

Камчатский государственный технический университет

А. Исаков

Физика

**Решение задач ЕГЭ
Часть 9**

**Квантовые явления
Элементы атомной и ядерной физики**

**Петропавловск-Камчатский
2013**

УДК 50(075.8)
ББК 20я73
И85

Рецензент
доктор физико-математических наук,
профессор Дальневосточного Федерального университета
Стоценко Л.Г.

Исаков Александр Яковлевич

И85 Физика. Решение задач ЕГЭ. Часть 9. Квантовые явления. Элементы атомной и ядерной физики. КамчатГТУ, 2013. – 205 с.

Приведены решения типовых задач, описывающих квантово-механические явления, строение вещества на атомном и ядерном уровнях. Ряд задач не относятся к, так называемому, «базовому уровню». Это задачи, для решения которых не вполне достаточно знания математических интерпретаций, они требуют более углублённого проникновения в суть физических законов.

Решение задач, в ряде случаев, предваряется краткими теоретическими сведениями, содержащими как основные уравнения, так и их физическую интерпретацию, что позволяет к решению задач подойти более осмысленно.

Условия большинства задач, не являются новыми, они заимствованы из известных, проверенных временем, сборников задач под редакцией Н.В. Турчиной, Л.И. Рудаковой, Степановой Г.Н. и других популярных авторов. Большинство задач снабжены подробными решениями с анализом применяемых законов и определений, для стандартных задач самого начального уровня приведены только схемы решений.

Сборник предназначен, прежде всего, для школьников старших классов, намеревающихся овладеть методиками решения задач, в частности, повышенного уровня «С» в рамках современного ЕГЭ.

Приведенные материалы могут быть так же полезными студентам первых курсов, изучающих общую физику в университетском объёме по техническим программам подготовки, особенно студентам заочной формы образования, когда программа осваивается самостоятельно.

Оглавление

Квантовые явления

1. Излучение и спектры	4
2. Элементы специальной теории относительности	37
3. Фотоны	57
4. Давление света	69
5. Фотоэффект	74

Атомная физика

1. Теория атома водорода по Бору	91
2. Спектр атома водорода	125

Ядерная физика

1. Элементы строения атомного ядра	145
2. Радиоактивность	157
3. Закон радиоактивного распада	170
4. Ядерные реакции	176
5. Дефект массы. Энергия связи. Энергия ядерной реакции	185
6. Справочные данные	195

Квантовые явления

1. Излучение и спектры

1. Почему в конце XIX в. возникла необходимость пересмотра некоторых классических подходов при рассмотрении ряда физических законов и представлений?

Решение

1. Несмотря на несомненные успехи электронной теории строения вещества в совокупности с классической электродинамикой и классической механикой, к концу XIX в. в физике обозначился ряд проблем, которые в рамках классических представлений не получили внятного объяснения. К таким проблемам следует отнести:

- Удельные теплоёмкости при измерениях оказались ниже значений, предсказываемых молекулярно-кинетической теорией;
- Устойчивость атомов, которые не должны быть устойчивыми по причине непрерывного излучения электромагнитных волн вследствие ускоренного движения электронов по орбитам;
- Законы фотоэффекта не соответствовали представлениям электронной теории;
- Законы излучения абсолютно чёрного тела противоречили волновой классической теории;
- Явление радиоактивности не могло быть объяснено с позиций классической физики.

2. Излучение телами электромагнитных волн. Известно, что тела, нагретые до высоких температур, начинают излучать электромагнитные волны в видимом диапазоне длин волн. При относительно низких температурах некоторые вещества светятся при люминесценции или под влиянием падающих электронов.

3. При спектральных исследованиях было обнаружено, что излучаемые электромагнитные волны имеют разные амплитуды и длины, т.е. излучение имеет вполне определённый спектр. Напомним, что между частотой f , периодом T , скоростью распространения c и длиной волны имеют место соотношения

$$f = \frac{1}{T}; \quad \lambda = cT; \quad c = f\lambda; \quad \omega = 2\pi f,$$

где $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме. В прозрачных средах световые волны по классическим представлениям распространялись со скоростями $v < c$, в зависимости от значения показателя преломления среды n .

4. Видимый свет имеет длины волн в диапазоне от $\lambda_{\text{кр}} \approx 760$ нм до $\lambda_{\text{фиол}} \approx 380$ нм. На рис. 1.1 приведена шкала электромагнитного излучения для волн обнаруженных к настоящему времени.

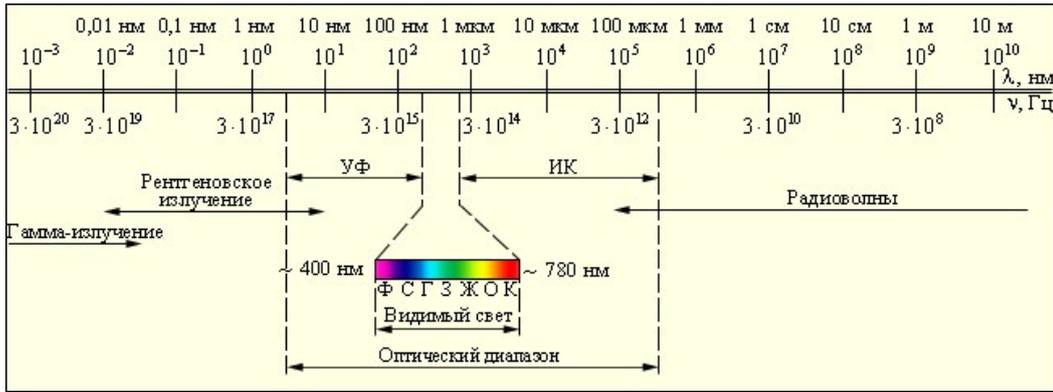


Рис. 1.1. Шкала электромагнитных волн

5. Экспериментально многими исследователями было установлено, что спектры электромагнитного излучения могут быть сплошными и линейчатыми.

Сплошные спектры, в большинстве своём, излучаются веществами, находящимися в твёрдом или жидком состоянии, при относительно больших температурах. Сплошной спектр имеет место при резком торможении электронов у антикатада рентгеновских трубок.

Линейчатые спектры испускаются веществами в газообразном или парообразном состоянии, их можно обнаружить при относительно низких температурах.

6. Электронная классическая теория объясняет возникновение излучения колебаниями электронов под действием различных внешних причин, причём период колебаний представляется в соответствие с этой теорией уравнением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_e}{b}},$$

где m_e – масса электрона, b – коэффициент квазиупругой силы. Поскольку массы электронов в классической физике принимаются постоянными $m_e \approx 1 \cdot 10^{-30}$ кг, то разные длины испускаемых волн можно объяснить только различными значениями коэффициента b . Как видно, уравнение по структуре напоминает формулу периода колебаний математического маятника, установленную ещё Галилео Галилеем (принцип изохронности колебаний).

7. В иных линейчатых спектрах обнаружено до 10^5 отдельных спектральных линий, а в случае сплошных спектров, разговор о некоем наборе значений b теряет всякий смысл. Если бы в конце XIX в. было бы известно строение атомов, то можно было бы в соответствие с особенностями строения атомов скорректировать теорию, но происходило всё наоборот. О строении атомов приходилось судить по спектрам, которые они испускали.

8. Первые затруднения классической теории начались при объяснении излучения абсолютно-чёрного тела. На рис. 1.2 приведен внешний вид одного из вариантов такого тела.

Массивная сфера с толстыми теплоизолированными стенками имеет малое отверстие. Если в это отверстие направить луч света, то он многократно отразившись от внутренней



Рис. 1.2. Модель абсолютно-чёрного тела

поверхности наружу не выйдет.

Если внутрь сферы поместить небольшое раскалённое тело, то его излучение будет происходить только через отверстие. В соответствии с законом Кирхгофа спектр излучения должен совпадать со спектром испускания.

Таким образом, свечение тела, находящегося внутри сферы должно определяться только температурой. В модели приведенной на рис. 1.2 электрическим током нагревается тонкий слой внутренней поверхности, излучение выходит за пределы сферы только через отверстие. Первые опыты по изучению спектра абсолютно-чёрного тела были проведены Луммером и Прингсгеймом, получился довольно обескураживающий результат.

9. Проведенные спектроскопические исследования позволили установить следующие закономерности излучения:

- Спектр излучения абсолютно черного тела является сплошным, т.е. в спектре представлен непрерывный ряд различных длин волн;
- Распределение энергии в спектре излучения зависит от длины волны. С увеличением длины волны спектральная плотность энергии увеличивается, достигает отчетливо выраженного максимума при некоторой длине волны λ_{\max} , а затем, по необъяснимым классическими теориями, уменьшается;
- С повышением температуры максимум излучения смещается в сторону более коротких волн.

10. Принято считать, что теоретические исследования теплового излучения начались работами Кирхгофа в 1859 г. после открытия им закона теплового излучения. Именно Кирхгоф предложил концепцию абсолютно-чёрного тела и описал его модель. Оказалось, что тепловое излучение является достаточно распространённым видом электромагнитных волн.

11. В соответствии с классическими теориями, тепловое излучение является следствием уменьшения внутренней энергии тела ΔU и наблюдается при любой температуре отличной от 0°K . Следуя закону сохранения энергии, тепловое излучение должно приводить к уменьшению внутренней энергии, т.е. к охлаждению излучающего тела, если к нему не подводится энергия извне.

12. При поглощении телом электромагнитных волн его внутренняя энергия возрастает, что приводит к увеличению температуры. Постоянное испускание и поглощение электромагнитной энергии приводит к тому, что устанавливается динамическое равновесие между двумя этими процессами.

13. Излучение удобно характеризовать его энергией W и потоком излучения Φ_e , который определяется энергией, излучаемый за единицу времени:

$$\Phi_e = \frac{W}{\tau},$$

Чтобы сравнивать излучающие способности тел различной площади вводят понятие **энергетической светимости** R_e , которая определяется как отношение потока излучения к площади излучающей поверхности

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}, \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$$

14. Приведенные выше характеристики являются по сути своей интегральными, по ним невозможно судить о спектральном составе излучения. В этой связи, в рассмотрение вводится ещё одна величина – **спектральная плотность энергетической светимости** r_λ или r_ω , которую иногда называют лучеиспускательной способностью. Спектральная плотность представляет собой отноше-

ние энергетической светимости dR_e к ширине волнового или частотного диапазона

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_e}{d\lambda}.$$

Энергетическая светимость в таком случае может быть определена интегралом

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

15. Из повседневного опыта известно, что если нагревать твердое тело, то оно вначале краснеет, а с повышением температуры свечение тела становится все более белым. Это свидетельствует о том, что максимум интенсивности теплового излучения по мере повышения температуры тела смещается к фиолетовому концу спектра, т.е. к его коротковолновой части. Длина волны λ_{\max} в спектре излучения абсолютно черного тела, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, определяется **законом смещения Вина**:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где постоянная Вина $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К.

16. Австрийский физик И. Стефан, анализирувавший полученные экспериментальные данные, и Л. Больцман, исходящий из общих термодинамических соображений, установили зависимость энергетической светимости черного тела от температуры. Согласно **закону Стефана - Больцмана**:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \sigma T^4,$$

т.е. энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры. Коэффициент пропорциональности σ называется постоянной Стефана – Больцмана $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8}$ Вт·м⁻²·К⁻⁴.

17. Введём далее пространственную характеристику излучения – **плотность энергии излучения**, т.е. количество излучённой телом энергии в единице объёма:

$$u = \int_0^{\infty} u_{\omega} d\omega = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda,$$

где величины $u_{\omega} d\omega$ и $u_{\lambda} d\lambda$ являются объёмной плотностью энергии, приходящейся на интервал циклических частот от ω до $\omega + d\omega$ или диапазон длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, величины u_{ω} и u_{λ} называются спектральными плотностями чистой энергии. Если анализу подлежит один и тот же диапазон излучения, то $u_{\lambda} d\lambda = u_{\omega} d\omega$.

18. Так как длина волны λ , скорость света c и циклическая частота ω связаны соотношением:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega},$$

то, очевидно, что между изменениями длины волны и изменениями циклической частоты существует простая взаимосвязь:

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{d\omega}{\omega},$$

знак минус, в данном случае, означает, что с ростом частоты длина волны уменьшается. Считая величины $d\lambda$ и $d\omega$ положительными можно записать следующие соотношения:

$$u_\lambda = \frac{\omega}{\lambda} u_\omega; \quad u_\omega = \frac{\lambda}{\omega} u_\lambda.$$

19. Исторически так сложилось, что теоретики имеют обыкновение пользоваться величиной u_ω , а экспериментаторы предпочитают – u_λ , что, в общем-то, на суть рассматриваемых вопросов влияния не оказывает. Основной задачей теории теплового излучения являлось определение зависимости величины плотности энергии излучения от частоты или длины волны при различных температурах.

20. Теоретическое определение функции $u_\omega(\omega, T)$ в рамках классической волновой теории было выполнено в 1900 г. **лордом Рэлеем**, а затем развито **Джинсом**. Эти знаменитые волновики применили к излучению абсолютно-чёрного тела теорему классической статистической механики о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы. На каждую степень свободы, в соответствие с этой теоремой, приходится в среднем кинетическая энергия:

$$\varphi = \frac{1}{2} k_B T,$$

где $k_B \approx 1,4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Людвиг Бальцмана. Если рассматриваются колебательные степени свободы, то необходимо учитывать и потенциальную энергию, обусловленную действием квазиупругой силы. На каждую колебательную степень свободы, таким образом, приходится энергия:

$$\varphi = k_B T.$$

21. Таким образом в классическом представлении задача об излучении сводилась к определению функции $u_\lambda(\lambda, T)$ или $u_\omega(\omega, T)$, что было возможным при правильном определении числа степеней свободы колеблющихся электронов.

Формула Рэля – Джинса, полученная на основании волновых представлений, имела вид:

$$u_\lambda = \frac{k_B T}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \lambda^2 d\lambda = \infty.$$

Вид функции u_λ показан на рис. 1.3 пунктирной линией. По теории знаменитых специалистов в волновой механике получалось, что **тепловое равновесие между веществом и излучением невозможно**.

22. Приравнивание в возможностях всех степеней свободы приводило к тому, что вся энергия излучения абсолютно-чёрного тела должна была концентрироваться в ультрафиолетовом диапазоне длин волн.

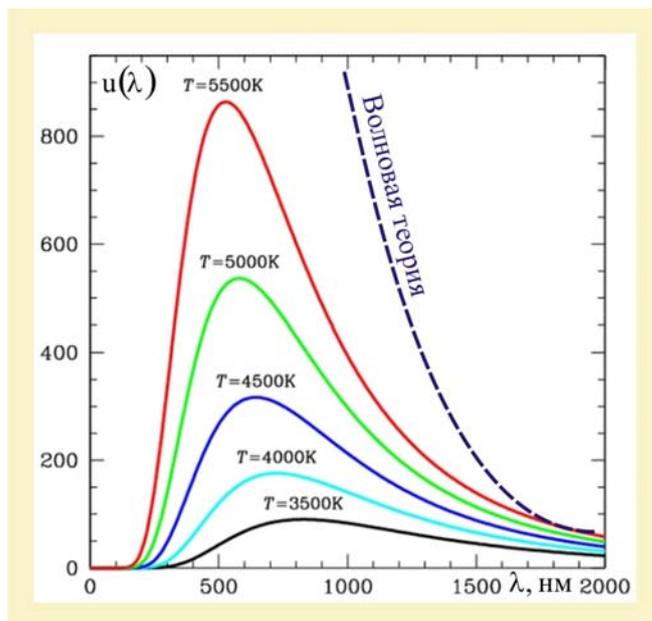


Рис. 1.3. Спектр излучения абсолютно-чёрного тела

23. Эренфест это назвал **ультрафиолетовой катастрофой**. Дело в том, что по теории Рэля – Джинса излучение в полости имеет бесконечное число степеней свободы, а вещество вполне конечное.

24. Спектроскопические экспериментальные исследования излучения абсолютно-чёрного тела выявили совершенно отличные от теоретического вида функции $u(\lambda, T)$, на рис. 1.3 они показаны сплошными цветными линиями, соответствующими различным температурам излучающего тела от $T = 3500$ °К до $T = 5500$ °К. Почувствуйте, как говорится, разницу между правдивым экспериментом и надуманной теорией.

25. Когда задачу об излучении абсолютно чёрного тела поручили решать юному Макс Планку, желавшему попробовать свои силы в теоретической физике, то он тоже вначале решил применить теорему об энергетической равнозначности степеней свободы.

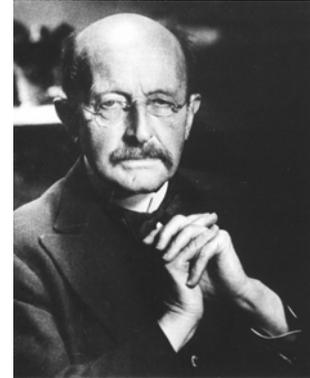


Рис. 1.4. Макс Планк

26. Но Планк был более математик, чем физик и по первости решил поступить бесхитростно, чисто по студенчески. Он проанализировал поведение простейшего гармонического осциллятора, квазиупруго связанного с ядром электрона, находящегося в полости с равновесным излучением.

27. При действии хаотически меняющегося электромагнитного поля электрон должен совершать колебания с хаотически меняющимися амплитудами и фазами, излучая и поглощая энергию электромагнитных волн.

28. Энергия такого осциллятора тоже должна совершать беспорядочные флуктуации вокруг среднего значения $\langle \varepsilon \rangle$. У Планка получилось уравнение, идеологически совпадающее с формулой Рэля – Джинса:

$$u_{\omega} = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{\pi^2 c^3} \omega^2.$$

29. Убедившись в бесперспективности традиционных подходов, Планк, не заботясь о физическом смысле, **начал подгонять формулу излучения под данные эксперимента**. Получились уравнения для классической физики довольно странноватого вида:

$$u_{\omega} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{k_B T} - 1\right)},$$

$$u_{\lambda} = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T} - 1\right)}.$$

30. Странность этого уравнение заключалась в том, что оно содержало некую постоянную величину $\hbar = h/2\pi \approx 1 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, ($h \approx 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с). **Это означало, что обычный гармонический осциллятор мог излучать энергию только порциями.**

31. Позже Планк нашёл теоретическое обоснование своему уравнению. Он высказал гипотезу о том, что электромагнитная энергия излучается и поглощается не непрерывно, а **порциями**, названными **квантами**.

32. Согласно этой гипотезе энергия гармонического осциллятора могла принимать только фиксированные значения, отличающиеся на величину:

$$\varepsilon_f = hf \equiv h\nu .$$

где $h \approx 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, f, ν – частота. Таким образом, обмен энергией резонирующего электрона происходит порциями $\langle \varepsilon \rangle = nh\nu$, т.е. квантовыми скачками. Такое смелое утверждение требовало совершенно по новому объяснить связь между излучаемой энергией и колебаниями осциллятора, в частности электрона на резерфордовской орбите.

33. Возможны два варианта. Во-первых, можно предположить, что резонатор во время колебаний вообще не излучает энергии, а только в некоторый момент времени генерирует электромагнитную волну частотой ν , в этом случае закон сохранения энергии для излучающих атомных структур не исполняется, во-вторых, можно допустить что существуют определённые уровни энергии (разрешённые уровни) на которых может присутствовать электрон и при перекоках с одного энергетического уровня на другой происходит излучение энергии. Вторая точка зрения оказалась прагматичней и в дальнейшем она нашла теоретическое обоснование и экспериментальное подтверждение.



Рис. 1.5. А.Г. Столетов

34. Квантовую гипотезу Планка к фотоэффекту, открытому в 1872 г. русским физиком Александром Григорьевичем Столетовым, применил Генрих Герц.

В его экспериментах свет надал на цезиевый металлический катод (рис. 1.6), помещённый в откачанную стеклянную колбу с кварцевым окном. При падении на катод света в цепи начинал протекать ток, законы изменения которого и подлежали исследованию.

35. Герц, следом за Столетовым, установил, что **интенсивность света влияет лишь на количество вылетающих электронов, а их скорость, вопреки здравому классическому смыслу, зависит исключительно от частоты падающего света.** Герц справедливо предположил, что кинетическая энергия вылетающего электрона равна:

$$W = \frac{m_e v^2}{2} = h\tilde{\nu} .$$

36. Таким образом, при фотоэффекте изменение энергии атомной системы связано с частотой падающей световой волны соотношением

$$h\tilde{\nu} = W_1 - W_2 .$$

37. Альберт Эйнштейн, ознакомившись с работами Герца, оформил полученные Герцем результаты в виде закона своего имени:

$$h\tilde{\nu} = \frac{m_e v^2}{2} + A ,$$

где A – работа выхода электрона из металла.

38. Процессы перехода электрона из одного состояния в другое при излучении и поглощении энергии теоретически проанализировал

Нильс Бор. Бор ввёл в рассмотрение, так называемое, условие частот, которое разрешало атому излучать или поглощать энергию только в определённом квантовом состоянии. Применяя условие частот к гармоническому осциллято-

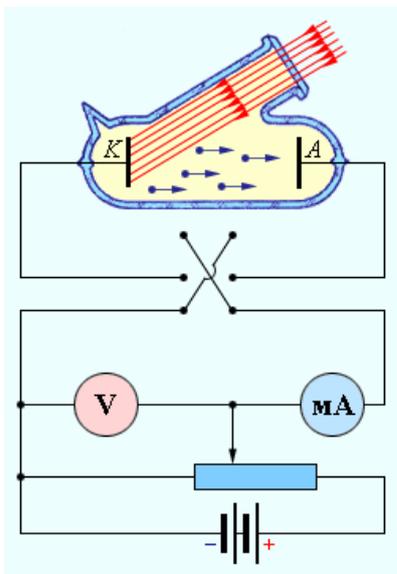


Рис. 1.6. Установка для исследования фотоэффекта

ру можно видеть, что при их переходе из одного энергетического состояния $W_1 = n_1 h\nu$ в состояние, в другое с энергией $W_2 = n_2 h\nu$, можно записать:

$$\Delta W = (n_1 - n_2) h\nu.$$

39. Изменение энергии с частотой в этом случае по Бору записывается следующим уравнением

$$h\tilde{\nu} = (n_1 - n_2) h\nu.$$

Трактовка последней формулы с позиций классической волновой теории, когда излучаемая частота совпадает с частотой собственных колебаний осциллятора, приводит к результату

$$n_1 - n_2 = 1,$$

или в противном случае необходимо предположить, что излучаемая частота отличается от собственной частоты рассматриваемой колебательной системы, в этом случае излучение не монохроматично. Для устранения этого противоречия теоретикам квантовых представлений пришлось ввести принцип соответствия, регулирующий частоту переходов между состояниями.

Величину постоянной Планка экспериментально определил Роберт Милликен.

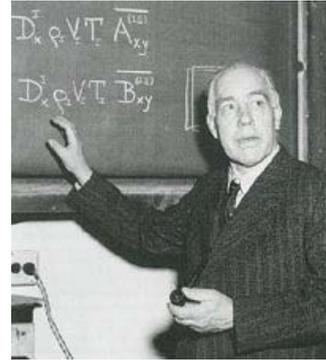


Рис. 1.7. Нильс Бор

2. Для излучения радиоволн используются антенны достаточно больших размеров, рентгеновские же лучи испускаются атомами, а γ -лучи – ядрами атомов. Почему электромагнитные волны самых высоких частот генерируются самыми маленькими системами?

Решение

1. Излучение волн, в том числе и электромагнитных, в обязательном порядке предполагает наличие источника колебаний, причём период колебаний связан с геометрическими размерами колеблющихся объектов. Так, например, для простейшей системы:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}},$$

где T – период колебаний, k – коэффициент упругости, m – масса колеблющегося тела. Габариты колеблющегося тела, в данном случае, определяются его массой. Большой массе соответствуют большие габариты и, соответственно, больший период колебаний.

2. С другой стороны, при распространении колебаний от источника:

$$y(x, t) = y_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x\right) = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right); \quad T = \frac{\lambda}{v};$$

$$y(x, t) = y_m \sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(vt \pm x)\right\},$$

другими словами, для излучения относительно больших длин волн должны использоваться объекты с большими периодами колебаний, которым соответствуют и геометрические размеры.

3. Электромагнитные волны радиодиапазона имеют длины $\approx 10^{10} - 10^5$ нм, а γ -излучение – $\approx 10^{-3}$ нм, т.е. длины электромагнитных волн этих источников отличаются примерно на 13 порядков, отсюда и разница в геометрических размерах «излучателей».

3. Когда чайник создаёт более интенсивное излучение: когда в нём содержится кипяток или когда вода комнатной температуры?

