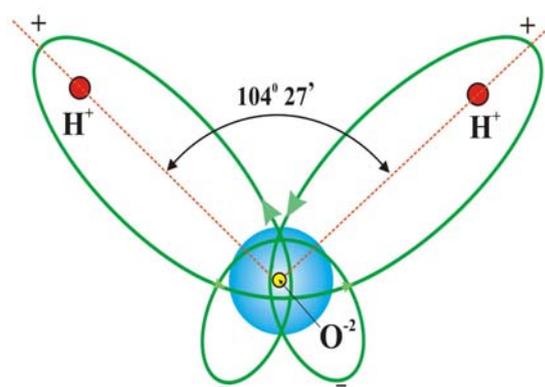


Рис. 16.13.1. Электронные орбитали молекулы воды

битали этих пар схематично изображены в виде эллипсов, вытянутых от общего центра, в котором расположено ядро водорода. Каждый из оставшихся двух электронов кислорода образует пару с одним электроном водорода. В области расположения ядер водорода плотность электронного облака ослаблена

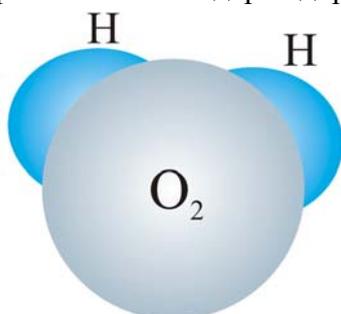


Рис. 16.13.2. Схема электронного облака молекулы

5. Как можно видеть из схемы Бора, в молекуле воды имеются четыре полюса зарядов. Общий вид электронного облака изолированной молекулы воды приведен на рис. 16.13.2. Образно говоря, молекула воды представляет собой сферу с двумя выпуклостями. Молекула воды обладает ярко выраженной полярностью с относительно высоким дипольным моментом – 1,87 Дебая.

6. Вода обладает уникальной удельной теплоемкостью –  $c \cong 4182$  Дж/(кг·К), что объясняет ее широкое применение в инженерных конструкциях, где надо подводить или отводить тепло. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon \cong 80$  (речь идет о дистиллированной воде), большей проницаемостью обладают только керамика ( $\epsilon \cong 100$ ) и титанат бария ( $\epsilon \cong 1200$ ). Магнитная проницаемость воды, которая по отношению к магнитным полям является диамагнетиком, равна  $(1 - \mu) \cdot 10^6 \cong 9,0$ . Удивительные электрические и магнитные свойства воды, во многом еще неизвестные, обеспечили широкое распространение микроволновых печей, в которых все продукты, содержащие воду, способны разогреваться при облучении их волнами микроволнового диапазона.

7. При создании в воде электрического поля изменяется угол расположения атомов водорода, за счёт энергии поля, т.е. часть энергии поля расходуется на структурные изменения пространственного положения элементов молекулы, вследствие чего электрическое взаимодействие уменьшается в 81 раз.

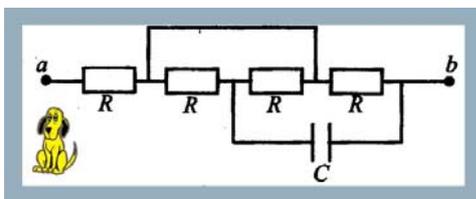


Рис. 16.14.1. R – C цепь

16.14. Схема состоит из четырёх одинаковых сопротивлений и одного конденсатора. Определить сопротивление между точками а и б.

### Решение

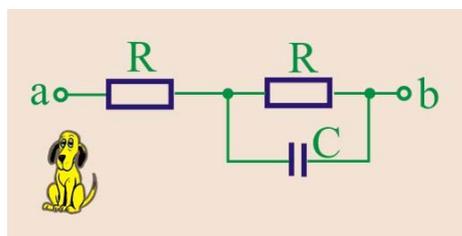


Рис. 16.14.2. Преобразование

1. Если в задаче речь идёт о цепи постоянного тока, то наличие перемычки даёт основание цепь упростить, два сопротивления перемкнутые проволокой можно из схемы удалить, ток по ним течь не будет.

2. Цепь для постоянного тока, таким образом свелась к двум последовательно

включённым одинаковым сопротивлениям, конденсатор для постоянного тока представляет большое сопротивление, поэтому:  $R_{\Sigma} = 2R$ .

16.15. В камере Вильсона, помещённой во внешнее магнитное поле таким образом, что вектор магнитной индукции поля направлен перпендикулярно плоскости рисунка на наблюдателя были сфотографированы треки двух частиц. Какой из треков принадлежит протону?

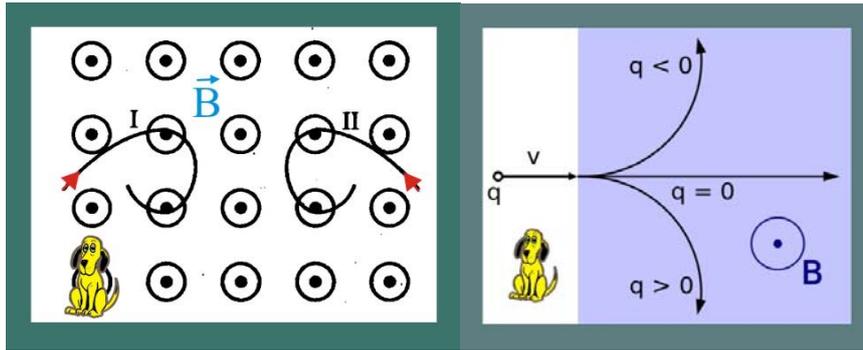


Рис. 16.15. Камера Вильсона магнитном поле

### Решение

1. На положительно заряженный движущийся протон в магнитном поле действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

направление которой определяется по правилу левой руки: если открытую ладонь левой руки расположить так, чтобы векторы магнитной индукции входили в раскрытую ладонь, а вытянутые четыре пальца совпали с направлением скорости, то отогнутый большой палец покажет направление силы Лоренца, которая не меняя модуля скорости, меняет направление вектора скорости, закручивая положительно заряженную частицу, в данном случае, по часовой стрелке.

16.16. Приведен график зависимости силы тока от времени в колебательном контуре. По какому закону будет изменяться заряд на конденсаторе?

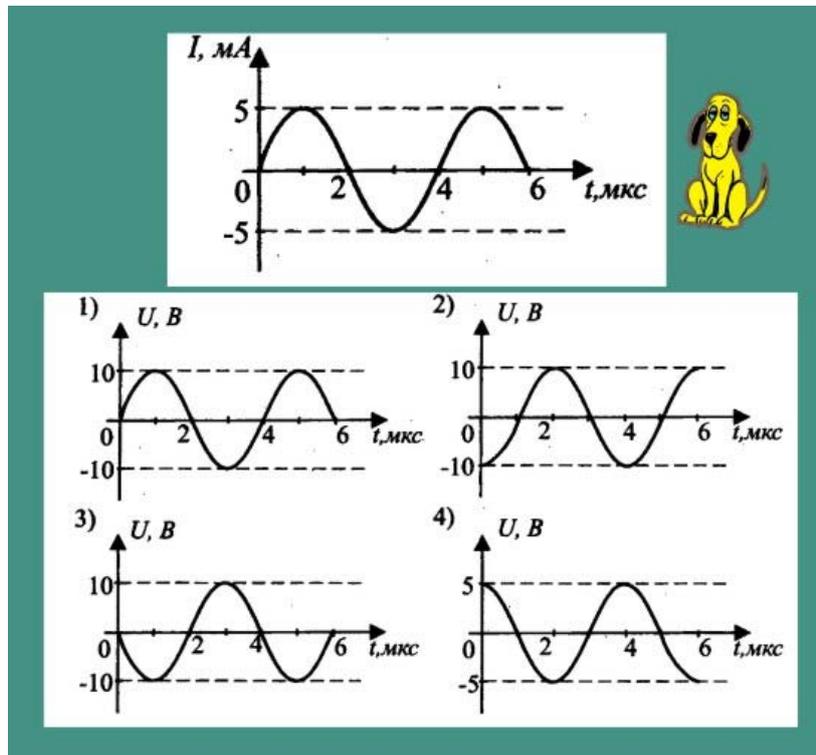


Рис. 16.16. Изменение силы тока и заряда конденсатора

## Решение

1. Судя по заданному графику сила тока изменяется по закону синуса

$$i(t) = i_m \sin \omega t; \quad \frac{dq}{dt} = i_m \sin \omega t; \quad dq = (i_m \sin \omega t) dt;$$

$$q(t) = i_m \int \sin \omega t dt = -\frac{q_m}{\omega} \cos \omega t,$$

т.е. Заряд будет изменяться по закону косинуса, при  $i(t) = 0$ , на обкладках конденсатора будет иметь место  $-q_m$ , что соответствует графику 2.

---

16.17. Условие интерференционных максимумов когерентных волн выражаются формулой:

А)  $\Delta = \pm(2m + 1)\lambda$ ;

Б)  $\Delta = \pm m\lambda$ ;

В)  $\Delta = \pm(m + 1/2)\lambda$ ;

Г)  $\Delta = 2m\lambda^2$ .

## Решение

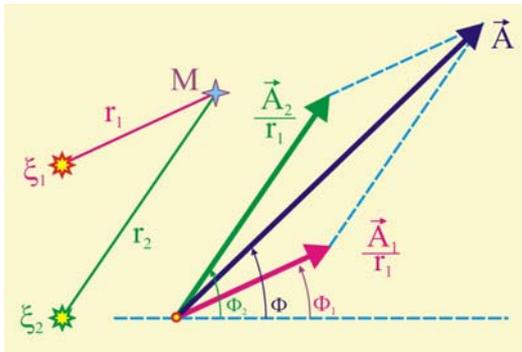


Рис. 16.17.1. Интерференция двух волн

1. Рассмотрим две одинаково направленные волны, возбуждаемые источниками  $\xi_1$  и  $\xi_2$  с циклическими частотами  $\omega_1, \omega_2$ , начальными фазами  $\alpha_1, \alpha_2$ . В произвольной точке пространства  $M$ , расположенной на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от источников будут возбуждаться колебания, удовлетворяющие уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{A_1}{r_1} \sin(\omega_1 t - k_1 r_1 + \alpha_1); \\ \xi_2 &= \frac{A_2}{r_2} \sin(\omega_2 t - k_2 r_2 + \alpha_2), \end{aligned} \right\}$$

или с учётом обозначения фаз (рис. 16.17.1)

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{A_1}{r_1} \sin \Phi_1; \\ \xi_2 &= \frac{A_2}{r_2} \sin \Phi_2. \end{aligned} \right\}$$

2. В соответствии с принципом суперпозиции суммарная волна в точке  $M$  определится как

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \sin \Phi.$$

3. Величины  $A$  и  $\Phi$  возможно определить методом векторных диаграмм, путём построения параллелограмма на векторах  $A_1$  и  $A_2$

$$A^2 = \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2 \frac{A_1}{r_1} \frac{A_2}{r_2} \cos(\Phi_2 - \Phi_1),$$

$$\Phi = \arctg \frac{\frac{A_1}{r_1} \sin \Phi_1 + \frac{A_2}{r_2} \sin \Phi_2}{\frac{A_1}{r_1} \cos \Phi_1 + \frac{A_2}{r_2} \cos \Phi_2}.$$

4. Как видно из уравнений возможны при суммировании два принципиально разных случая. Если разность фаз источников волн  $(\Phi_2 - \Phi_1) \neq f(t)$  в точке М не изменяется во времени, то такие источники называются **когерентными**. В противном случае, при изменении разности фаз во времени  $(\Phi_2 - \Phi_1) = f(t)$ , источники считаются некогерентными.

5. Запишем уравнение разности фаз исходных волн, через скорости их распространения. Поскольку  $k = \omega/v$ , то

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \omega_1 t - \omega_1 \frac{r_1}{v_1} + \alpha_1; \\ \Phi_2 &= \omega_2 t - \omega_2 \frac{r_2}{v_2} + \alpha_2. \end{aligned} \right\}$$

$$\Phi_2 - \Phi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - \left( \omega_2 \frac{r_2}{v_2} - \omega_1 \frac{r_1}{v_1} \right) + (\alpha_2 - \alpha_1).$$

6. Поскольку второй и третий члены правой части последнего уравнения не зависят от времени ни при каких обстоятельствах, то условие когерентности источников определяются первым членом. Очевидно, что если  $\omega_1 = \omega_2$ , то  $\Phi_2 - \Phi_1 = 0$ , т.е. источники когерентны. Таким образом, **две волны когерентны, если их частоты одинаковы и некогерентны, если частоты разные**. Из полученных уравнения, кроме того, следует, что в точке М суммарная амплитуда некогерентных волн будет изменяться во времени в пределах

$$\left. \begin{aligned} A_{\max} &= \left| \frac{A_1}{r_1} + \frac{A_2}{r_2} \right|; \\ A_{\min} &= \left| \frac{A_1}{r_1} - \frac{A_2}{r_2} \right| \end{aligned} \right\}$$

причём циклическая частота изменения суммарной амплитуды будет происходить с частотой изменения результирующей фазы  $(\Phi_2 - \Phi_1)$ , другими словами, с циклической частотой, равной  $|\omega_2 - \omega_1|$ .

7. Максимальное значение амплитуды

$$A_{\max} = \frac{A_1}{r_1} + \frac{A_2}{r_2},$$

будет иметь место, таким образом, при условии

$$k(r_2 - r_1) + \alpha_1 - \alpha_2 = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

8. Условие максимумов можно преобразовать, заменив волновое число его значением  $k = 2\pi/\lambda$

$$\Delta = r_2 - r_1 = m\lambda + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\pi} \lambda.$$

9. При  $\alpha_1 - \alpha_2 = 0$

$$\Delta = r_1 - r_2 = \pm m\lambda.$$

10. В пространстве, окружающем источники когерентных волн будет наблюдаться взаимное усиление и ослабление колебаний в зависимости от соотношения фаз. **Это явление называется интерференцией волн**. В результате интерференции может происходить взаимное усиление и ослабление когерентных волн. На рис. 16.17.2 показан схематически случай усиления и ослабления двух когерентных волн, правая часть схемы соответствует полному взаимному гашению волн.

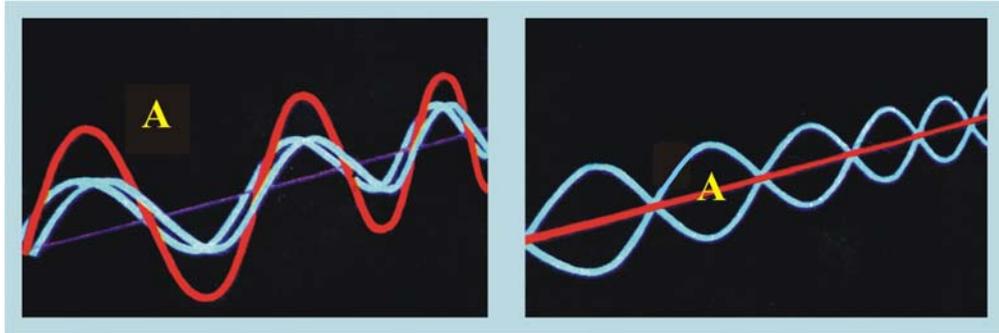


Рис. 16.17.2. Взаимное усиление и ослабление двух волн

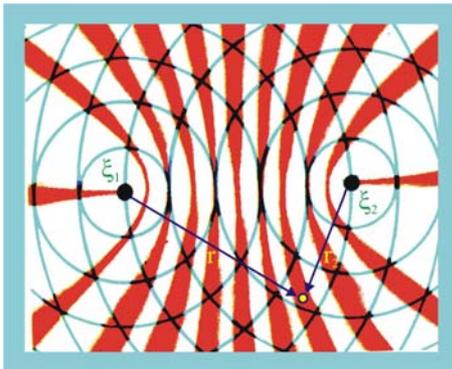


Рис. 16.17.3. Интерференция волн

11. В пространстве интерферирующие волны образуют картину распределения максимумов и минимумов амплитуды результирующих колебаний или суммарной энергии волн. На рис. 16.17.3 приведена схема интерференции двух круговых волн на поверхности жидкости от когерентных источников  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Как видно, максимумы энергетического проявления волн имеют определённую геометрически правильную структуру. Максимальным значениям амплитуд (энергий) соответствуют красные гиперболические области.

гиперболические области.

Явление интерференции наблюдается не только для упругих волн, оно было обнаружено и исследовано применительно к электромагнитным, включая световые волны, акустическим, гравитационным типам волн.

16.18. В аквариум в форме параллелепипеда поставлена стеклянная призма с показателем преломления  $n_2$ . Параллельно дну сосуда направляют луч лазера, затем в аквариум наливают прозрачную жидкость с показателем преломления  $n_1$ , причём  $n_1 > n_2$ . Вверх или вниз сместится луч лазера на противоположной стенке сосуда?

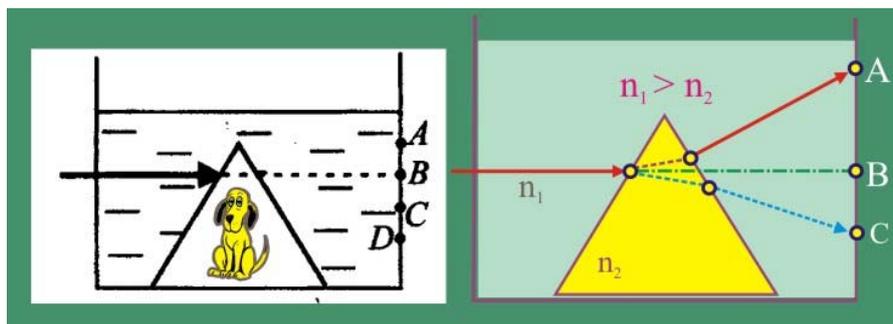


Рис. 16.18. Смещение лазерного луча

### Решение

1. Смещение луча в призме определяется уравнением:

$$\delta = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \gamma_0,$$

где  $\gamma_0$  преломляющий угол призмы. В данном случае  $(n_2/n_1) < 1$ , значит угол  $\delta$  будет отрицательным, т.е. луч лазера переместится в точку А.

16.19. Электрическая цепь состоит из источника и внешнего резистора. Задана зависимость силы тока в цепи от сопротивления резистора. Определить ЭДС источника тока.

**Решение**

1. Запишем закон Ома для полной цепи для режима короткого замыкания ( $R = 0$ ) и одного из рабочих режимов, например при  $I_1 = 4$  А и  $R_1 = 5$  Ом

$$\left. \begin{aligned} I_{кз} &= \frac{\varepsilon}{r}; \\ I_1 &= \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \varepsilon &= I_{кз} r; \\ I_1 &= \frac{I_{кз} r}{R_1 + r}; \end{aligned} \right\}$$

2. Определим внутреннее сопротивление источника  $r$

$$r = \frac{I_1 R_1}{I_{кз} - I_1} = \frac{4 \cdot 5}{12 - 4} = 2,5 \text{ Ом};$$

3. Подставим значение внутреннего сопротивления во второе уравнение исходной системы

$$\varepsilon = (R_1 + r) I_1 = 7,5 \cdot 4 = 30 \text{ В.}$$

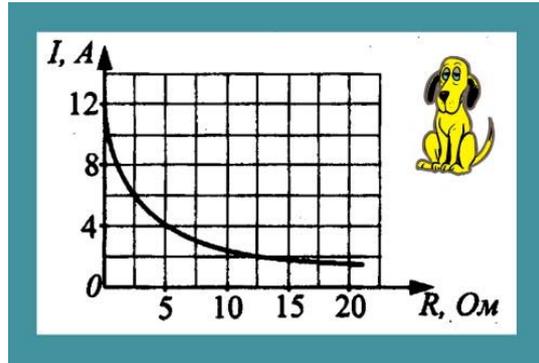


Рис. 16.19. Вольтамперная характеристика

16.20. Приведены четыре схемы электронных слоёв. Какая схема относится к изотопу  ${}^8_3\text{Li}$ ?