Решение

1. Излучение тела удобно характеризовать его энергией W и потоком излучения Φ_e , который определяется энергией, излучаемый за единицу времени:

$$\Phi_e = \frac{W}{\tau},$$

2. Чтобы сравнивать излучающие способности тел различной площади вводят понятие энергетической светимости R_e , которая определяется как отношение потока излучения к площади излучающей поверхности

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}, \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$$

3. Согласно закону Стефана - Больцмана:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \sigma T^4,$$

т.е. энергетическая светимость тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры. Коэффициент пропорциональности σ называется постоянной Стефана – Больцмана $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$.

4. Таким образом, при прочих равных условиях, при температуре холодного чайника порядка $T_X \approx 290 \text{ К}$, горячего – $T_{\Gamma} \approx 372 \text{ К}$ получим для отношения энергетических светимостей:

$$\left. \begin{array}{l} R_{\Gamma} = \sigma T_{\Gamma}^4; \\ R_X = \sigma T_X^4; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_{\Gamma}}{R_X} \approx \frac{372^4}{290^4} \approx \frac{1,92 \cdot 10^{10}}{7,07 \cdot 10^9} \approx 2,7;$$

4. В комнате стоят два одинаковых алюминиевых чайника, содержащих равные массы воды при температуре $T = 363 \text{ К}$. Один из них закоптился и стал чёрным. Какой из чайников быстрее остынет?

Решение

1. Интегральный закон Кирхгофа устанавливает зависимость между суммарной излучаемой энергией E и энергией, излучаемой при прочих равных условиях абсолютно чёрным телом ε

$$E = A\varepsilon,$$

где A – коэффициент теплопоглощения (теплоизлучения) для абсолютно чёрного тела равный 1.

2. Закон Стефана-Больцмана в этом случае можно записать следующим образом:

$$E \cong A\sigma T^4,$$

где σ – постоянной Стефана – Больцмана $\sigma = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$. Для чайника покрытого копотью величина A будет близка к единице, а для блестящего алюминиевого чайника меньше единицы, поэтому закопченный чайник остынет быстрее.

5. Одновременно приготовлены две одинаковые чашки кофе массой m_1 , которое предполагается употребить через некоторое время τ . Чтобы кофе был наиболее горячим, когда следует добавлять в него сливки массой m_2 , сразу после приготовления или перед употреблением?

Решение

1. Закон сохранения тепловой энергии в данном случае представится уравнением теплового баланса:

$$c_1 m_1 (t_1 - \theta) = c_2 m_2 (\theta - t_2),$$

где $c_1 \approx 4200$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость воды, $c_2 \approx 2620$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость сливок, t_1 – температура воды (кофе), t_2 – температура сливок, θ – установившаяся температура кофе со сливками.

2. Остывание кофе характеризуется уменьшением его внутренней энергии:

$$\Delta U = C(m_1 + m_2)\Delta T,$$

где C – теплоёмкость объёма жидкости в чашке, ΔT – изменение температуры жидкости.

3. Тепловая мощность отдаваемая остывающей жидкостью:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = N = C(m_1 + m_2) \frac{\partial T}{\partial \tau}; \Rightarrow \int_{\tau_1}^{\tau_2} N d\tau = C(m_1 + m_2) \int_{T_1}^{T_2} dT;$$

таким образом скорость изменения температуры при прочих равных условиях зависит от теплоёмкости жидкости. Учитывая значения c_1 и c_2 , для сохранения напитка в более нагретом состоянии сливки следует добавить сразу после приготовления кофе.

4. Кроме того, в первом случае на поверхности напитка будет образовываться тонкая плёнка масла, которая будет замедлять теплообмен поверхности с окружающей средой. Дело в том, что сливки представляют, по сути, эмульсию жировых сферических включений в воде. Плотность жира меньше чем у воды, потому вследствие действия силы Архимеда они будут всплывать на поверхность.

6. Почему в холодную погоду многие животные спят, свернувшись в клубок?

Решение

2. Излучающая способность тела при одинаковой температуре зависит от его площади, т.е. энергетическая светимость тела R_e , определяется как отношение потока излучения к площади излучающей поверхности

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}, \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right].$$

3. При заданном объёме наименьшую поверхность имеет сфера, поэтому животные, стремясь сократить излучающую поверхность, придают своему телу форму, близкую к сферической.

7. Нагретый кусок стали начинает светиться от приобретая цвет до тёмно вишнёвого до, практически, белого. В то время кристаллический кварц при такой же температуре не светится. Почему?

Решение

1. Согласно закону Кирхгофа тепловое излучение нагретых тел пропорционально их поглощательной способности. Наибольшей излучательной способностью при фиксированной температуре будут иметь тела, обладающие максимальным коэффициентом поглощения. Максимальное значение коэффициента поглощения, равного единице, имеют тела чёрного цвета. Если коэффициент поглощения для всех длин волн равен единице, то такое тело называется абсолютно чёрным.

2. Прозрачные тела обладают минимальной поглощательной способностью, следовательно, и минимальной излучательной способностью, поэтому нагретый кварц весьма незначительно испускает электромагнитные волны, которые находятся вне видимого диапазона.

8. Почему мел выглядит среди раскалённых углей тёмным?

Решение

1. Мел представляет собой тело белого цвета, у которого достаточно высокий коэффициент отражения, т.е. его поглощательная способность не высока. В соответствии с законом Кирхгофа его излучательная способность будет так же не высока, поэтому на фоне светящихся углей он будет казаться тёмным.

9. На светлом фоне керамического изделия выполнен тёмный рисунок. Если это изделие поместить в печь с высокой температурой, то становится виден светлый рисунок на тёмном фоне. Почему?

Решение

1. Тёмный цвет рисунка в обычном состоянии указывает на большую поглощательную способность данного вещества и большую излучательную способность.

2. При нагревании светлый фон изделия мало излучает в сравнении с рисунком, который будет испускать электромагнитные волны более интенсивно, отчего и будет казаться более светлым.

10. К какому виду излучения (тепловому или люминесцентному) относится свечение:

- а) раскалённой отливки металла;
- б) лампы дневного света;
- г) звёзд;
- д) некоторых глубоководных рыб и светлячков?

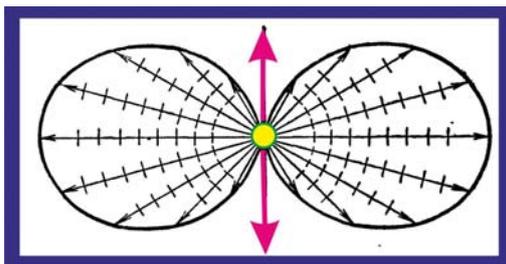


Рис. 10.1. Излучение диполя

Решение

1. Причиной, вызывающей испускание электромагнитных волн светового диапазона является ускоренное движение электронов в атоме или молекуле при совершении колебательных движений. Электрон, при этом, можно рас-

смаивать как диполь, который при колебаниях испускает сферические световые волны. Сфера будет представлять собой геометрическое место точек волн с одинаковой фазой, а совсем не с одинаковой амплитудой колебаний.

2. В связи с поперечностью электромагнитных волн диполь практически ничего не излучает в направлении своей оси, т.е. в направлении колебаний электрона.

3. Если через $\epsilon_{\nu, \nu+d\nu}$ обозначить ту часть излучаемой энергии единицы площади излучающего тела за единицу времени, то она в соответствии с ронее иием Макса Планка представится следующим образом:

$$\epsilon_{\nu, \nu+d\nu} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu;$$

4. Из формулы видно, в частности, что чем выше температура, тем больше значения достигает функция $\epsilon_{\nu, \nu+d\nu} = f(\nu)$, т.е. в определённой части спектра тело будет светиться наиболее ярко. Закону Планка подчиняются все нагретые тела, в частности, раскалённый металл и звёзды

5. Некоторые вещества могут светиться при невысоких температурах какое-то время после прекращения их облучения светом, такие вещества обладают свойством люминесценции. В частности в лампах, внутренняя поверхность колбы которых покрыта люминофором, свечение происходит не вследствие тепловых колебаний электронов, а за счёт переизлучения поглощённых квантов световой энергии, такие процессы протекают в лампах дневного света.

6. Причиной люминесценции могут служить и химические реакции, протекающие в клетках живых организмов, как например, у некоторых видов глубоководных рыб и светлячков.

7. В современных приборах начала использоваться тритиевая люминесценция. Поток электронов, вызывающих свечение люминофора возникает вследствие β -распада радиоактивного газа трития, изотопа водорода, ядро которого состоит из одного протона и трёх нейтронов. Ядро газа неустойчиво, в течении длительного времени выбрасывает электроны. Такая технология используется в часах швейцарской фирмы TAWATEK (рис. 10.2), гарантирующая свечение в течение 35 лет.



Рис. 10.2. Тритиевая подсветка

11. Чем вызвана и к какому виду относится люминесценция в следующих случаях:

- свечение экрана электронной лучевой трубки;
- свечение газа в рекламных трубках;
- свечение стрелки компаса
- свечение планктона в море?

Решение

1. **Люминесценция** (от лат. *luminis* – свет и – *escent* - суффикс, означающий слабое действие) – излучение, представляющее собой избыток над тепло-

вым излучением тела и продолжающееся в течение времени, значительно превышающего период световых колебаний.

2. Первая часть определения явления люминесценции отделяет её от теплового равновесного излучения и указывает на то, что понятие люминесценции применимо только к совокупности атомов или молекул, находящихся в состоянии, близком к равновесному состоянию.

3. Отклонение от равновесного состояния может заключаться в том, что одна термодинамическая подсистема, например, ионы, имеет определённую температуру, а другая – валентные электроны – находится в неравновесном состоянии.

4. При сильном отклонении от равновесного состояния говорить о тепловом излучении или люминесценции не имеет смысла. В видимой области спектра тепловое излучение становится заметным только при температурах порядка $T \approx 10^3 - 10^4$ К, люминесцировать же в этой области тело может при любой температуре, поэтому люминесценцию часто наз. холодным свечением.

6. Люминесценция встречается в живой и не живой природе в природе. Например, северное сияние, свечение некоторых насекомых, минералов, гниющего дерева. Эти виды холодного свечения наблюдались давно, однако систематически явление изучается с 17 в.

7. Люминесценция – **квантовый процесс**, он происходит при квантовых переходах в атомах, молекулах, кристаллах.

8. **Виды люминесценции.** По виду возбуждения различают фотолюминесценцию (возбуждение светом), радиолюминесценцию (возбуждение проникающей радиацией; к ней, в частности, относятся рентгено-, катодо-, ионо- и анодо-люминесценции), электролюминесценцию (возбуждение электрическим полем), кандолюминесценцию (возбуждение при механических воздействиях, напр. при разрушении кристаллической решётки), хемилюминесценцию (возбуждение при хим. реакции), в частности биолюминесценцию, радикалорекombинационную люминесценцию, лиолюминесценцию (возбуждение при растворении кристаллов).

9. **По длительности свечения** различают флуоресценцию, т.е. быстро затухающую люминесценцию и фосфоресценцию – относительно длительную люминесценцию. Это деление условное, оно зависит от временного разрешения регистрирующих приборов.

10. По механизму элементарных процессов различают:

- резонансную;
- спонтанную;
- метастабильную или вынужденную;

11. **Фотолюминесценция** – свечение под действием света (видимого и ультрафиолетового диапазона электромагнитных волн). Она, в свою очередь, делится на:

- флуоресценцию (время жизни $10^{-9} - 10^{-6}$ с);
- фосфоресценцию ($10^{-3} - 10$ с);

12. **Хемилюминесценция** – свечение, использующее энергию химических реакций;

13. **Катодолюминесценция** – вызвана облучением светящегося вещества быстрыми электронами (катодными лучами);

14. **Сонолюминесценция** – люминесценция, вызванная звуком высокой частоты;

15. **Радиolumинесценция** – при возбуждении вещества ионизирующим излучением;

16. **Триболюминесценция** – люминесценция, возникающая при растирании, раздавливании или раскалывании люминофоров. Триболюминесценция вызывается электрическими разрядами, происходящими между образовавшимися наэлектризованными частями – свет разряда вызывает фотolumинесценцию люминофора.

17. **Электролюминесценция** – возникает при пропускании электрического тока через определённые типы люминофоров.

18. По условию задачи заданы следующие виды люминесценции:



Рис. 11. Виды люминесценции

19. В электронно-лучевой трубке (кинескопе) свечение люминофора происходит вследствие взаимодействия разогнанных электрическим полем электронов с молекулами специального люминесцентного вещества. Типичный пример катодной люминесценции.

20. Стрелка компаса, циферблаты приборов светятся в темноте за счёт явления фосфоресценции. В простейшем случае, фосфоресценция – это процесс, в котором энергия, поглощенная веществом, высвобождается относительно медленно в виде света. В некоторых случаях это механизм, описывающий «светящиеся в темноте» материалы, которые «заряжаются» на свету. В отличие от обычных флуоресцентных ламп, в которых происходят относительно быстрые реакции, фосфоресцирующие материалы «абсорбируют» световую энергию и «хранят» её дольше, а внутриатомные реакции, переизлучающие накопленную энергию, происходят реже. Наиболее распространёнными фосфоресцентными материалами являются сульфид цинка и алюминат стронция. Сульфид цинка применялся ещё в 1930-х годах. Сейчас в основном используются пигменты на основе алюмината стронция, поскольку они примерно в 10 раз ярче сульфидно-цинковых и обладают длительностью послесвечения до нескольких часов против примерно получаса у сульфида цинка

21. В рекламных трубках светится ионизированный газ. Электрическим полем атомы одного из инертных газов, например – неона, переводятся в возбуждённое состояние, оптические электроны отрываются от своего ядра, атом превращается в положительный ион, который наряду с электронами образует электрический ток между анодом и катодом. При возвращении электрона в своё основное энергетическое состояние происходит испускание кванта света, что собственно и вызывает наблюдаемое свечение. В зависимости от типа инертного газа, наблюдается свечение разного цвета.

22. В некоторых живых организмах и растениях наблюдается, так называемая, хемилюминесценция – свечение, использующее энергию химических реакций. В частности, такие процессы происходят в зоопланктоне.

12. Заданы графики распределения энергии в спектре нагретого тела при различных температурах T_1 и T_2 в функции длины волны. Какой из графиков соответствует более высокой температуре?

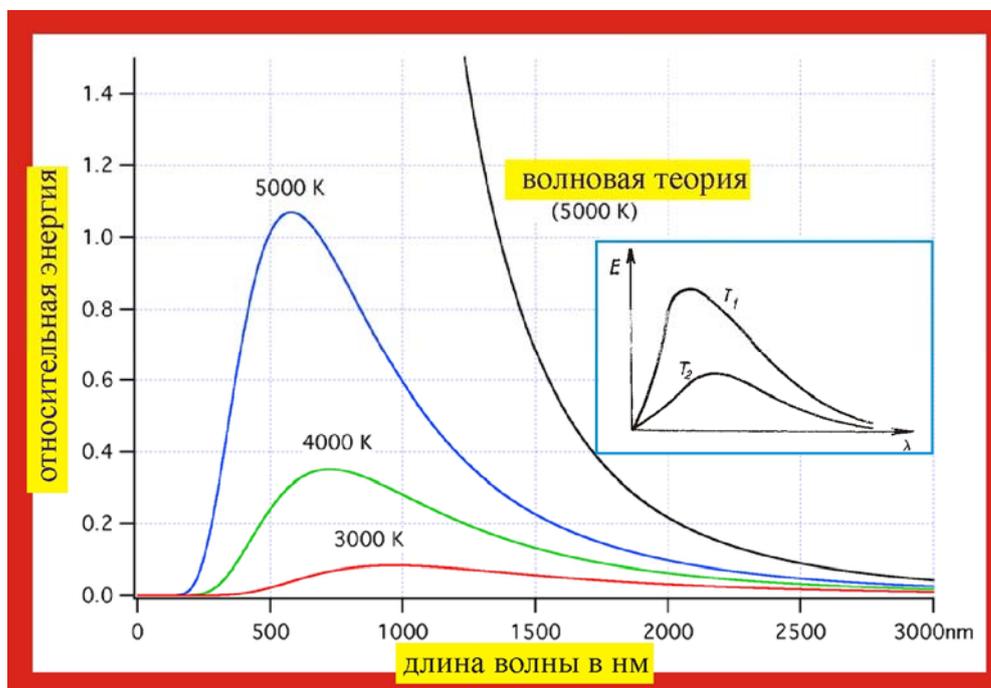


Рис. 12. Излучение абсолютно чёрного тела

Решение

1. Если через $\varepsilon_{\lambda, \lambda+d\lambda}$ обозначить ту часть излучаемой энергии единицы площади излучающего тела за единицу времени, то она в соответствие с уравнением Макса Планка представится следующим образом:

$$\varepsilon_{\lambda, \lambda+d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda;$$

4. Из формулы видно, в частности, что чем выше температура тем большего значения достигает функция $\varepsilon_{\lambda, \lambda+d\lambda} = f(\lambda)$, т.е. в определённой части спектра тело будет светиться наиболее ярко и $T_1 > T_2$.

13. Для чего металлизуют (покрывают тонким слоем фольги) одежду персонала, работающего в пространствах с повышенной температурой: металлургов, мартенщиков, операторов прокатных станов, вулканологов и т.п.?

Решение

1. Повышение температуры тел может происходить как при непосредственном контакте с более нагретым телом за счёт эффектов теплопроводности, так и в отсутствии такого контакта за счёт теплового излучения.

2. **Тепловым излучением** называется перенос теплоты посредством электромагнитных волн. Ярким примером такого переноса может служить нагревание окружающего пространства Солнцем.

3. При тепловом излучении изменение температуры происходит за счёт поглощения энергии электромагнитных волн. Источником лучистой энергии является тепловые движения структурных элементов вещества.

4. Пусть электромагнитная волна падает на плоскую поверхность S . Падающий поток Φ_1 при взаимодействии с веществом плоскости разделится на два потока. Один из них, Φ_2 испытает отражение, а второй Φ_3 , преломившись проникнет в вещество.

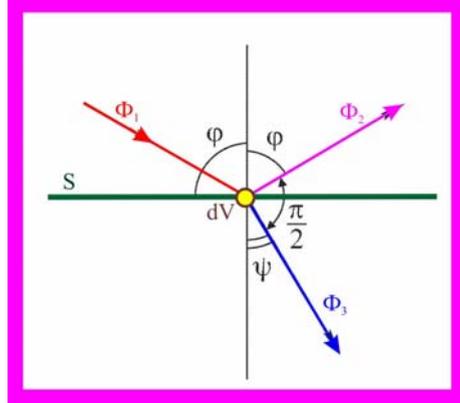


Рис.13. Взаимодействие

5. Нагревание вещества поверхности будет зависеть от соотношения между Φ_2 и Φ_3 , которое, в свою очередь определяется свойствами поверхности.

6. Если поверхность покрыть отражающим электромагнитные волны веществом, например, алюминиевой фольгой, то тем самым можно уменьшить поглощение лучистой энергии веществом.

7. С этой целью одежду, предназначенную для использования в зонах повышенной температуры, покрывают отражающими излучение материалами.

14. Почему в парниках температура значительно выше, чем у окружающего воздуха, даже при отсутствии отопления и удобрений?

Решение

1. Температура грунта в парнике определяется интенсивностью падающего на поверхность электромагнитного излучения инфракрасного, видимого и ультрафиолетового спектра. Стекло и плёнки из органических материалов хорошо пропускают волны

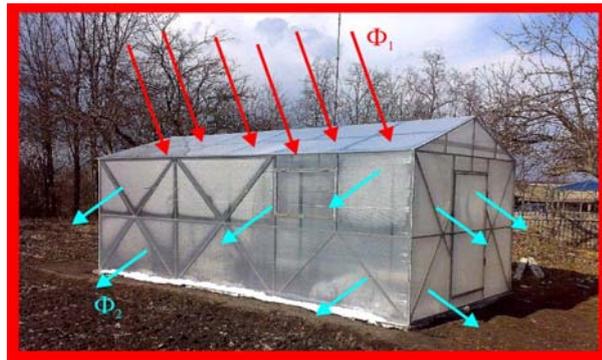


Рис. 14. Парниковый эффект

оптического и инфракрасного диапазона. Некоторые типы плёнок, например, полиэтиленовые, пропускают и волны ультрафиолетовой области спектра.

2. Теплообмен с окружающей средой происходит преимущественно через ограничивающую теплицу плёнку, причём конвективный теплообмен грунта, практически отсутствует.

3. Падающий поток лучистой энергии Φ_1 существенно больше чем поток тепла из парника Φ_2 . Окружающий же грунт подвержен конвективному теплообмену, поэтому охлаждается более интенсивно.

15. Два совершенно одинаковых спиртовых термометра отличаются только цветом окраски спирта. Будут ли термометры показывать одинаковую температуру, будучи выставленными, на солнце, на одинаковое время?

Решение

1. Повседневный опыт указывает на то, что два тела, холодное и горячее, будучи приведёнными в соприкосновение с течением времени приходят в со-

стояние теплового равновесия. Поскольку одно из тел нагревается, а другое охлаждается, то можно сделать вывод об энергетическом обмене.

2. Такие понятия как «более холодное» или «менее нагретое» удовлетворяют ситуации только на бытовом уровне, да и то не всегда. Вместе с тем понятие температуры появилось в физике на основе чувственных восприятий.

3. Качественное восприятие температуры нашими органами чувств позволяет фиксировать относительное тепловое состояние. Но эти ощущения часто носят весьма субъективный характер, часто не отражающие действительности. Так, например, пить чай из алюминиевой кружки кажется менее комфортно, чем из фарфоровой чашки, даже при одинаковой температуре напитка. С другой стороны, человеческий организм спокойно выдерживает в течение нескольких минут пребывание в сауне с температурой в 100°C и более. Обратное, же даже у самых отчаянных не возникнет желание, сунуть палец в кипящую воду, хотя температура воды одинакова с сауной. Субъективные восприятия температуры даже в быту обладают информативностью в достаточно узком динамическом диапазоне.

4. Родители грудных детей, готовя ванну для малыша, «измеряют» температуру погружением в воду локтевого сгиба, который, оказывается, может «работать термометром» с точностью $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$. При всех достоинствах и простоте перцепционного (чувственного) метода восприятия температуры, он слабо пригоден для количественных характеристик термодинамических и молекулярных процессов.

5. Первыми, кому в практической деятельности потребовалось оперировать с понятиями тепла и холода были древние врачи, занятые приготовлением лекарственных снадобий. Врачам была нужна шкала температурной градации, в частности градации температуры человеческого тела. Врачеватели заметили, что температура тела является индикатором состояния организма. Холод по их понятиям характеризовался влажностью, а теплота тела – сухостью. Галеном во II в. с.л. была введена шкала, состоящая из 12 температурных режимов.

6. Чтобы оценить температуру количественно необходимо привлечь к этому процессу какой-нибудь подходящий физический процесс, ход которого бы зависел от температуры, желательно линейно.

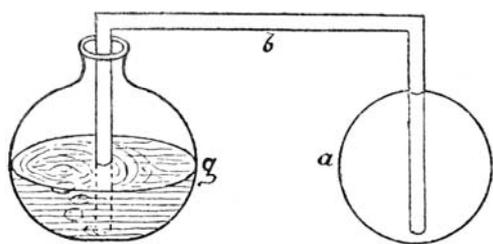


Рис. 15.1. Термоскоп Филона

7. Судя по историческим публикациям первому, кому пришла такая идея Филону Александрийскому, жившему в Древней Греции в районе 250 г. до н.э. Филон опубликовал обширный трактат «Механика», где в разделе «Пневматика» описал устройство и принцип действия первого термоскопа (рис. 15.1).

Термоскоп представлял собой две связанные трубкой сферы, одна из которых была «пустой», а вторая частично заполнена водой. При помещении шара *a* на солнце из трубки во втором шаре начинают появляться пузырьки воздуха. Если затем поместить «пустой» шар снова в тень, то жидкость частично заполняет трубку.

8. Проводя такие опыты, Филон пришёл к выводу, что объем газа, зависит от температуры, хотя до написания уравнения Клапейрона – Менделеева было ещё далеко, тем не менее. Древние Греки всех удивляют своей прозорливостью.

9. Следующим был Герон, опять же Александрийский. Он упростил термоскоп Филона, заменив сосуд с водой стеклянной трубкой с капелькой окрашенной жидкости (рис. 15.2). При нагревании или охлаждении воздуха в сферической колбе, капелька перемещалась по трубке. Для получения полноценного измерителя температуры осталось сделать последний шаг, проградуировать перемещение капли, совместив её движение со шкалой.