**Решение**

1. Символически химические элементы обозначаются как



где  $A$  – массовое число, показывающее число нуклонов в ядре, т.е. общее количество протонов и нейтронов ( $N_p + N_n$ ). Число  $Z$  называется зарядовым числом, показывающее суммарное число электронов на орбитах, для заданного элемента  $Z = 3$ , изотоп лития изображён на схеме №1.

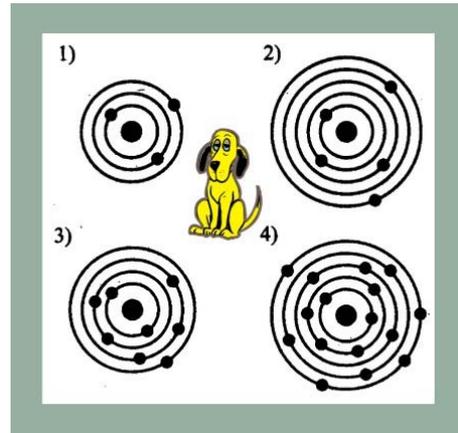
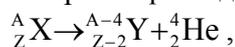


Рис. 16.20. Схемы электронных слоёв

16.21. Образец радиоактивного радия находится в закрытом сосуде. Ядра изотопа радия  ${}^{223}_{88}\text{Ra}$  испытывают  $\alpha$  – распад с периодом полураспада  $T_{1/2} = 11,4$  суток. Определить число атомов  ${}^4_2\text{He}$  в этом сосуде через  $\tau = 11,4$  суток, если первоначально в сосуд поместили  $N_0 = 2,6 \cdot 10^{18}$  атомов изотопа радия  ${}^{223}_{88}\text{Ra}$ .

**Решение**

1. Запишем правило смещения при  $\alpha$ – распаде

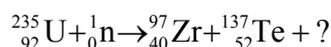


т.е. при каждом акте распада ядра из него выбрасывается одна  $\alpha$  – частица (ядро гелия)

2. За время полураспада половина всех ядер претерпит  $\alpha$  – распад, т.е. в закрытом сосуде будет находиться

$$N_{\text{He}} = \frac{N_0}{2} = 1,3 \cdot 10^{18};$$

16.22. Один из возможных вариантов реакции деления ядра урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  проходит по следующей схеме:



Какие частицы заменены знаком вопроса?

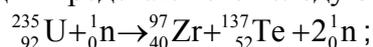
### Решение

1. В заданной ядерной реакции ядро урана поглощает медленный нейтрон (быстрые пролетают насквозь), переходит в возбуждённое состояние и материнское ядро урана распадается на два дочерних ядра.

2. В соответствии с законом сохранения электрических зарядов и массовых чисел

$$A_x = (235 + 1) - (97 + 137) = 2; \quad Z_x = 92 - 92 = 0,$$

т.е. в результате деления ядра образуется частица массой 2 а.е.м. и не обладающая зарядом, поскольку такой частицы не существует, значит образуются 2 нейтрона, уравнение реакции представляется следующим образом



16.23. Слой оксида кальция облучается светом и испускает электроны. Приведен график изменения энергии фотоэлектронов в зависимости от частоты падающего света. Чему равна работа выхода электронов?

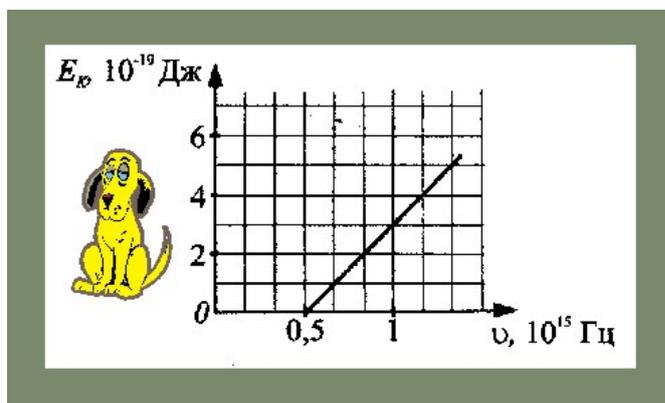


Рис. 16.23. Энергия фотоэлектронов

### Решение

1. При частоте  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц кинетическая энергия фотоэлектронов равна нулю, что имеет место на красной границе фотоэффекта

$$h\nu_R = A;$$

$$A = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

$$A \cong 2 \text{ эВ};$$

16.24. Шарик катится по желобу. Изменение координаты шарика с течением времени приведено на графике. О чём говорит этот график?

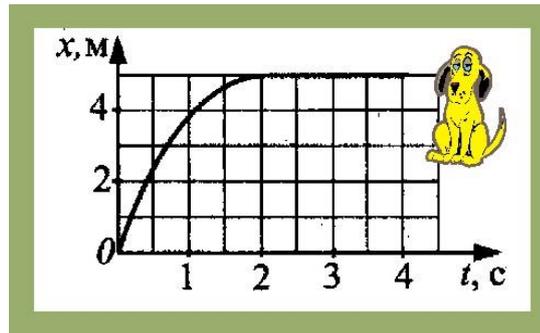


Рис. 16.24. Изменение координаты

### Решение

1. Для моментов времени  $t > 2$  с координата шарика не меняется, т.е. он остановился.

2. Перед остановкой скорость должна измениться от некоторой величины до нуля, т.е. движение на участке времён  $0 - 2$  с замедленное

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= v_0 - at; \\ x(t) &= v_0 t - \frac{at^2}{2}; \end{aligned} \right\}$$

2. Вид графика указывает на то, что в первые две секунды шарик движется замедленно, т.е. его скорость уменьшается, а при  $t = 2$  с шарик останавливается.

16.25. Тонкий провод намотали на круглый карандаш в один слой так, чтобы соседние витки соприкасались. Оказалось, что  $N = 20$  витков такой намотки занимают на карандаше отрезок длиной  $L = (15 \pm 1)$  мм. Чему равен диаметр провода?

### Решение

1. Определим среднюю абсолютную погрешность измерения диаметра одного витка провода

$$\Delta A_d = \frac{\Delta A_L}{N} = \frac{1 \text{ мм}}{20} = 0,05 \text{ мм};$$

2. Диаметр провода, таким образом, будет равен:

$$d = \frac{L}{N} = \frac{15}{20} \pm 0,05 = 0,75 \pm 0,05 \text{ мм}.$$

## Вариант № 17

### Часть А

17.1. Тело, двигаясь равномерно и прямолинейно в плоскости (ХОУ) перемещается из точки А с координатами (2;1) в точку В с координатами (– 3; – 4) за время  $\tau = 10$  с. Определить направление вектора скорости.

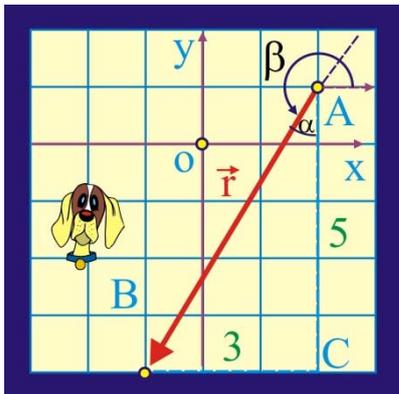


Рис. 17.1. Перемещение тела на плоскости

### Решение

1. Определим модуль перемещения тела  $|\vec{r}|$  являющийся гипотенузой треугольника ABC, построенного по заданным начальным и конечным координатам тела

$$|\vec{r}| = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{25 + 9} \cong 5,83;$$

2. Определим угол  $\alpha$

$$r \cdot \cos \alpha = AC; \quad \alpha = \arccos \frac{5}{5,83} \cong 30^\circ.$$

3. Угол между вектором перемещения и положительным направлением оси ОХ

$$\beta = 270^\circ - 30^\circ \cong 240^\circ;$$

4. Угол между положительным направлением оси ОУ и вектором перемещения

$$\gamma = 360^\circ - \beta \cong 120^\circ;$$

17.2. Тело перемещается в плоскости (ОХУ) в соответствии с уравнениями

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= 5 - 4t; \\ y(t) &= -3 + 2t; \end{aligned} \right\}$$

Найти уравнение траектории движения тела.

### Решение

1. Для определения вида траектории из уравнений движения необходимо исключить время. Выразим из второго уравнения заданной системы время

$$t = \frac{y + 3}{2};$$

2. Подставим  $t$  в первое уравнение

$$x = 5 - \frac{4(y + 3)}{2}; \quad x = 5 - (2y + 6); \quad \Rightarrow \quad y = \frac{x + 1}{2};$$

3. Траекторией будет прямая, пересекающая ось (ОХ) в точке (–1,0), ось (ОУ) в точке (+0,5).

4. Избавится от времени можно умножив второе заданное уравнение на 2 и, затем вычтя из первого уравнения второе.

17.3. Груз подвешенный на пружине совершает свободные колебания между точками 1 и 3. В каком положении груза равнодействующая сила равна нулю?

**Решение**

1. На колеблющуюся вертикально массу действуют две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , постоянная по модулю и направлению и переменная сила упругости  $|\vec{F}_k| = ky(t)$ .

2. При вертикальных колебаниях координата меняется по гармоническому закону  $y(t) = -A \cos \omega t$ ;

3. Точка 2 соответствует статическому удлинению пружины, когда подвешенная масса не колеблется, в этом положении сила тяжести и сила упругости равны по модулю и противоположны по направлению, положение статического равновесия.

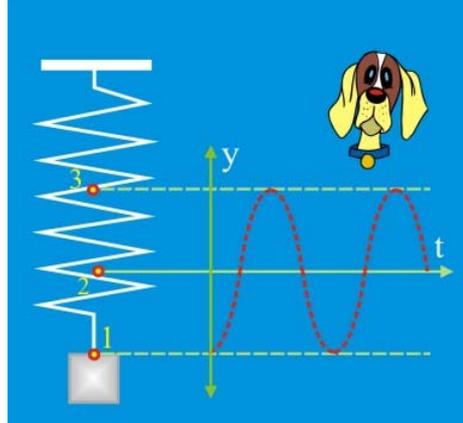


Рис. 17.2. Вертикальные колебания

17.4. Санки после сообщения им некоторой начальной скорости свободно движутся по шероховатой горизонтальной поверхности. Как изменится модуль импульса санок, если в течении времени  $\tau = 10$  с на них действует сила трения о снег, равная  $F_R = 30$  Н?

**Решение**

1. Сила трения является единственной в данном случае силой, способной производить работу, сила тяжести и нормальная реакция связи направлены перпендикулярно направлению движения, поэтому их работа на любом возможном перемещении равна нулю.

2. Уменьшение импульса санок определится из теоремы об изменении импульса силы трения

$$F_R \tau = mv_2 - mv_1; \quad |\Delta \vec{p}| = F_R \tau = 300 \text{ Н} \cdot \text{с} \equiv 300 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

17.5. Некто исследовал зависимость модуля силы упругости пружины от её растяжения и получил следующие результаты:

F, Н	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
X, м	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1

Определить потенциальную энергию пружины при растяжении на  $\Delta x = 0,08$  м.

**Решение**

1. Используя закон Гука определим по результатам измерений значение коэффициента упругости пружины

$$|\vec{F}| = k\Delta x; \quad \Rightarrow \quad k = \frac{|\vec{F}|}{\Delta x};$$

2. Потенциальная энергия, запасённая в пружине численно равна работе, произведённой внешними силами на заданное растяжение

$$\Pi = \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{F}{\Delta x} \Delta x^2 = F \cdot \Delta x = 2 \cdot 0,08 = 0,16 \text{ Дж};$$

17.6. Бегущая волна распространяется по длинному шнуру. В один из моментов форма шнура оказалась такой, как показано на рис. 17.6. Найти частоту источника колебаний, если скорость распространения горба волны равна  $v = 2$  м/с.

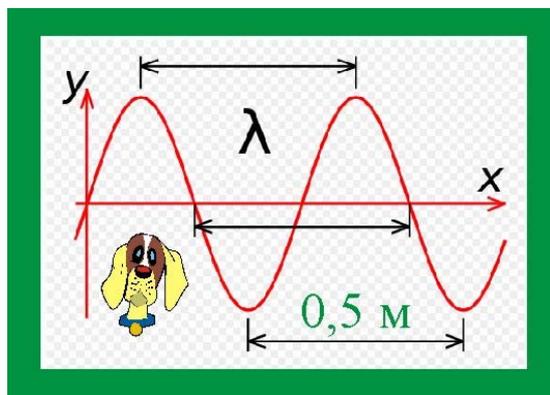


Рис. 17.6.1. Бегущая волна

### Решение

1. Поперечная волна, возникающая в шнуре относится к классу упругих волн.

2. Отличие упругих волн, обусловленных механическими колебаниями, от всех прочих видов движения состоит в том, что при волновом процессе не происходит переноса вещества из одного места в другое, а переносится лишь форма

возмущённой среды – гребни и впадины поперечной волны или сгущения и разрежения продольной волны.

3. Всякое колеблющееся тело (камертон, струна, мембрана, диффузор динамика, шнур, как в рассматриваемом случае и т.д.), при условии его нахождения в упругой среде, обозначает своё присутствие излучением упругих волн.

4. Периодические деформации среды, возникающие в окрестности колеблющихся тел, распространяются в окрестностях, при этом упругие силы, действующие между отдельными частичками среды, стремятся их вернуть в невозмущённое состояние статического равновесия. Частицы же среды при распространении колебаний колеблются около этого положения. От одних участков среды к другим передаётся только состояние деформации, т.е. форма возмущённой среды.

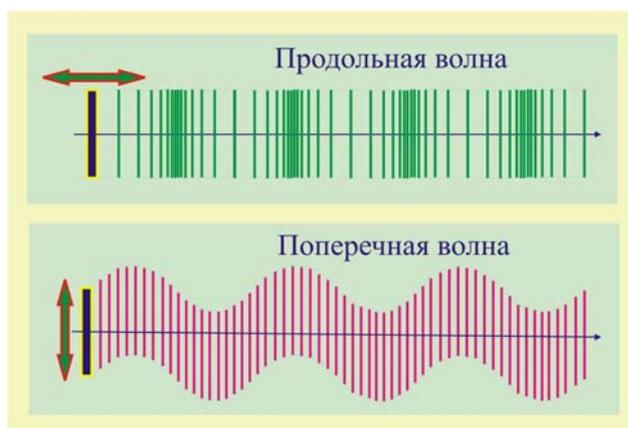


Рис. 17.6.2. Продольные и поперечные волны

5. Процесс распространения колебаний за пределы положения источника называется волновым процессом или попросту – волной. В зависимости от характера упругих деформаций, волновые процессы принято делить на продольные и поперечные (рис.17.6.2).

6. Если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны, то эта волна называется продольной. Если же перемещение происходит

в направлении перпендикулярном вектору скорости волнового движения, то волна полагается поперечной.

7. Поперечные волны по обыкновению возникают в средах, обладающих сопротивлением сдвигу. Их образование связано с тем, что различные частицы среды начинают колебаться в разное время, поэтому колеблются в разных фазах. Когда одни частицы среды движутся вверх, то другие могут двигаться в это время вниз, среда при этом вынуждена деформироваться, образуя гребни и впадины.

8. Примером поперечной волны может служить волна, возникающая в длинном упругом шнуре, один конец которого соединён с колеблющимся вертикально телом, а второй на значительном удалении закреплён неподвижно. В начальный момент времени ( $t = 0$ ) все частицы шнура неподвижны (рис. 7.2), т.е. находятся в равновесии, а конец шнура (точка  $O$ ) в этот момент получает ускорение, направленное вверх и благодаря наличию связи, увлекает за собой соседние частицы шнура. Через четверть периода, частица

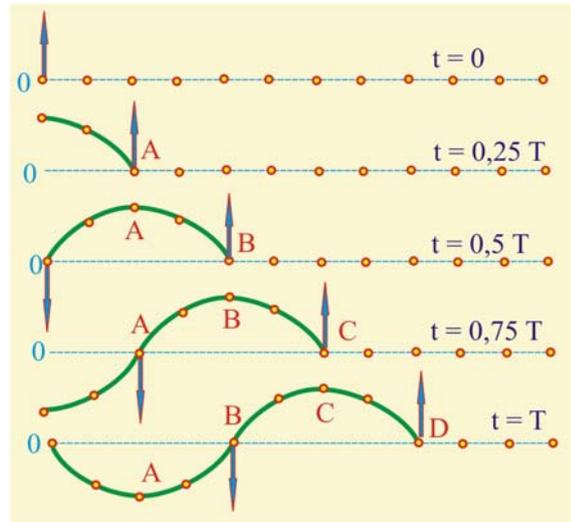


Рис.1 7.6.3. Образование поперечной волны

находящаяся ранее в точке  $O$ , достигает максимального отклонения. Частица  $A$ , отстоящая от начала отсчёта на расстоянии  $x_A = c \cdot (T/4)$  получит ускорение, тоже направленное вверх. В момент времени  $t = T/2$  первая частица вернётся в положение равновесия, имея, при этом, ускорение, направленное вниз, частица  $A$  достигнет максимального смещения вверх, а частица  $B$ , отстоящая от  $O$  на расстояние  $x_B = c \cdot (T/2)$ , начнёт движение вверх. По истечении времени  $t = 3T/4$  частица  $O$  достигнет максимального смещения книзу, частица  $A$  пройдёт положение равновесия, частица  $B$  переместится в крайнее верхнее положение. Частица  $C$ , находящаяся на расстоянии  $x_C = c \cdot T$  от исходной точки, приобретает ускорение вверх. В последующие моменты времени процесс повторяется.

9. Продольные волны возникают, например, в упругой пружине, один конец которой закреплён, а второй совершает гармонические колебания. Отдельные участки пружины будут колебаться с различными фазами, что приведёт к возникновению вдоль пружины сжатий и растяжений. Типичным примером продольных волн является распространение звуковых и ультразвуковых волн в воздухе или воде, где по мере распространении волнового движения образуются чередующиеся изменения плотности среды.

10. В реальных средах чаще всего возникают комбинированные волны, анализ которых обнаруживает характерные свойства как продольных, так и поперечных волн.

11. Распространяясь в среде, упругие волны переносят механическую энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц волны и потенциальной энергии упругой деформации среды. В зависимости от частотного диапазона волны делятся на инфразвуковые, звуковые, ультразвуковые и гиперзвуковые волны (табл. 7.1).

Таблица 17.1

№	Тип волн	Частотный диапазон
1	Инфразвуковые волны	0 – 20 Гц
2	Звуковой диапазон	20 Гц – 20 кГц
3	Ультразвуковой диапазон	20 кГц – 1 мГц
3	Гиперзвуковой диапазон	1 мГц – 10 гГц

12. Область пространства, в которой колеблются все частицы среды, называется **волновым полем**. Поверхность, во всех точках которой частицы колеблются в одинаковой фазе, называется фронтом волны или волновым фронтом.

13. В однородной изотропной среде, т.е. в среде с одинаковыми физическими свойствами во всех направлениях и в отсутствии препятствий, упругие волны распространяются с постоянной скоростью. Наличие препятствий существенно усложняет картину распространения, механизм взаимодействия волн с препятствиями зависит от соотношения размеров препятствий и длин волн. При рассмотрении процесса образования поперечных волн на примере длинного шнура мы имели дело с, так называемыми бегущими волнами, возникающими при отсутствии отражения. Если размеры среды ограничены, как в скрипичной или гитарной струне, то бегущие волны распространяясь, будут отражаться от закрепленных концов и на длине струны образуется комбинация волн и распространяющихся враз и вперед, в этом случае говорят о стоячих волнах.

14. Отдельные осцилляторы (колеблющиеся материальные точки) образующие среду, не перемещаются вместе с волнами. Они колеблются по гармоническому закону вблизи положения своего равновесия. В этом легко убедиться, если в середину подходящей лужи, в которой на поверхности плавает мусор, бросить камень (рис.17.6.4). Возникшая круговая волна, распространится

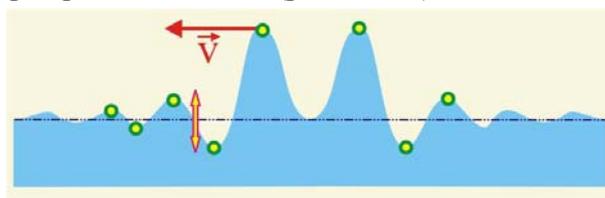


Рис.17.6.4. Распространение волны в луже

до самых до берегов, а вот плавающие предметы практически останутся на месте. Некоторое непродолжительное время они будут по мере достижения их волны.

15. На рис. 17.6.1 задана, по сути дела, длина волны  $\lambda = 0,5$  м, требуется определить частоту тсточника колебаний.

16. При рассмотрении волнового движения различают три различных по смыслу и содержанию скорости.

А) **Колебательная скорость частиц**. Это скорость, которую приобретают частицы среды, будучи увлечёнными колебательным движением при прохождении волны. По сути это скорость колебаний частиц относительно положения равновесия.

Б) **Волновая или фазовая скорость**. Это скорость, с которой перемещаются в пространстве поверхности одинаковой фазы, т.е. скорость с которой перемещаются горбы или впадины волн.

В) **Групповая скорость**. При сложении нескольких волн с разными длинами (частотами) и скоростями перемещения образуются группы волн (цуги, волновые пакеты). В реальности волны довольно редко наблюдаются в виде отдельных монохроматических компонент. В частности, вспышка белого света имеет сплошной спектр частот, поэтому характеризуется групповой скоростью распространения. Естественно со временем, вследствие разности фазовых скоростей для отдельных компонент в среде, пакет расплывается. Если среда отсутствует, такое имеет место быть для электромагнитных волн, то все частоты распространяются с одинаковыми скоростями. Для монохроматических волн значения фазовой групповой скорости совпадают.

17. Задача исследования волнового движения, как правило, сводится к определению амплитуды и фазы колебательного движения в различных точках

среды, а так же изменение этих величин во времени. Задача решается, если известен закон, по которому колеблется тело, являющееся источником волн и по каким законам происходит взаимодействие этого тела с окружающей средой. Правда, в ряде случаев информация об источнике волн является несущественной, потому что в место параметров колеблющегося тела задаётся расположение волнового фронта или волновой поверхности, а требуется определить состояние колебательного процесса в других точках среды.

18. Рассмотрим простейший случай, предлагаемый в задаче, когда волна распространяется в положительном направлении оси  $Ox$ , при этом величину, характеризующую колебательные параметры частиц обозначим как  $y$  (рис. 17.6.5). Этой величиной может быть смещение относительно положения равновесия, отклонение давления или плотности среды. В начальный момент времени при  $t = 0$ ,  $y = 0$  и начальная фаза  $\varphi = 0$

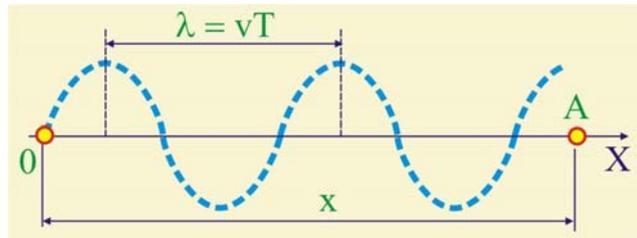


Рис. 17.6.5. Синусоидальная волна

где  $\omega = 2\pi/T$  – циклическая частота,  $T$  – период колебаний,  $y_0$  – амплитуда колебаний,  $\omega t$  – аргумент синуса, определяющий значение колеблющейся величины в каждый момент времени,  $\omega t$  – фаза колебаний в точке  $O$ .

$$y = y_0 \sin \omega t,$$

19. Точки  $A$  волновое движение достигнет за время

$$\tau = \frac{x}{v},$$

фаза колебаний в этой точке определится как

$$\omega \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

20. Совмещая уравнения, получим значение колеблющейся величины в точке  $A$  для момента времени  $t$

$$y(x, t) = y_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

где  $v$  – фазовая скорость волны. Если волна распространяется в обратном направлении, то уравнение следует записать следующим образом

$$y(x, t) = y_0 \sin \omega \left( t + \frac{x}{v} \right).$$

21. Для волны, распространяющейся в обоих направлениях уравнение примет вид

$$y(x, t) = y_0 \sin \omega \left( t \pm \frac{x}{v} \right).$$

22. Преобразуем последнее уравнение к виду

$$y(x, t) = y_0 \sin \left( \omega t \pm \frac{\omega x}{v} \right).$$

23. Циклическую частоту  $\omega$  можно выразить через частоту  $\nu$ , которая измеряется в герцах, или период  $T$ , который измеряется в секундах, т.е.

$$\omega = 2\pi\nu; \quad \omega = 2\pi/T.$$

24. Поскольку изначально было введено предположение о постоянстве амплитуды и фазовой скорости, т.е. волна предполагалась плоской (поверхности равных фаз представляют собой плоскости). Расстояние, пройденное волной в течение периода, называется длиной волны

$$\lambda = vT = v \frac{1}{\nu}; \Rightarrow v = \frac{\nu}{\lambda} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ Гц.}$$

17.7. С помощью системы блоков равномерно поднимают груз массой 10 кг, прикладывая силу  $F = 55 \text{ Н}$ . Каков КПД механизма?

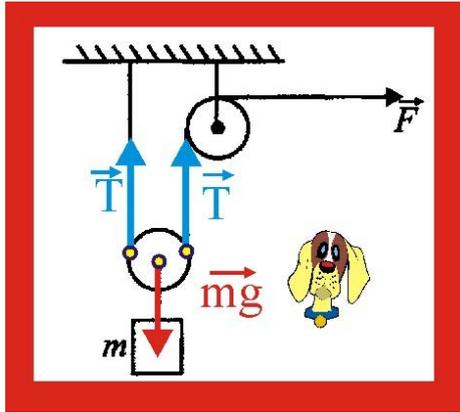


Рис. 17.7. КПД механизма

### Решение

1. Вес груза в данном случае составляет  $P = mg \cong 100 \text{ Н}$ ,

а поднимается он вверх меньшей силой  $F = 55 \text{ Н}$ , значит, имеется выигрыш в силе, но проигрыш в расстоянии, а работа, как известно, определяется в виде произведения силы на перемещение (направление возможных перемещений только вертикальные), поэтому КПД устройства представится как отношение работы силы тяжести

(полезная работа) к работе сил натяжения троса, каждая из которых по модулю равна прикладываемой силе  $F$ :

$$\eta = \frac{mg}{2F} = \frac{mg}{2F} = \frac{100}{110} 0,91 (91\%);$$

17.8. Оценить в сравнении с диаметром среднее расстояние между молекулами в колбе с кислородом (диаметр молекулы  $d_0 \cong 0,35 \text{ нм}$ ) при нормальных условиях.

### Решение

1. Нормальные условия:  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ ,  $T = 273 \text{ К}$ .

2. Объем  $V_0$ , приходящийся на одну молекулу кислорода определим из уравнения состояния, положив  $\nu = 1$  моль, в котором находится  $N_A \cong 6 \cdot 10^{23}$  молекул

$$p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0; \quad \nu = 1 \text{ моль} \quad V_0 = \frac{RT_0}{p_0 N_A} \cong \frac{8,3 \cdot 273}{10^5 \cdot 6 \cdot 10^{23}} \cong 3,8 \cdot 10^{-26} \text{ м}^3;$$

3. Среднее расстояние между молекулами

$$\langle L \rangle \approx \sqrt[3]{V_0} \approx 3,5 \cdot 10^{-9} \text{ м};$$

4. Сравним расстояние между молекулами и их диаметром

$$\zeta = \frac{\langle L \rangle}{d} = 10;$$

17.9. На  $T-V$  диаграмме приведены графики изменения состояния идеального газа. Показать линию, соответствующую изотермическому расширению газа.

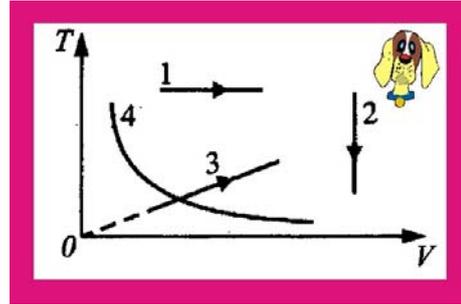


Рис. 17.9. Графики состояния

### Решение

1. Изотермическое расширение протекает при постоянной температуре и увеличении объёма. Этому процессу соответствует прямая 1.

17.10. В таблице приведены температуры плавления и кипения веществ

Вещество	Температура кипения	Вещество	Температура кипения
Эфир	75 °С	Ртуть	234 К
Спирт	78 °С	Нафтплин	353 К

Выбрать нужное утверждение:

1. Температура плавления ртути больше температуры кипения эфира;
2. Температура кипения спирта меньше температуры плавления ртути;
3. Температура кипения спирта больше температуры плавления нафталина;
4. Температура кипения эфира меньше температуры плавления нафталина.

### Решение

1. Выразим температуры в абсолютной шкале температур

Вещество	Температура кипения	Вещество	Температура плавления
Эфир	348 К	Ртуть	234 К
Спирт	351 К	Нафтплин	353 К

2. Сравнение односистемных величин температуры показывает, что верным является только четвёртое утверждение.

17.11. Какая часть теплоты (в%), получаемой при изобарном нагревании идеального одноатомного газа, расходуется на изменение внутренней энергии этого газа?

### Решение

1. Уравнения работы и внутренней энергии при изобарном процессе

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= \nu R \Delta T; \\ \Delta U &= \frac{3}{2} R \Delta T; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \zeta = \frac{\Delta U}{\Delta A} = 1,5;$$

2. На изменение внутренней энергии расходуется в 1,5. раза больше телоты, чем на совершение работы, так как, в соответствии с первым началом термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A; \quad 1 = 0,6 + 0,4,$$

3. На изменение внутренней энергии расходуется 60% подводимой энергии.

17.12. Теплоизолированный сосуд разделён теплоизолированной перегородкой на две равные части. В одной части находится  $m = 40$  г аргона при температуре  $T_{Ar} = 300$  К, а во второй – столько же газа неона при температуре  $T_{Ne} = 600$  К. Какой станет температура после удаления перегородки?

### Решение

1. Для рассматриваемой термодинамической системы должен быть справедлив первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A;$$

2. Поскольку сосуд задан теплоизолированы, то от внешних источников тепло в систему не поступает  $Q = 0$

3. Сосуд фиксированного объёма, поэтому работа не совершается  $A = 0$ .

4. При удалении перегородки будут изменяться только внутренние энергии газов при условии выполнения первого закона термодинамики. У одного из газов внутренняя энергия вырастет, настолько же уменьшится внутренняя энергия второго газа, так что суммарное изменение будет нулевым (источники и стоки тепла отсутствуют)

$$\Delta U = \Delta U_{Ar} + \Delta U_{Ne} = 0;$$

$$\Delta U_{Ar} = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu_{Ar}} R(T - T_{Ar}); \quad \Delta U_{Ne} = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu_{Ne}} (T - T_{Ne});$$

$$\frac{3}{2} \frac{m}{\mu_{Ar}} R(T - T_{Ar}) + \frac{3}{2} \frac{m}{\mu_{Ne}} (T - T_{Ne}) = 0;$$

$$T = \frac{T_{Ar}\mu_{Ne} + T_{Ne}\mu_{Ar}}{\mu_{Ar} + \mu_{Ne}} \cong \frac{300 \cdot 2 \cdot 10^{-2} + 600 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} \cong 500 \text{ К};$$

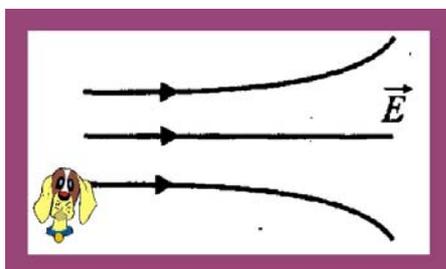


Рис. 17.13.1. Электрическое поле

7.13. Задана картина силовых линий напряжённости электрического поля. Как будет двигаться помещённый в поле металлический шарик?

### Решение

1. Заданное поле неоднородно, густота силовых линий в вертикальной плоскости не одинакова, следовательно поток напряжённости электрического поля в правой и левой части, при прочих равных условиях будет неодинаков, следовательно электризация шарика по поверхности будет не одинаковой, появится разность потенциалов. Слева потенциал будет больше, а справа меньше.

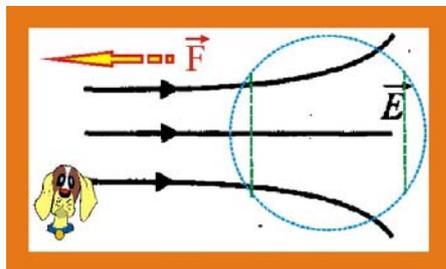


Рис. 17.13.2. Металлический шарик в неоднородном электрическом поле

2. В соответствии со стремлением всех систем, включая электрические, к минимизации энергии, шарик начнёт перемещаться влево, где поле равномерное и разность потенциалов исчезнет.

7.14. Чему равно сопротивление проводника, если при приложении к концам проводника  $U = 120$  В за  $\tau = 15$  мин непрерывной работы на нём выделилось  $Q = 540$  кДж тепла?

**Решение**

1. На основании закона Джоуля – Ленца (Эмилия Христофоровича, между прочим) и закона Ома для участка цепи:

$$Q = IU\tau = \frac{U^2}{R} \tau; \Rightarrow R = \frac{U^2 \tau}{Q} = \frac{1,44 \cdot 10^4 \cdot 900}{5,4 \cdot 10^5} \cong 24 \text{ Ом};$$

17.15. Показаны два способа вращения проволочной рамки в однородном магнитном поле, линии индукции которого входят перпендикулярно плоскости рисунка. Вращение рамки происходит в плоскости вокруг точки А. В каком случае ЭДС индукции будет больше?

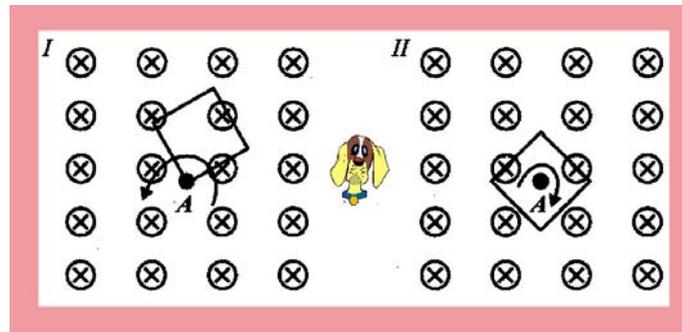


Рис. 17.15. Контур в магнитном поле

**Решение**

1. Закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t},$$

2. Возникновение  $\varepsilon_i$  возможно только для полей с изменяющимся во времени потоком вектора магнитной индукции  $\Phi_B$

$$\Phi_B = BS\cos(\vec{B}; \vec{n}),$$

где  $\vec{n}$  – внешняя нормаль, к контуру,  $S$  – площадь контура,  $B$  – модуль вектора магнитной индукции. Другими словами, Чтобы ЭДС индукции возникла должна меряться во времени одна из трёх физических величин, входящих в уравнение потока.

3. Как видно из приведенной на рис 17.15 схемы, в обоих случаях ни одно из трёх величин, определяющих магнитный поток, не меняется во времени, значит, ЭДС индукции возникать не будет.

17.16. В каком случае заряженная частица не излучает электромагнитные волны?

**Решение**

1. Рассмотрим физические особенности процесса генерирования электромагнитных волн на примере двух проводящих стержней, подключенных к источнику постоянного тока (Рис.17.16.1). Проводящие стержни соединены с источником постоянного тока.

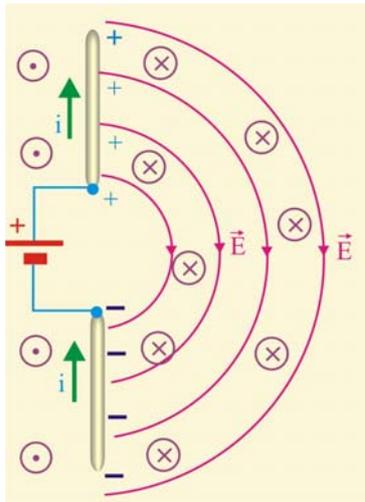


Рис.17.16.1. Образование электромагнитных волн

генератор переменного тока

2. При замыкании ключа верхний стержень приобретает быстро положительный заряд, а нижний – отрицательный. Структура электрического поля показана в виде концентрических окружностей. Во время перемещения зарядов по стержням текут токи, стрелками показано направление движения положительных зарядов. Электрический ток создаёт магнитное поле

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r};$$

3. Линии магнитной индукции этого поля представляют собой концентрические окружности, охватывающие стержни. Представим далее более сложную ситуацию, когда вместо источника постоянного тока в цепи стержней включен

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t).$$

4. Такая конструкция называется электрическим дипольным вибратором. В любой момент времени существует разделение зарядов, что обеспечивает наличие дипольного момента. Так как знак заряда на стержнях будет периодически меняться, то дипольный момент антенны осциллирует (колеблется).

5. В этом случае ток в стержнях будет менять своё направление, следовательно, будет меняться и направления полей, причём ввиду невозможности исчезать мгновенно, линии замыкаются. При замыкании силовых линий образуются контуры, которые продолжают распространяться в окружающем пространстве.

6. В любой точке пространства, таким образом, векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  перпендикулярны друг другу и вектору скорости распространения волны. Модули напряжённости и индукции будут меняться по синусоидальному закону, в соответствии с изменением ЭДС.

$$E = E_y = E_0 \sin \omega t;$$

$$B = B_z = B_0 \sin \omega t;$$

7. Электромагнитные волны являются поперечными, потому что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  лежат в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения.

8. Интересным является и тот факт, что электромагнитные волны образуются колеблющимися зарядами, т.е. **зарядами, движущимися с ускорением**. В этой связи естественно предположить, что всякий движущийся с ускорением заряд излучает электромагнитные волны. Кстати, движение заряда по круговой траектории с постоянной по модулю скоростью, тоже сопровождается излучением электромагнитных волн, потому что

$$\frac{d|\vec{v}|}{dt} = 0; \quad \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0,$$

т.е. скорость, оставаясь по модулю постоянной, меняет своё направление, что вызывает появление нормального ускорения.