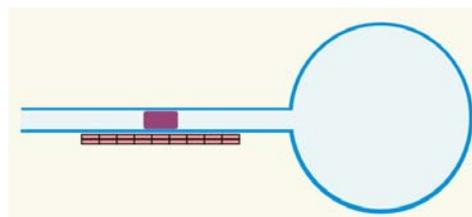


Рис. 15.2. Термоскоп Герона Александрийского

10. Количественная история науки о теплоте началась с Галилео Галилея. Галилей (1564 – 1642 гг.) был одним из первых, кто писал о механической природе тепла. Во времена Галилея в небе Европы появились две кометы. Интерес простого люда к этим небесным явлениям был огромен.

11. По поводу природы комет в обществе разгорелась нешуточная дискуссия, заставившая Галилея взяться за перо. Он, в отличие, от простолюдинов понимал, что свечение небесных тел связано с их нагреванием в результате механического взаимодействия со средой.

12. Во времена Галилея с измерениями любых физических величин была большая неопределённость. Трудности возникали даже при измерении длин, объёмов и промежутков времени. Каждая, уважающая себя местность имела свои эталоны веса, длины и времени, сравнивать которые было делом более чем хлопотливым.

13. Время измеряли гномонами (солнечными часами) и клепсидами (водяными часами), были ещё песочные часы, но эти «хронометры» не обеспечивали измерения, как длительных промежутков времени, так и коротких интервалов.

14. После совершенно блестящих механических экспериментов, Галилей осознал, что начинать термические исследования нужно с создания количественного измерителя температуры, попросту говоря, термометра.

15. Итальянский врач, физиолог и анатом С. Санторио (1561 – 1636 гг.) начал развивать биомеханический подход при изучении живых организмов. Профессорствуя в университетах Падуи, Польши, Венгрии и Хорватии при исследовании обмена веществ у человека изобрёл ряд оригинальных измерительных приборов, в частности, первый ртутный термометр.

16. До этого использовался термоскоп Галилео Галилея (рис. 15.3), который представлял собой сосуд 1, с водой, с погруженной частично заполненной жидкостью тонкой стеклянной трубкой 2, заканчивающейся расширительным объёмом 3. Идея Галилея заключалась в том, что его прибор позволял судить о температуре по изменениям физического состояния вспомогательных сред, в частности, по изменению объёма воздуха.

17. Первые образцы термоскопов Галилея были не надёжно изолированы от атмосферного давления, поэтому меняли свои показания в зависимости от колебаний внешнего давления. Действие термоскопа подчинялось уравнению Клапейрона – Менделеева, которое во времена Галилея ещё не было написано, но как видно уже всюду использовалось.

18. Описание своей идеи и результаты испытаний биомеханик отправил на рецензию Галилею, который повёл себя более чем странно. Он обвинил врача в плагиате, заявив, что идея использования ртути принадлежит именно ему, хотя официальных письменных заявлений по этому поводу никогда не делал.

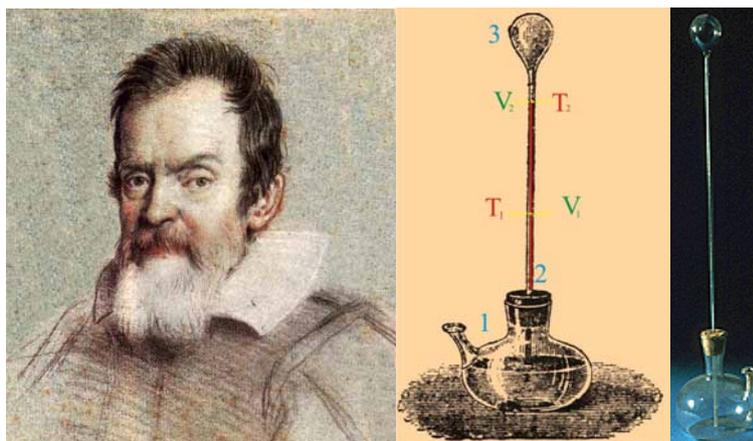


Рис. 15.3. Галилей и его термоскоп

19. Как бы там ни было, но ртутный термометр появился и получил широчайшее распространение (рис. 15.4) при исследовании разнообразных физических и физиологических процессов.

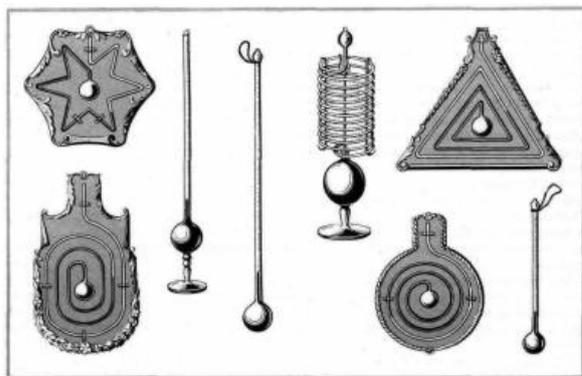


Рис. 15.4. Конструкции первых термометров

20. Появление такого универсального инструмента позволило установить целый ряд фундаментальных свойств окружающего мира.

21. Спустя всего 50 лет, после появления первого термометра, который от термоскопа отличался наличием градуированной в определённых единицах шкалы, шкалы начали градуировать, иногда весьма экзотическим образом.

22. Был такой период в истории молекулярной физики и термодинамики, когда каждый уважающий себя исследователь предпочитал использовать температурную шкалу имени себя любимого.

23. По первости температуру «измеряли» по высоте столбика воды или ртути, деления наносились произвольным образом. В 1724 г. стеклодув Габриэль Фаренгейт установил, что температура фазовых переходов воды не изменяется, при постоянстве внешнего давления.

24. Родилась идея использовать эти температурные точки в качестве реперных, т.е. с их помощью проградуировать температурную шкалу. Точка таяния льда по этой шкале соответствовала температуре $+ 32^{\circ}\text{F}$ (при нормальном атмосферном давлении), вода по этой шкале закипала при температуре $+ 212^{\circ}\text{F}$, причём один градус определялся как $1/180$ полного размаха.

25. Нулевое значение температуры Фаренгейт определил как точку замерзания смеси воды льда и нашатыря, за привычные нам 100°F была принята нормальная температура человеческого тела, хотя как потом выяснилась эта температура соответствует $97,9^{\circ}\text{F}$.

26. На уровне слухов известно, что эталоном нормальной температуры послужила жена Фаренгейта, которая на момент измерений была несколько нездорова, отсюда и погрешность в $2,1^{\circ}\text{F}$. Эти две постоянные температурные точки дали возможность прокалибровать термоскоп, что и превратило его в термометр.

27. Спустя некоторое время, в 1742 г. шведский исследователь Цельсий рационализировал все экзотические изыски Фаренгейта и предложил температуру таяния льда принять за 100°C , а за нулевую – температуру кипения воды 100°C . Поработав с этой шкалой, Андерс выяснил, что более уместно выбранные реперные точки поменять местами. Оказалось, что это удобно и практично. Кроме того, такой подход обеспечивал сопоставление измеряемых температур вне зависимости от места изготовления и градуировки термометра. Нагреть воду до кипения или охладить её до замерзания было делом в то время совсем не трудным.

28. Однако, несмотря на изобретение термометров различных конструкций, практически, три сотни лет толком не знали, что измеряли, только в конце XIX в. фундаментальное во всех отношениях понятие температуры обрело теоретический смысл, обросло соответствующими уравнениями, которые не противоречили существующим теориям мироздания.

29. Не следует думать, что только понятие температуры рождалось долго и в муках. До настоящего времени современный научный организм так и не разрешился теориями, из которых бы стало ясно, откуда берётся элементарный электрический заряд и гравитация. Не зная, по большому счёту, что такое электрический ток, сколько всего с ним связанного придумали. А электричество это основа и перспективы современной цивилизации. Так, что ситуация с понятием температуры скорее правило в современном естествознании, чем исключение.

30. По вполне объяснимым причинам слёту дать определение температуры не получилось. Толком никто не понимал, что это такое и от чего «это» зависит, чем определяется. Установить взаимосвязь между «этим» и высотой столбика нагретой ртути или спирта было весьма затруднительно.

31. Один из первых вопросов, который задавали себе учёные: «Если ртуть или спирт заменить веществом, находящимся в газообразном или твёрдом состоянии, то, что при этом произойдёт?».

32. Пробовали. Термометры давали разные показания. Особенно удивила всех вода. В передачах температур $0 - 4^{\circ}\text{C}$, при нагревании фиксировалось уменьшение температуры. Фантастика! Однако несмотря на многочисленные непонятки, человечество пройдя через понятия флогистон и теплород, определило таки, что есть температура и как её можно измерять.

33. Оказалось, что для целей измерения температуры, строго говоря, подходит любой физический параметр, для которого установлена однозначная зависимость от температуры. С измерениями температуры были связаны ещё и чисто метрологические трудности. Если имеется тривиальная линейка, градуированная в миллиметрах и сантиметрах, то ей можно измерять всё, что крупнее 1 мм, хоть непосредственно расстояние до г. Москвы от Урюпинска.

34. Возможности термометра любого типа сильно ограничены температурным диапазоном, в котором зависимость используемого параметра сохраняется в удобоваримых пределах. Например, чтобы измерять ртутными термометрами высокие температуры необходимо создавать в герметичной капсуле повышенное давление.

35. В конце концов, ученые пришли к выводу, что самым подходящим веществом для измерения температуры по теоретическим термодинамическим показателям является идеальный газ. Термометр на его основе был бы самым точным, но есть один пустячок на пути практической реализации этой идеи, идеального газа в природе нет. Определение газа было введено в оборот Йоха-

нисом ванн Гельмонтом в 1620 г. Слово «газ» фламандского происхождения и обозначает понятие, сходное с хаосом.

36. Следует отметить, что термометром любой конструкции измеряется, строго говоря, не температура окружающего пространства, а температура вещества, следовательно, от его свойств зависит и измеряемая величина.

37. При измерении спиртовыми термометрами на солнце теплообмен будет носить, преимущественно радиационный характер. Проникновение потока излучения в спирт будет зависеть от его цвета. Чем темнее окрашен спирт, тем большее количество энергии электромагнитных волн будет, преломляясь, попадать внутрь, нагревая жидкость. В этой связи термометр с тёмным окрасом спирта будет демонстрировать более высокое значение температуры.

16. Почему при уменьшении напряжения «световая отдача» ламп накаливания уменьшается, и свечение приобретает красноватый оттенок?

Решение

1. Уменьшение напряжения питания лампы накаливания приводит к снижению количества выделяемого тепла за фиксированное время:

$$Q = \frac{U^2}{R} \tau; \quad Q \approx C \Delta T,$$

где Q – количество теплоты, U – электрическое напряжение, R – электрическое сопротивление нити накала, τ – промежуток времени, C – теплоёмкость нити накала, ΔT – изменение температуры.

2. Уменьшение температуры нити накала в соответствии с законом смещения Вина приводит к смещению спектра в красную сторону спектра (рис.16).

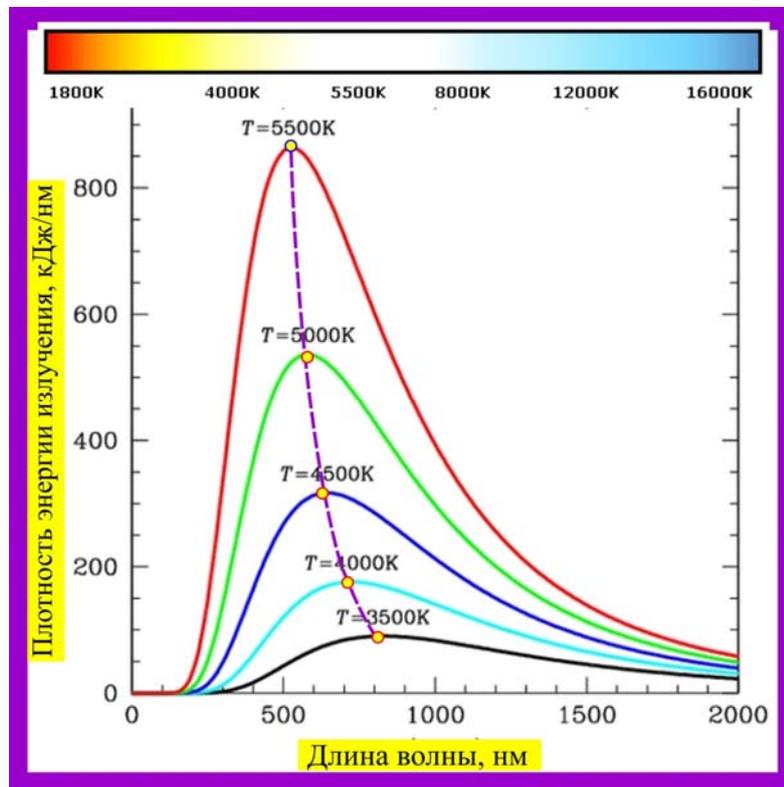


Рис. 16. Спектральное смещение Вина

17. Для обнаружения поверхностных дефектов на поверхности изделий их покрывают тонким слоем керосино-масляного раствора, затем убирают излишки раствора и освещают поверхность ультрафиолетовым светом. В чём заключается физическая суть этого метода?

Решение

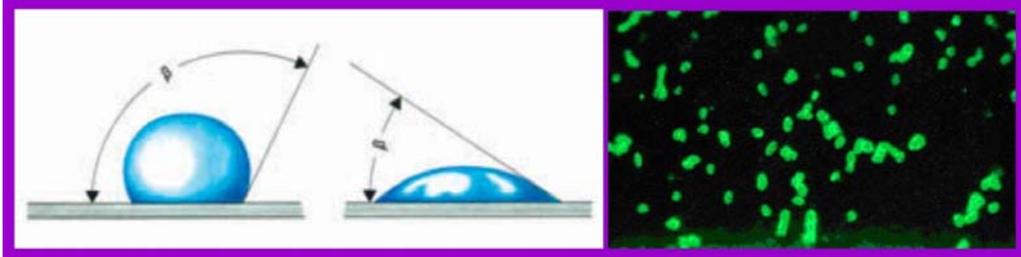


Рис. 17. Краевой угол смачивания и поверхность детали в ультрафиолетовом свете

1. Керосин применяется вследствие его малого значения угла смачивания β при нанесении его на металлические поверхности, что обеспечивает проникновение в дефекты малого размера.

2. Люминесцентное вещество подбирается таким образом, чтобы его чувствительность лежала за пределами видимого света. В этом случае в темноте под действием ультрафиолетового излучения от специальной лампы оно светится, показывая места своего наибольшего скопления, т.е. местоположения дефектов поверхности.

18. Почему не следует смотреть на электрическую дугу, возникающую при электрической сварке? Какую роль играет светофильтр маски сварщика?

Решение

1. Температура электрической дуги зависит от материала электродов: при угольных электродах на катоде она составляет около 3200°C ; на аноде – около 3900°C ; при металлических электродах соответственно 2400 и 2600°C . В центре дуги по ее оси температура достигает $6000-8000^{\circ}\text{C}$. Пары материала электрода излучают в пространство высокоинтенсивные электромагнитные волны широкого спектра от ультрафиолетовых до инфракрасных. Зрительно дуга воспринимается как ослепительно белая светящаяся область, вызывающая, даже при кратковременном наблюдении, так называемую, усталость зрения. Длительное рассматривание дуги может повредить сетчатку глаза, вплоть до полной потери её чувствительности.

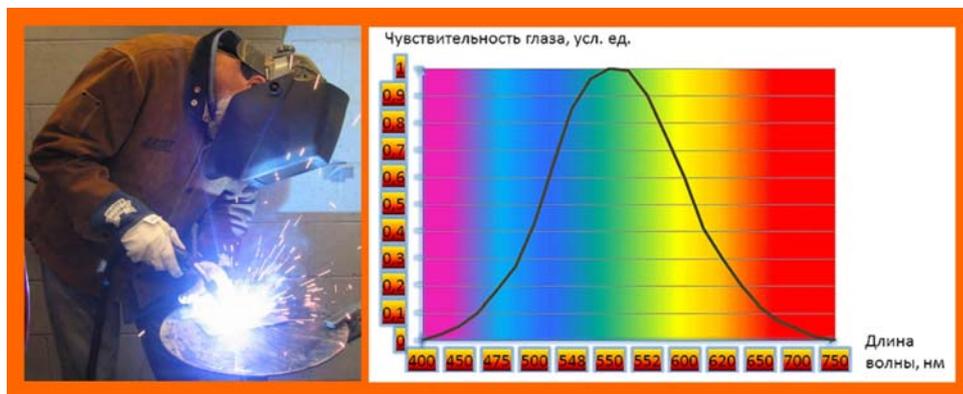


Рис. 18. Дуговая сварка и чувствительность глаза человека

2. Как видно из данных рис. 18 максимальная чувствительность глаза наблюдается в области зелёного и синего цвета, которые в спектре сварки присутствуют. Сила света дуги может достигать $\approx 10^5$ кандел, мощные лампы накаливания не дотягивают и до 150 кандел.

3. Не меньший вред состоянию зрения приносят ультрафиолетовые фотоны с энергией $\varepsilon_f \approx 4 \cdot 10^2$ эВ, в то время как фотоны в видимом спектре обладают энергией порядка $\varepsilon_f \approx 4-6$ эВ.

4. Тёмный светофильтр на защитной маске, ослабляя интенсивность излучения в видимом спектре, и полностью поглощают ультрафиолетовые фотоны, сохраняя тем самым зрение сварщику.

19. Почему медицинскую лампу, дающую много ультрафиолетовых лучей, называют «горным солнцем»?

Решение

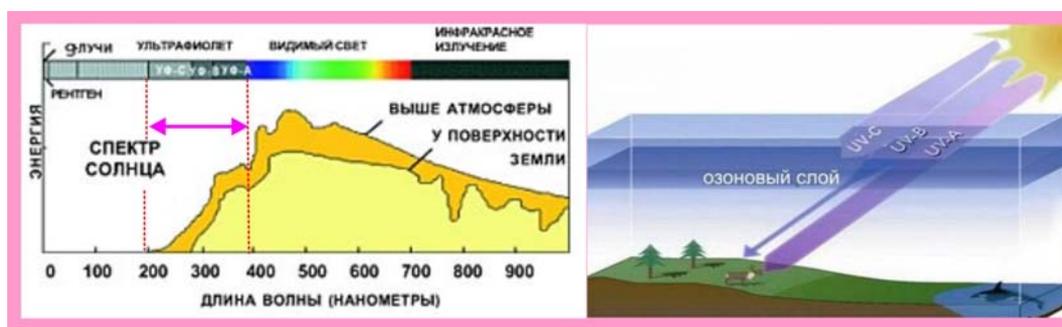


Рис. 19. Ультрафиолетовое излучение и атмосфера Земли

1. Солнечный свет ультрафиолетового диапазона с длинами волн от примерно $\lambda_{\min} \approx 200$ нм до $\lambda_{\max} \approx 400$ нм достигает поверхности Земли, частично поглощаясь и рассеиваясь атмосферой, причём с высотой над поверхностью интенсивность солнечного излучения увеличивается во всём спектре длин волн.

2. В горах относительный уровень ультрафиолетового излучения выше, чем на поверхности, да и весь спектр излучения ближе к объективному солнечному свету. В этой связи, осветительные приборы, обеспечивающие повышенный уровень ультрафиолетового излучения образно называют «горным солнцем».

20. Почему ртутные лампы ультрафиолетового излучения делают не из обычного стекла, а из кварцевого?

Решение



Рис. 20.1. Спектр пропускания обычного стекла

1. На рис. 20 приведён качественный спектр пропускания обычного стекла, используемого при остеклении окон. Как видно, обычное стекло практически не пропускает ультрафиолетовое излучение с длинами волн порядка $\lambda \approx 200 - 400$ нм.

2. Кварцевое стекло или плавленый кварц представляет собой однокомпонентное стекло из чистого оксида кремния, получаемое плавлением природных разновидностей кремнезёма – горного хрусталя, жильного кварца и кварцевого песка, а также синтетической двуокиси кремния. Этот вид стекла достаточно хорошо пропускает электромагнитные волны с длинами $\lambda \approx 0,16 - 3,5$ мкм, т.е. весь ультрафиолетовый, видимый и инфракрасный диапазон (рис. 20.2).



Рис. 20.2. Спектр излучения Солнца

21. Почему при спектральном анализе исследуемое вещество помещают в пламя горелки или вводят в электрическую дугу?

Решение

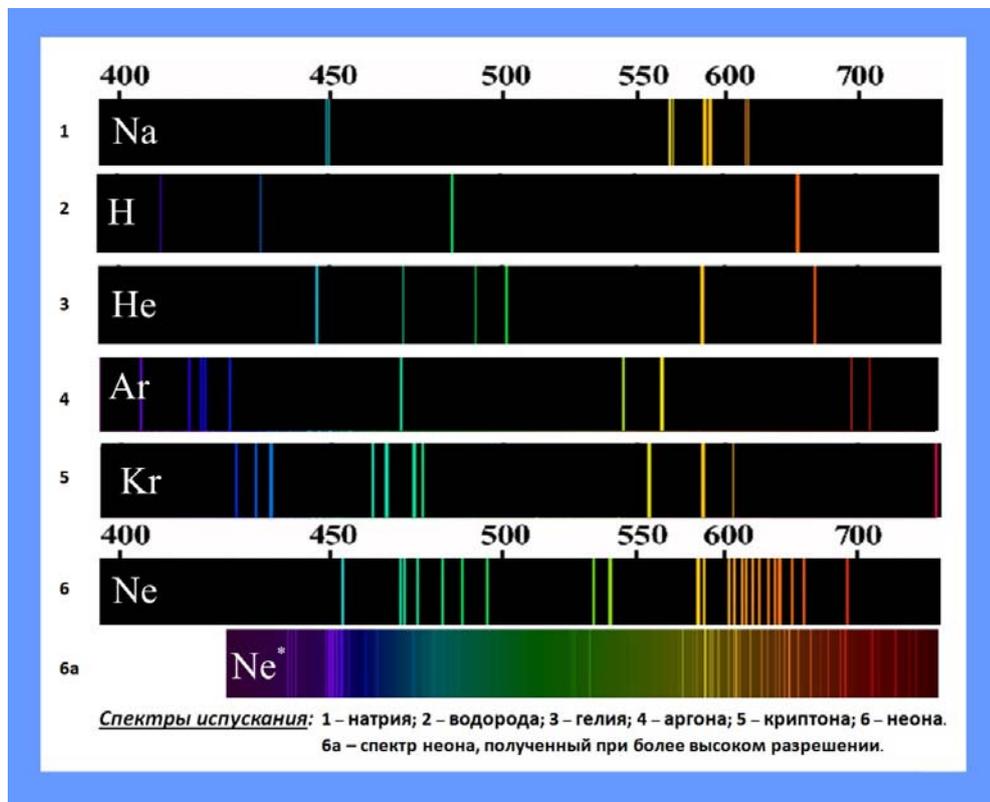
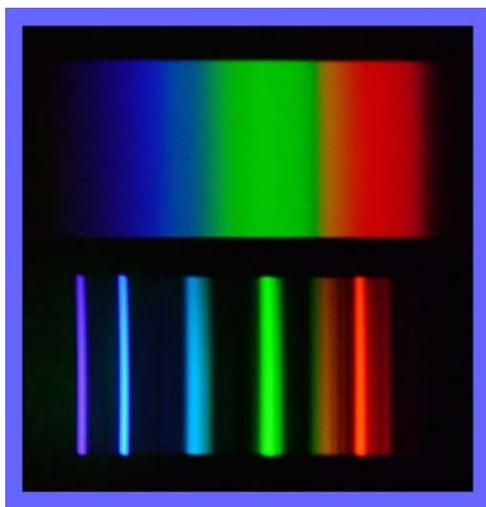


Рис. 21.1. Линейчатые спектры испускания газов

1. При проникновении в глубины материи классическая физика, основанная на волновых представлениях, столкнулась с непреодолимыми трудностями при

попытках объяснить происхождение сплошного спектра излучения нагретыми телами. Однако некоторые знания в виде закона Стефана – Больцмана и частного закона Рэлея – Джинса позволяли сплошные спектры хоть как-то объяснять, предположив, допустим, сто они вызваны многомодальными колебаниями электронов вокруг своих положений равновесия. Поскольку колебательное движение – суть ускоренное, то электроны, в соответствии с электродинамикой Максвелла – Герца – Хевисайда, должны излучать электромагнитные волны в широком спектре длин.