9. Таким образом, в соответствии с электродинамикой Максвелла, Герца, Хевисайда не излучают электромагнитные волны только покоящиеся заряды и заряды, движущиеся равномерно и прямолинейно.

17.17. Предмет малых размеров расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии  $d = F/4$  от её оптического центра. Найти размеры изображения предмета, если  $F = 60$  см.

### Решение

1. Если предмет находится между фокусом и линзой (рис. 17.17), то его изображение получается **мнимым, прямым и увеличенным**. Изображение располагается на той же стороне линзы, что и предмет.

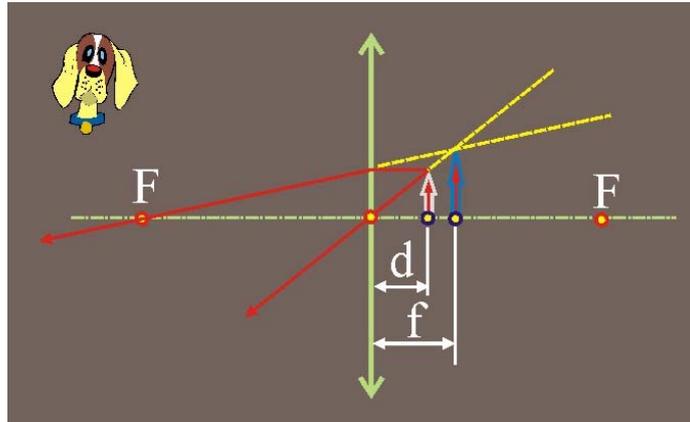


Рис. 17.17. Изображение предмета

2. Используя далее формулу линзы определим положение изображения

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \Rightarrow \frac{1}{15} + \frac{1}{f} = \frac{1}{60}; \Rightarrow f = 20 \text{ см};$$

17.18. Во сколько раз увеличивается полная энергия частицы при движении со скоростью  $v = 0,95c$  ( $c$  – скорость света)?

### Решение

1. Увеличение массы частицы при движении со скоростью  $v$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (0,95)^2}} = 3,2m_0;$$

2. Полная энергия частицы увеличится в 3,2 раза.

17.19. В цепи постоянного тока необходимо изменить сопротивление второго реостата  $R_2$  с таким расчётом, чтобы мощность, выделяющаяся на нём, увеличилась вдвое. Мощность на третьем резисторе  $R_3$  должна остаться при этом неизменной. Как этого добиться, изменив сопротивление первого  $R_1$  и второго  $R_2$  реостатов? Начальное значение сопротивлений реостатов:  $R_1 = 9$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом.

### Решение

1. По условию мощность на третьем реостате должна сохраниться

$$P_3 = IU_3 = I^2R_3;$$

т.е. при постоянстве  $R_3$  должна в цепи сохраняться сила тока, чтобы это сохранялось при изменении величин реостатов  $R_1$  и  $R_2$ , необходимо, чтобы

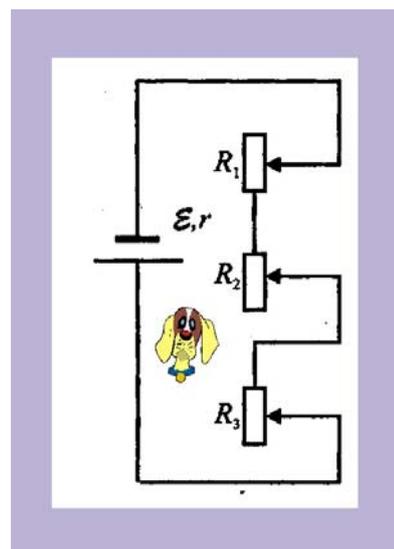


Рис. 17.19. Реостаты

$$R_1 + R_2 = \text{const} = 15 \text{ Ом};$$

2. Для увеличения в два раза выделяющейся мощности на реостате  $R_2$ , необходимо его сопротивление увеличить вдвое

$$R_1^* + 2R_2 = 15; \Rightarrow R_1^* = 15 - 12 = 3 \text{ Ом};$$

3. Сопротивление реостата  $R_2^*$

$$R_2^* = 15 - R_1^* = 12 \text{ Ом}.$$

17.20. Определить длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со скоростью  $v = 1000 \text{ м/с}$ .

### Решение

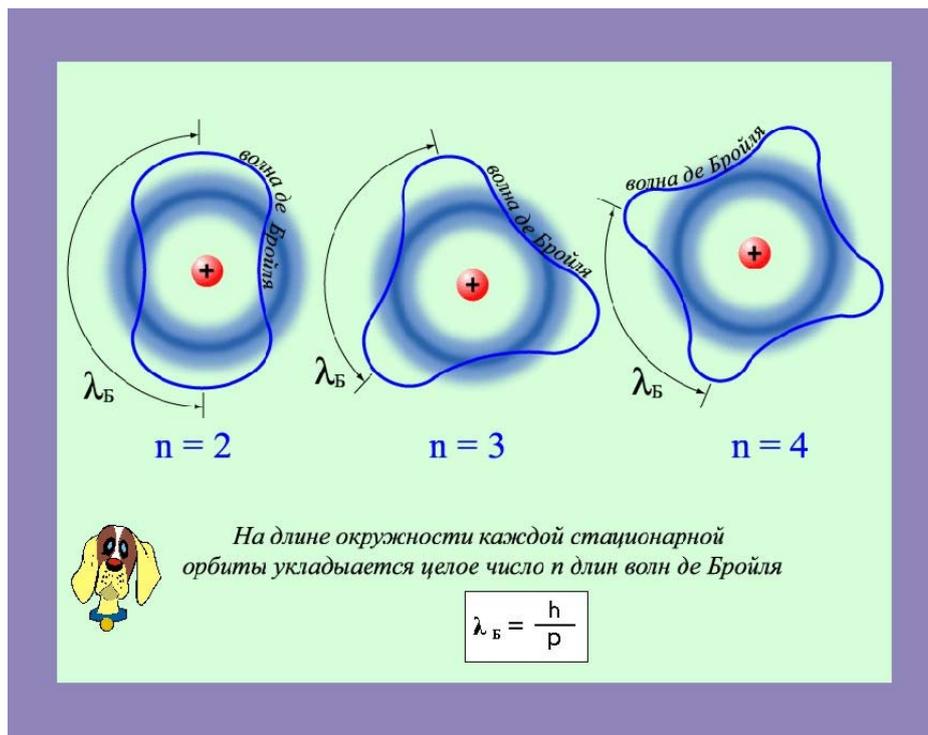


Рис. 17.20. Волны де Бройля в атоме

1. Французский физик Луи де Бройль применил установленные для фотонов особенности корпускулярно-волнового дуализма к прочим частицам, обладающим массой покоя.

2. Если частица обладает энергией  $\varepsilon$  и импульсом  $p$ , то для неё справедливы фотонные соотношения

$$\varepsilon = hv = \frac{hv}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{hv}{\varepsilon} = \frac{hv}{mv^2} = \frac{h}{mv};$$

3. Принимая массу нейтрона равной  $m_n \cong 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ , получим:

$$\lambda_n = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 10^3} \cong 0,394 \text{ нм};$$

17.21. Какое из трёх типов излучения ( $\alpha$  -,  $\beta$  - или  $\gamma$ ) обладает наибольшей проникающей способностью ?

### Решение

1.  $\beta$  – излучение представляет собой поток электронов, ввиду малости массы электрона  $m_e \cong 1 \cdot 10^{-30}$  кг их проникающая способность самая маленькая, задерживаются листом писчей бумаги.

2.  $\alpha$  – излучение является потоком  $\alpha$  – частиц, представляющих собой ядра гелия их масса много больше массы электронов, поэтому и проникающая способность выше.

3.  $\gamma$  – излучение представляет собой электромагнитные волны с сверхмалыми длинами, порядка  $\lambda < 5 \cdot 10^{-11}$  м,  $\gamma$  – излучение, являющееся потоком высокоэнергетичных фотонов, обладает огромной проникающей способностью.

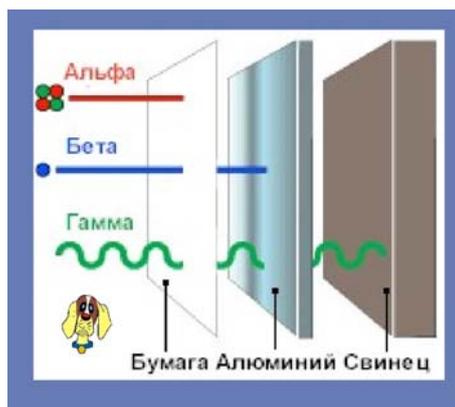


Рис. 17.21. Проникающая способность

17.22. Что происходит с величиной полной энергии нескольких свободных покоящихся протонов и нейтронов в результате их соединения в одно атомное ядро?

### Решение

1. Полная энергия при образовании в ядре нуклона будет меньше энергии отдельных частиц за счёт дефекта массы

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}},$$

где  $Z$  – зарядовое число ядра, равное по модулю суммарному заряду всех орбитальных электронов,  $A$  – массовое число ядра,  $(A - Z) = N_n$  – число нейтронов в ядре.

2. При распаде любого ядра выделяется энергия, за счёт того что существует дефект масс.

17.23. Дан график зависимости максимальной кинетической энергии  $\varepsilon_e$  фотоэлектронов от частоты фотонов, падающих на поверхность катода. Определить работу выхода электронов.

### Решение

1. Кинетическая энергия фотоэлектронов становится равной нулю при частоте падающего света  $\nu \cong 2,5 \cdot 10^4$  Гц, что соответствует красной границе фотоэффекта, т.е.

$$h\nu = A;$$

$$A = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^4 \cong 1,65 \cdot 10^{-29} \text{ Дж};$$

$$A \cong 1 \cdot 10^{-10} \text{ эВ}.$$

2. Такой работы выхода быть не может, поэтому, очевидно частоту необходимо умножить не на  $10^4$ , а на  $10^{14}$ . Частота  $10^4$  Гц соответствует звуковому диапазону. Какой фотоэффект? Это прямо вселенская катастрофа какая-то!

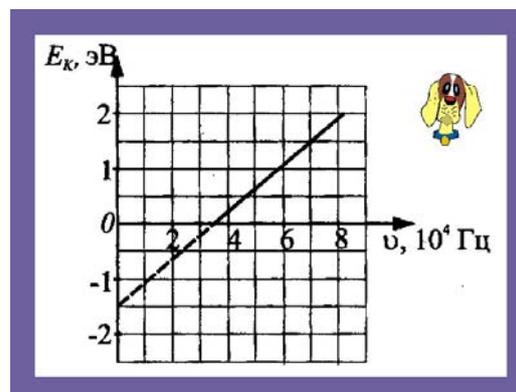


Рис. 17.23. Энергия фотоэлектронов

17.24. Для определения внутреннего сопротивления источника тока его ЭДС измерялась высокоточным вольтметром, а ток короткого замыкания – амперметром, имеющим погрешность  $\Delta A = 8\%$ . Измерения показали, что  $\varepsilon = 4,5$  В,  $I = 3,5$  А. Далее, пользуясь уравнением  $r = \varepsilon/I$  вычислили внутреннее сопротивление и записали ответ в виде. Правильно ли записан результат?

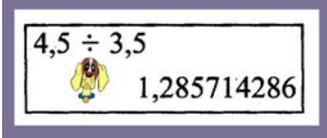


Рис. 17.24. Запись результата вычисления

### Решение

1. Полагая, что вольтметр погрешностей не вносит, определим погрешность амперметра

$$\Delta I = 3,5 \cdot 0,08 = 0,28 \text{ А}; \quad \delta \cong \pm 0,14 \text{ А};$$

7. Более рациональная запись результата

$$r = (1,3 \pm 0,14) \text{ Ом}.$$

2.25. Лёгкий шарик погрузили на дно сосуда с водой и отпустили. Шарик менял свою вертикальную координату (начала системы отсчёта находится на дне) во времени в соответствии с приведённым графиком. Описать изменение кинематических параметров движения шарика.

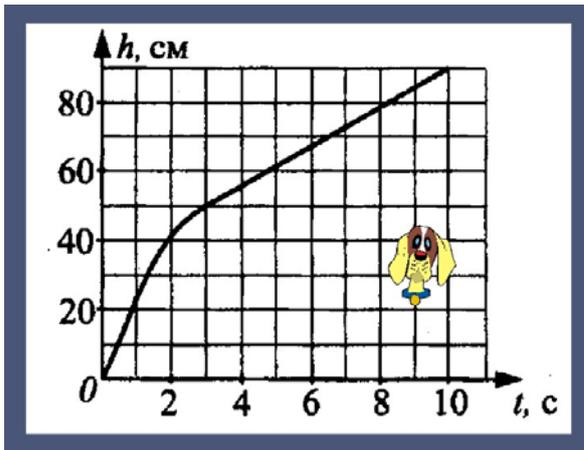


Рис. 17.25. Всплытие шарика

### Решение

1. В течение времени  $0 - 2$  с вертикальная координата шарика изменяется с течением времени нелинейно, что говорит о наличии некоторого ускорения, скорость увеличивается, но одновременно со скоростью растёт и сила сопротивления. Если это происходит в маловязкой жидкости, то справедлив закон Стокса

$$R = 6\pi\eta r v,$$

где  $R$  – сила сопротивления,  $\eta$  –

динамическая вязкость,  $r$  – радиус шарика,  $v$  – скорость всплытия.

2. Начиная с  $\tau = 3$  с наступает баланс между силой тяжести, силой Архимеда и силой сопротивления. Линейное изменение координаты во времени говорит о постоянстве скорости шарика.

## Вариант № 18

### Часть А

18.1. Две материальные точки движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями  $v_1 = 3$  м/с и  $v_2 = 4$  м/с. Определить их относительную скорость.

#### Решение

1. Геометрически модуль относительной скорости точек будет представлять собой диагональ параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

18.2. Чему равно центростремительное ускорение поезда, движущегося по закруглению радиусом  $r = 800$  м со скоростью  $v = 20$  м/с?

#### Решение

1. Нормальное (центростремительное) ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = 0,5 \frac{\text{М}}{\text{с}^2};$$

18.3. В инерциальной системе отсчёта сила  $F$  сообщает телу массой  $m$  ускорение  $a$ . Как надо изменить силу, чтобы при уменьшении массы тела вдвое, его ускорение стало в 4 раза больше?

#### Решение

1. В инерциальных системах отсчёта, которые движутся равномерно и прямолинейно, либо покоятся, должен выполняться второй закон Ньютона

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = m\vec{a}; \\ \vec{F}_x = \frac{m}{2}4\vec{a}; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{\vec{F}_x} = \frac{1}{2}; \quad \vec{F}_x = 2F;$$

18.4. Брусок равномерно движется по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения скольжения  $\mu = 0,3$ . Модуль силы трения  $F_R = 1,8$  Н. Какова масса бруска?

#### Решение

1. Пусть на шероховатой поверхности в состоянии относительного покоя находится тело массой  $m$  произвольной формы (рис. 18.4.1). Сила тяжести  $m\vec{g}$  в данном случае уравнивается нормальной реакцией связи

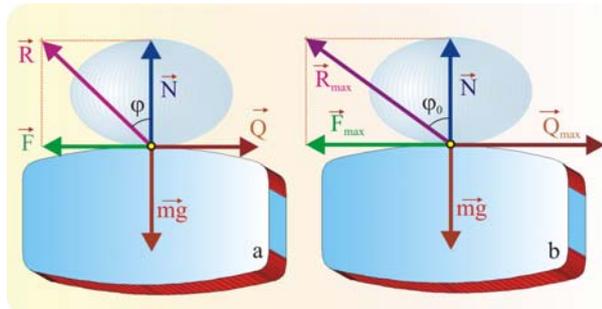


Рис. 18.4.1. Тело на шероховатой поверхности

$\vec{N}$ . Если приложить в общей точке поверхности и тела силу  $\vec{Q}$ , линия действия которой лежит в касательной плоскости, то состояние покоя не нарушится. Это говорит о том, что реакция опорной поверхности не сводится только к  $\vec{N}$ , если бы это было так, то малая по величине сила  $\vec{Q}$  нарушила бы состояние равновесия. На это указывает и повседневный опыт.

2. Чтобы сдвинуть тело с места, нужно приложить силу, превосходящую некоторое значение  $\vec{Q}_{\max}$ .

3. Таким образом, получается, что помимо нормальной реакции связи к телу приложена ещё одна реакция связи  $\vec{F}$ , которая называется силой трения скольжения

До момента возникновения скольжения тела по плоскости будет иметь место равенство

$$\vec{F} + \vec{Q} = 0.$$

4. Это уравнение, в частности показывает, что величина силы  $\vec{F}$  будет изменяться от нуля до некоторого максимального значения  $\vec{F}_{\max}$ , соответствующего моменту наступления относительного скольжения (рис 18.4.1, b). Величина  $\vec{F}_{\max}$  является мерой сопротивления скольжению данного тела по поверхности, которая рассматривается в качестве силы трения.

Существует три правила, которыми руководствуются при решении прикладных задач, связанных с анализом сил трения:

- Сила трения скольжения направлена всегда в сторону, противоположную возможному относительному перемещению соприкасающихся тел.
- Сила трения скольжения в состоянии покоя не может превосходить по модулю максимального значения  $\vec{F}_{\max}$ .
- Модуль максимальной силы трения скольжения прямо пропорционален нормальной величине давления одного тела на другое, т.е. нормальной силе реакции связи

$$F_{\max} = \mu_0 N,$$

где  $\mu_0$  – коэффициент трения скольжения в покое.

5. Коэффициент трения представляется безразмерной величиной, зависящей от физических свойств и состояния поверхностей, трущихся поверхностей. Коэффициент трения скольжения, как правило, не зависит от величины нормального давления и площади соприкасающихся поверхностей. Для абсолютно гладких поверхностей коэффициент трения равен нулю. Для всех тел, обладающих реальными физическими свойствами, коэффициент трения скольжения находится в пределах

$$0 < \mu_0 < 1.$$

Из последнего уравнения следует, что

$$F \leq F_{\max}, \quad \text{или} \quad F \leq \mu_0 N,$$

знак равенства относится к моменту времени, когда тело будет находиться на грани перемещения.

6. Возвращаясь к рис. 18.4.1, необходимо отметить, что суммарная реакция связи шероховатой поверхности изобразится силой  $\vec{R}$ , которая представляется в виде геометрической суммы нормальной реакции  $\vec{N}$  и силы  $\vec{F}$ . Угол между

направлением нормальной реакции  $\vec{N}$  и  $\vec{R}$ , т.е. угол  $\varphi$ , называется углом трения, он будет меняться от нулевого до некоторого максимального значения  $\varphi_0$ , при этом

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{F_{\max}}{N}, \Rightarrow \mu_0 = \operatorname{tg}\varphi_0.$$

7. Предположим далее, что тело начинает скользить по шероховатой поверхности со скоростью  $v$ . При равномерном движении действующая сила  $Q$  автоматически уравнивается силой трения. Если равновесия между этими силами нет, движение будет ускоренным.

8. Величина силы трения зависит от скорости, что представлено зависимостью на рис. 18.4.2 (кривая 1). График, в частности показывает, что знаки скорости и силы трения всегда противоположны. При равенстве скорости нулю, зависимость вырождается в вертикальную прямую линию. Сила трения покоя может принимать значения от  $F_{\max}$  до  $-F_{\max}$ . Обсуждаемая закономерность была экспериментально получена Кулоном (1736 – 1806), который установил, что зависимость  $F_{\tau} = f(v)$  выражена слабо, т.е. когда не требуется большой точности, то такой зависимостью пренебрегают, в этом случае зависимость принимает вид, представленный на рис. 18.4.2 (кривая 2).