21.2. Сплошной и линейчатый спектры

2. Сложнее дело обстояло с линейчатыми спектрами. Загадка линейчатых спектров была для классической физики совершенно неразрешимой. Кирхгоф и Бунзен экспериментально установили, что линейчатые спектры, испускаемые атомами веществ, находящихся в газообразном состоянии, совпадают со спектрами поглощения тех же веществ, находящихся в таком же состоянии, и являются характерными для каждого газа.

3. Это обстоятельство привело к разработке, практически важных, методов и средств спектрального анализа. Однако закономерности распределения линий в

спектре и причина их появления оставались невыясненными. Необходимо было создать модель атома, пригодную для объяснения спектров; одновременно эта модель должна была разъяснить закономерности химических связей и периодичность химических свойств, отраженную системой Менделеева.

4. Было установлено, что сплошные спектры характерны для веществ в твёрдом состоянии, а линейчатые – в газообразном. Самым простым способом получить вещество из твёрдого состояния в газообразном (в виде атомов) состоянии – это его расплавить, а затем испарить, что и достигается внесением вещества в область высоких температур.

22. Какого типа спектр получается от следующих источников:

- пламени костра;
- нити электрической лампы;
- спирали электроплитки;
- кратера электрической дуги;
- неоновой лампы;
- лампы дневного света?

Решение

1. В спектроскопии принято различать непрерывные, линейчатые и полосатые типы спектров (рис. 22.1).

2. Излучение оптических спектров показало, что сложные вещества (состоящие из разных атомов) при нагреве испускают электромагнитные волны всех длин в видимом диапазоне. К таким источникам относятся, например: солнце, лампы накаливания, нагретые до высоких температур металлы.

3. Чистые вещества, даже многоатомные, имеют спектры испускания, состоящие из отдельных длин волн.

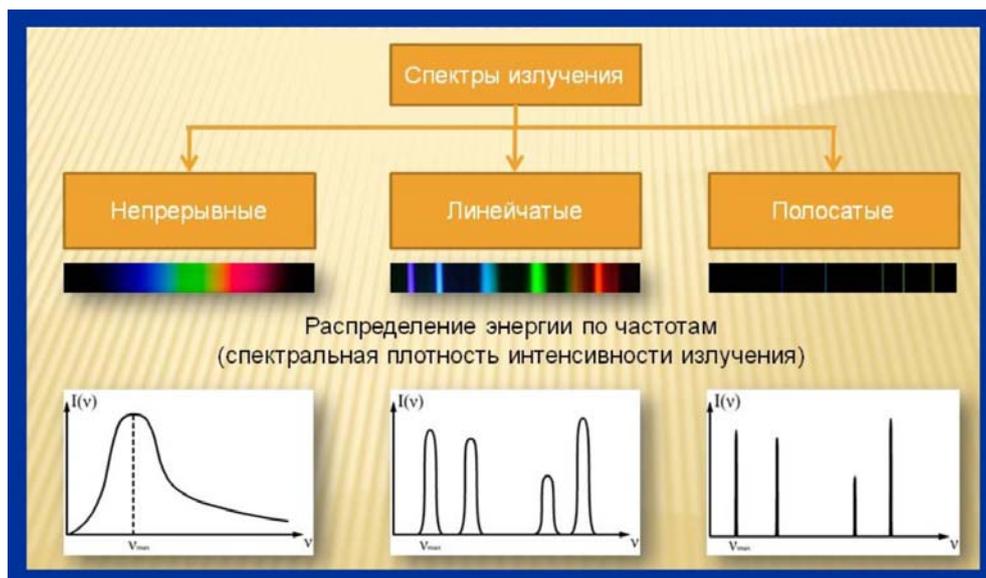


Рис. 22.1. Типы спектров

4. Примерами непрерывных спектров может служить спектр электромагнитного излучения нагретого твердого тела, например нити электрической лампочки, спирали электроплитки (рис. 22.2.). К этому же типу спектра можно отнести свет пламени костра и свечи, свет излучается нагретыми твёрдыми частичками горючего вещества. Пламена, возникающие при горении газовых, жидких или твёрдых горючих веществ, имеют сплошной спектр излучения с $T \approx 3000 \text{ K}$, образованный раскалёнными твёрдыми микрочастицами. В отсутствие таких частиц наблюдается полосатый и линейчатый спектр излучения, создаваемый газообразными продуктами горения или хим. элементами, специально вводимыми в пламя, например, для спектрального анализа методом пламенной фотометрии.

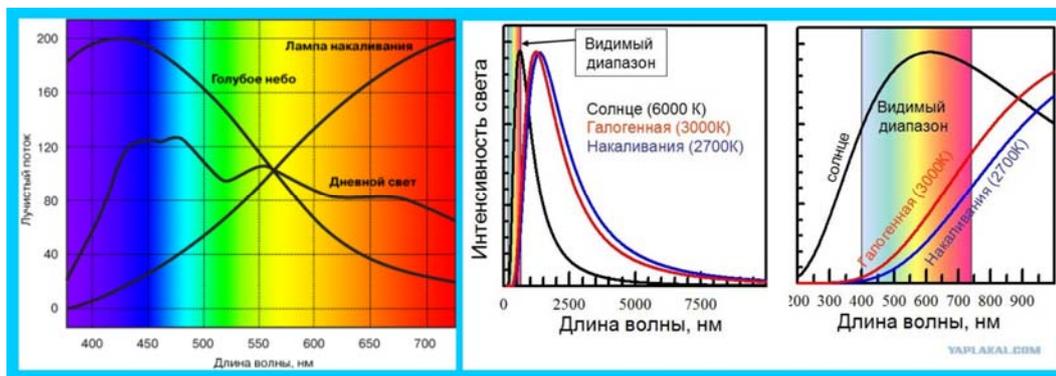


Рис. 22.3. Спектр излучения нити накаливания

5. Газоразрядные источники излучения низкого давления в зависимости от плотности тока на катоде работают в режиме тлеющего или дугового разряда. В индикаторных лампах и панелях, обычно наполняемых смесью Ne с He и Ar, используется тлеющее свечение, локализованное вблизи катода. Ртутные люминесцентные лампы широко используются для внутреннего и декоративного освещения. На внутреннюю поверхность их стеклянной трубки наносится слой люминофора, преобразующий резонансное излучение Hg в видимую область со спектральным составом излучения, близким к дневному свету или определённой цветности.

6. Спектральные дуговые лампы с парами металлов (Hg, Cd, Zn, Tl, Na, K, Rb, Cs) излучают линейчатые спектры с яркими резонансными линиями металлов в видимой, ближних ультрафиолетовых и инфракрасных областях; лампы с инертными газами излучают линейчатые спектры с резонансными линиями инертных газов в вакуумной ультрафиолетовой области.

6. Водородные и дейтериевые лампы излучают рекомбинационный и молекулярный континуум в диапазоне $\lambda \approx 500 - 165$ нм и линейчатый спектр до $\lambda \approx 90$ нм.

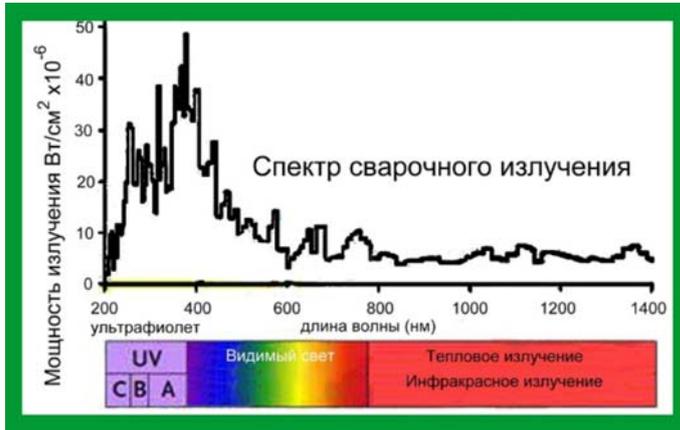


Рис. 22.4. Спектр сварочного излучения

электродов или спец. вставки в нём (рис. 22.4).

5. Примерами комбинированных спектров служат спектры излучения звёзд, где на сплошной спектр фотосферы накладываются хромосферные линии поглощения или большинство звуковых спектров.

6. В видимой области излучение нашей звезды – Солнца имеет непрерывный спектр. На фоне непрерывного спектра заметно несколько десятков тысяч темных линий поглощения, называемых фраунгоферовыми (рис. 22.5).

7. . Дуговые лаб. источники и серийные лампы высокого и сверхвысокого давлений дают излучение высокой яркости с широко варьируемым спектром. Свободно горящая дуга, используемая в эмиссионном спектральном анализе, имеет неустойчивый канал, в который поступают испускающие линейчатый спектр пары материала

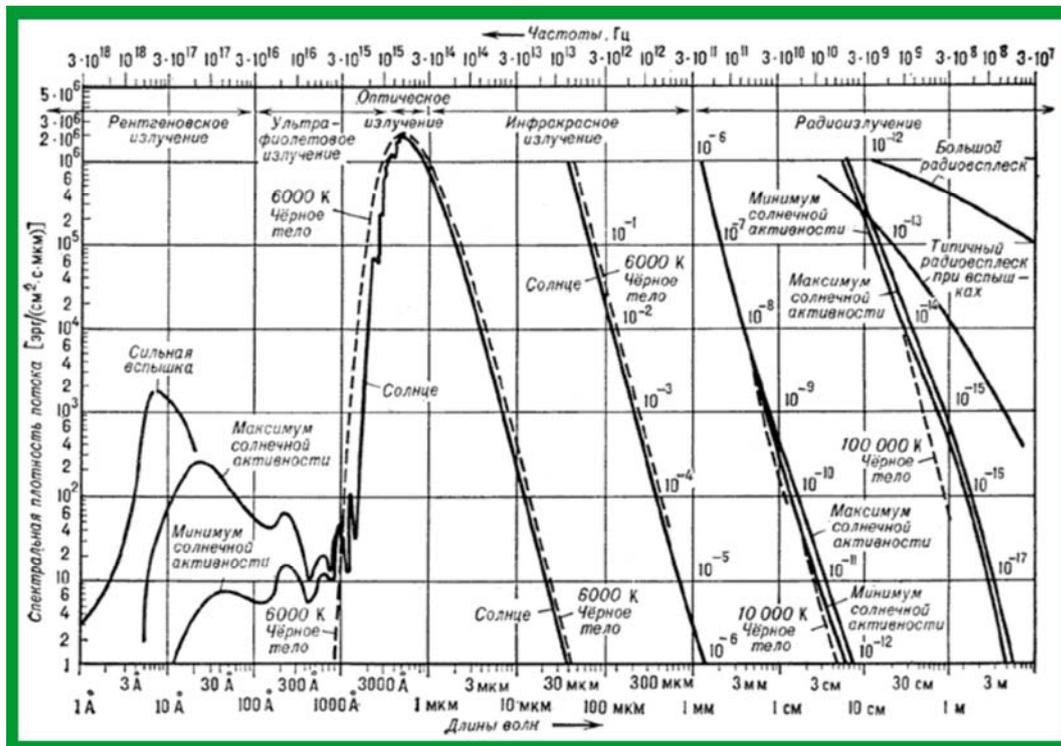


Рис. 22.5. Спектр излучения Солнца

7. Наибольшей интенсивности непрерывный спектр достигает в синезеленой части спектра, у длин волн $\lambda \approx 4300 - 5000 \text{ \AA}$. В обе стороны от максимума интенсивность солнечного излучения убывает.

8. Солнечный спектр далеко простирается в невидимые коротковолновую и длинноволновую области. Результаты внеатмосферных наблюдений спектра Солнца, полученные с ракет и искусственных спутников, показывают, что до длин волн около $\lambda \approx 2000 \text{ \AA}$ характер солнечного спектра такой же, как и в видимой области. Однако в более коротковолновой области волн он резко меняется.

9. Инфракрасная область солнечного спектра до $\lambda \approx 15 \text{ мкм}$ частично поглощается при прохождении сквозь земную атмосферу. Здесь расположены полосы молекулярного поглощения, принадлежащие в основном водяным парам, кислороду и углекислому газу. С Земли видны лишь некоторые участки солнечного спектра между этими полосами. Для длин волн, $\lambda > 15 \text{ мкм}$, поглощение становится полным, и спектр Солнца доступен наблюдениям только с больших высот или внеатмосферными методами. Поглощение спектра Солнца молекулами воздуха продолжает оставаться сильным вплоть до области радиоволн длиной около 1 см, для которых земная атмосфера снова становится прозрачной. При этом обнаруживается, что в радиодиапазоне интенсивность солнечного спектра значительно больше, чем должна быть у тела с температурой $T \approx 6000 \text{ }^\circ\text{C}$.

23. Что можно узнать о составе сплава по изучению яркости спектральных линий в его спектре?

Решение

1. Для проведения спектрального анализа сплав методом нагревания переводят в газообразное состояние, т.е разрушают кристаллическую решётку и составные компоненты сплава начинают «светиться» автономно, причём, чем выше процентное содержание атомов элемента в сплаве, тем более интенсивной будет соответствующая линия в спектре (рис. 23)

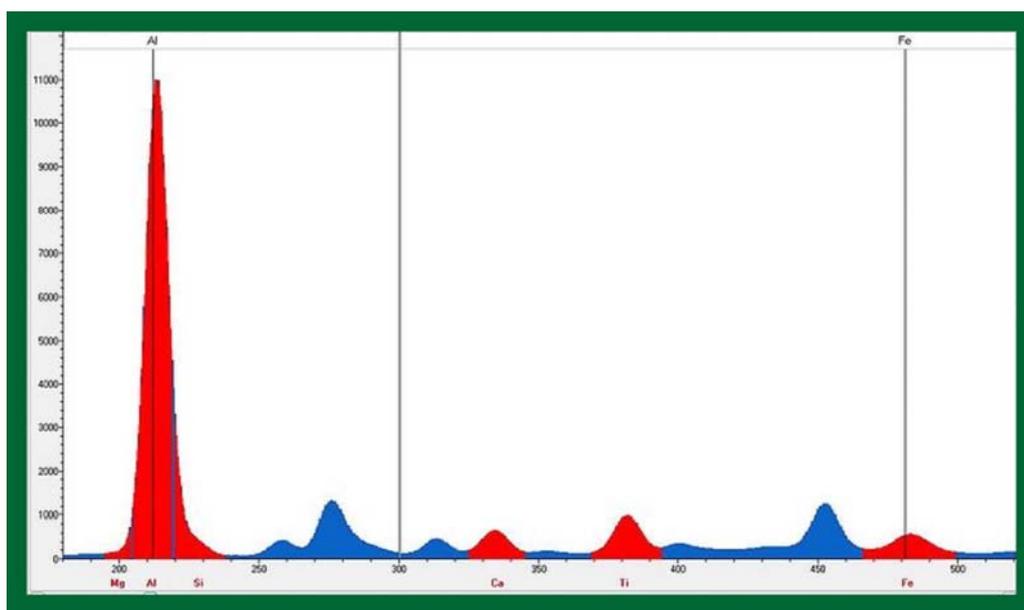


Рис. 23. Пример спектрального состава сплава металлов

24. В электронном луче кинескопа, электроны, разогнанные до значительных скоростей, внезапно останавливаются маской. Не может ли это приводить к возникновению рентгеновского излучения?

Решение

1. Электроны излучаются из веществ (эмитируют) не только в разрядных трубках. Многие вещества испускают электроны под действием ультрафиолетовых лучей. Щелочные металлы испускают электроны уже при воздействии на них видимого света. Испускание электронов наблюдается также при нагревании многих металлов, которое, в частности используется в кинескопах. В электронно-лучевых трубках электроны генерируются раскалённой вольфрамовой спиралью, которая входит в состав электронной пушки, предназначенной для получения и разгона электронов (рис. 24)



Рис. 24. Устройство кинескопа

2. Если поток быстрых электронов встречает препятствие, например, в виде маски или фосфоресцирующего экрана, то в результате столкновения возникает излучение, называемое рентгеновским. Самая длинная рентгеновская волна почти в 200 раз короче самой короткой волны видимого света.

3. Тормозное рентгеновское излучение возникает при торможении электронов, движущихся с большой скоростью, электрическими полями атомов анода. Условия торможения отдельных электронов не одинаковы. В результате в энергию рентгеновского излучения переходят различные части их кинетической энергии.

4. Спектр тормозного рентгеновского излучения не зависит от природы вещества с которым сталкивается электрон. Как известно, энергия фотонов рентгеновских лучей определяет их частоту и длину волны. Поэтому тормозное рентгеновское излучение не является монохроматическим. Оно характеризуется разнообразием длин волн, которое может быть представлено сплошным (непрерывным) спектром.

5. Рентгеновские лучи не могут иметь энергию большую, чем кинетическая энергия образующих их электронов. Наименьшая длина волны рентгеновского

излучения соответствует максимальной кинетической энергии тормозящихся электронов. Чем больше разность потенциалов которой разгоняются электроны, тем меньшие длины волн рентгеновского излучения можно получить.

6. Характеристическое рентгеновское излучение имеет не сплошной, а линейчатый спектр. Этот тип излучения возникает, когда быстрый электрон, достигая фосфоресцирующего экрана и стекла кинескопа, проникает во внутренние орбитали атомов и выбивает один из их электронов. В результате появляется свободное место, которое может быть заполнено другим электроном, спускающимся с одной из верхних атомных орбиталей. Такой переход электрона с более высокого на более низкий энергетический уровень вызывает рентгеновское излучение определенной дискретной длины волны. Поэтому характеристическое рентгеновское излучение имеет линейчатый спектр. Частота линий характеристического излучения полностью зависит от структуры электронных орбиталей атомов тела взаимодействия.

7. В кинескопах присутствует ионизирующее излучение двух видов.

- Первое из них – это сам электронный луч, представляющий собой, по сути, поток бета-частиц низкой энергии ($W \approx 25$ кЭв). Наружу это излучение не выходит, и опасности для пользователя не представляет.
- Второе – тормозное рентгеновское излучение, которое возникает при бомбардировке экрана электронами. Для ослабления выхода этого излучения наружу до полностью безопасных величин стекло легируют свинцом. Однако, в случае неисправности телевизора или монитора, приводящей к значительному повышению анодного напряжения, уровень этого излучения может увеличиться до заметных величин. Для предотвращения таких ситуаций блоки строчной развертки оборудуют узлами защиты.

8. В отечественных и зарубежных телевизорах цветного изображения, выпущенных до середины 1970-х годов, могут встречаться дополнительные источники рентгеновского излучения – стабилизирующие триоды, подключаемые параллельно кинескопу, и служащие для стабилизации анодного напряжения, а значит, и размеров изображения. В телевизорах «Радуга-5» и «Рубин-401-1» используются триоды 6С20С, в ранних моделях УЛПЦТ — ГП-5. Поскольку стекло баллона такого триода значительно тоньше, чем у кинескопа, и не легировано свинцом, он является значительно более интенсивным источником рентгеновского излучения, чем сам кинескоп, поэтому его помещают в специальный стальной экран. В более поздних моделях телевизоров УЛПЦТ используются иные методы стабилизации высокого напряжения, и этот источник рентгеновского излучения исключён.

9. При перемещении дозиметра по поверхности экрана включенного телевизора измеряемый уровень радиации превышает норму в 2.5 раза. Регистрируется излучение на уровне 50 мкР/час.

10. Но при удалении дозиметра хотя бы на 1-2 см от поверхности экрана регистрируемый уровень приходит в норму – 14 мкР/час. Это чуть выше, чем в целом по квартире.

11. Можно сделать вывод, что пыль на экране ЭЛТ-телевизора является источником β -излучения. β -частицы (электроны) не распространяются в воздухе дальше, чем на 1-2 см, ввиду малости массы. Но они все-таки не безопасны при непосредственном контакте.

25. Что даёт более густую тень на экране рентгеновской установки: алюминий или медь?

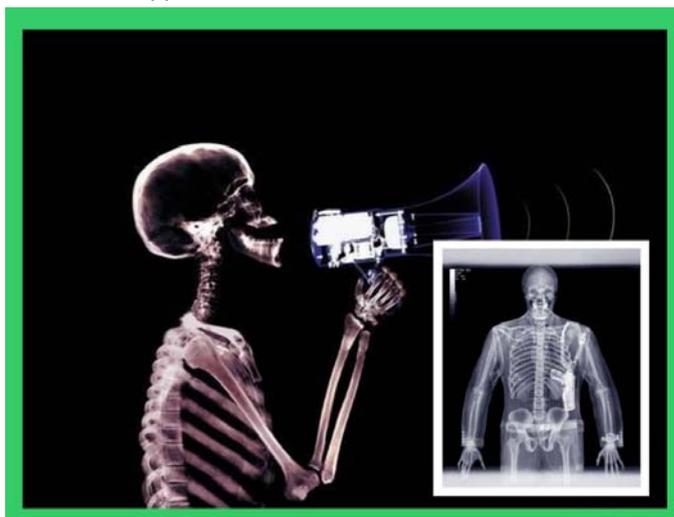


Рис. 25. Металл и ткани тела человека

Решение

1. Все металлы и металлические сплавы имеют кристаллическую структуру. Ионы расположены в строгом геометрическом порядке. Кристаллическое состояние возникает в ансамбле атомов, когда при их сближении внешние электроны теряют связь с отдельными атомами, становятся общими, т.е. коллективизируются и свободно перемещаются между

положительно заряженными и периодически расположенными ионами.

2. Заданные по условию задачи металлы имеют разные физические свойства. Атомы алюминия обладают массой $m_{0(\text{Al})} \approx 27 \text{ а.е.м.}$, а атомы меди $m_{0(\text{Cu})} \approx 63,5 \text{ а.е.м.}$, металлы, соответственно, имеют не одинаковые плотности: $\rho_{(\text{Al})} \approx 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{(\text{Cu})} \approx 9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, в этой связи более густую тень будут иметь предметы изготовленные из меди. Более плотные вещества в рентгеновских лучах дают более густую тень (рис. 25).

26. Зачем перед тем, как сделать рентгеновский снимок желудочно-кишечного тракта, человеку дают выпить бариевую кашу?

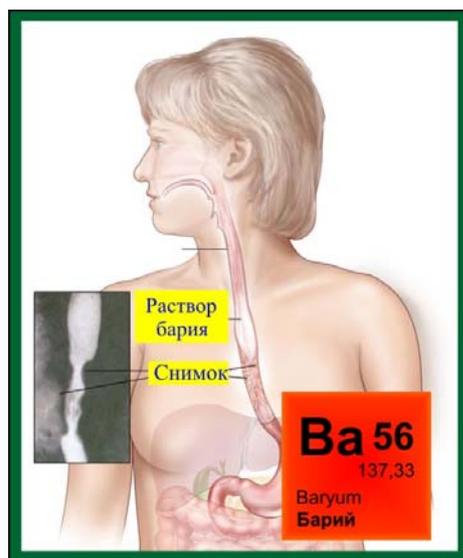


Рис. 26. Гастроскопия барием

Решение

1. Барий (лат. Вагуиум), Ва, химический элемент II группы периодической системы Менделеева, атомный номер 56, атомная масса 137,34 а.е.м.; серебристо-белый металл. Состоит из смеси 7 стабильных изотопов, среди которых преобладает ^{138}Ba (71,66%). При ядерном делении урана и плутония образуется радиоактивный изотоп ^{140}Ba , используемый как радиоактивный индикатор.

2. Барий обладает высокой способностью к поглощению рентгеновского излучения и применяется в качестве контрастного вещества при рентгенологических исследованиях пищеварительного тракта.

следования пищеварительного тракта.

27. Для чего врачи рентгенологи при работе используют перчатки, фартуки и очки в материал которых введены соли свинца?

Решение

1. При прохождении рентгеновских лучей через вещество их энергия уменьшается из-за поглощения и рассеяния. Ослабление интенсивности параллельного пучка рентгеновских лучей, проходящих через вещество, определяется законом Бугера:

$$I = I_0 e^{-\mu d},$$

где I_0 – начальная интенсивность рентгеновского излучения; I – интенсивность рентгеновских лучей, прошедших через слой вещества, d – толщина поглощающего слоя, μ – линейный коэффициент ослабления. Он равен сумме двух величин: t – линейного коэффициента поглощения и σ – линейного коэффициента рассеяния:

$$I = I_0 e^{-(t+\sigma)d};$$

2. Экспериментально установлено, что линейный коэффициент поглощения зависит от атомного номера вещества и длины волны рентгеновских лучей:

$$t = k\rho Z^3 \lambda^3,$$

где k – коэффициент прямой пропорциональности, ρ – плотность вещества, Z – атомный номер элемента, λ – длина волны рентгеновских лучей.