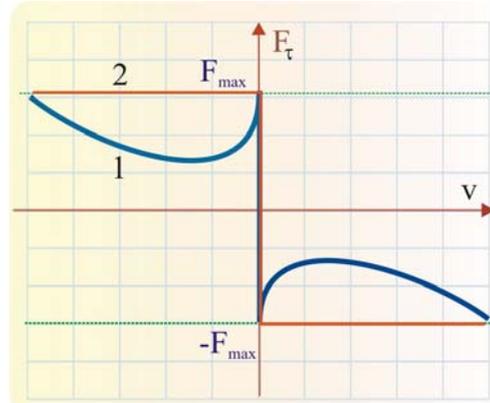


Рис. 18.4.2. Зависимость силы трения от скорости перемещения

9. Возвращаясь к условию задачи, запишем:

$$|\vec{F}_R| = \mu N = \mu mg; \Rightarrow m = \frac{|\vec{F}_R|}{\mu g} = 0,6 \text{ кг};$$

18.5. Яйцо, погруженное в сильно солёную воду, может находиться в состоянии безразличного равновесия (взвешенное состояние), благодаря тому, что:

1. Плотность солёной воды меньше средней плотности яйца;
2. Плотность солёной воды больше средней плотности яйца;
3. Равнодействующая всех сил, приложенных к нему равна нулю;
4. На яйцо не действуют никакие силы.

### Решение

1. К яйцу приложены две силы вдоль одной линии, сила тяжести приложена в центре масс яйца и сила Архимеда, приложенная к центру объёма вытесненной яйцом воды. Безразличное равновесие случается тогда, когда модули этих двух сил одинаковы, а направление противоположно

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0;$$

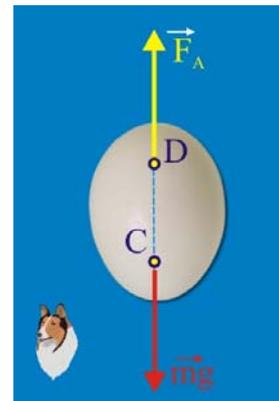


Рис. 18.5. Безразличное равновесие яйца в воде

18.6. Мальчик массой  $M = 50$  кг, стоя на гладкой поверхности, бросает груз массой  $m = 8$  кг под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту со скоростью  $v = 5$  м/с. Какую скорость  $u$  приобретет мальчик?

### Решение

1. Проанализируем внешние силы: сила тяжести и нормальная реакция связи направлены перпендикулярно направлению возможного перемещения тела, поэтому их работа на любом перемещении будет равна нулю, в связи с чем из дальнейшего рассмотрения можно исключить. Изменение состояния системы мальчик – камень происходит под действием внутренних сил, поэтому импульс системы должен сохраняться:

$$Mu = mv \cos \alpha; \Rightarrow u = \frac{mv \cos \alpha}{M} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 0,5}{50} = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

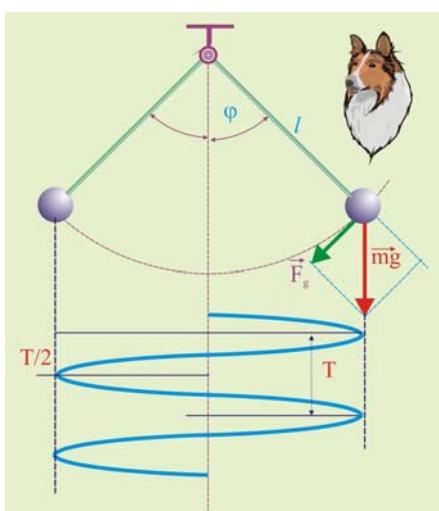


Рис. 18.7. Математический маятник

18.7. За какую часть периода  $T$  шарик математического маятника проходит путь от левого крайнего положения до правого крайнего положения?

### Решение

1. Математический маятник совершает гармонические колебания. Если шарик маятника отвести на малый угол вправо и отпустить (рис. 18.7), то уравнение его движения можно представить в

$$\varphi(t) = \varphi_m \cos \omega t,$$

где  $\varphi_m$  – амплитудное значение угла отклонения,  $\omega$  – циклическая частота собственных колебаний маятника

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}};$$

2. Путь от крайнего правого положения до крайнего левого положения шарик маятника пройдет за половину периода.

18.8. Брусок массой  $M = 0,3$  кг соединён с грузом массой  $m = 0,2$  кг невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через идеальный блок. Брусок скользит без трения по закреплённой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 60^\circ$ . Чему равно ускорение бруска

### Решение

1. Груз  $m$  будет опускаться вниз при векторном условии

$$|m\vec{g}| > M\vec{g} \sin \alpha;$$

или в скалярной форме

$$mg > Mg \sin \alpha;$$

$$m > M \sin \alpha; \quad 0,2 < 0,3 \cdot 0,87,$$

т.е. груз будет подниматься, а бру-

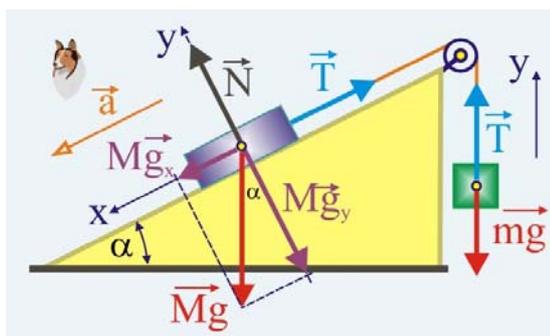


Рис. 18.8. Наклонная плоскость

сок скользить вниз по плоскости.

2. Составим уравнения второго закона Ньютона в проекции на выбранные оси (рис. 18.8)

$$\left. \begin{aligned} Mg \sin \alpha - T &= Ma; \\ T - mg &= ma; \end{aligned} \right\}$$

откуда:

$$T = m(g + a);$$

$$Mg \sin \alpha - m(g + a) = Ma; \Rightarrow a = \frac{g(M \sin \alpha - m)}{M + m} \cong 1,22 \frac{M}{c^2};$$

18.9. Давление, равное  $p_0 = 10^5$  Па, создаётся молекулами с массой  $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$  кг, концентрация молекул  $n = 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . Определить среднюю квадратичную скорость молекул

### Решение

1. Определим температуру газа

$$p_0 = nk_B T; \Rightarrow T = \frac{p_0}{nk_B} \cong \frac{10^5}{10^{25} \cdot 1,4 \cdot 10^{-23}} \cong 714 \text{ К};$$

2. Средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} \cong \sqrt{\frac{3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 714}{3 \cdot 10^{-26}}} \cong 10^3 \frac{M}{c};$$

18.10. На графике приведены кривые нагревания двух кристаллических веществ одинаковой массы при одинаковой мощности подвода тепла. Каково отношение удельной теплоты плавления второго вещества к удельной теплоте плавления первого вещества?

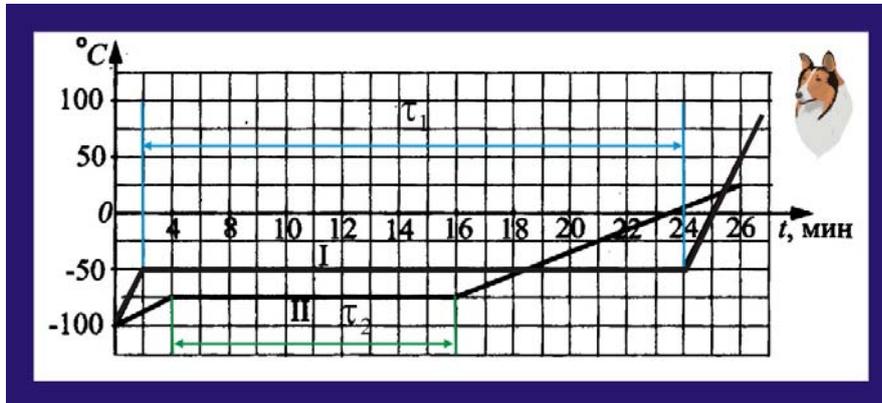


Рис. 18.10. Плавление веществ

### Решение

1. При одинаковой мощности источников тепла для процесса плавления, протекающего для первого тела  $\tau_1 \cong 38$  м (2380 с), для второго тела —  $\tau_2 \cong 20$  (1200 с) минут, уравнения процессов представляются следующим образом

$$\left. \begin{aligned} N\tau_1 &= m\lambda_1; \\ N\tau_2 &= m\lambda_2; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cong 0,5;$$

18.11. Латунный цилиндр массой  $m_1 = 0,2$  кг, нагретый до температуры  $t_1 = 85$  °С, опущен в холодную воду с температурой  $t_2 = 20$  °С и массой  $m_2 = 0,1$  кг. Конечная температура латунного цилиндра и воды оказалась равной  $\theta = 30$  °С. Чему приблизительно равна удельная теплоёмкость латуни  $c_1$ ?

### Решение

1. Уравнение теплового баланса, соответствующее нагреванию воды и охлаждению латунного цилиндра

$$c_1 m_1 (t_1 - \theta) = c_2 m_2 (\theta - T_2);$$

2. Считая удельную теплоёмкость воды  $c_2$  известной, определим удельную теплоёмкость латуни

$$c_1 = \frac{c_2 m_2 \Delta t_2}{m_1 \Delta t_1} \cong 381 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{С}};$$

18.12. Приведены графики двух циклических процессов, лежащих в основе работы тепловых машин А и В. Что можно сказать о соотношении их КПД?

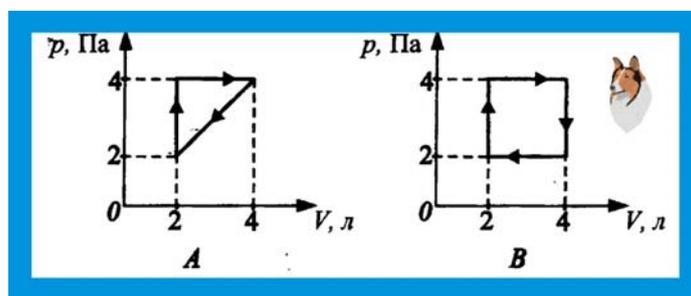


Рис. 18.12. Циклы тепловых машин

### Решение

1. Работа при выполнении замкнутого идеального цикла в  $p - V$  координатах численно равна площади фигуры образованной изопроцессами. В данном случае площадь фигуры В в два раза больше площади фигуры А (пределы изменения давления и объёма в обоих случаях одинаковы), поэтому:

$$\eta_B > \eta_A \neq 0;$$

18.13. Два положительных точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$  находятся на некотором расстоянии друг от друга. Заряды привели в соприкосновение и разнести на прежнее расстояние. Как изменится сила их взаимодействия?

### Решение

1. После соприкосновения величина каждого заряда будет одинаковой и станет равной:

$$q_0 = \frac{q_1 + q_2}{2};$$

2. Силы Кулона определяются в этом случае как:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \xi \frac{q_1 q_2}{r^2}; \\ F_2 &= \xi \frac{\frac{q_1 + q_2}{2} \cdot \frac{q_1 + q_2}{2}}{r^2}; \end{aligned} \right\} \frac{q_1 + q_2}{2} \cdot \frac{q_1 + q_2}{2} > q_1 q_2; \Rightarrow F_2 > F_1;$$

18.14. Чему равно сопротивление проводника, если в течение  $\tau = 15$  мин в нём выделяется  $Q = 810$  кДж тепла, при разности потенциалов на концах проводника  $U = 120$  В?

**Решение**

1. В соответствие с законом Джоуля – Ленца и закона Ома для участка цепи:

$$Q = IU\tau = \frac{U^2\tau}{R}; \Rightarrow R = \frac{U^2\tau}{Q} = \frac{1,44 \cdot 10^4 \cdot 9 \cdot 10^2}{8,1 \cdot 10^5} \cong 16 \text{ Ом};$$

18.15. Электрон и  $\alpha$  – частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции со скоростями  $2v$  и  $v$  соответственно. Найти отношение модулей сил, действующих на частицы со стороны магнитного поля.

**Решение**

1. На движущиеся в магнитном поле частицы действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}); \quad |\vec{F}_L| = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B}); \quad \sin(\vec{v}; \vec{B}) = 1,$$

которая не зависит от массы частиц, а определяется в данном случае зарядом.

2. Будем считать, что электрон обладает одной условной единицей заряда (знак заряда не имеет значение, т.к. речь идёт о модулях сил), а  $\alpha$ –частица двумя условными зарядами (ядро гелия), тогда уравнения силы Лоренца примут вид:

$$\left. \begin{aligned} F_e &= q2vB; \\ F_\alpha &= 2qvB; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{F_e}{F_\alpha} = 1;$$

18.16. Один раз полосовой магнит падает сквозь неподвижное металлическое кольцо южным полюсом вниз, второй раз – северным полюсом вниз. В каком случае падения будет возникать ток в кольце?

**Решение**

1. Магнитное поле полосового магнита не однородно в его горизонтальных сечениях (рис. 18.16), густота линий магнитной индукции в области торцов выше чем в среднем сечении магнита.

2. Поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через кольцо площадью  $S$  определится как:

$$\Phi_B = BS \cos(\vec{B}; \vec{n}),$$

в данном случае  $B=f(t)$ , то обоих случаях падения магнита

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} > 0;$$

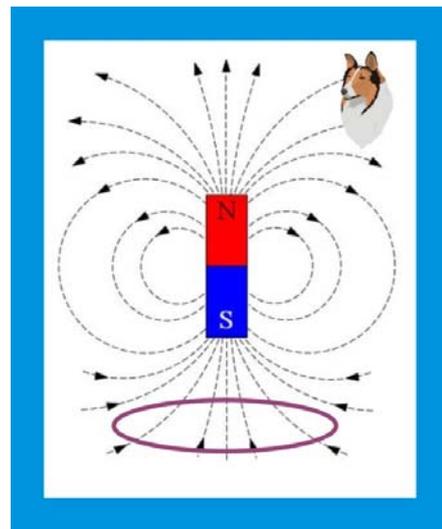


Рис. 18.16. Падение магнита

18.17. Оптическая сила тонкой линзы  $D = 5$  дптр. Предмет расположен на расстоянии  $d = 0,5$  м от линзы. Каким будет изображение предмета?

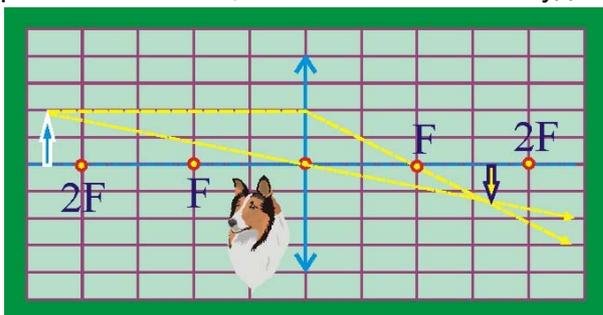


Рис. 18.17. Построение изображения

### Решение

1. Фокусное расстояние линзы

$$D = \frac{1}{F}; \Rightarrow F = \frac{1}{D} = 0,2 \text{ м},$$

т.е. предмет расположен за двойным фокусным расстоянием, следовательно (рис. 18.17) изображение предмета будет действительным уменьшенным.

18.18. В инерциальной системе отсчёта находится неподвижный источник света  $S_1$  и два источника  $S_2, S_3$ , движущиеся с постоянными одинаковыми скоростями  $v$  относительно неподвижного наблюдателя. Какая скорость света будет восприниматься от каждого источника неподвижным наблюдателем?

### Решение

1. Кто же на самом деле разработал теорию относительности? Дело в том, что Хендрик Лоренц, Оливер Хевисайд и Анри Пуанкаре стояли у истоков теории относительности и еще за долго до Эйнштейна сформулировали принцип относительности, вытекающий из преобразований Лоренца, созданных им для совмещения электродинамической теории Максвелла, Герца, Хевисайда с принципом относительности Галилея.

2. Основное уравнение СТО  $E = mc^2$  было записано Оливером Хэвисайдом за 12 лет до того, как им воспользовался гений всех времён и одного народа.

3. Взятый ниоткуда в физических кругах, Эйнштейн очень долго отрицал всякое знакомство с трудами Пуанкаре. В его многочисленных научных работах (30 книг и 500 статей) нет даже ссылок или упоминаний имен гениальных предшественников. Впрочем и Нобелевскую премию Эйнштейн получил за явление, открытое Александром Григорьевичем Столетовым и подробно исследованное и описанное Генрихом Герцем, за внешний фотоэффект.

4. Преобразования Лоренца были корректны при постоянстве скорости света и принятие этой скорости в вакууме как максимально возможной в природе. По той гипотезе, применительно к рассматриваемой задаче, неподвижным наблюдателем скорость от всех трёх источников будет восприниматься как  $c \cong 3 \cdot 10^8$  м/с.

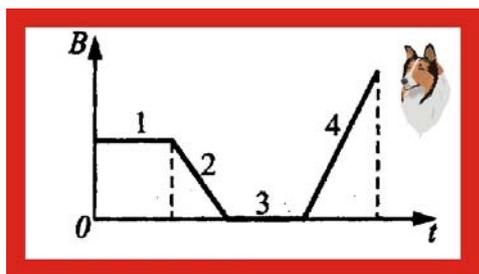


Рис. 18.19. Зависимость  $B = f(t)$

18.19. Виток провода находится в магнитном поле и своими концами замкнут на амперметр. Плоскость витка перпендикулярна вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Изменение магнитной индукции поля с течением времени приведено на рис. 18.19. В какие промежутки времени в контуре будет возникать индукционный ток?

### Решение

1. Магнитный поток через контур определится как:

$$\Phi_B = BS \cos(\vec{B}; \vec{n});$$

2. Возникновение ЭДС индукции определяется законом Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} > 0,$$

т.е. индукционный ток будет возникать только в областях переменного магнитного потока, на участках графика 2 и 4.

---

18.20. Красная граница фотоэффекта определяется:

1. Частотой падающего света;
2. Свойством вещества фотокатода;
3. Интенсивностью падающего света;
4. Длиной волны падающего света?

### Решение

1. Красная граница фотоэффекта определяется величиной работы выхода

$$h\nu = \frac{m_e v^2}{2} + A; \quad \frac{m_e v^2}{2} = 0; \quad \Rightarrow \quad \nu_0 = \frac{A}{h},$$

другими словами, красная граница определяется физическими свойствами вещества фотокатода.

---

18.21. В начальный момент времени было 4000 атомных ядер изотопов с периодом полураспада  $T_{1/2} = 5$  минут. Определить число ядер, распавшихся за  $\tau = 20$  минут.

### Решение

1. За первые пять минут в соответствии с законом радиоактивного распада распадётся половина ядер, т.е.  $N_{1/2} = 2000$ , за последующие 5 минут – ещё 1000 ядер, потом – 500 и наконец, через последнюю пятиминутку останется нераспавшимися 250 ядер, т.е. за двадцать минут, соответствующие четырём полупериодам, всего распадётся  $4000 - 250 = 3750$  ядер изотопа.

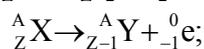
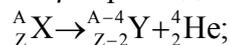
---

18.22. Элемент  ${}^A_Z X$  испытал два  $\alpha$  – распада и один  $\beta$  – распад. Ядро нового химического элемента Y обозначается как:

$$1) \quad {}^{A-8}_{Z-2} Y; \quad 2) \quad {}^{A-4}_{Z-3} Y; \quad 3) \quad {}^{A-8}_{Z-3} Y; \quad 4) \quad {}^{A-4}_{Z-2} Y;$$

### Решение

1. Правило смещения для  $\alpha$  – и  $\beta$  – распада



2. После двух  $\alpha$  – распадов и одного  $\beta$  – распада

$$A_Y = A_X - 8; \quad Z_Y = Z_X - (4 - 1) = Z_X - 3;$$

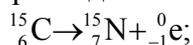
3. Символика нового элемента  ${}^{A-8}_{Z-3} Y$ .

---

18.23. Нагретый газ углерода  $^{15}_6\text{C}$  излучает свет. Этот изотоп испытывает  $\beta$  – распад с периодом полураспада  $T_{1/2} = 2,5$  с. Как изменится спектр испускания за  $\tau = 5$  с?

### Решение

1. Правило смещения при  $\beta$  – распаде



показывает, что в результате распада образуются ядра изотопа азота.

2. Время  $\tau = 5$  с соответствует двум периодам полураспада, т.е.  $(0,5 + 0,25)$ , к этому времени распадётся  $N_\tau = 0,75N_0$  исходного числа ядер, 25% ядер изотопа углерода останется.

3. В спектре излучения линии углерода станут менее интенсивными, а появившиеся линии изотопа азота.

18.24. Длина волны де Бройля для электрона больше, чем для  $\alpha$  – частицы. Импульс какой частицы больше?

### Решение

1. В соответствии с гипотезой де Бройля с каждым микрообъект характеризуется корпускулярными свойствами – энергией и импульсом и волновыми свойствами – частотой и длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}; \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda};$$

2. У  $\alpha$  – частицы импульс будет больше.

18.25. Задан график зависимости фототока  $I$  в фотоэлементе от приложенного к нему напряжения  $U$ , полученный Александром Григорьевичем Столетовым. Если начать уменьшать частоту падающего на катод света при сохранении интенсивности, то:

- 1) Верхняя часть графика, показывающая запирающее напряжение, сместится влево;
- 2) Нижняя часть графика, показывающая запирающее напряжение, сместится вправо;
- 3) Верхняя часть графика, показывающая силу тока насыщения сместится вверх;
- 4) Верхняя часть графика, показывающая силу тока насыщения сместится вниз;

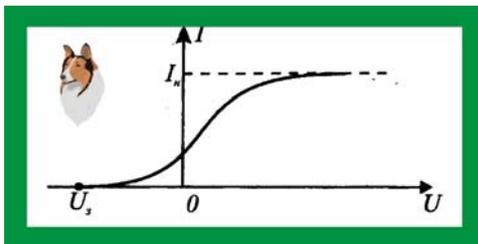


Рис. 18.25. График А.Г. Столетова

### Решение

1. Уравнение Герца для фотоэффекта

$$h\nu = \frac{m_e v^2}{2} + A; \quad eU_3 = h(\nu - \nu_0),$$

где  $\nu$  – рабочая частота,  $\nu_0$  – частота соответствующая красной границе фотоэффекта,  $U_3$  – запирающее напряжение.

2. Уменьшение рабочей частоты приведёт к уменьшению  $U_3$ , т.е. смещению точки  $U_3$  вправо.

## Вариант № 19

### Часть А

19.1. Ведро воды выставлено под вертикальный дождь. Как изменится скорость наполнения ведра, если подует ветер?

#### Решение

1. Масса жидкости, попадающей в ведро в единицу времени не изменится, потому что, несмотря на уменьшение сечения потока

$$s_1 = s \cdot \cos \alpha,$$

скорость капель возрастёт (рис. 18.1)

$$v_1 = \frac{v}{\cos \alpha}.$$

2. Другими словами, скорость наполнения ведра зависит только от вертикальной составляющей скорости дождевых капель, величину которой ветер, по известным причинам изменить не может.

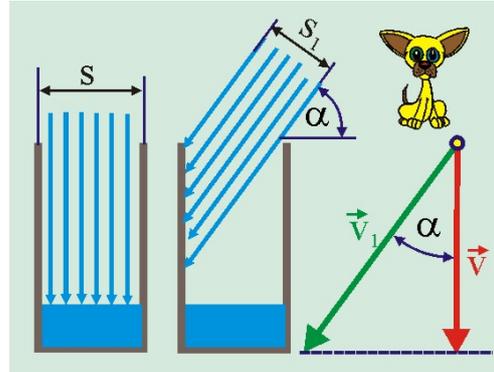


Рис. 19.1. Дождь и ведро

18.2. Движение материальной точки по окружности с постоянной по величине скоростью следует считать:

1. Равноускоренным;
2. Равномерным;
3. Движение при котором  $\vec{a} = \text{const}$  ;
4. Движением с переменным ускорением.

#### Решение

1. В общем случае движения точки по круговой траектории с переменной скоростью полное ускорение точки определяется в виде векторной суммы нормального (центростремительного) и тангенциального (касательного) ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau;$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2};$$

2. Для заданного в задаче условия  $|\vec{v}| = \text{const}$  тангенциальное ускорение равно нулю, поэтому

$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r} = \text{const};$$

Материальная точка движется равноускоренно.

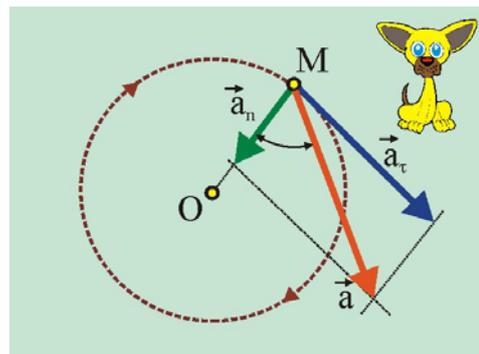


Рис. 19.2. Движение по окружности

19.3. В инерциальной системе отсчёта сила  $F_1$  сообщает телу массой  $m_1$  ускорение  $a_1$ . Как надо изменить массу тела, чтобы вдвое большая сила сообщила ему в 4 раза меньшее ускорение?

### Решение

1. Поскольку система отсчёта инерциальная, т.е. либо движется с постоянной скоростью прямолинейно, либо покоится, то должен выполняться второй закон Ньютона

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= m_1 a_1; \\ 2F_1 &= m_2 \frac{a_1}{4}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_2 = 8m_1;$$

19.4. На обледеневшем участке шоссе коэффициент трения между колесами и дорогой в десять раз меньше, чем на не обледеневшем. Во сколько раз нужно уменьшить скорость автомобиля, чтобы тормозной путь на обледеневшем участке шоссе остался прежним?

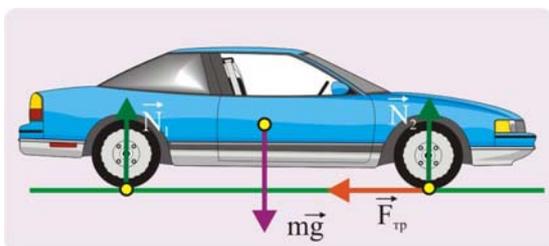


Рис. 19.4. Торможение автомобиля

### Решение

1. Внешней силой при движении автомобиля является сила трения  $F_{\text{тр}} = \mu mg$ , поэтому без учёта сопротивления со стороны воздуха, динамическое уравнение движения имеет вид

$$\mu mg = ma, \Rightarrow a = \mu g.$$

2. Кинематические уравнения движения в данном случае представляются следующим образом

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 - at, \\ x &= v_0 t - \frac{at^2}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g}.$$

3. При подстановке во второе уравнение системы значений ускорения и времени, получим уравнение тормозного пути автомобиля

$$x = \frac{v_0^2}{\mu g} - \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g},$$

откуда

$$v_0 = \sqrt{2\mu gx},$$

4. Очевидно, что при неизменности  $x$  и уменьшении  $\mu$  в десять раз, скорость необходимо уменьшить в  $\sqrt{10}$  раз, т.е.

$$v_1 = v_0 / \sqrt{10} \cong v_0 / 3,16 \cong 0,316v_0.$$

19.5. Масса воздушного шара вместе с канатом, волочащимся по земле, равна  $m$ ; выталкивающая сила, действующая на шар, равна  $F$ ; коэффициент трения каната о землю равен  $\mu$ . Сила сопротивления воздуха, действующая на шар, пропорциональна квадрату скорости шара относительно воздуха:  $f = kv^2$ . Найдите скорость шара относительно земли, если дует горизонтальный ветер со скоростью  $u$ .

**Решение**

1. Отбрасывая наложенные связи и заменяя их реакциями, будем рассматривать шар в виде свободной материальной точки. Нормальная реакция связи в этом случае определится как:

$$N = mg - F,$$

сила трения каната о поверхность земли будет равна

$$F_{\text{тр}} = \mu(mg - F).$$

2. Поскольку шар движется равномерно, то сумма проекций сил на направление перемещения должна быть равной нулю

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_{ix} = 0, \quad \mu(mg - F) = \alpha v^2,$$

откуда, относительная скорость шара  $v_r$  (относительно воздуха)

$$v_r = \sqrt{\mu/\alpha(mg - F)}.$$

3. Абсолютная скорость (относительно земли) запишется в виде разности

$$v = u - \sqrt{\mu/\alpha(mg - F)}.$$

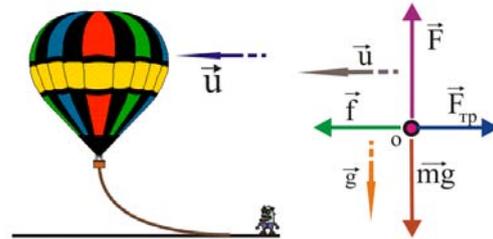


Рис. 19.5. Воздушный шар

19.6. Вертолёт массой  $m = 2 \cdot 10^3$  кг находится на высоте  $h_1 = 20$  м. На какой высоте энергия вертолёта возрастёт на  $\Delta\Pi = 6 \cdot 10^5$  Дж?

**Решение**

1. Определим потенциальную энергию вертолёта на высоте  $h_1$

$$\Pi_1 = mgh_1;$$

2. Потенциальная энергия вертолёта на высоте  $h_2$

$$\Pi_2 = mgh_2;$$

3. Изменение потенциальной энергии

$$mgh = mg(h_1 + \Delta\Pi); \quad h = h_1 + \frac{\Delta\Pi}{mg};$$

$$h \cong 20 + \frac{6 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^4} \cong 50 \text{ м}.$$

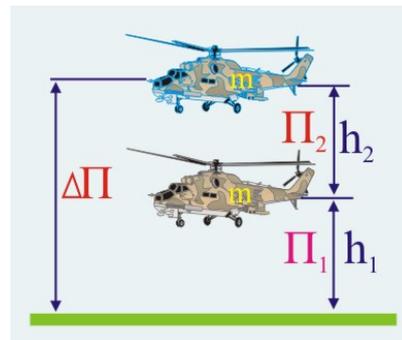


Рис. 19.6. Энергия вертолёта

19.7. Если на некоторой планете период колебаний секундного земного маятника окажется равным 2 с, то каково на этой планете ускорение свободного падения?

### Решение

1. Составим систему из уравнений периодов колебаний маятников на Земле и на планете

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_1}}; \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_2}}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}; \quad \frac{1}{4} = \frac{g_2}{g_1}; \quad g_2 = \frac{g_1}{4} \cong 2,5 \frac{\text{М}}{\text{с}^2};$$

19.8. К пружине динамометра длиной  $x = 5$  см подвешен груз массой  $m_1 = 0,1$  кг, при этом пружина удлинится  $\Delta x = 2,5$  см. Каким будет удлинение пружины если добавить ещё два груза по  $m_1 = 0,1$  кг?

### Решение

1. Определим коэффициент жёсткости пружины, воспользовавшись законом Гука

$$k = \frac{m_1 g}{\Delta x_1} \cong 40 \frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

2. Удлинение пружины при подвешивании трёх одинаковых грузов

$$3m_1 g = k \Delta x_2; \quad \Rightarrow \quad \Delta x_2 = \frac{3m_1 g}{k} \cong \frac{3 \cdot 0,1 \cdot 10}{40} \cong 7,5 \text{ см};$$

19.9. Как соотносятся средние квадратичные скорости молекул кислорода  $v_1$  и водорода  $v_2$  в смеси этих газов в состоянии теплового равновесия?

### Решение

1. Запишем уравнения для средних квадратичных скоростей газов

$$v_2 = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{3RT}{16\mu}}; \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{16} = 4; \quad v_1 = 4v_2;$$

19.10. На графике приведена кривая нагревания кристаллического вещества при постоянстве подводимой тепловой мощности. Каково отношение теплоёмкостей вещества в твёрдом и жидком состоянии?

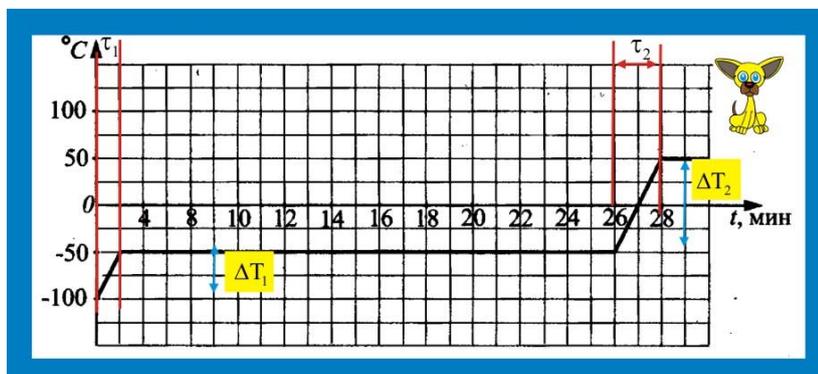


Рис. 18.10. Нагревание тела

### Решение

1. В начальный момент времени вещество находится в кристаллическом состоянии и в течение  $\tau_1 = 2$  с нагревается до температуры плавления, затем в течение 24 с вещество плавится, а в период времени 26 – 28 с нагревается как жидкость. Следует обратить внимание на то, масштаб времени на графике, толи умышленно, толи по недогляду имеет разную цену деления в диапазонах 0 – 8 минут и 8 – 30 мин. Полная угадка из серии: найди пять отличий.

2.. Постоянство подводимой тепловой мощности позволяет на основе определения теплоёмкости записать следующие уравнения:

$$\left. \begin{array}{l} N\tau_1 = c_1 m \Delta T_1; \\ N\tau_2 = c_2 m \Delta T_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{c_1 \Delta T_1}{c_2 \Delta T_2}; \quad 1 = \frac{c_1 \cdot 50}{c_2 \cdot 100}; \quad \frac{c_2}{c_1} = 2;$$

19.11. Воду из двух сосудов, содержащих  $m_1 = 500$  г и  $m_2 = 300$  г воды при температурах  $t_1 = 85$  °С и  $t_2 = 45$  °С соответственно, слили в один. Пренебрегая теплоёмкостью сосуда, определить температуру  $\theta$  после достижения теплового равновесия.

### Решение

1. Уравнение теплового баланса позволяет определить установившуюся температуру

$$cm_1(t_1 - \theta) = cm_2(\theta - t_2); \Rightarrow \theta = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 70 \text{ } ^\circ\text{C};$$

19.12. Приведены графики циклических процессов, лежащих в основе работы тепловых машин А и В, в которых рабочим телом является гелий, т.е. идеальный газ. Каково отношение КПД этих машин?

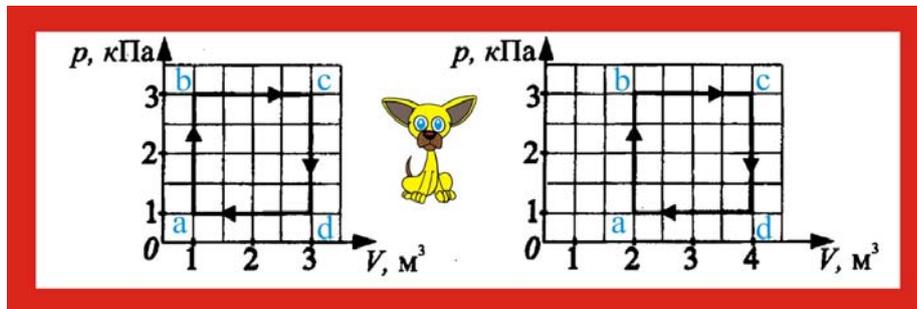


Рис. 9.12. Циклы тепловых машин

### Решение

1. Количество тепла, получаемого тепловой машиной за цикл численно определяется площадью прямоугольника 1bc3, количество отданного холодильнику тепла – площадью прямоугольника 1ad3, произведенная за цикл работа численно равна разности этих площадей, т.е. площади прямоугольника abcd.

2. Так как пределы изменений давлений и объёмов в обоих циклах одинаковы, то машинами будет совершаться одинаковая работа, т.е.  $\eta_A = \eta_B$ .

19.13. Закон сохранения заряда выполняется:

- 1) При протекании химических реакций и не выполняется при протекании ядерных реакций;
- 2) При протекании физических явлений и не выполняется при протекании химических реакций;
- 3) Во всех процессах в замкнутой системе;
- 4) Только в отсутствие электрических и магнитных полей.

### Решение

1. Научно обоснованную формулировку закона сохранения заряда впервые в 1843 г. сделал Джеймс Клерк Максвелл. Закон был открыт на основе многочисленных экспериментальных фактов. Правда, в своих, несомненно, гениальных рассуждениях Максвелл использовал понятие «электрической силы», об электрических зарядах в то время только строили догадки. Это сегодня известно, что электрический заряд, подобно массе, является одним из фундаментальных свойств материи.

2. Одно время даже считалось, что носителем элементарного, самого маленького в природе заряда, должна являться самая маленькая по массе частица. Всё сходилось на электроны. Самый маленький по массе и самый маленький по значению электрического заряда. Однако видимая логичность такого предположения была рассеяна после измерения заряда протона, который оказался по модулю с высокой степенью точности совпадающим с модулем заряда электрона. Так сказать, положительный антипод отрицательно заряженного электрона. Но вся интрига состояла в том, что протон оказался примерно в 1650 раз массивнее электрона. Корреляция между зарядом и массой явно не прослеживалась.

3. Вместе с тем, все без исключения частицы, из которых состоит материя во Вселенной, несут тот или иной электрический заряд. Электроны – отрицательный, протоны – положительный, а вот нейтроны, входящие в состав ядер имеют нулевой заряд. Физиками обнаружено, что некоторые системы при определенных обстоятельствах обладают неизменными свойствами. Такие системы называются консервативными, в них выполняются законы сохранения. Всякий закон сохранения, по сути, сводится, к утверждению, что в отсутствии источников и стоков в системе её параметры неизменны во времени.

4. Электрический заряд тоже относится к категории консервативных характеристик замкнутых систем, не испытывающих влияния извне. Дело в том, что для замкнутых систем алгебраическая сумма их электрических зарядов остаётся неизменной. Так, например, если взять некоторое фиксированное количество воды, обычной  $H_2O$ , и определить суммарный электрический заряд всех структурных элементов, то он не будет изменяться при механических, физических, химических процессах.