3. Линейный коэффициент поглощения рентгеновского излучения атомами химического элемента зависит от его атомного номера Z и плотности вещества ρ , причём величина атомного номера в кубической степени, что определяет её превалирующее значение при выборе материала для защиты от рентгеновского излучения. Для целей защиты весьма подходит свинец – химический элемент IV группы периодической таблицы Д.И. Менделеева. Относительная атомная масса $A_r = 207,2$ а.е.м., плотность $\rho \approx 11 \cdot 10^3$ кг/м³. у свинца последнее из всех известных элементов стабильное ядро, дальше все элементы радиоактивные.



Рис. 27. Защитная одежда

28. Найти длину волны, определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра для случаев, когда к рентгеновской трубке приложена разность потенциалов $U = 30, 40, 50$ кВ.

Решение

1. Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно, если излучение возникает за счёт энергии, теряемой электроном при торможении, то энергия кванта не может превысить энергию электрона $W_e = eU$:

$$h\nu \leq eU; \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU} \approx \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19} U} \approx \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{U};$$

$$\lambda_{\min(1)} \approx 4,14 \cdot 10^{-11} \text{ м} \approx 41,4 \text{ пм}; \quad \lambda_{\min(2)} \approx 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ м} \approx 31 \text{ пм};$$

$$\lambda_{\min(3)} \approx 2,48 \cdot 10^{-11} \text{ м} \approx 24,8 \text{ пм};$$

29. Найти длину волны, определяющую коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к трубке напряжения на $\Delta U = 23$ кВ увеличивает искомую длину волны на $\Delta\lambda = \lambda_{\min}/2$.

Решение

1. Питающее напряжение рентгеновской трубки:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\min} &= \frac{\xi}{U}; \\ 2\lambda_{\min} &= \frac{\xi}{U - \Delta U}; \end{aligned} \right\} \xi = \frac{ch}{e} \approx 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot \text{Вж}; \quad \frac{1}{2} = \frac{U - \Delta U}{U}; \quad \frac{1}{2} = 1 - \frac{\Delta U}{U};$$

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{2}; \quad U = 2\Delta U = 46 \text{ кВ};$$

2. Длина волны, определяющая коротковолновую границу спектра излучения:

$$\lambda_{\min} = \frac{\xi}{U} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{4,6 \cdot 10^4} \approx 2,69 \cdot 10^{-11} \text{ м} \equiv 26,9 \text{ пм};$$

30. Длина волны γ -излучения радия $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-12}$ м. Какую разность потенциалов надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить рентгеновское излучение с такой же длиной волны?

Решение

$$\lambda_{\min} = \frac{\xi}{U}; \quad U = \frac{\xi}{\lambda} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 775 \text{ кВ};$$

31. К электродам рентгеновской трубки приложена разность потенциалов $U = 60$ кВ. Наименьшая длина волны рентгеновских лучей, получаемых от этой трубки, равна $\lambda = 20,6$ пм. Определить по этим данным величину постоянную Планка.

Решение

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}; \quad \lambda eU = ch;$$

$$h = \frac{\lambda eU}{c} = \frac{20,6 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с};$$

2. Элементы специальной теории относительности

32. Свет от неподвижного источника распространяется в инерциальной системе отсчёта со скоростью c . Источник света начинает удаляться от неподвижного зеркала со скоростью v . С какой скоростью станет распространяться в этой инерциальной системе отражённый от зеркала свет?

Решение

1. Электродинамические уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда:

$$\left. \begin{aligned} \text{(I)} \quad \oint_S \vec{E} d\vec{S} &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV; \\ \text{(II)} \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0; \\ \text{(III)} \quad \oint_\ell \vec{E} d\vec{\ell} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \\ \text{(IV)} \quad \oint_\ell \vec{B} d\vec{\ell} &= \mu_0 \oint_S \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}; \end{aligned} \right\}$$

2. Записанные в интегральной форме уравнения наделали много шума в физическом мире своей необычностью и новизной. В момент их появления многие обратили внимание на то, что для этих, изначально 22 уравнений Максвелла, не выполняется закон сохранения энергии. Патриарх классической электродинамики Гельмгольц был одним из первых, кто подверг уравнения Максвелла жёсткой критике и поручил своему аспиранту Генриху Герцу провести серию экспериментов, с целью положить конец теоретическим изыскам относительно юного англичанина. Наука тоже не была лишена национального соперничества.

3. Герц провёл серию совершенно гениальных экспериментов, открыв электромагнитные волны. Оказалось, что часть потерянной в уравнениях энергии уносится этими новыми необычными волнами. Справедливость закона сохранения энергии восторжествовала. Используя математический аппарат, разработанный Оливером Хевисайдом, Герцу удалось систему уравнений Максвелла свести к четырём лаконичным уравнениям, записанным выше.

4. В уравнениях было много чего необычного, кроме непоняток с законом сохранения энергии. В них отсутствовали параметры среды, хотя в прочих уравнениях, например, волновом уравнении для упругих волн:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

в явном виде присутствовала скорость распространения волны v , которая определяется параметрами среды

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль упругости среды, ρ – плотность среды. Для электромагнитных волн получились следующие волновые уравнения:

$$\vec{i} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \vec{j} \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \vec{k} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

$$\vec{i} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \vec{j} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \vec{k} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ – единичные векторы, (x, y, z) – координаты, E – напряжённость электрического поля, H – напряжённость магнитного поля, $\epsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12}$ Кл²/м²·Н, $\mu_0 \cong 1,257$ Н·с²/Кл² – электрическая и магнитная постоянные.

5. Сравнивая волновые уравнения для упругих и электромагнитных волн, логично предположить, что:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \cong \sqrt{\frac{1}{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1,257 \cdot 10^{-6}}} \cong \sqrt{8,985147372} \cong 2,9975 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Комбинация двух констант дала константу, которая с высокой степенью точности совпадала с измеренными значениями скорости света. Получалось, что электромагнитные волны могли распространяться в отсутствие среды со скоростью света.

6. Лоренц, исследуя уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда обнаружил, что если в уравнениях сделать подстановку

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \\ y^* &= y; \\ z^* &= z; \\ t^* &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \end{aligned} \right\}$$

то суть и форма уравнений после подстановки не изменялась. Сейчас эти уравнения называются преобразованиями Лоренца.

7. Французский исследователь Пуанкаре, исследуя преобразования Лоренца в совокупности с уравнениями Максвелла, Герца, Хевисайда пришёл к выводу, что все физические законы не должны изменяться от преобразований Лоренца и математически это доказал. Он был виртуозным математиком классической школы.

8. Этими откровениями гениев и воспользовался Эйнштейн, опубликовав, разрекламированную в мировом масштабе впоследствии, работу, названную им и последователями теорией относительности. Это был первый и самый грандиозный пиар в науке, который таки увенчался неслыханным успехом. Кто в простонародии знает Максвелла, Герца, Хевисайда, Лоренца и Пуанкаре? А Эйнштейна знают все. Гений веж времён и одного народа.

9. Исходя из преобразований Лоренца и заключений Пуанкаре, появилась возможность проанализировать на новом уровне знаний законы классической механики. Основной закон динамики Ньютона

$$\sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

предполагает массу постоянной величиной. Из преобразований Лоренца следовало, что масса должна меняться со скоростью (чтобы уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда были справедливы)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса покоя (масса неподвижного объекта), $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме. Из уравнения Лоренца видно, что поправка к массе станет заметной при движении исследуемого объекта со скоростями, соизмеримыми со скоростью света, во всех других случаях $m_0 = m$. Так, например, для электрона с массой $m_0 \cong 1 \cdot 10^{-30}$ кг, разогнанного электрическим полем до скорости $v = 0,01 c \cong 3 \cdot 10^6$ м/с соотношение масс примет вид

$$m \cong \frac{1 \cdot 10^{-30}}{\sqrt{1 - \frac{9 \cdot 10^{12}}{9 \cdot 10^{16}}}} \cong 9,9995 \cdot 10^{-29} \text{ кг};$$

10. Из преобразований Лоренца, придуманных им для электромагнитного поля, следовало, что если допустить движение материального тела с около световыми скоростями, то размеры этого тела в направлении перемещения изменятся

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где L_0 – размер покоящегося тела, L – размер того же тела в направлении движения.

11. Изменение геометрических размеров при сохранении неизменной скорости света должно накладывать определённые условия на течение времени. Из преобразований Лоренца следовало, что

$$t = t_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

12. Запишем далее основное уравнение динамики в виде

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt};$$

Поскольку в рассматриваемом случае масса не является величиной постоянной, а изменяется в зависимости от скорости движения объекта

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то уравнение импульса необходимо трансформировать

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Записанное уравнение представляет собой модифицированное преобразованием Лоренца уравнение импульса в классическом варианте Ньютона.

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

13. Напомним, что в классическом варианте механики, базирующейся на законах Ньютона, импульс пропорционален скорости. Требование постоянства

скорости света делает необходимым пересмотреть и уточнить эту закономерность. Дело в том, что при скоростях меньших скорости света классические закономерности сохраняются, а при приближении скорости объекта к скорости света знаменатель в уравнении импульса стремится к нулю

$$\text{при } v \cong c, \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 0; \Rightarrow p \rightarrow \infty;$$

14. Из уравнений Ньютона следует, в частности, что если на некий материальный объект неопределённо долго воздействовать постоянной силой, то не никаких причин, препятствующих возрастанию скорости этого объекта до бесконечного значения, по крайней мере, теоретически. Иное дело при рассмотрении действия силы с позиций преобразований Лоренца. Скорость объекта не может превышать скорости света, потому, что она постулирована, как предельная постоянная величина. По Лоренцу получается, что, в принципе, при действии силы возрастает не сама скорость, а импульс тела. Другими словами, действие силы сказывается не столько на росте скорости, сколько на увеличении массы.

15. Если во времени рассматривать изменение скорости, т.е. – ускорение, достигает некоторого постоянного значения, а импульс тем временем продолжает увеличиваться за счёт изменения массы. Проявление подобных эффектов регистрируется в ускорителях элементарных заряженных частиц, где разгон последних осуществляется за счёт взаимодействия внешнего магнитного поля и собственного поля ускоренно движущейся частицы. Энергии, необходимые для изменения состояния быстро движущихся частиц превышают величины, рассчитанные по уравнениям Ньютона и следствиям из них. Обратим внимание, что релятивистские эффекты проявляются при взаимодействии электромагнитных полей, поля внешнего и собственного поля частицы.

16. Масса и скорость входят в ещё одну заглавную величину классической механики, комбинация этих величин, полученная преобразованием основного уравнения динамики, приводит к понятию работы и кинетической энергии

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}d\vec{r}}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m\vec{v}d\vec{v}; \quad \int_{v_1}^{v_2} \vec{F}d\vec{r} = m \int_{v_1}^{v_2} \vec{v}d\vec{v}; \quad A_{1 \rightarrow 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

17. Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии получено в предположении постоянства массы. В соответствии с развиваемыми релятивистскими представлениями, при движении со скоростями соизмеримыми со скоростью света, необходимо ввести в рассмотрение два вида энергии: энергию покоя и энергию движения.

18. Ричард Фейнман в своих знаменитых лекциях прибегает к такому примеру. Если газ, содержащийся в закрытом объёме подвергнуть нагреванию, то по всем классическим законам скорости молекул увеличатся, потому что:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0}},$$

где $\langle v \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекулы, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, m_0 – масса покоя молекулы газа. Суммарная кинетическая энергия молекул увеличится. Это увеличение предлагается рассматривать в виде

$$\Delta E = \Delta mc^2;$$

19. Далее, для того чтобы преобразования Лоренца были справедливы не только в кинематике, но и в динамике, стало необходимым приписать каждому материальному объекту энергию

$$E = mc^2;$$

Кстати, идея формально снабдить материальный объект с энергией $E = mc^2$ принадлежит Оливеру Хевисайду, который записал её в своих дневниках за 12 лет до возникновения шумихи по поводу теории относительности. Биографы Хевисайда полагают, что идея возникла у Хевисайда после знакомства по просьбе Герца с уравнениями Максвелла. Ни о какой относительности, надо думать, Хэвисайд не размышлял. Это откровение появилось при совмещении уравнений Максвелла и преобразований Лоренца.

20. Преобразования Лоренца:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x^* + vt^*}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \\ y &= y^*; \\ z &= z^*; \\ t &= \frac{t^* + \frac{vx^*}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \end{aligned} \right\}$$

потребовали изменить правило сложения скоростей. Было необходимо получить такое уравнение, которое бы при сложении двух скоростей независимо от взаимного направления и величин давало бы результат не превосходящей скорости света. Напомним ещё раз, что преобразования Лоренца и уравнения Максвелла описывали только поведение электромагнитного поля, и не более того.

21. Уравнение для сложения скоростей в релятивистском случае представилось следующим образом

$$v_{\Sigma} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}};$$

11. Предположим, что некий объект движется со скоростью v , как по условию задачи, а отражённый от зеркала свет – со скоростью c :

$$v_{\Sigma} = \frac{c + v}{1 + \frac{c + v}{c^2}} = c;$$

33. Скорость записи осциллографа равна скорости, с которой электронный луч перемещается по экрану. Изготовитель в своей рекламе утверждает, что скорость записи на их осциллографе равна $v = 6 \cdot 10^{10}$ см/с. Реально ли достижение такой скорости записи?

Решение

1. Рекламные агенты компании делают вид, что они не знакомы с преобразованиями Лоренца, и их математическим обоснованием Пуанкаре, исходя из которых скорость света является предельной. Судя по рекламе прибора:

$$v > c;$$

34. Что бы произошло, если бы скорость света внезапно уменьшилась внезапно до величины $v = 5 \cdot 10^4$ м/с?

Решение

1. Скорость света как одна из фундаментальных мировых констант определяет ход и закономерности многих физических процессов. Прежде чем приступить к анализу, предлагаемой в задаче ситуации, необходимо, на наш взгляд, напомнить некоторые особенности такого понятия как скорость света. Следует различать фазовую скорость, групповую скорость и скорость переноса энергии.

Фазовая скорость \vec{v} представляет собой скорость перемещения силовой характеристики электромагнитного поля, например, напряжённости электрического поля \vec{E} или напряжённости магнитного поля \vec{H} (рис. 34.1):

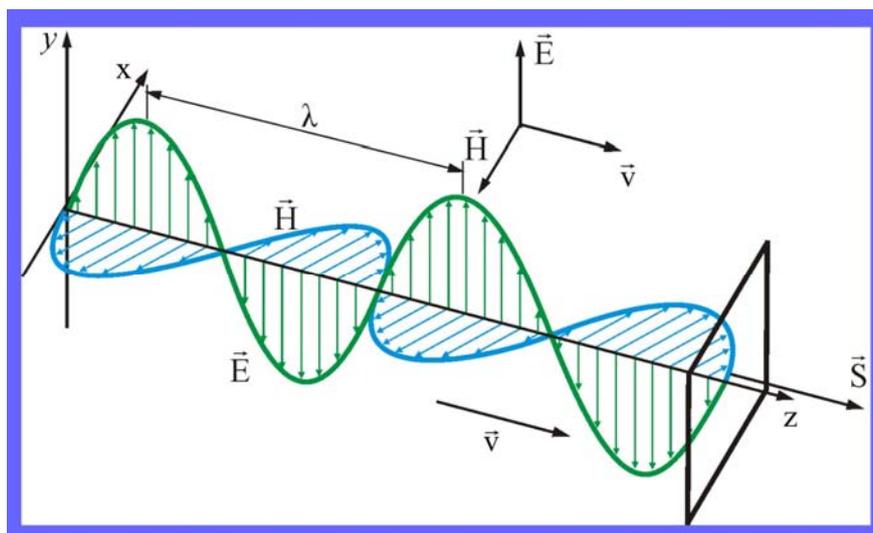


Рис. 34.1. Электромагнитная волна

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} &= 0; \\ \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} &= 0; \\ \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial t} &= 0; \end{aligned} \right\}$$

где x, y, z – координаты, E_x, E_y, H_x, H_y – составляющие вектора напряжённости электрического и магнитного поля вдоль соответствующих осей, v – фазовая скорость электромагнитной волны. Решения волновых уравнений имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t); \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos(kz - \omega t); \end{aligned} \right\}$$

Величина $k = \omega/v$ называется волновым числом. Между величинами существует очевидная взаимосвязь:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi v}{\omega},$$

в случае вакуума или воздуха $\mu = \epsilon = 1$:

$$\omega = vk \approx ck;$$

Это означает, что фазовая скорость распространения волн в вакууме не зависит от частоты, т.е. дисперсия электромагнитных волн отсутствует

$$\partial v / \partial \lambda = 0.$$

2. Фазовая скорость света в вакууме и в диэлектрической среде имеют при прочих равных условиях отличающиеся значения:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}; \quad v = \sqrt{\frac{1}{\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0}}; \quad \sqrt{\epsilon \mu} = n; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{c}{n},$$

где μ_0 , ϵ_0 – магнитная и электрическая постоянная, μ , ϵ – магнитная и диэлектрическая проницаемость среды.

3. **Групповая скорость** – приближённо характеризует распространение несинусоидальных волн, являющихся суперпозицией группы гармонических волн, цуга или пакета волн (рис. 34.2). Если в среде отсутствует дисперсия волн, то групповая скорость равна скорости переноса энергии. Понятие групповой скорости применимо для описания распространения несинусоидальной волны в линейной среде и для волн, незначительно отличающихся от синусоидальных, т.е. занимающих узкий интервал частот и длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, при $d\lambda \ll \lambda$. Групповая скорость связана с фазовой скоростью уравнением Рэлея:

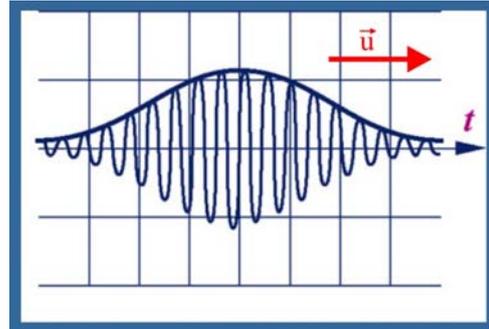


Рис. 34.2. Групповая скорость

$$u = v - \lambda \frac{\partial v}{\partial \lambda};$$

4. **Скорость переноса энергии** электромагнитными волнами. Поскольку электромагнитная энергия сосредоточена в распространяющемся пакете волн, то в физике групповую скорость и скорость переноса энергии отождествили. Необходимо отметить, что применение понятия скорости переноса энергии к монохроматической волне никак не связано с понятием групповой скорости.

6. Возвращаясь, к вопросу, поставленному в условии задачи, отменим, что гипотетическое уменьшение скорости света в $\zeta = 6$ раз приведёт к множественным парадоксам.

7. Все уравнения, содержащие скорость света как константу перестанут быть действительными, начиная с уравнения Планка:

$$\epsilon_{\lambda, \lambda+d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda,$$

и заканчивая уравнением связи массы и энергии:

$$E = mc^2;$$

8. Например, изменение скорости света может произойти, в частности, при изменении физических свойств среды, её магнитной и электрической проницаемости при этом изменятся значения показателей преломления:

$$n = \frac{c}{v}; \quad n^* = \frac{c^*}{v} = \frac{c}{6v} = \frac{n}{6};$$

Для стекла, например, коэффициент преломления, станет равным $n^* \approx 0,28$, другими словами,

$$\gamma^* = \arcsin(\sin \alpha n^*); \quad \text{при } \alpha = 45^0; \quad \gamma^* = 11,4^0; \quad \gamma = 70^0,$$

т.е. за обычным оконным стеклом мы увидим совершенно иной мир, да и в зеркалах отражение существенно поменяется.

Уменьшится энергия всех фотонов, которые мы воспринимаем глазом:

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda}; \quad \varepsilon_f^* = \frac{hc}{6\lambda} = \frac{\varepsilon_f}{6},$$

наступят вечные сумерки. Кроме того в соответствии в уравнением Хевисайда энергия покоя всех тел уменьшится в 36 раз!

35. В чём заключаются основные отличия классической кинематики от релятивистских теорий движения?

Решение

1. Основой современной теории относительности, в отличие от принципов относительности Галилея, является постулирование постоянства скорости света, как максимально возможной в Природе. Знаменитый Советский физик А.И. Китагородский, предваряя изложение теории относительности, написал: «На первый взгляд принцип постоянства скорости света противоречит «здравому смыслу». Поэтому желательно, прежде чем мы начнем выводить следствия из теории относительности, указать непосредственные опытные доказательства его справедливости».

2. Вопрос необходимости доказательств поставлен Китайгородским вполне уместно, потому что, несмотря на доступность, свет – как объект физического исследования является далеко неизученным в своих многочисленных нюансах, одни из которых является его скорость распространения.

3. Теория относительности, представленная на суд научной общественности Альбертом Эйнштейном, являлась, по сути, симбиозом работ двух знаменитых учёных, Лоренца и Пуанкаре.

4. В 1905 г. неизвестный до того в научных кругах Эйнштейн опубликовал работу «К электродинамике движущихся тел», объединившую идеи Лоренца и Пуанкаре. основополагающим стержнем развиваемой теории был постулат о неизменности скорости света, в независимости от относительного движения систем отсчёта. Там говорилось: «... свет в пустоте всегда распространяется с определённой скоростью, не зависящей от движения, излучающего его тела». В соответствии с этим постулатом скорость света $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с не должна зависеть от скорости источника и приёмника.

5. Такой постулат содержит одновременно два утверждения. Первое – скорость света обладает определённой величиной. Второе – скорость света не подчиняется классическому закону сложения скоростей

6. И если первое утверждение, с методологической точки зрения, не является необычным, то второе – требует особого рассмотрения.

7. Дело в том, скорость, являясь одной из основных мер движения материальных объектов, по сути своей, представляет собой величину относительную. Как следует из повседневного опыта, на что впервые обратил внимание Галилео Галилей, величина скорости зависит от режима движения системы отсчёта. Другими словами, скорость одного и того же объекта может быть различной, будучи измеренной в разных системах отсчёта. Каждый замечал, что скорость встречного автомобиля несколько больше, чем скорость обгоняющего авто, при прочих равных условиях. Пассажир любого транспортного средства имеет нулевую скорость относительно системы отсчёта, связанной с движущимся

прямолинейно и равномерно самолётом, автомобилем и т.д. **Без указания системы отсчёта определение скорости теряет здравый смысл.**

8. Отметим, что постоянной считается скорость, при которой наблюдаемый объект за равные промежутки времени имеет одинаковые перемещения. Закон геометрического сложения скоростей распространяется не только на тела, но и на другие материальные объекты. Так, например, скорость звука в неподвижной среде равна, примерно, 340 м/с, в случае движения источника упругих волн, скорость звука будет уже иной. Это очевидно и широко используется в рамках классических представлений.

9. По не вполне понятным причинам, для скорости света сделано исключение. В эйнштейновском постулате предписывается считать скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с постоянной для любых систем отсчёта движущихся равномерно и прямолинейно.

10. При таком раскладе скорость света определена как некое философическое понятие безотносительно к чему-либо материальному, перемещающемуся в трёхмерном пространстве.

11. Такое утверждение противоречит самому определению скорости, которая с физической точки зрения является не самостоятельной, а производной величиной от длины и времени, действительно, мгновенная скорость математически определяется как:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right];$$

В теории же относительности скорость поставлена в разряд основных величин, а расстояния и времена приобретают свойства зависимых величин.

36. Какие формальные изменения потребовались для корректировки уравнений динамики в связи с преобразованиями Лоренца?

Решение

1. Запишем основное уравнение динамики в виде

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt};$$

Поскольку в рассматриваемом случае масса не является величиной постоянной, а изменяется в зависимости от скорости движения объекта

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

то уравнение импульса необходимо трансформировать

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Записанное уравнение представляет собой модифицированное преобразованиями Лоренца уравнение импульса в классическом варианте Ньютона.

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

2. Напомним, что в классическом варианте механики, базирующейся на законах Ньютона, импульс пропорционален скорости. Требование постоянства скорости света делает необходимым пересмотреть и уточнить эту закономерность. Дело в том, что при скоростях меньших скорости света классические закономерности сохраняются, а при приближении скорости объекта к скорости света знаменатель в уравнении импульса стремится к нулю

$$\text{при } v \cong c, \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 0; \Rightarrow p \rightarrow \infty;$$

3. Из уравнений Ньютона следует, в частности, что если на некий материальный объект неопределённо долго воздействовать постоянной силой, то не никаких причин, препятствующих возрастанию скорости этого объекта до бесконечного значения, по крайней мере, теоретически. Иное дело при рассмотрении действия силы с позиций преобразований Лоренца. Скорость объекта не может превышать скорости света, потому, что она постулирована, как предельная постоянная величина. По Лоренцу получается, что, в принципе, при действии силы возрастает не сама скорость, а импульс тела. Другими словами, действие силы сказывается не столько на росте скорости, сколько на увеличении массы.