5. Закон сохранения заряда является одним из фундаментальных законов природы. Невыполнение этого закона не зафиксировано в известных процессах, происходящих в природе или воспроизводимых человеком. Закон сохранения заряда являет собой принцип несотворимости и неуничтожимости движущейся материи. Формулировка закона проста и лаконична: Алгебраическая сумма электрических зарядов любой электрически изолированной системы остаётся неизменной, при протекании любых процессов внутри этой системы

$$Q = \sum_{i=1}^{i=n} q_i = \text{const},$$

где  $Q$  – полный электрический заряд системы тел или частиц,  $q_i$  – электрический заряд  $i$  – той части системы,  $n$  – число частей системы.

6. Этот закон, наряду с законами сохранения импульса и энергии, составляет теоретическую основу анализа широкого круга разнообразных процессов, как на макро уровне, так и на микро уровнях. В частности, закон сохранения заряда успешно использовался при анализе результатов атомных и ядерных реакций.

7. По современным представлениям, в упрощённом варианте Резерфорда, атом представляет собой планетарную конструкцию, состоящую из положительно заряженного ядра и электронных оболочек, причём в невозбуждённом состоянии баланс положительного и отрицательного электричества выполняется с высокой степенью точности, делая атом электрически нейтральным. При внешних воздействиях атомы могут терять или присоединять к себе электроны, превращаясь в ионы.

8. В твёрдых телах, где связи между упорядоченно расположенными в пространстве ионами сильны, имеется некоторое число свободных электронов, способных перемещаться в пределах тела, или даже покидать его. Так, например, натирая пластмассовую линейку кусочком кожи, осуществляют её электризацию путём переноса за счёт трения электронов с кожи на линейку. Положительный заряд кожи, при этом, в точности равен отрицательному заряду линейки.

9. Электрический заряд не может удерживаться телом бесконечно долго, он «стекает» на, присутствующие в воздухе капельки воды, которые обладают свойством поляризоваться за счёт энергии заряженных тел.

10. С точки зрения наличия свободных носителей заряда, электронов и ионов, все вещества условно поделены на три категории, которые количественно характеризуются удельным сопротивлением  $\rho$  :

- Проводники  $\rho \cong 10^{-8} - 10^{-6}$  Ом·м ;
- Полупроводники  $\rho \cong 10^{-6} - 10^{-3}$  Ом·м;
- Диэлектрики  $\rho \cong 10^{-3} - 10^{16}$  Ом·м.

11. Следует отметить, что некоторые вещества относятся сразу к двум типам веществ, в зависимости от внешних условий. Во-первых, все полупроводники имеют свойство быть и проводниками и диэлектриками. Например, кремний, германий, селен и др. в обычных условиях обладают электронной проводимостью, но весьма чувствительны к нагреванию, облучению, бомбардировке заряженными частицами.

---

19.14. Какова сила тока, проходящего по проводнику, если при напряжении на его концах  $U = 220$  В в течение  $\tau = 1$  мин совершается работа  $A = 66$  кДж?

### Решение

1. Производимая внешними электрическими силами работа в конечном счёте преобразуется в проводнике за счёт наличия сопротивления в тепло, количество которого определяется законом Джоуля – Ленца

$$Q = A = I U \tau; \Rightarrow I = \frac{A}{U \tau} = \frac{6,6 \cdot 10^4}{220 \cdot 60} = 5 \text{ А};$$

---

19.15. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2 \cdot 10^{-4}$  Тл проводник длиной  $L = 0,5$  м. и движется со скоростью  $v = 3$  м/с.  $\vec{B} \perp \vec{v}$ . Определить разность потенциалов на концах проводника.

### Решение

1. Закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t};$$

2. Изменение магнитного потока с учётом того, что  $\vec{B} \perp \vec{v}$  изменением площади магнитного поля охватываемой движущимся проводником

$$\Delta\Phi_B = BAS = BLv\Delta t;$$

3. Подставим значение изменения потока в уравнение закона индукции

$$\varepsilon_i = U = BLv = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \cdot 3 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ В};$$

19.16. Лёгкая катушка, по которой течёт электрический ток, подвешена к штативу на тонких проводниках и находится в магнитном поле Земли. Что произойдёт с катушкой, если изменить направление тока в ней?

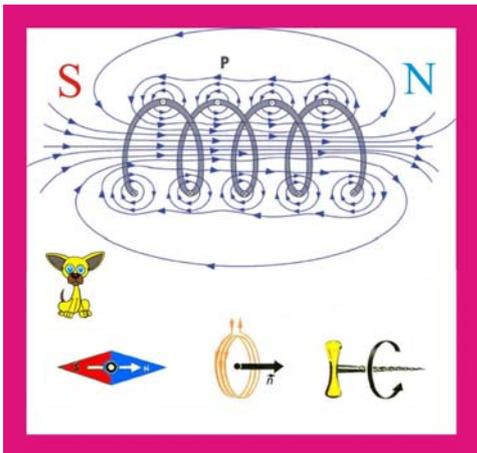


Рис. 19.16. Магнитное поле катушки

### Решение

1. Катушка с током (соленоид) создаёт внутри магнитное поле с индукцией

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $N$  – количество витков катушки,  $I$  – сила тока, текущего по катушке,  $\ell$  – длина катушки.

2. Катушку можно рассматривать как магнитную стрелку с ярко выраженными полюсами. При смене направления силы тока в катушке на  $180^\circ$  поменяется направление

нормали  $\vec{n}$ , определяемое правилом правого винта, поменяется на обратное направление  $\vec{B}$ .

3. В магнитном поле Земли при смене направления тока в катушке поменяются места её полюса и она повернётся на  $180^\circ$ .

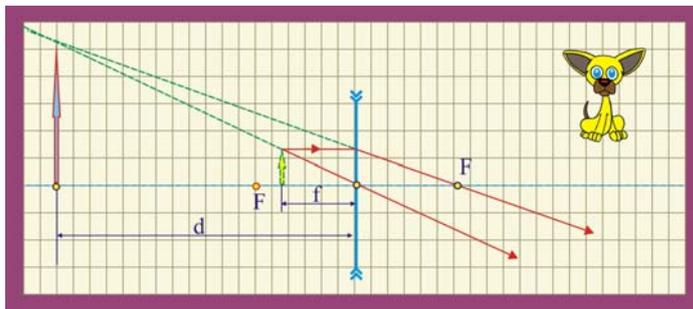


Рис. 19.17. Изображение в рассеивающей линзе

19.17. Главное фокусное расстояние рассеивающей линзы  $F = 12$  см. Где расположен предмет, если его мнимое изображение оказалось на расстоянии  $f = 9$  см слева от линзы?

### Решение

1. Предмет будет расположено слева от линзы на расстоянии:

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f} - \frac{1}{F}; \frac{1}{d} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} = 0,0278; \quad d \cong 36 \text{ см};$$

19.18. Две космические ракеты движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 0,6c$  и  $v_2 = 0,8c$ . Определить скорость второй ракеты в системе отсчёта, связанной с первой ракетой.

### Решение

1. Преобразования Лоренца, исходя из максимально возможной скорости электромагнитных волн равной скорости света в вакууме, сделали необходимым складывать скорости особым образом

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} = \frac{1,4c}{1 + \frac{0,48c^2}{c^2}} = 0,946c;$$

19.19. На графике показано изменение силы тока в катушке с индуктивностью  $L = 2,5$  Гн. Определить временной интервал, на котором модуль магнитного потока принимает максимальное значение.

### Решение

1. Закон электромагнитной индукции Майкла Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

показывает, что модуль магнитного потока будет тем больше, чем больше скорость изменения силы тока, т.е. от 4 до 8 с.

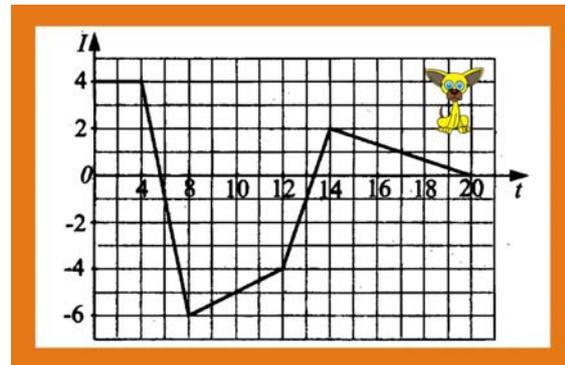


Рис. 19.19. Зависимость тока от времени

19.20. Уравнение Генриха Герца для внешнего фотоэффекта представляет собой применения к данному явлению закона сохранения:

- 1) Импульса;
- 2) Заряда;
- 3) Энергии;
- 4) момента импульса?

### Решение

1. Уравнение внешнего фотоэффекта

$$h\nu = \frac{m_e v_e^2}{2} + A,$$

содержит в своей структуре три величины, измеряемых в джоулях: энергия фотона расходуется на преодоление работы выхода и сообщение электронам кинетической энергии, значит в основе уравнения лежит закон сохранения энергии.

19.21. Дан график зависимости числа не распавшихся ядер изотопа от времени. Определить период полураспада этого изотопа.

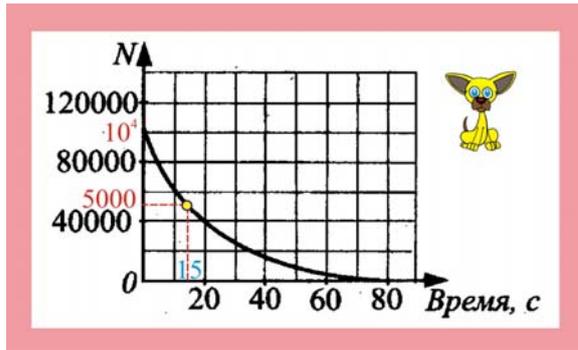


Рис. 19.21. Закон радиоактивного распада

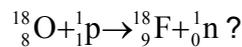
### Решение

1. Периодом полураспада называется промежуток времени в течение которого распадается половина исходного количества ядер изотопа.

2. Если принять  $N_0 \cong 10^4$  ядер, то их половина распадётся за 15 с, значит:

$$T_{1/2} = 15 \text{ с.}$$

19.22. Сумма масс ядер кислорода  ${}^{18}_8\text{O}$  и протона  ${}^1_1\text{p}$  меньше суммы масс ядер изотопа  ${}^{18}_9\text{F}$  и нейтрона  ${}^1_0\text{n}$ . Возможна ли в принципе ядерная реакция



### Решение

1. Ядерные реакции возможны при выполнении законов сохранения зарядов и массовых чисел, в данном случае эти законы выполняются.

2. Поскольку суммарная энергия частиц вступающих в реакцию меньше суммарной энергии частиц, получившихся после реакции, то она возможна при поглощении дополнительной энергии от внешних источников.

19.23. Каким импульсом и массой обладает фотон с частотой  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц.

### Решение

1. Импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c} = 1,1 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

2. Масса фотона

$$m_f = \frac{\varepsilon_f}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = 3,7 \cdot 10^{-36} \text{ кг};$$

19.24. Импульс электрона больше импульса  $\alpha$  – частицы. Сравните длины волн де Бройля.

### Решение

1. В соответствии с гипотезой де Бройля с каждый микрообъект характеризуется корпускулярными свойствами – энергией и импульсом и волновыми свойствами – частотой и длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}; \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda};$$

2. У  $\alpha$  – частицы длина волны де Бройля будет больше.

## Вариант № 20

### Часть А

20.1. Каковы траектории точки обода колеса автомобиля относительно корпуса автомобиля и относительно Земли?

#### Решение

1. Катящееся без проскальзывания колесо совершает, так называемое, плоское движение, которое в общем случае можно представить состоящим из двух более простых движений – поступательного движения и вращательного движения.

2. Точка Р в данный момент времени является общей у движущегося колеса и неподвижной плоскости, другими словами, точка Р в данный момент времени имеет нулевую скорость. Через эту точку, перпендикулярно плоскости чертежа проходит мгновенная ось вращения, вокруг которой в данное мгновение вращаются все, без исключения точки колеса.

3. Скорости отдельных точек находятся по теореме Леонарда Эйлера

$$\vec{v} = |\vec{\omega} \times \vec{r}|,$$

где  $\vec{\omega}$  – вектор угловой скорости,  $\vec{r}$  – радиус-вектор данной точки вращающегося тела.

4. Точка Р называется мгновенным центром вращения, а проходящая через эту точку ось – называется мгновенной осью вращения. При движении колеса ось вращения будет перемещаться вправо со скоростью  $v_C$ .

4. Скорость любой точки колеса определяется в виде произведения угловой скорости колеса на кратчайшее расстояние до мгновенной оси вращения. Определим угловую скорость колеса

$$|\vec{v}| \equiv v = \omega R; \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}.$$

5. Определим кратчайшие расстояния от точек колеса А, В, D до мгновенной оси вращения (до точки Р, в данный момент времени)

$$PA = PD = R\sqrt{2}; \quad PB = 2R; \quad PK = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = R.$$

5. Скорости заданных точек

$$v_A = \omega \cdot PA = \frac{v_C}{R} R\sqrt{2} = 1,41v_C,$$

$$v_B = \omega \cdot PB = \omega \cdot 2R = 2v_C,$$

$$|\vec{v}_D| = |\vec{v}_A| = 1,41v_C.$$

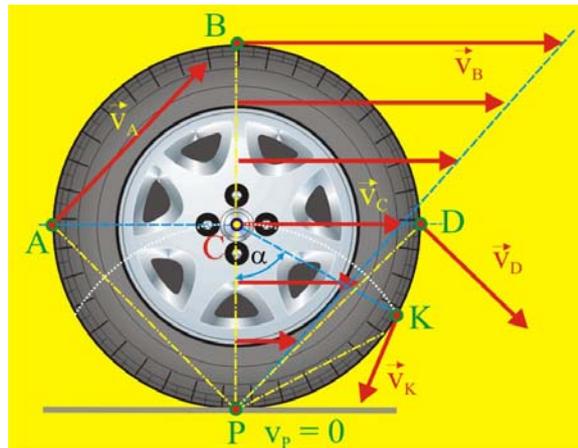


Рис. 20.1. Плоское движение колеса автомобиля

6. Относительно корпуса автомобиля (точки С) точки обода колеса будут двигаться по круговым траекториям. Относительно земли точки будут двигаться по эписциклоидам. Эписциклоида – это линия которую описывает точка обода при качении колеса по горизонтальной плоскости без проскальзывания.

20.2. Оловянный и свинцовый стержни имеют одинаковую массу и одинаковую площадь поперечного сечения. Длина какого стержня больше?

**Решение**

1. Примем плотность свинца  $\rho_1 = 11,3 \text{ г/м}^3$ , плотность олова  $\rho_2 = 7,29 \text{ г/м}^3$ .
2. Приравняем массы стержней

$$\rho_1 S L_1 = \rho_2 S L_2; \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cong \frac{11,3}{7,3} \cong 1,54;$$

Длина оловянного стержня в 1,54 раза больше длины свинцового стержня.

20.3. На каком из приведенных на рисунке положении кирпичей давление на плоскую поверхность будет наибольшим?

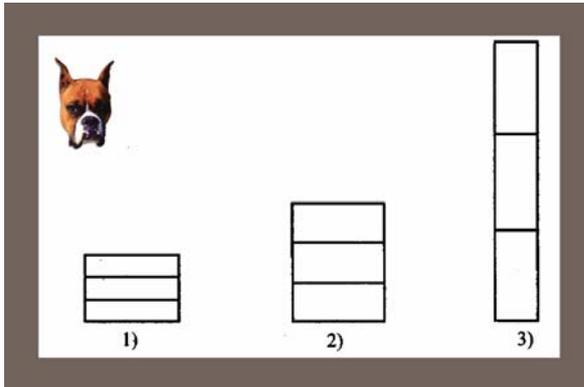


Рис. 20.3. Положение кирпичей

**Решение**

1. Давление определяется в виде отношение силы к площади опорной поверхности

$$p = \frac{F}{S};$$

2. Если массу одного кирпича принять за  $m$ , то давление запишется следующим образом

$$p = \frac{3mg}{S};$$

3. Площадь соприкосновения кирпичей с опорной поверхностью будет наименьшей в третьем случае, что и определит наибольшее давление.

20.4. Скорость пули, вылетевшей из револьвера, равна  $v_1 = 450 \text{ м/с}$ . Скорость, приобретенная револьвером в результате отдачи, составила  $v_2 = 1,25 \text{ м/с}$ . Во сколько раз масса револьвера больше массы пули?



Рис. 20.4. Револьвер и пуля

**Решение**

1. Выстрел из револьвера происходит под действием внутренних сил, которые не могут менять импульс системы «револьвер – пуля», поэтому импульс сохраняется.

2. Закон сохранения импульса в проекции на ось X при  $M \gg m$

$$mv_1 - Mv_2 = 0; \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{v_1}{v_2} = 360;$$

20.5. Камень массой  $m = 100$  г бросают с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Какова полная механическая энергия в наивысшей точке подъёма?

**Решение**

1. Самым простым в данном случае является применение закона сохранения энергии: на старте энергия камня будет кинетической, а в верхней точке траектории – потенциальной (без учёта сил сопротивления)

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh = \frac{0,1 \cdot 100}{2} = 5 \text{ М};$$

2. Можно задачу решать используя кинематические уравнения движения. Высота подъёма камня над поверхностью земли определится из кинематических уравнений вертикального равнозамедленного движения

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - gt; \\ h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = 0; \quad t = \frac{v_0}{g}; \\ h = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \frac{v_0^2}{g^2}; \end{array} \right\} h = \frac{v_0^2}{2g};$$

3. В верхней точке траектории энергия камня будет потенциальной. Принимая за нулевой уровень потенциальной энергии поверхность, имеем:

$$\Pi = mgh = \frac{mv_0^2}{2},$$

что подтверждает справедливость закона сохранения механической энергии в замкнутых консервативных системах.

---

20.6. Скорость колеблющейся точки меняется по закону:

$$v(t) = 0,25 \sin(3\pi t + \pi/3).$$

Каков период колебаний точки?

**Решение**

1. В общем виде уравнение можно переписать в виде:

$$v(t) = v_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right); \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 3\pi; \quad T \cong 0,66 \text{ с};$$


---

20.7. К лежащему на горизонтальном столе телу массой  $m = 2$  кг приложили горизонтальную силу  $F = 5$  Н. Коэффициент трения скольжения  $\mu = 0,4$ . Чему равна сила трения, действующая на тело?

**Решение**

1. Определим модуль максимального значения силы трения, которая будет иметь место в момент начала скольжения

$$F_{R(\max)} = \mu mg = 8 \text{ Н}; \quad F_{R(\max)} < F,$$

значит исследуемое тело при действии горизонтальной силы  $F$  будет оставаться в покое, это означает, что

$$\sum_{i=1}^{i=2} \vec{F}_X = 0; \quad F_{R(X)} - F_X = 0; \Rightarrow F_R = F = 5 \text{ Н};$$


---

20.8. Что лежит в основе склеивания:

- 1) Диффузия и конвекция;
- 2) Броуновское движение;
- 3) Взаимное притяжение молекул;
- 4) Взаимное отталкивание молекул?

### Решение

1. Процесс склеивания протекает при проявлении двух физических явлений: когезии и адгезии.

2. Когезия – то взаимное притяжение и сцепление частиц одного и того же материала, адгезия – это сцепление частиц различных материалов.

3. Наиболее интенсивно силы межмолекулярного и межатомного взаимодействия проявляются у веществ, находящихся в конденсированном состоянии (жидком или твёрдом) потому что расстояние между структурными элементами невелики. Силы когезии резко убывают с расстоянием.