4. Если во времени рассматривать изменение скорости, т.е. – ускорение, достигает некоторого постоянного значения, а импульс тем временем продолжает увеличиваться за счёт изменения массы. Проявление подобных эффектов регистрируется в ускорителях элементарных заряженных частиц, где разгон последних осуществляется за счёт взаимодействия внешнего магнитного поля и собственного поля ускоренно движущейся частицы. Энергии, необходимые для изменения состояния быстро движущихся частиц превышают величины, рассчитанные по уравнениям Ньютона и следствиям из них. Обратим внимание, что релятивистские эффекты проявляются при взаимодействии электромагнитных полей, поля внешнего и собственного поля частицы.

5. Масса и скорость входят в ещё одну заглавную величину классической механики, комбинация этих величин, полученная преобразованием основного уравнения динамики, приводит к понятию работы и кинетической энергии

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}d\vec{r}}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m\vec{v}d\vec{v}; \quad \int_{v_1}^{v_2} \vec{F}d\vec{r} = m \int_{v_1}^{v_2} \vec{v}d\vec{v}; \quad A_{1 \rightarrow 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

6. Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии получено в предположении постоянства массы. В соответствии с развиваемыми релятивистскими представлениями, при движении со скоростями соизмеримыми со скоростью света, необходимо ввести в рассмотрение два вида энергии: энергию покоя и энергию движения.

7. Ричард Фейнман в своих знаменитых лекциях прибегает к такому примеру. Если газ, содержащийся в закрытом объёме подвергнуть нагреванию, то по всем классическим законам скорости молекул увеличатся, потому что:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0}},$$

где $\langle v \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекулы, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, m_0 – масса покоя молекулы газа. Суммарная кинетическая энергия молекул увеличится. Это увеличение предлагается рассматривать в виде

$$\Delta E = \Delta mc^2;$$

8. Далее, для того чтобы преобразования Лоренца были справедливы не только в кинематике но и в динамике, стало необходимым приписать каждому материальному объекту энергию

$$E = mc^2;$$

Кстати, идея формально снабдить материальный объект с энергией $E = mc^2$ принадлежит Оливеру Хевисайду, который записал её в своих дневниках за 12 лет до возникновения шумихи по поводу теории относительности. Биографы Хевисайда полагают, что идея возникла у Хевисайда после знакомства по просьбе Герца с уравнениями Максвелла. Ни о какой относительности, надо думать, Хэвисайд не размышлял. Это откровение появилось при совмещении уравнений Максвелла и преобразований Лоренца.

9. Преобразования Лоренца

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x^* + vt^*}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \\ y &= y^*; \\ z &= z^*; \\ t &= \frac{t^* + \frac{vx^*}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \end{aligned} \right\}$$

потребовали изменить правило сложения скоростей. Было необходимо получить такое уравнение, которое бы при сложении двух скоростей независимо от взаимного направления и величин давало бы результат не превосходящей скорости света. Напомним ещё раз, что преобразования Лоренца и уравнения Максвелла описывали только поведение электромагнитного поля, и не более того.

10. Уравнение для сложения скоростей в релятивистском случае представилось следующим образом

$$v_{\Sigma} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}};$$

11. Предположим, что некий объект движется со скоростью $v_1 = \frac{1}{2}c$, внутри этого объекта начинает движение походу второй объект тоже со скоростью $v_2 = \frac{1}{2}c$, подставим эти значения скоростей в уравнение v_{Σ}

$$v_{\Sigma} = \frac{0,5c + 0,5c}{1 + \frac{0,5c \cdot 0,5c}{c^2}} = \frac{1}{1,25}c = 08c;$$

37. Существуют ли экспериментальные подтверждения зависимости массы материальных объектов от их скорости?

Решение

1. Ещё в 1881 г. незабвенный Дж. Дж. Томсон размышляя над уравнениями Максвелла и результатами своих опытов по регистрации заряженных частиц (именно Томсон открыл электрон и измерил его удельный заряд) высказал предположение о том, что «электрически заряженное тело из-за магнитного поля, которое оно вызывает, согласно теории Максвелла, так должно вести се-

бя, как будто его масса увеличивается на некоторую величину, зависящую от его заряда и формы».

2. Далее Томсон на основе экспериментов, проведенных Кауфманом, пришёл к заключению, что электромагнитное поле, действующее на движущийся заряд, отличается от действия того же поля на заряд неподвижный. Уравнение Максвелла, Герца, Хевисайда это подтверждали. Ускоренно движущийся заряд приобретает собственное поле, которое взаимодействует с внешним полем.

3. Позже в ускорителях заряженных частиц действительно было обнаружено несоответствие приобретаемых ускорений и энергетики разгонных полей. Именно ускорений, которые можно было измерить. Поскольку более или менее логичного объяснения физика дать не могла, то и предположили, что всё дело в изменяющейся массе, кстати, преобразования Лоренца никаких указаний по этому поводу не содержали в явном виде. Там только кинематика.

4. Вообще, если вспомнить второй закон Ньютона

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i,$$

то очевидно, что ускорение, которое стало причинами несоответствия, определяется не только массой, но и геометрической суммой действующих на частицу сил. Почему бы не предположить, что причиной несоответствия ускорения расчетным величинам являются особенности взаимодействия электрических и магнитных полей с заряженными частицами, движущимися, к тому же, ускоренно. Неизменность сил взаимодействия возможна только при бесконечной скорости распространения этих взаимодействий, т.е. при бесконечной скорости света. А поскольку скорость света конечна, по и скорости взаимодействия тоже конечны.

5. Если рассматривать движение заряда в электрическом поле (рис. 37), то зависимость силы, действующей на заряд, от скорости описывается уравнением:

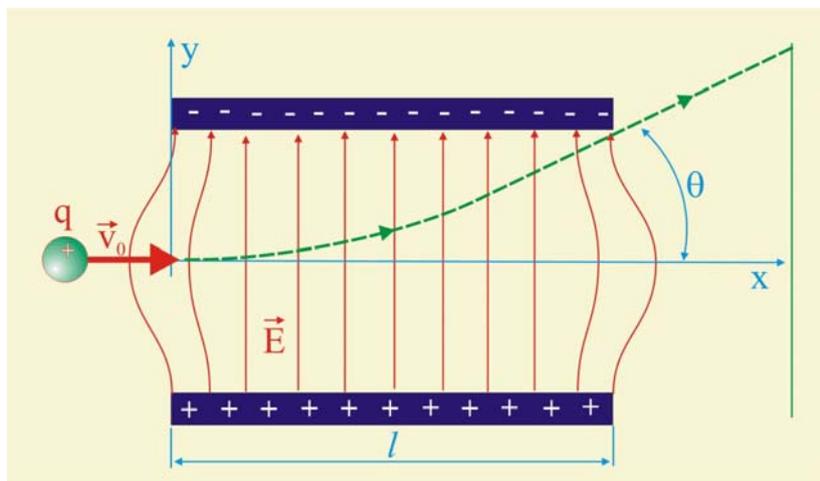


Рис. 37. Движение заряженной частицы в электростатическом поле

$$F(v) = \left(1 - \frac{v}{c}\right) Eq \sin(\vec{E}; \vec{v}),$$

где E – напряжённость электрического поля, q – величина заряда, v – скорость заряда, c – скорость света. Ускоряющее поле приводит к увеличению кинетической энергии заряда за счёт изменения потенциальной энергии поля. Суммарная энергия частицы

$$E_{\Sigma} = K + \Pi,$$

определится в виде суммы её кинетической K и потенциальной энергии Π , причём, кинетическая энергия имеет по анализируемой схеме предел

$$K_{\max} \rightarrow \frac{mc^2}{2},$$

6. Таким образом, несмотря на ограничение по кинетической энергии, суммарная энергия частицы может увеличиваться за счёт роста потенциальной энергии.

7. В магнитном поле, как известно, на частицу действует сила Лоренца

$$F(v) = \left(1 - \frac{v}{c}\right) Bq \sin(\vec{E}; \vec{v}),$$

т.е. процессы перераспределения энергии между магнитным полем и полем частицы имеют тот же характер, что и в электрическом поле.

8. На основании приведенных аргументов данные, полученные в ускорителях, не могут быть безоговорочными подтверждениями справедливости увеличения массы со скоростью, потому что эффекты несоответствия ускорений частиц с энергетикой полей являются следствием взаимодействия и перераспределения между собой отдельных видов энергии.

9. Среди профессиональных фанатов теории относительности и восторженных почитателей из любителей бытует мнение, что теория относительности сыграла определяющую роль в овладении человеком энергии расщепления ядер атомов.

Если выстроить ретроспективу событий, то получается такая последовательность событий:

- 1896 г. Анри Беккерель открыл самопроизвольное расщепление ядер урана;
- 1903 г. Эрнст Резерфорд, Пьер и Мария Кюри, Фредерик Содди изучая радиоактивные вещества, приходят к заключению о выделении при ядерных реакциях энергии, примерно, в миллион раз большей, чем при химических реакциях;
- 1932 г. Джастин Чадвик открыл нейтрон;
- 1934 г. Николай Николаевич Семёнов разработал теорию цепных реакций;
- 1938 г. Отто Ганн и Фриц Штрассман впервые осуществляют деление ядер урана при их бомбардировке нейтронами;
- 1939 г. Фредерик Жолио-Кюри высказывает идею о возможности цепной реакции в среде радиоактивного вещества;
- 1942 г. Под руководством Энрико Ферми в Чикаго запущен первый ядерный реактор.

Все перечисленные открытия и изобретения выполнены без применения закономерностей теории относительности. Одним из дополнительных методологических приёмов объяснения ядерных процессов было использование формулы Оливера Хевисайда $E = mc^2$, но это была только математика, вытекающая из уравнений Максвелла, Герца, Хевисайда, при их сопоставлении с преобразованиями Лоренца и идеей Пуанкаре.

38. Во сколько раз увеличится время существования нестабильной частицы в инерциальной системе отсчёта, неподвижной относительно Земли, если частица движется со скоростью $v = 0,99 c$?

Решение

1. Применяя следствия из преобразований Лоренца, которые он написал исключительно для электромагнитных полей, для формального изменения времени для системы отсчёта, движущейся со скоростью $0,99c$, имеем

$$t^* = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = \frac{v}{c};$$

2. Если мифическая частица при движении со скоростью $v \ll c$ имеет время жизни τ_0 , то теоретическое её время жизни при движении с около световой скоростью определится как:

$$\tau^* = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = (0,99)^2 \cong 0,9801; \quad \tau^* \cong 7,1\tau_0;$$

3. Увеличение «времени существования» частицы:

$$\zeta = \frac{\tau^*}{\tau_0} \cong 7,1;$$

39. Некая воображаемая космическая частица движется со скоростью $v = 0,95c$. Какой промежуток релятивистского времени τ соответствует $\tau = 10^{-6}$ с собственного времени частицы?

Решение

1. Определим воображаемое относительное замедление времени для воображаемой частицы, движущейся со скоростью $v = 0,95c$

$$\Delta\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = \frac{v}{c} \cong 0,95;$$

$$\Delta\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(0,95)^2}} \cong 3,2\tau_0 \cong 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ с};$$

40. Сколько времени τ_1 для жителей Земли и τ_2 для космонавтов займёт путешествие до некой звезды и обратно на космическом корабле, летящем со скоростью $v = 0,99c$, если расстояние до звезды $s = 40$ световых лет?

Решение

1. Световой год является внесистемной единицей длины, равной расстоянию, проходимому светом за один год. Световой год в единицах расстояния примерно равен $s \cong 9,5 \cdot 10^{15}$ м.

2. В данном случае световой год уместно рассматривать как единицу времени, в этом случае в классическом варианте, необходимое время путешествия в оба конца определится как

$$\tau_1 = 2 \frac{sc}{v} = \frac{2 \cdot 40 \cdot c}{0,99c} \cong 80,81 \text{ года};$$

3. Время по релятивистским законам, если бы астронавты были электромагнитным полем, изменялось бы по закону

$$\tau_2 = \tau_1 \sqrt{1-\beta^2}; \quad \beta = \frac{0,99c}{c} = 0,99;$$

$$\tau_2 = 80,81 \sqrt{1-0,99^2} \cong 11,4 \text{ года};$$

Вот вам и эликсир вечной молодости, мытарясь с около световой скоростью по просторам Вселенной и оставайся всё время в младенческом возрасте!

41. Длина неподвижного стержня $y_0 = 1$ м. Определить длину стержня при его движении со скоростью $v = 0,6$ с.

Решение

1. Предположение об изменении массы тел со скоростью повлекло за собой введение ещё одной условности, изменение геометрических размеров. Понятие плотности вещества не может отменить даже горячо любимая почитателями теория относительности

$$y = y_0 \sqrt{1 - \beta^2}; \quad \beta = \frac{v}{c} = 0,6; \quad \beta^2 = 0,36; \quad y = 1 \sqrt{0,64} = 0,8 \text{ м.}$$

42. При какой скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составит $\eta = 25\%$?

Решение

1. При движении с искомой скоростью длина стержня по условию задачи составит $0,75 \ell_0$, другими словами,

$$0,75 \ell_0 = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v}{c}}; \quad 0,56 = 1 - \frac{v}{c}; \quad 0,5625c = c - v; \quad c - 0,56c = v;$$

$$v = 1,32 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

43. На космическом околоземном аппарате часы, перед стартом синхронизированы по земному времени. На сколько отстанут часы при движении искусственного спутника по орбите со скоростью $v = 8 \cdot 10^3$ м/с в течение $\tau_0 = 0,5$ года?

Решение

1. Определим продолжительность $\Delta t = 1$ с на движущемся спутнике

$$\Delta t^* = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2}; \quad \beta = \frac{v}{c} \cong 2,67 \cdot 10^{-5}; \quad \Delta t^* \cong 0,999987 \text{ с.}$$

2. Заданная продолжительность в полгода составляет:

$$\tau_0 = 182,5 \cdot 24 \cdot 3600 \cong 15768000 \text{ с};$$

5. Отставание корабельных часов составит

$$\tau_0^* \cong \tau_0 \Delta t^* = 15767795; \quad \Delta \tau \cong \tau_0 - \tau_0^* \cong 0,6 \text{ с};$$

44. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью $v = 0,6$ с. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

Решение

1. Замедление времени

$$t^* = t_0 \sqrt{1 - \beta^2};$$

2. Отношение времён

$$\zeta = \frac{t}{t^*} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}}; \quad \beta = 0,6; \quad \beta^2 = 0,36; \quad \zeta = \frac{1}{0,8} = 1,25;$$

45. Какую скорость должно приобрести некое мифическое тело, чтобы его линейные размеры в направлении движения сократились в два раза?

Решение

1. Лоренцевское сокращение длины применительно к данному случаю ($\ell_0 = 2\ell$) можно записать следующим образом:

$$\ell = 2\ell \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2}; \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

46. Некоторое количество Мезонов, содержащихся в космических лучах, достигают поверхности Земли со скоростями $v \cong 0,95 c$. Определить релятивистское сокращение размеров мезонов, обладающих такой скоростью.

Решение

1. Как завещал дедушка Лоренц поперечные размеры объекта при движении не меняются, то сокращение объёма будет якобы определяться уравнением:

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

2. Для $v = 0,95 c$

$$V = 0,312 V_0;$$

3. Относительное изменение объёма частицы составит:

$$\zeta = \frac{V_0 - V}{V_0} \cong 69\%;$$

47. На сколько увеличится масса α – частицы при её ускорении от начальной скорости, равной нулю $v_0 = 0$, до скорости, равной $v = 0,9c$?

Решение

1. Примем массу покоя α – частицы равной $m_0 \cong 6,6 \cdot 10^{-27}$ кг, её масса при скоростях, близких к скорости света в соответствии с преобразованиями Лоренца определится как

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0,81}} \cong 2,3 m_0;$$

2. Увеличение массы частицы

$$\Delta m = m - m_0 = 1,3 m_0 \cong 8,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

48. При какой скорости движения масса электрона станет в два раза больше его массы покоя?

Решение

1. Так как:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

то, в соответствии с условиями задачи:

$$\frac{m_0}{m} = \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \Rightarrow v = \frac{c\sqrt{3}}{2} \cong 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

49. До какой энергии E^* можно ускорить в циклотроне электроны, чтобы релятивистское увеличение массы не должно превышать 5% их массы покоя?

Решение

1. Искомая энергия определится в виде разности энергии движения и энергии покоя:

$$E^* = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = c^2 \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right),$$

откуда:

$$E^* = c^2(m - m_0); \Rightarrow \frac{E^*}{m_0} = c^2 \frac{m - m_0}{m_0} = 0,05; \Rightarrow E^* = 0,05 m_0 c^2;$$

$$E^* = 0,05 \cdot 1 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cong 4,5 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 28,1 \cdot 10^3 \text{ эВ};$$

50. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы его скорость составила $v = 0,95c$?

Решение

1. Запишем закон сохранения энергии применительно к релятивистскому электрону

$$mc^2 + eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \Rightarrow eU = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right);$$

2. Подставим в полученное уравнение значение $v = 0,95c$

$$eU = 2,2mc^2; \Rightarrow U = \frac{2,2mc^2}{e} \cong \frac{2,2 \cdot 1 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 1,24 \cdot 10^6 \text{ В};$$

51. Какую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали в два раза меньше?

Решение

1. Запишем следующие соотношения, исходя из энергетических соображений:

$$eU = K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right); \Rightarrow U = \frac{m_0 c^2}{e} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right);$$

2. Комбинацию величин

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

определим по заданному уменьшению размеров протона

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad \frac{\ell}{\ell_0} = \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}};$$

$$U = \frac{m_0 c^2}{e} \cong \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 9,4 \cdot 10^8 \text{ В}.$$

52. Найти скорость v мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя?

Решение

1. Полная энергия мезона E складывается из его кинетической энергии K и энергии покоя E_0

$$E_K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right); \quad E_0 = m_0 c^2;$$

$$E = K + E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

2. По условию задачи

$$\frac{E}{E_0} = 10; \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 10; \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = 0,995; \quad v = \beta c \cong 2,985 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

53. Какую долю β скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы её кинетическая энергия была равна её энергии покоя?

Решение

1. Кинетическая энергия частицы

$$E = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right);$$

2. По условию задачи $E = E_0 = mc^2$, в этом случае:

$$mc^2 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right); \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 2; \Rightarrow \beta = 0,866 \cdot 100\% = 86,6\%;$$

54. Синхрофазотрон генерирует пучок протонов с кинетической энергией $K = 10$ ГэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

Решение

1. Кинетическая энергия протонов зависит от скорости следующим образом:

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right);$$

2. Уравнение позволяет найти величину β

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{(K + m_0 c^2)^2}} \cong 0,996 \cdot 100 \cong 99,6\% ;$$

55. Найти изменение массы Δm_μ , происходящее при образовании $\nu = 1$ моль воды, если реакция образования воды такова:



Решение

1. Релятивистская энергия

$$\Delta m_\mu c^2 = \Delta E; \quad \Delta m_\mu = \frac{\Delta E}{c^2} ;$$

2. Как следует из заданного уравнения, на образование двух молей воды тратится энергия

$$\Delta E_{(2)} = 5,75 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad \Delta E_{(1)} = \frac{\Delta E_{(2)}}{2} = 2,875 \cdot 10^5 \text{ Дж} ;$$

3. Подставим значение $\Delta E_{(1)}$ в уравнение для Δm_μ

$$\Delta m_\mu = \frac{2,875 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{16}} \cong 3,2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} ;$$

56. При делении ядра урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ освобождается энергия $\Delta E = 200$ МэВ. Найти изменение массы Δm_μ при делении $\nu = 1$ моль урана.

Решение

1. Изменение массы тела определяется соотношением:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} ;$$

2. При делении ν молей урана освобождающаяся энергия равна

$$\Delta E = E_1 \nu N_A ,$$

где E_1 – энергия выделяющаяся при делении одного ядра, N_A – число Авогадро.

3. Совмещая уравнения, получим:

$$\Delta m_\mu = \frac{E_1 \nu N_A}{c^2} \cong \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{9 \cdot 10^{16}} \cong 2,13 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} ;$$

57. Солнце излучает поток энергии $P \cong 4 \cdot 10^{26}$ Вт. За какое время τ масса Солнца при постоянстве интенсивности излучения уменьшится в два раза?

Решение

1. Выразим мощность через энергию и время

$$P = \frac{\Delta E}{\tau} ;$$

2. С другой стороны, изменение энергии Солнца можно формально выразить формулой Оливера Хевисайда

$$\Delta E = \Delta m c^2 ;$$

3. Изменение массы Солнца задано в условии задачи

$$\Delta m = \frac{m_0}{2} \cong \frac{2 \cdot 10^{30}}{2} \cong 1 \cdot 10^{30} \text{ кг};$$

4. Подставим значение Δm и ΔE в уравнение Р

$$P = \frac{\Delta mc^2}{\tau}; \Rightarrow \tau = \frac{\Delta mc^2}{P} \cong \frac{1 \cdot 10^{30} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{4 \cdot 10^{26}} \cong 2,25 \cdot 10^{20} \text{ с} \approx 7,1 \cdot 10^{12} \text{ лет};$$

58. Фантастический звездолёт летит в межзвёздном пространстве с постоянной скоростью $v \approx 0,9$ с относительно земной системы координат. В оранжевое корабля растёт стебель бамбуки со скоростью $u' = 0,1$ см/ч. Какова скорость роста растения с точки зрения земного наблюдателя, если сорт происходит перпендикулярно направлению движения звездолёта?

Решение

1. Поскольку направление роста перпендикулярно направлению скорости корабля, то трансформации линейных размеров происходить не будет, но зато будет иметь место релятивистское изменение времени:

$$\Delta t^* = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = \frac{v}{c};$$

2. Скорость роста с точки зрения земного наблюдателя:

$$u = u_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,1 \sqrt{1 - \frac{0,81c^2}{c^2}} \approx 0,043 \text{ см/ч};$$

59. До какой энергии W можно ускорить α -частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать

$$\zeta = \frac{m - m_0}{m_0} \leq 0,05?$$

Решение

1. Изменение массы соответствует изменению энергии частицы:

$$\Delta W = c^2 \Delta m;$$

2. По условию задачи:

$$\zeta = \frac{m - m_0}{m_0} = \frac{\Delta m}{m_0} \leq 0,05;$$

3. Принимая начальную энергию α -частица равной нулю, можно предположить, что:

$$W_{\max} = \Delta W; \Rightarrow \Delta m = 0,05m_0; \quad W_{\max} = 0,05m_0c^2 \approx 3 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \equiv 187 \text{ МэВ}.$$

3. ФОТОНЫ

60. Чему равна энергия фотона красного цвета, имеющего в вакууме длину волны $\lambda = 0,72$ мкм?

Решение

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,2 \cdot 10^{-7}} \approx 2,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \equiv 1,725 \text{ эВ};$$

61. Каким импульсом обладает фотон излучения с частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц? Какова масса этого фотона?

Решение

1. Импульс фотона:

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 10^8} \approx 1,1 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

2. Масса фотона:

$$\varepsilon_f = h\nu = m_f c^2; \Rightarrow m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14}}{9 \cdot 10^{16}} \approx 3,68 \cdot 10^{-36} \text{ кг} \equiv 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ а.е.м.}$$

62. Определить импульс фотона излучения с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Какова масса этого фотона

Решение

1. Импульс фотона:

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-7}} \approx 1,1 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

2. Масса фотона:

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 3,68 \cdot 10^{-36} \text{ кг} \equiv 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ а.е.м.}$$

63. Определить массу фотона:

а) красных лучей света с $\lambda = 700$ нм;

б) рентгеновских лучей в $\lambda = 25$ пм;

в) γ -лучей с $\lambda = 1,24$ пм.

Решение

$$\text{а) } m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{7 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 3,157 \cdot 10^{-36} \text{ кг} \equiv 1,9 \cdot 10^{-9} \text{ а.е.м.}$$

$$\text{б) } m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{25 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 8,84 \cdot 10^{-32} \text{ кг} \equiv 5,32 \cdot 10^{-5} \text{ а.е.м.}$$

$$\text{в) } m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,24 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,78 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \equiv 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.}$$

64. Какой массой обладает фотон с длиной волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см? Сколько таких фотонов будет составлять массу покоя одного электрона?

Решение

1. Масса фотона:

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 3,33 \cdot 10^{-36} \text{ кг} \equiv 2 \cdot 10^{-9} \text{ а.е.м.}$$

2. Количество фотонов эквивалентных массе покоя одного электрона:

$$m_e = \zeta m_f; \quad \zeta = \frac{m_e}{m_f} \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{3,3 \cdot 10^{-36}} \approx 2,76 \cdot 10^5;$$

65. Найти энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны $\lambda = 1,6$ пм.

Решение

1. Энергия фотона:

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 1,24 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \equiv 7,76 \cdot 10^5 \text{ эВ};$$

2. Масса фотона:

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,38 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \equiv 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$$

3. Импульс фотона:

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-12}} \approx 4,14 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

66. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс и энергия были равны энергии и импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?

Решение

1. Скорость электрона, исходя из равенства энергий фотона и электрона:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{m_e v^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda m_e}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,2 \cdot 10^{-7} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx 9,16 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

1. Скорость электрона, исходя из равенства импульсов электрона и фотона:

$$\frac{h}{\lambda} = m_e v; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{h}{\lambda m_e} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{5,2 \cdot 10^{-7} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \approx 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

67. Найти массу фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре $t = 20$ °С.

Решение

1. Средняя квадратичная скорость молекулы водорода при заданных условиях:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}};$$

3. Кинетическая энергия поступательного движения молекулы водорода:

$$m_H = \frac{\mu}{N_A}; \quad K_H = \frac{\mu \langle v^2 \rangle}{2N_A} = \frac{3RT}{2N_A};$$

4. Масса фотона, исходя из равенства энергий:

$$m_f c^2 = \frac{3RT}{2N_A}; \quad \Rightarrow \quad m_f = \frac{3RT}{2N_A c^2} \approx \frac{3 \cdot 8,3 \cdot 293}{2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \approx 6,7 \cdot 10^{-38} \text{ кг};$$

68. Глаз способен реагировать на световой поток, приносящий $n = 50$ фотонов в секунду. Определить минимальную мощность излучения, воспринимаемую глазом при длине волны фотона $\lambda = 500 \text{ нм}$.

Решение

1. Мощность – энергия, выделяемая в единицу времени, т.е. за 1 с:

$$P = n \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{50 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} \approx 2 \cdot 10^{-17} \text{ Вт};$$

69. Найти массу энергию и импульс фотона:

- а) для красных лучей с длиной волны $\lambda = 7200 \text{ А}$;
- б) для рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 25 \text{ А}$;
- в) для γ -лучей с длиной волны $\lambda = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ А}$.

Решение

$$\text{а) } m_f = \frac{hv}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{7,2 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 3,1 \cdot 10^{-36} \text{ кг} \equiv 1,85 \cdot 10^{-9} \text{ а.е.м.}$$

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,2 \cdot 10^{-7}} \approx 2,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \equiv 1,72 \text{ эВ};$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{7,2 \cdot 10^{-7}} \approx 9,2 \cdot 10^{-28} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

$$\text{б) } m_f = \frac{hv}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,5 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 8,84 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \equiv 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ а.е.м.}$$

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-9}} \approx 7,96 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} \equiv 497 \text{ эВ};$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,5 \cdot 10^{-9}} \approx 2,65 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

$$\text{в) } m_f = \frac{hv}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,24 \cdot 10^{-13} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,78 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \equiv 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$$

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,24 \cdot 10^{-13}} \approx 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \equiv 10 \text{ МэВ};$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,24 \cdot 10^{-13}} \approx 5,35 \cdot 10^{-21} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

70. Энергия фотона $\varepsilon_f = 4,1375$ эВ. Найти длину волны, которая соответствует этому фотону.

Решение

$$\varepsilon_f = 4,1375 \text{ эВ} = 6,62 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\varepsilon_f} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,62 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

71. Определить энергию фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} \approx 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \equiv 2 \text{ эВ};$$

72. Определить импульс фотона с энергией $\varepsilon_f = 1,2 \cdot 10^{-18}$ Дж.

Решение

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_f = mc^2; \\ p_f = mc; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\varepsilon_f}{p_f} = c; \Rightarrow p_f = \frac{\varepsilon_f}{c} \approx \frac{1,2 \cdot 10^{-18}}{3 \cdot 10^8} \approx 4 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

73. Масса фотона $m_f = 1,655 \cdot 10^{-35}$ кг. Какая длина волны λ соответствует этому фотону?

Решение

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}; \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_f c} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,665 \cdot 10^{-35} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,327 \cdot 10^{-7} \text{ м} \equiv 132,7 \text{ нм};$$

74. Во сколько раз энергия фотона рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda_1 = 1$ А больше энергии фотона видимого света с длиной волны $\lambda_2 = 0,4$ мкм?

Решение

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}; \\ \varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2}; \end{array} \right\} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-10}} = 4 \cdot 10^3;$$

75. Во сколько раз отличаются энергии фотонов, которым соответствуют частоты $\nu_1 = 5 \cdot 10^{15}$ Гц и $\nu_2 = 1,5 \cdot 10^{16}$ Гц?

Решение

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = h\nu_1; \\ \varepsilon_2 = h\nu_2; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{15}{5} = 3;$$

76. Импульсы фотонов $p_1 = 4 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с и $p_2 = 1 \cdot 10^{-21}$ кг·м/с. Во сколько раз отличаются соответствующие им длины волн?

Решение

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{h}{\lambda_1}; \\ p_2 = \frac{h}{\lambda_2}; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{10}{4} = 2,5;$$

77. Найти импульс фотона, энергия которого равна энергии покоя электрона.

Решение

$$\varepsilon_e = m_e c^2 = \varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_e c};$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = m_e c \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \approx 2,733 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

78. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы его энергия была равна энергии фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 1,24$ пм,

Решение

$$eU = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow U = \frac{hc}{\lambda e} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,24 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^6 \text{ В};$$

79. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 600$ нм?

Решение

$$m_e v = \frac{h}{\lambda}; \Rightarrow v = \frac{h}{\lambda m_e} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6 \cdot 10^{-7} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \approx 1213 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

80. Какова длина волны фотона, энергия которого равна средней кинетической энергии молекулы идеального одноатомного газа при температуре $T = 3000$ К?

Решение

$$\frac{i}{2} k_B T = \frac{3}{2} k_B T = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{2hc}{3k_B T} \approx \frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^3} \approx 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

81. Найти абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией фотона $\varepsilon_f = 4,4 \cdot 10^{-19}$ Дж имеет длину волны $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

1. Энергия фотона в вакууме:

$$\varepsilon_{f(0)} = \frac{hc}{\lambda};$$

2. Показатель преломления среды:

$$n = \frac{\varepsilon_{f(0)}}{\varepsilon_f} = \frac{hc}{\lambda \varepsilon_f} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7} \cdot 4,4 \cdot 10^{-19}} \approx 1,5;$$

82. Поток фотонов падает из вакуума на оптически прозрачное вещество с показателем преломления n для данной длины волны. Определить импульс падающего фотона, если длина его волны λ .

Решение

$$\varepsilon_{f(0)} = \frac{hc}{\lambda}; \quad \varepsilon_f = \frac{hv}{\lambda} = \frac{hc}{n\lambda}; \quad p_f = \frac{\varepsilon_f}{c} = \frac{h}{n\lambda};$$

83. Сколько квантов энергии ζ с частотой $\nu = 997$ ГГц содержится в импульсе излучения с энергией $E = 6,6 \cdot 10^{-18}$ Дж?

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = hv; \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{E}{hv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-18}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 9,97 \cdot 10^{11}} \approx 9985;$$

84. Сколько фотонов ζ с длиной волны $\lambda = 4500$ А содержит импульс монохроматического излучения с энергией $E = 6,62 \cdot 10^{-18}$ Дж?

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = hv; \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{6,62 \cdot 10^{-18} \cdot 4,5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 14;$$

85. Сколько фотонов, средняя энергия которых соответствует частоте $\nu = 4,4 \cdot 10^{14}$ Гц излучает за время $\tau = 5$ с лампа мощностью $P = 60$ Вт?

Решение

1. Энергия, излучаемая лампой в единицу времени:

$$E = P\tau;$$

2. Количество фотонов, испускаемых лампой в единицу времени:

$$\zeta = \frac{E}{hv} = \frac{P\tau}{hv} \approx \frac{60 \cdot 5}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,4 \cdot 10^{14}} \approx 1,09 \cdot 10^{21};$$

86. Источник монохроматического излучения с длиной волны λ имеет мощность P . Определить число фотонов ζ , испускаемых источником каждую секунду.

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = hv; \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\tau\lambda}{hc}; \quad \tau = 1c;$$

87. Источник монохроматического света мощностью $P = 40$ Вт испускает $\zeta = 1,2 \cdot 10^{20}$ фотонов в течение времени $\tau = 1$ с. Определить длину волны излучения.

Решение

$$\zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\tau\lambda}{hc}; \quad \lambda = \frac{\zeta hc}{P\tau} \approx \frac{1,2 \cdot 10^{20} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{60 \cdot 1} \approx 4 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

88. Сколько фотонов за время $\tau = 1$ с испускает нить электрической лампочки с полезной мощностью $P = 1$ Вт, если длина волны излучения, соответствующая средней энергии фотона, $\lambda = 1$ мкм?

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = h\nu; \Rightarrow \zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\tau\lambda}{hc} \approx \frac{1 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 5,03 \cdot 10^{18};$$

89. Определить мощность монохроматического источника света, если за время $\tau = 1$ мин он испускает $\zeta = 2 \cdot 10^{21}$ фотонов с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

$$\zeta = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\tau\lambda}{hc}; \quad P = \frac{\zeta hc}{\lambda\tau} \approx \frac{2 \cdot 10^{21} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 60} \approx 13,26 \text{ Вт};$$

90. Какое количество фотонов ζ с длиной волны $\lambda = 4500$ А излучает монохроматический источник света за время $\tau = 1$ мин, если ежесекундно из него выделяется $\varepsilon = 4,5 \cdot 10^{-8}$ Дж световой энергии?

Решение

$$\zeta = \frac{\varepsilon\tau\lambda}{hc} \approx \frac{4,5 \cdot 10^{-8} \cdot 60 \cdot 4,5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 6 \cdot 10^{12};$$

91. Радиопередатчик мощностью $P = 1$ МВт излучает на частоте $\nu = 1$ МГц. Какова энергия в электрон-вольтах каждого излучаемого кванта? Сколько квантов ζ излучается за каждый период колебаний электромагнитного поля?

Решение

1. Энергия одного кванта излучения:

$$\varepsilon_1 = h\nu \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1 \cdot 10^6 \approx 6,63 \cdot 10^{-28} \text{ Дж} \cong 4,14 \cdot 10^{-9} \text{ эВ};$$

2. Количество квантов, излучаемых за один период колебаний электромагнитной волны:

$$\zeta = \frac{PT}{h\nu}; \quad T = \frac{1}{\nu}; \quad \zeta = \frac{P}{h\nu^2} \approx \frac{1 \cdot 10^6}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1 \cdot 10^{12}} \approx 1,5 \cdot 10^{27};$$

92. Сколько фотонов испускает в течение времени $\tau = 1$ с электрическая лампочка мощностью $P = 100$ Вт, если длина волны излучения, соответствующая средней энергии фотона, $\lambda = 600$ нм, а световая отдача лампы составляет $\eta = 3,3\%$?

Решение

$$\zeta = \eta \frac{E}{\varepsilon_f} = \eta \frac{P\tau\lambda}{hc} \approx \frac{0,033 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 9,95 \cdot 10^{18};$$

93. Чувствительность сетчатки глаза к свету с длиной волны $\lambda = 600$ нм составляет $P = 1,7 \cdot 10^{-18}$ Вт. Сколько фотонов должно падать на сетчатку, чтобы свет был воспринят?

Решение

$$\zeta \geq \frac{E}{\varepsilon_f} \geq \frac{P\tau\lambda}{hc} \geq \frac{1,7 \cdot 10^{-18} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \geq 5;$$

94. Чем более высокое напряжение подаётся на электроды рентгеновской трубки, тем более жёсткие коротковолновые лучи испускаются. Почему? Изменится ли жёсткость излучения, если, не меняя анодного напряжения, изменить накал нити катода?

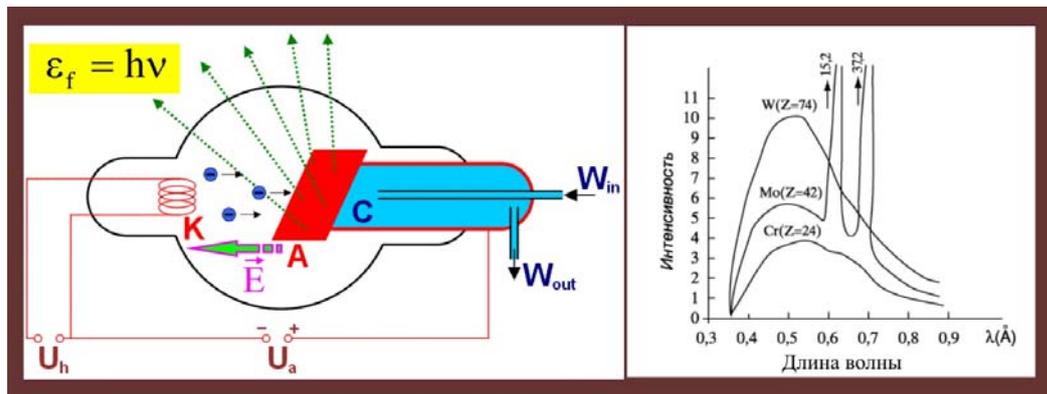


Рис. 94. Рентгеновская трубка

Решение

1. Источник рентгеновского излучения представляет собой вакуумное устройство, состоящее из катода, анода и системы охлаждения. Электроны тепловые электроны эмитируются катодом и разгоняются электрическим полем до значительных скоростей:

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU_A; \quad v = \sqrt{\frac{2eU_A}{m_e}};$$

2. Часть кинетической энергии электронов переходит в энергию рентгеновского излучения. При резком торможении электронов, последние взаимодействуют с электронными оболочками материала анода, переводя глубинные электроны в возбуждённое состояние, избыточная энергия возбужденных электроном сбрасывается в виде рентгеновских фотонов при их возвращении в стационарные состояния.

3. Достигая поверхности анода, электрон резко тормозится, при этом возникает электромагнитный импульс с длинами волн в определенном интервале (тормозное излучение). Распределение интенсивности излучения по длинам волн зависит от материала анода рентгеновской трубки и приложенного напряжения, при этом со стороны коротких волн эта кривая начинается с некоторой пороговой минимальной длины волны, зависящей от приложенного напряжения. Совокупность лучей со всеми возможными длинами волн образует непрерывный спектр, и длина волны, соответствующая максимальной интенсивности, в 1,5 раза превышает минимальную длину волны. Длина волны излучаемого фотона определяется условием:

$$\frac{hc}{\lambda} = eU_A; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{eU_A};$$

4. При увеличении напряжения рентгеновский спектр резко меняется за счет взаимодействия атомов с высокоэнергетичными электронами и квантами первичных рентгеновских лучей. Атом содержит внутренние электронные оболочки (энергетические уровни), количество которых зависит от атомного номера (обозначаются буквами К, L, М и т.д.) Электроны и первичные рентгеновские лучи выбивают электроны из одних энергетических уровней на другие. Возникает метастабильное состояние и для перехода к стабильному состоянию необходим перескок электронов в обратном направлении.

5. Этот скачок сопровождается выделением кванта энергии и возникновением рентгеновского излучения. В отличие от рентгеновских лучей с непрерывным спектром, у этого излучения очень узкий интервал длин волн и высокая интенсивность (характеристическое излучение) (рис. 94). Количество атомов, определяющих интенсивность характеристического излучения, очень велико, например, для рентгеновской трубки с медным анодом при напряжении 1 кВ токе 15 мА за 1 с характеристическое излучение дают 10^{14} – 10^{15} атомов.

6. При изменении напряжения нити накала будет изменяться её температура, в единицу времени с единицы площади нити накала будет генерироваться большее количество термоэлектронов, что приведёт к возрастанию интенсивности рентгеновского излучения. Электронов будет больше, но достигать анода они будут с одинаковыми скоростями, на вид спектра это никак не повлияет.

95. Под каким напряжением работает рентгеновская трубка, если самые жёсткие лучи в рентгеновском спектре этого устройства имеют частоту $\nu = 10^{18}$ Гц?

Решение

$$h\nu = eU; \Rightarrow U = \frac{h\nu}{e} \approx \frac{6,36 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3975 \text{ В};$$

96. Рентгеновская трубка излучает в течение времени $\tau = 1$ с $\zeta = 2 \cdot 10^{13}$ фотонов с длиной волны, соответствующей средней энергии фотонов $\lambda = 10^{-10}$ м. Определить КПД трубки η , если при напряжении между катодом и анодом $U = 50$ кВ сила тока составляет $I = 10^{-3}$ А.

Решение

1. Электрическая энергия, выделяющаяся в трубке за время τ :

$$E = IU\tau;$$

2. Энергия фотонов излучённых трубкой за время τ :

$$\varepsilon_f = \zeta \frac{hc}{\lambda} \tau;$$

3. Коэффициент полезного действия трубки:

$$\eta = \frac{\varepsilon_f}{E} = \frac{\zeta hc}{\lambda IU} \approx \frac{2 \cdot 10^{13} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-10} \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^4} \approx 8 \cdot 10^{-4};$$

97. Монохроматический излучатель полезной мощностью $P = 10^{-10}$ Вт помещён в прозрачную среду с показателем преломления $n = 2$. Определить количество квантов ζ , излучаемых им за время $\tau = 1$ мин, если они имеют длину волны $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

1. Длина волны, соответствующая квантам, распространяющимся в среде с показателем преломления n :

$$\lambda^* = \lambda n;$$

2. Количество фотонов, испускаемых за время τ :

$$\zeta = \frac{P\tau n\lambda}{hc} \approx \frac{10^{-10} \cdot 60 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,26 \cdot 10^{10};$$

98. Капля воды массой $m = 0,2$ г нагревается светом с длиной волны $\lambda = 5500$ А. Какое количество фотонов ζ поглощает вода ежесекундно, если быстрота нагрева капли $\xi = \Delta T/\Delta\tau = 5$ К/с?

Решение

1. Количество теплоты получаемой каплей в единицу времени:

$$Q = c_{\text{H}_2\text{O}} m \frac{\Delta T}{\Delta\tau};$$

2. Энергия одного фотона:

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda};$$

3. Энергия ζ фотонов:

$$\varepsilon_f = \frac{\zeta hc}{\lambda};$$

4. Уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{H}_2\text{O}} m \xi = \frac{\zeta hc}{\lambda}; \Rightarrow \zeta = \frac{c_{\text{H}_2\text{O}} m \lambda}{hc} \xi \approx \frac{4200 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \cdot 5}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 1,16 \cdot 10^{19};$$

99. Воду объёмом $V = 0,2$ мл нагревают светом с длиной волны $\lambda = 0,75$ мкм. Вода ежесекундно поглощает $\zeta = 10^{10}$ фотонов. Определить скорость нагревания воды ξ , считая, что вся получаемая энергия идёт на нагревание воды.

Решение

1. Уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{H}_2\text{O}} \rho_{\text{H}_2\text{O}} V \xi = \frac{\zeta hc}{\lambda}; \Rightarrow \xi = \frac{\zeta ch}{c_{\text{H}_2\text{O}} \rho_{\text{H}_2\text{O}} V \lambda};$$
$$\xi = \frac{10^{10} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{4200 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-7}} \approx 3,16 \cdot 10^{-9} \frac{\text{К}}{\text{с}};$$

100. Лазер излучает световые импульсы с энергией W . Частота следования импульсов f . Коэффициент полезного действия, определяемый как отношение излучаемой энергии к потребляемой, составляет η . Какой объём воды V нужно прокачивать через систему охлаждения лазера за время τ , чтобы температура охлаждающей воды не нагрелась более чем на ΔT градусов. Удельная теплоёмкость воды c_t и плотность воды ρ известны.

Решение

1. Энергия фотонов в импульсах, излучаемых лазером за время τ :

$$\varepsilon_{\Sigma} = Wf\tau(1 - \eta);$$

2. Тепловая энергия, потребляемая водой в системе охлаждения:

$$Q = c_{\rho}\rho V\Delta T\eta;$$

3. Уравнение теплового баланса:

$$Wf\tau(1 - \eta) = c_{\rho}\rho V\Delta T\eta; \Rightarrow V = \frac{Wf\tau(1 - \eta)}{c_{\rho}\rho\Delta T\eta};$$

101. Рубиновый лазер даёт импульс монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 6943 \text{ \AA}$. Определить концентрацию фотонов в пучке излучения лазера χ , если его мощность $P = 2 \text{ мВт}$, а площадь поперечного сечения луча $S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Решение

1. Количество фотонов, излучаемых лазером в единицу времени:

$$\zeta = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc};$$

2. Единичный объём лазерного луча:

$$V = S\zeta;$$

3. Концентрация фотонов в лазерном пучке сечением S :

$$\chi = \frac{\zeta}{V} = \frac{P\lambda}{hc^2S} \approx \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 6,943 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \approx 5,817 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3};$$

102. Сколько квантов излучения падает за время $\tau = 15 \text{ с}$ на поверхность площадью $S_2 = 10,4 \text{ см}^2$, если её облучают потоком γ -лучей с длиной волны $\lambda = 10^{-12} \text{ см}$, мощность которого на площадь $S_1 = 1 \text{ см}^2$ составляет $P = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$.

Решение

1. Количество квантов, падающих на единицу площади S_2 :

$$\zeta_2 = \zeta_1 S_2,$$

где ζ_1 – количество квантов излучаемых в единицу времени поверхностью S_1 в течение промежутка времени τ :

$$\zeta_1 = \frac{P\lambda\tau}{hcS_1};$$

3. Количество падающих квантов излучения на поверхность S_2 :

$$\zeta_2 = \frac{P\lambda\tau S_2}{hc S_1} \approx \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-12} \cdot 15}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \frac{10,4}{1} \approx 1,635 \cdot 10^{12};$$

103. Сколько γ -квантов ζ ежесекундно падает на поверхность которую облучают источником мощностью $P = 10^{-3} \text{ Вт}$ с длиной волны $\lambda = 10^{-14} \text{ м}$?

Решение

$$\zeta = \frac{P\lambda}{hc} \approx \frac{10^{-3} \cdot 10^{-14}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 5 \cdot 10^7;$$

104. Точечный источник света мощностью P испускает свет с длиной волны λ . Сколько фотонов ζ падает за время τ на маленькую площадку s расположенную перпендикулярно к падающим лучам, на расстоянии r от источника?

Решение

1. Площадь сферы, удалённой на расстояние r от точечного источника, имеющего круговую диаграмму направленности:

$$S = 4\pi r^2;$$

2. Количество квантов, падающих на малую площадку s :

$$\zeta = \frac{P\lambda\tau s}{hc S} = \frac{P\lambda\tau s}{hc 4\pi r^2};$$

105. Точечный источник монохроматического излучения мощностью $P = 100$ Вт испускает волны с длиной $\lambda = 1$ мкм. Определить число фотонов падающих за время $\tau = 1$ с на площадь $s = 1$ см², расположенную на расстоянии $R = 10$ м от источника.

Решение

1. Площадь сферы, удалённой на расстояние R от точечного источника, имеющего круговую диаграмму направленности:

$$S = 4\pi R^2;$$

2. Количество квантов, падающих на площадку s :

$$\zeta = \frac{P\lambda\tau s}{hc S} = \frac{P\lambda\tau s}{hc 4\pi R^2};$$

$$\zeta \approx \frac{10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 12,56 \cdot 100} \approx 4 \cdot 10^{13};$$

106. Точечный источник света мощностью P_0 испускает свет с длиной волны λ . На каком максимальном расстоянии R этот источник будет замечен глазом, если свет воспринимается при условии, что на сетчатку попадает ζ фотонов в секунду при радиусе зрачка r ?

Решение

1. Площадь сферы, удалённой на расстояние R от точечного источника, имеющего круговую диаграмму направленности:

$$S = 4\pi R^2;$$

2. Количество фотонов, падающих в единицу времени на глазной зрачок радиусом r :

$$\zeta = \frac{P_0\lambda s}{hc S} = \frac{P_0\lambda 4\pi r^2}{hc 4\pi R^2};$$

3. Расстояние R , на котором фотоны будут восприниматься глазом:

$$R = r \sqrt{\frac{P_0\lambda}{\zeta hc}};$$

4. Давление света

107. Почему хвост кометы всегда направлен в сторону, противоположную Солнцу? Почему длина хвоста кометы не всегда одинакова?