4. Адгезия – это сила, которая соединяет два разнородных материала, приведённых в близкий контакт. Будучи приведенными в контакт две разнородных поверхности соприкасаются выступами на их поверхностях, что обеспечивает возникновение высоких значений давления, приводящих к эффекту холодной сварки.

---

20.9. Какое количество теплоты потребуется, чтобы  $m = 1,5$  кг льда, взятого при температуре плавления превратить в воду?

### Решение

1. Количество теплоты при нормальном атмосферном давлении

$$Q = \lambda m = 3,3 \cdot 10^5 \cdot 1,5 = 495 \text{ кДж,}$$

где  $\lambda \cong 33 \cdot 10^5$  Дж/кг – удельная теплота плавления льда.

---

20.10. Алюминиевую и чугунную сковородки одинаковой массы и начальной температуры стали разогревать на электрической плите. Температура какой сковородки через  $\tau = 5$  минут разогрева станет выше?

### Решение

1. Зависимость времени нагревания сковородок можно установить, используя уравнение удельной теплоемкости

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= c_1 m \Delta T_1; \\ Q_2 &= c_2 m \Delta T_2; \end{aligned} \right\}$$

2. Поскольку нагревают сковородки на одной и той же плитке, то  $Q_1 = Q_2$

$$c_1 \Delta T_1 = c_2 \Delta T_2; \quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \cong 1,72,$$

где  $c_1 = 540$  Дж/кг·К – удельная теплоёмкость чугуна,  $c_2 = 930$  Дж/кг·К – удельная теплоёмкость алюминия.

3. За одно и то же время алюминиевая сковородка будет иметь температуру в 1,72 раза выше, чем чугунная. Потому что в алюминии свободных электронов больше.

---

20.11. Коэффициент полезного действия тепловой машины равен 37%. Во сколько раз затраченное количество тепла больше полезной работы?

### Решение

1. Уравнение КПД идеальной тепловой машины

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H}; \quad \eta = \frac{A}{Q}; \quad \frac{Q}{A} = \frac{1}{\eta} = 2,7.$$

20.12. Найдите работу газа в процессе 1 – 2.

### Решение

1. Давление газа меняется по линейному закону, поэтому работа процесса определится как:

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} p \Delta V = \frac{10^5}{2} 3 = 450 \text{ кДж};$$

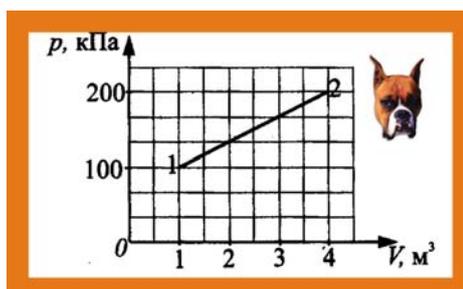


Рис. 20.12. Работа процесса

20.13. Показана система двух точечных неподвижных зарядов, одинаковых по модулю и противоположных по знаку. Определить направление напряжённости результирующего поля.

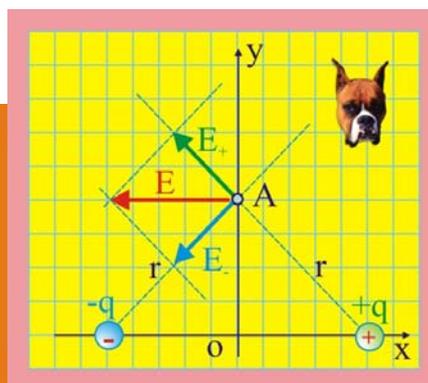
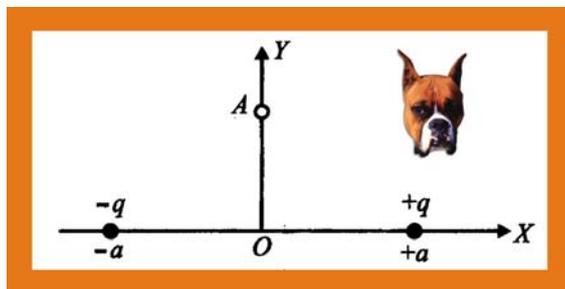


Рис. 20.13.1. Результирующее поле

20.14. Какой из приведенных графиков отражает зависимость силы тока от напряжения для линейного металлического проводника?

### Решение

1. Зависимость силы тока от напряжения на линейном сопротивлении подчиняется закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}; \quad y = kx,$$

в связи с чем, правильно отображает зависимость график №1.

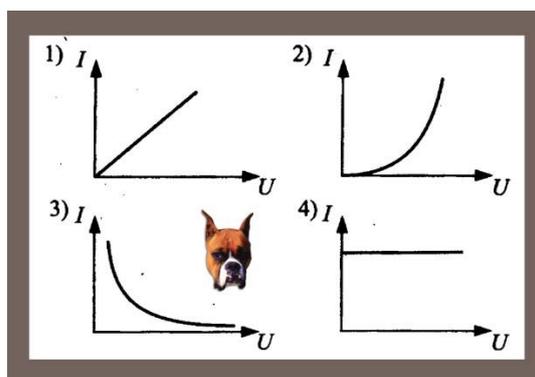


Рис. 20.14. Зависимости  $I = f(U)$

20.15. Магнитную стрелку помещают вблизи пучка движущихся частиц. В каком случае не произойдет отклонение магнитной стрелки?

1. Пучок электронов;
2. Пучок протонов;
3. Пучок атомов;
4. Пучок отрицательных ионов;

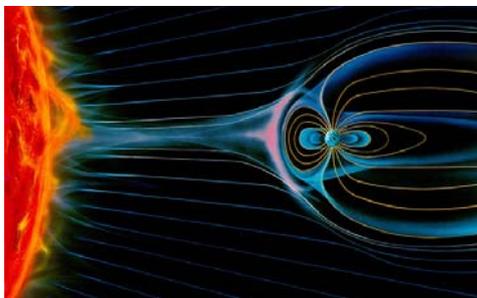


Рис. 20.15. Взаимодействие полей

### Решение

1. Отклонение магнитной стрелки обусловлено взаимодействием собственного магнитного поля стрелки с полем, возникающим при движении частиц. По такой же схеме магнитное поле Земли взаимодействует с потоками заряженных частиц, выбрасываемых Солнцем.

2. Магнитное поле будет создаваться только движущимися частицами, несущими на себе электрический заряд, значит, электрически нейтральные атомы поле создавать не будут и магнитная стрелка на их поток реагировать не станет

20.16. Скорость электромагнитных волн в среде составляет  $v = 250$  Мм/с. Какова длина электромагнитных волн в этой среде, если их частота равна  $\nu = 1$  МГц?

### Решение

1. Скорость распространения, длина волны и частота связаны отношением:

$$v = \nu\lambda; \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^2 \text{ м};$$

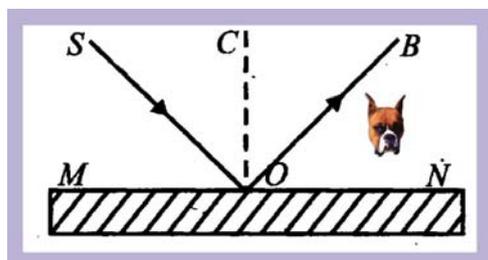


Рис. 20.16. Угол падения

20.17. Угол падения это:  $\angle SOM$ ,  $\angle SOC$ ,  $\angle COB$ ,  $\angle BON$ ?

### Решение

1. В геометрической оптике принято углы отсчитывать от вертикали к плоскости падения, угол падения –  $\angle SOC$ .

20.18. Как протекает время с подвижной системе координат относительно неподвижной системы координат, в соответствии с преобразованиями Лоренца?

### Решение

1. Для того, чтобы совместить электродинамические уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда, Лоренц разработал специальные преобразования координат и времени из которых следовало, что предельная скорость электромагнитных волн постоянна и равна скорости света в вакууме, а масса и время стали зависимыми от скорости ПСК

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

2. Впоследствии, когда преобразование Лоренца были названы теорией относительности Эйнштейна, то особенности поведения времени в движущейся с постоянной скоростью  $v$  системе отсчёта, стали называть релятивистским замедлением времени и "парадоксом близнецов".

20.19. Два проводника одинаковой длины и одинакового сечения, изготовленных из меди и железа соединены параллельно. В каком из них выделится большая мощность?

**Решение**

1. По закону Джоуля – Ленца и закону Ома для участка цепи:

$$\left. \begin{aligned} Q_{Cu} = N_{Cu} \tau = I_{Cu} U \tau; \\ Q_{Fe} = N_{Fe} \tau = I_{Fe} U \tau; \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} N_{Cu} = \frac{U^2}{R_{Cu}}; \\ N_{Fe} = \frac{U^2}{R_{Fe}}; \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} R_{Cu} = \frac{\rho_{Cu} \ell}{S}; \\ R_{Fe} = \frac{\rho_{Fe} \ell}{S}; \end{aligned} \right\} \frac{N_{Cu}}{N_{Fe}} = \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{Cu}} \cong \frac{9,71 \cdot 10^{-8}}{1,637 \cdot 10^{-8}} \cong 6;$$

20.20. Каким видом взаимодействия определяется структура атомов?

**Решение**

1. Несмотря на то, что модель атома Резерфорда инициировала целый поток идей о строении атома и особенностях устройства электронных составляющих, этой модели были присущи принципиальные недостатки.

2. Наиболее наглядно это наблюдается на примере самого простого атома водорода, который по представлениям Резерфорда содержит на орбите один единственный электрон, компенсирующий положительный заряд ядра, равный по модулю заряду электрона.

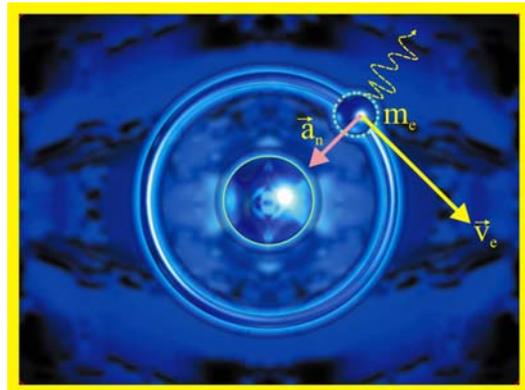


Рис. 20.20. Атом водорода по Резерфорду

3. Электрон, совершая вращение вокруг ядра по круговой или эллиптической орбите, ввиду специфики криволинейного движения обладает центростремительным ускорением  $a_n$  (рис. 20.20). В соответствии с классической электродинамикой такой ускоренно движущийся электрон неминуемо должен излучать электромагнитную волну, следовательно, движение его будет не круговым или эллиптическим, а спиралевидным, т.е. в конце концов, эта спираль должна закончиться на ядре.

4. Кроме того, модель атома Резерфорда не объясняла, почему атомы излучают только определённые частоты. Когда Резерфорд вершил судьбы мировой науки, поблизости, в статусе ученика обретался молодой датский студент Нильс Бор, которому все эти атомно-ядерные разговоры были чрезвычайно интересны.

5. Наслушавшись научных диспутов между Дж. Дж. Томсоном, Резерфордом и другими титанами физики и ознакомившись с работами Макса Планка, Нильс Бор заподозрил, что между квантовой гипотезой Планка и устройством атома должна быть взаимосвязь, коль квантовая теория так убедительно рабо-

тает на чёрном теле и фотоэффекте. Бор подозревал, что квантовые представления могли объяснить стабильность атомов. Последовательность рассуждений Нильса Бора была примерно такова.

6. Для начала Бор предположил, что электрон, вопреки классической электродинамике, находясь на стационарной орбите, не излучает. Сила Кулона со стороны ядра

$$\vec{F}_k = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze \cdot e}{r^3} \vec{r},$$

удовлетворяет закону обратных квадратов, как и гравитационная сила Ньютона

$$\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r},$$

т.е. в классическом варианте задача о движении электрона аналогична задаче о движении планет вокруг Солнца, почему, собственно, Резерфорд и пришёл к планетарной модели атома. Потенциальная энергия, обусловленная силой Кулона, определяется как

$$\Pi(r) = -\frac{Ze^2}{r},$$

где  $Ze$  – заряд ядра, принятый Бором как материальная точка. Нормальное ускорение электрона (рис. 3.48) при линейной скорости движения  $v$  равно

$$a_n = \frac{v^2}{r}.$$

7. Условие нахождения электрона на стационарной орбите запишется в виде равенства силы Кулона и силы инерции, так же как при рассмотрении планет, вращающихся вокруг Солнца, с той разницей, что гравитационная сила заменяется силой Кулона

$$\frac{m_e v^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2}; \Rightarrow m_e v^2 = \frac{Ze^2}{r}.$$

8. Далее было записано уравнение для суммарной энергии электрона на орбите

$$W = \frac{m_e v^2}{2} + \Pi(r) = -\frac{Ze^2}{2r},$$

уравнение угловой скорости

$$\omega = \frac{v}{r},$$

и кинетического момента, направленного перпендикулярно плоскости движения электрона

$$L = m_e v r.$$

9. Таким образом, движение электрона описывалось пятью переменными  $\{r, v, W, \omega, L\}$ , которые связаны четырьмя уравнениями. Если в качестве известной величины взять одну из этих переменных, то остальные можно выразить через неё. Предположим, что известной величиной является кинетический момент  $L$ , тогда:

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{L^2}{Ze^2 m_e}; & v &= \frac{Ze^2}{L}; \\ \omega &= \frac{Z^2 e^4 m_e}{L^3}; & W &= -\frac{Z^2 e^4 m_e}{2L^2}. \end{aligned} \right\}$$

10. Таким образом, структура атомов определяется особенностями электромагнитного взаимодействия.

## 20.21. Что собой представляют ядерные силы?

### Решение

1. Ядерные силы представляют гипотетический тип сил отличается от электростатических и всех других известных сил. Важнейшей их особенностью является **короткий радиус действия**. Напомним, что электростатическое и гравитационное взаимодействие, убывает по мере возрастания расстояния, обратно пропорционально квадрату расстояния

$$F_k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_{1,2}^2}, \quad F_H = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{1,2}^2}.$$

2. Радиус действия этих сил всегда очень велик, по ядерным масштабам, и они подчиняются принципу суперпозиции. Таким образом, сообщив электрический заряд большим изолированным телам, мы можем в миллионы раз усилить действие отдельного электрона. Точно так же лишь в результате аддитивного сложения взаимодействий всех атомов земного шара «создается» сила тяжести, которую мы ощущаем в нашей повседневной жизни.

3. Ничего подобного не наблюдается у ядерных сил, радиус их действия не превышает радиуса ядра. В пределах этой области ядерное взаимодействие можно в грубом приближении сравнить с притяжением двух разноименных электрических зарядов величиной  $q = 3e$ . Для точечного источника сильного взаимодействия потенциал определится

4. Зависимость энергии взаимодействия для двух нуклонов приведена на рис. 20.21. Ядерные силы, в отличие от кулоновских, (красная кривая) убывают не обратно пропорционально квадрату расстояния, а значительно быстрее, по закону экспоненты; они начинают действовать лишь тогда, когда частицы почти соприкасаются.

5. При дальнейшем сближении частиц величина ядерных сил достигает некоторого предела. Если бы такого предела не существовало, ядро сжалось бы в точку (в сингулярность), так как только при этом условии потенциальная энергия ядра стала бы равной нулю. Поскольку такой «коллапс» в действительности не происходит, потенциал не убывает неограниченно и притяжение должно уступить место сильному отталкиванию. Таким образом, в нуклоне существует некая «твердая сердцевина», или «кern», радиус которого не превышает  $4 \cdot 10^{-16}$  м.

6. Теория ядерных сил к настоящему времени далека от завершения, однако целый ряд их качественных и количественных характеристик определен вполне надёжно. Все известные к настоящему времени поля материальны, поэтому можно с уверенностью считать, что и источником ядерного поля служат материальные объекты.

7. Напомним, что источниками электромагнитного поля являются любые частицы вещества – электроны, протоны и т. д., обладающие электрическим зарядом. Такая же ситуация и с гравитационным взаимодействием. То, что обладает массой, то испытывает гравитационное взаимодействие, исключений нет.

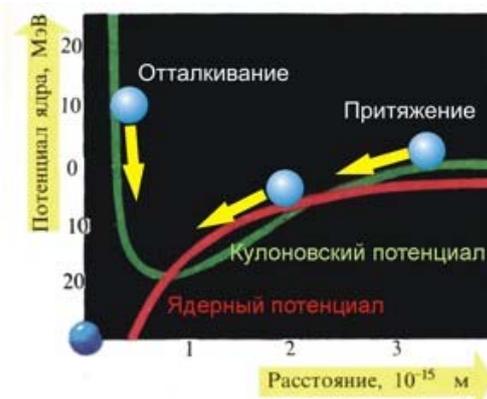


Рис. 20.21. Ядерные силы взаимодействия

8. Очевидно, что источниками ядерного поля являются нуклоны. Они обладают своеобразным «ядерным зарядом», одинаковым по величине и знаку у всех нуклонов (нейтрон + протон) независимо от того, обладает ли нуклон еще электрическим зарядом или нет.

9. Природа ядерных сил явно не электрического свойства, потому, что ядерные силы между частицами не зависят от того, обладают ли частицы электрическим зарядом или нет. Кроме того, ядерное взаимодействие нейтрона с нейтроном, нейтрона с протоном и двух протонов одинаково.

10. Ядерные силы, в отличие от сил между точечными или сферическими электрическими зарядами, не являются центральными. Их нельзя представлять в виде сил, действующих от одного центра сил. Это связано с наличием спина взаимодействующих частиц.

11. Ядерные силы обладают свойством насыщения, подобно химическим силам. Действительно, атомы углерода и кислорода взаимодействуют, образуя углекислый газ  $\text{CO}_2$ . Но как только, происходит соединение одного атома углерода и двух атомов кислорода, «свадьба» заканчивается и присоединение новых атомов кислорода не происходит – химические силы достигли насыщения.

12. Эффект насыщения ядерных сил, происходит более плавно нежели в химическом случае. Энергия, которую необходимо затратить в среднем на одну частицу, для того чтобы разбить ядро на отдельные нуклоны, начиная от гелия и до самых тяжелых ядер, меняется в пределах, не превышающих 25%.

20.22. Какие экспериментальные подтверждения были получены для гипотезы существования волновых свойств элементарных частиц?

### Решение

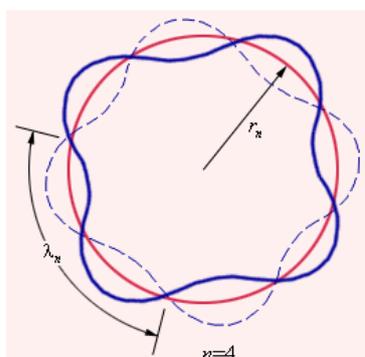


Рис. 20.22. Волны де Бройля [13]

1. Идея теоретического объединения частиц (корпускул) и волн принадлежала французскому физiku Луи де Бройлю, который предположил, что движение электрона или другой частицы с массой покоя отличной от нуля по орбите, можно отождествить с волновым процессом. Де Бройль провёл аналогию между энергией кванта и импульсом частицы

$$\varepsilon = h\nu \Leftrightarrow p = h/\lambda,$$

откуда длина волны де Бройля для электрона определяется как (рис. 20.22)

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}.$$

2. Согласно гипотезе де Бройля стационарными будут те орбиты электрона, на которых укладывается целое число волн

$$2\pi r_n = n\lambda.$$

3. Приписав частицам волновые свойства де Бройль объяснил такое необычное для классической физики явление как **дифракция и интерференция электронов на узкой щели.**