Решение

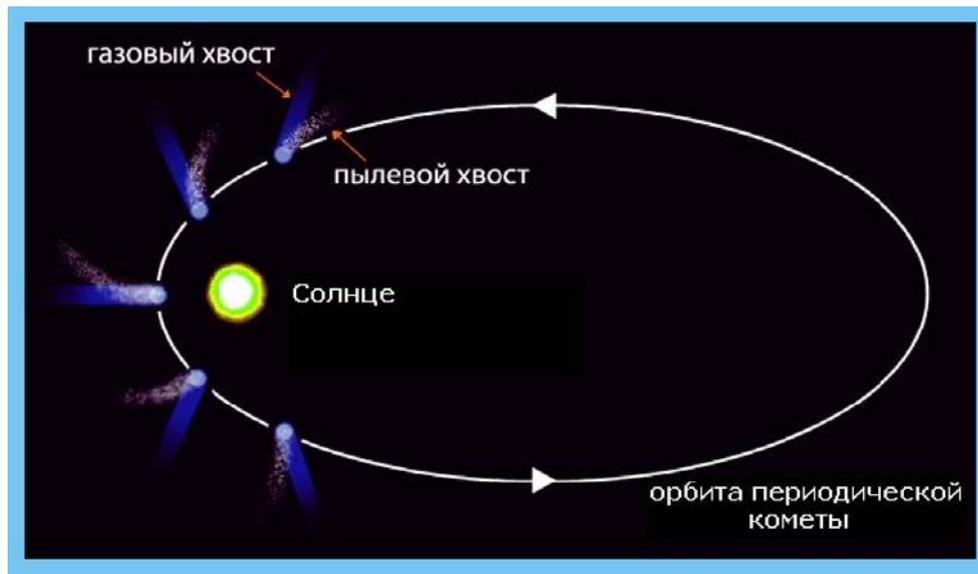


Рис. 107. Газовый хвост кометы м Солнце

1. Относительно маленькое ядро диаметром в несколько километров является единственной твердой частью кометы, и в нем практически сосредоточена вся ее масса. Масса комет крайне мала, в сравнении с другими космическими объектами, не влияет на движение планет. Планеты же, обладая гораздо большей массой, производят заметные возмущения в движении комет.

2. Когда комета приближается к Солнцу, она испытывает целый ряд изменений. Возрастает ее яркость, увеличивается размер хвоста, иногда наблюдаются быстрые изменения структуры. Хвост кометы обычно имеет вид конуса, в вершине которого находится размытое пятно (голова). Голова состоит из туманной оболочки (комы) и звездообразного ядра, которое является самой яркой точкой кометы. Яркость комы возрастает по направлению к ядру. Головы комет могут иметь очень большие размеры – несколько десятков и даже сотен тысяч километров.

3. Хвост кометы всегда направлен от Солнца. Когда расстояние от Солнца велико, хвост отсутствует или очень мал, хорошо видна только кома. Быстрое развитие хвоста кометы начинается при сближении ее с Солнцем, примерно до 1 а.е. (единица расстояний в астрономии, равная среднему расстоянию Земли от Солнца, 1 а. е. = 149,6 млн. км.) В это время обычно хвост растет с огромной скоростью, около 106 км в сутки, пока не достигнет величины около 10^8 км.

4. Силы, отталкивающие кометный хвост от Солнца, – это световое давление и корпускулярные потоки. Корпускулярные потоки несут с собой магнит-

ное поле, и так как ионы не могут двигаться поперек силовых линий, то через это поле передают давление на ионизованный газ в кометных хвостах. Скорость движения вещества в хвостах может быть измерена в тех случаях, когда в них заметны какие-либо конденсации в виде узелков или небольших облачков. В некоторых случаях эти скорости очень велики и отталкивающие силы в 10^3 раз превосходят действие солнечной гравитации.

5. Хвост у комет возникает потому, что под действием солнечных лучей из ядра кометы улечиваются светящиеся молекулы газов и частицы пыли, которые входят в состав ядра. Таким образом, хвост кометы не указывает направление ее полета. Кстати, светящиеся частицы, которые мы с большого расстояния видим как хвост, расположены очень далеко друг от друга. Когда светящийся хвост касается Земли, ничего не происходит. Земля может беспрепятственно пересечь хвост кометы, имеющий в длину много миллионов километров. В последний раз это случилось в 1861 году.

108. Доказать, что сила давления, оказываемая светом Солнца на какое-либо тело, обратно пропорциональна квадрату расстояния от этого тела до Солнца.

Решение

1. Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность:

$$p = \frac{E_{\Sigma}}{c}(1 + \rho) = \frac{\zeta h\nu}{c}(1 + \rho) = \frac{\zeta h\lambda}{c^2}(1 + \rho) = \varpi(1 + \rho),$$

где E_{Σ} – энергия всех фотонов, падающих на единичную площадку поверхности, c – скорость света, ρ – коэффициент отражения, ζ – количество фотонов, излучаемых в единицу времени, h – постоянная Планка, ν – частота, λ – длина волны, ϖ – объёмная плотность энергии излучения.

2. Площадь сферы, удалённой на расстояние R от точечного источника, каковым является Солнце, имеющего круговую диаграмму направленности:

$$S = 4\pi R^2;$$

3. Количество квантов, падающих площадку s в единицу времени:

$$\zeta = \frac{P\lambda s}{hc S} = \frac{P\lambda s}{hc 4\pi R^2};$$

4. Величина светового давления, оказываемого светом на поверхность тела s , удалённого от Солнца на расстояние R :

$$p = \frac{P\lambda s}{hc 4\pi R^2} \frac{h\lambda}{c^2}(1 + \rho) = \frac{P\lambda^2(1 + \rho)}{4\pi c^3} \frac{1}{R^2}; \Rightarrow p \sim R^{-2}.$$

109. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 6$ эВ падает на зеркало и отражается. Какой импульс получает зеркало?

Решение

1. Импульс, получаемый зеркалом будет равен модулю изменения импульса фотонов изменяющих направление своего движения на противоположное:

$$p_i = |\Delta p_f| = 2p_f;$$

$$p_i = \frac{2\varepsilon_f}{c} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \approx 6,4 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

110. Фотон с частотой ν падает на зеркальную поверхность под углом α . Какой импульс получает поверхность при отражении от неё фотона?

Решение

$$p_i = 2|\vec{p}_i| \cos \alpha = \frac{2\varepsilon_f}{c} \cos \alpha = \frac{2h\nu}{c} \cos \alpha;$$

111. Луч лазера мощностью $P = 50$ Вт падает нормально на поглощающую поверхность. Определить давление светового луча на поверхность.

Решение

$$\delta A = F dr; \quad \frac{\delta A}{dt} = P = F \frac{dr}{dt}; \quad \frac{dr}{dt} = c; \quad P = Fc; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{P}{c};$$

$$F = \frac{50}{3 \cdot 10^8} = 1,667 \cdot 10^{-7} \text{ Н};$$

112. Перпендикулярно поверхности площадью $S = 100 \text{ см}^2$ за время $\tau = 1$ мин падает $W = 63$ Дж световой энергии. Найти величину светового давления на поверхность если:

- а) поверхность полностью отражает все лучи;
- б) поверхность все падающие лучи поглощает.

Решение

1. Световое давление на площадку S при падении на неё в течение времени τ светового потока с энергией W :

$$p = \frac{W}{cS\tau}(1 + \rho);$$

2. Для случая «а» (зеркальное отражение потока) $\rho = 1$:

$$p_a = \frac{2W}{cS\tau} = \frac{2 \cdot 63}{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-2} \cdot 60} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Па};$$

3. Давление света в случае «б» (поглощающая поверхность) $\rho = 0$:

$$p_a = \frac{W}{cS\tau} = \frac{63}{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-2} \cdot 60} = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ Па};$$

113. Давление солнечных лучей на парус площадью $S = 200 \text{ м}^2$ составляет $p = 8 \text{ мкПа}$. Через какое время τ лодка под таким парусом приобретёт скорость $v = 40 \text{ м/с}$, если её масса $m = 200 \text{ кг}$ и начинает она движение из состояния покоя и не испытывает сопротивления движению. Какой путь пройдёт лодка за это время?

Решение

1. Кинематические параметры движения лодки:

$$\left. \begin{aligned} v &= a\tau; \\ x &= \frac{a\tau^2}{2}; \end{aligned} \right\}$$

2. Динамические характеристики движения позволяют найти время разгона лодки до скорости v :

$$F = ma; \quad a = \frac{F}{m} = \frac{pS}{m} = \frac{v}{\tau}; \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{mv}{pS} = \frac{200 \cdot 40}{8 \cdot 10^{-6} \cdot 200} = 5 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 58 \text{ суток};$$

3. Пройденное лодкой расстояние:

$$x = \frac{pS\tau^2}{2m} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 25 \cdot 10^{12}}{400} = 1 \cdot 10^8 \text{ м} = 10^5 \text{ км};$$

114. Давление света на абсолютно чёрную поверхность, расположенную перпендикулярно лучам с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, составляет $p = 10 \text{ мкПа}$. Найти число фотонов ζ падающих за время $\tau = 10 \text{ с}$ на поверхность площадью $S = 1 \text{ см}^2$.

Решение

1. Световое давление на площадку S при падении на неё в течение времени τ светового потока с энергией W :

$$p = \frac{\zeta hc}{\lambda S \tau} (1 + \rho); \quad \rho = 0; ;$$

2. Число фотонов ζ падающих в течение времени τ на площадку S :

$$\zeta = \frac{pS\tau\lambda}{hc} \approx \frac{10^{-5} \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 2,5 \cdot 10^{10};$$

115. Свет падает на зеркальную поверхность. Определить давление света на эту поверхность p , если известно что поток фотонов с интенсивностью J падает на поверхность под углом Θ .

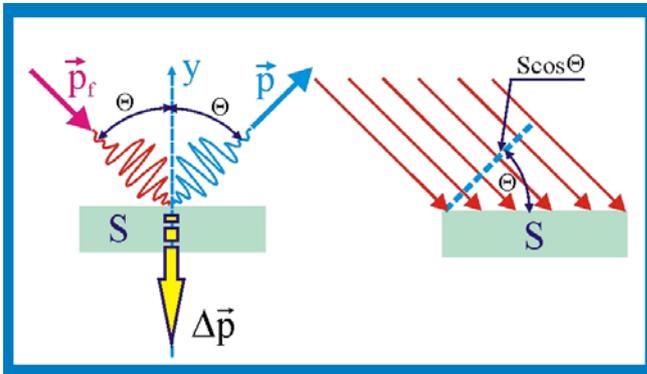


Рис. 115. Взаимодействие фотона с поверхностью

Решение

1. Если энергия одного фотона ϵ_f , то передаваемый им поверхности импульс определится как:

$$p_f = \frac{\epsilon_f}{c};$$

2. Импульс, передаваемый фотоном поверхности S :

$$\Delta p = 2p_y = \frac{2\epsilon_f}{c} \cos \Theta;$$

3. По теореме об изменении импульса силы:

$$F \Delta \tau = \Delta p = \frac{2\zeta \epsilon_f \tau}{c} \cos \Theta,$$

где ζ – количество фотонов, падающих на поверхность за время $\Delta \tau$.

4. Для поверхности площадью S энергия падающего излучения за время $\Delta \tau$ определится как:

$$W = JS \Delta \tau \cos \Theta;$$

5. Количество фотонов и световое давление:

$$\zeta = \frac{W}{\epsilon_f} = \frac{JS \Delta \tau \cos \Theta}{\epsilon_f}; \quad \Rightarrow \quad p = \frac{F}{S} = \frac{2J \cos^2 \Theta}{c};$$

116. Параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 6600 \text{ \AA}$ падает нормально на плоское зеркало. Интенсивность падающего излучения $J = 0,63 \text{ Вт/м}^2$. Коэффициент отражения $k = 0,9$. Определить число фотонов, которые каждую секунду поглощаются единицей поверхности зеркала.

Решение

1. Если энергия одного фотона:

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda},$$

то количество фотонов поглощаемых единицей поверхности в единицу времени определится в виде отношения:

$$\zeta = \frac{J(1-k)}{\varepsilon_f} = \frac{J\lambda(1-k)}{hc} = \frac{0,63 \cdot 6,6 \cdot 10^{-7} \cdot 0,1}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 2 \cdot 10^{17};$$

117. Луч лазера мощностью $P = 50 \text{ Вт}$ падает нормально на поверхность пластинки, которая отражает $k = 50\%$ и пропускает $\alpha = 30\%$ падающей энергии. Остальная часть энергии поглощается. Определить силу светового давления на пластинку.

Решение

1. Коэффициент отражения лазерного луча от поверхности пластинки

$$\rho = k - \alpha;$$

2. Сила, действующая со стороны лазерного луча на площадку:

$$\delta A = Fdr; \quad \frac{\delta A}{dt} = P(1 + \rho) = F \frac{dr}{dt}; \quad \frac{dr}{dt} = c;$$

$$P(1 + \rho) = Fc; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{P(1 + k - \alpha)}{c};$$

$$F = \frac{50(1 + 0,5 - 0,3)}{3 \cdot 10^8} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н};$$

5. Фотоэлектрический эффект

118. Объяснить существования красной границы фотоэффекта с позиций квантовой теории световых явлений.

Решение

1. Явление фотоэффекта в 1887 г. было обнаружено Генрихом Герцем. Исследования явления были выполнены А.Г. Столетовым и Хальваску.

2. Генрих Герц обнаружил, что при освещении поверхности отрицательно заряженной металлической пластины она интенсивнее теряет заряд, чем в неосвещённом состоянии. При положительном заряде пластины такой особенности не наблюдалось. Кроме того выяснилось, если пластина была электрически нейтральной, то при освещении её ультрафиолетовыми лучами, последняя приобретала положительный заряд.

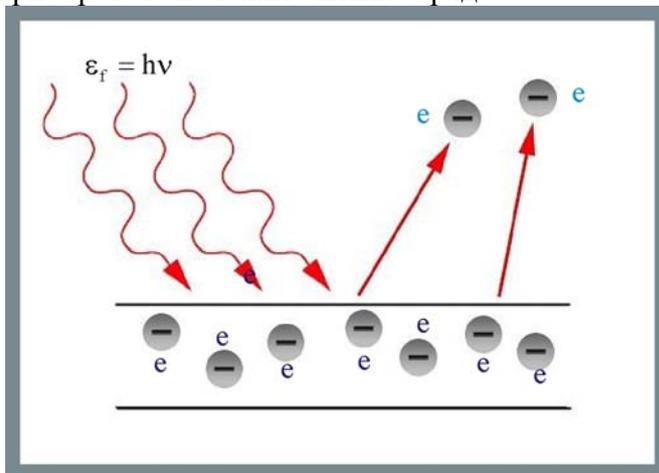


Рис. 118.1. Потеря электронов металлом

го образца. При внутреннем фотоэффекте электроны не покидают образец, электрическое состояние не нарушается.

5. Было установлено, что фотоэлектрическими свойствами обладают как металлы и диэлектрики, так же полупроводниковые материалы и электролиты. Фотоэффект вызывается не только ультрафиолетовыми лучами. Щелочные металлы, такие как, литий, натрий, калий, цезий проявили заметную чувствительность к свету в видимом диапазоне электромагнитных волн. При специальной обработке поверхности щелочных металлов они реагируют на излучение даже в инфракрасной области светового излучения.

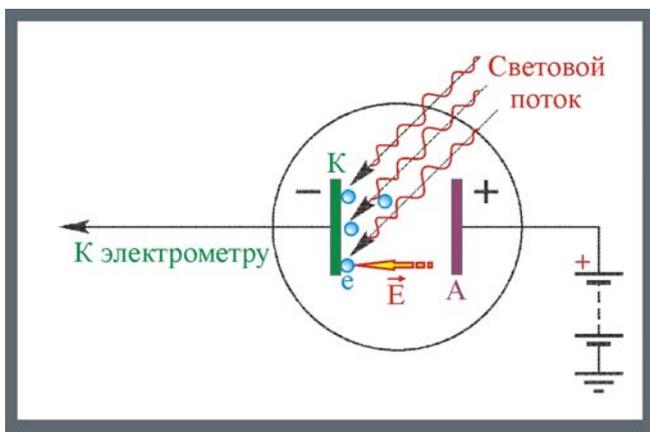


Рис. 118.2. Схема установки

3. После открытия Дж. Томсоном электрона и измерения его удельного заряда e/m было показано, что фотоэффект сопровождается потерей металлической пластиной электронов (рис. 118.1).

4. Фотоэффект принято делить на внешний и внутренний. При внешнем фотоэффекте электроны под действием светового потока покидают пределы облучаемого

металлы, такие как, литий, натрий, калий, цезий проявили заметную чувствительность к свету в видимом диапазоне электромагнитных волн. При специальной обработке поверхности щелочных металлов они реагируют на излучение даже в инфракрасной области светового излучения.

5. На рис. 118.2 приведена структурная схема установки для исследования фотоэффекта

та. Электроны, вырываемые светом из катода, за счёт энергии электрического поля между катодом и анодом, увлекаются в сторону анода, создавая, так называемый, ток проводимости. Другими словами, в вакуумном пространстве между катодом и анодом возникают носители электрического заряда – электроны. Движение электронов в виде фототока регистрируется электрометром или микроамперметром.

6. Если постоянной интенсивности и частоте падающего светового потока плавно изменять напряжение между катодом и анодом, то можно получить вольтамперную характеристику фотоэффекта для данного материала фотокатода (рис. 118.3), такую зависимость называют иногда характеристикой фотоэлемента. После некоторого значения напряжения между анодом и катодом величина фототока стабилизируется, наступает насыщение, причём величина тока насыщения зависит от материала фотокатода. На рис. 118.3 приведены вольтамперные характеристики для двух материалов. Поскольку повышение напряжения не меняет силу фототока, то его значение насыщения $I_{н1}$ и $I_{н2}$ определяют количество электронов, покидающих фотокатод в единицу времени, например, в 1 секунду.

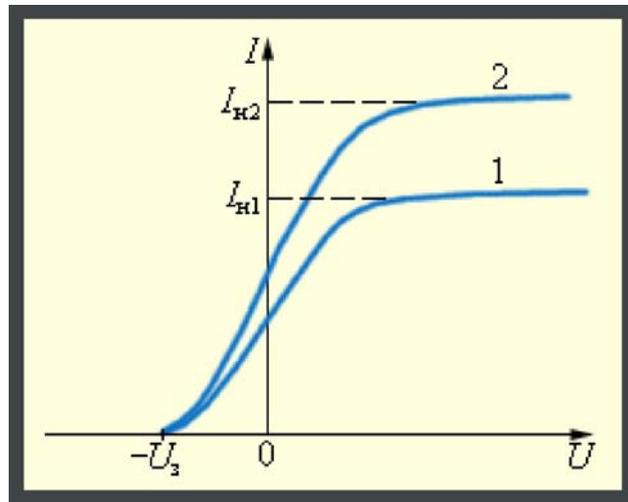


Рис. 118.3. Зависимость фототока от напряжения между анодом и катодом

7. Явление насыщения фототока было обнаружено впервые А.Г. Столетовым, который показал, что сила фототока насыщения строго пропорциональна интенсивности падающего на фотокатод света. Ток насыщения пропорционален интенсивности поглощаемого света. Эффект установленный Столетовым в чистом виде проявлялся только в вакууме. В газовой среде строгой пропорциональности вследствие ионизационных процессов не наблюдалось.

8. Первые попытки объяснения внешнего фотоэффекта, как водится, попытались сформулировать на основе господствующих в то время волновых представлений. Свободные электроны во множестве присутствующие в каждом металле, удерживаются в нём задерживающим полем, присутствующем на границах, при этом работа выхода электрона составляет несколько электрон-вольт. Полагалось, что в поле световой волны электроны начинают совершать вынужденные колебания, амплитуда которых зависит от интенсивности падающего света. При достижении свободными электронами энергии колебаний превышающей работу выхода, они могут покинуть пределы металла. Для связанных электронов тоже возможны аналогичные процессы, но они носят более сложный резонансный характер.

9. Такое классическое толкование, однако, не было в согласии с экспериментальными данными. Дело в том, что кинетическая энергия колеблющихся электронов

$$K_{\max} = \frac{m_e \omega^2 A^2}{2},$$

должна быть тем больше, чем больше интенсивность падающего светового потока. Но опыты, проведенные Ленардом, показывали, что максимальные кинетические энергии излучаемых металлом электронов не зависят от интенсивности, а определяются исключительно его частотой.

10. Кроме того, возникновение и развитие механических колебаний электронов должны занимать некоторый промежуток времени $\tau \approx 0,5 - 1$ с, опыт же демонстрировал отсутствие такой инерции фотоэффекта.

11. Когда же к фотоэффекту применили квантовую гипотезу Макса Планка

$$\varepsilon_{\nu, \nu+d\nu} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1} d\nu,$$

сформулированную им при объяснении излучения абсолютно чёрного тела, то сразу всё стало на свои места. Взаимодействуя с электроном, фотон обменивается с ним импульсом и энергией, причём не постепенно, а сразу в результате единичного акта столкновения.

12. Свободные электроны, не связанные с атомами, получив энергию от фотона, расходуют её исключительно на преодоление задерживающих сил, действующих со стороны поверхности металла, т.е. на работу выхода. Максимальная кинетическая энергия вырванного электрона, кинетическая энергия фотона и работа выхода связаны уравнениями:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \varepsilon_f - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = h\nu - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A;$$

13. Из уравнения внешнего фотоэффекта следуют важные выводы:

1. Максимальная кинетическая энергия вырванных электронов линейно зависит от частоты падающего света и не зависит от его интенсивности. Интенсивность определяет только количество электронов, выбиваемых из металла в единицу времени. Оказалось, что тангенс угла наклона прямой, отображающей зависимость задерживающего напряжения от частоты падающего света пропорционален постоянной Планка (рис. 118.4). Коэффициентом пропорциональности служит величина обратная заряду электрона. Эта закономерность позволила американскому исследователю Роберту Милликену экспериментально определить значение постоянной Планка $h \cong 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

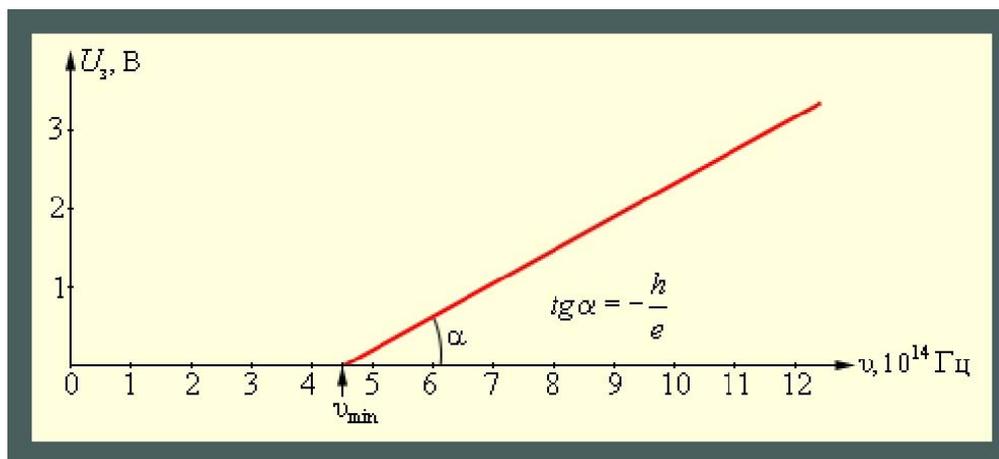


Рис. 118.4. Определение постоянной Планка

2. Существует низкочастотная граница (порог, красная граница) фотоэффекта, т.е. такая частота ν_0 ниже которой фотоэффект не наблюдается. Красная граница фотоэффекта зависит от свойств фотокатода и его поверхности.

Пусть работа выхода $A = h\nu_0$, тогда уравнение фотоэффекта можно переписать следующим образом:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0).$$

При $\nu < \nu_0$ правая часть уравнения становится отрицательной, чего не может быть, потому что кинетическая энергия, стоящая слева не может из принципиальных соображений (скорость в квадрате) принимать отрицательных значений. Т.е. ν_0 – граничная частота, при которой ещё возможен фотоэффект. С волновых позиций никакой красной границы принципиально существовать не должно.

119. Красная граница фотоэффекта для натрия $\lambda_0 = 547$ нм. Определить работу выхода электрона.

Решение

$$\frac{m_e v}{2} = 0; \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = A; \quad A \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,47 \cdot 10^{-7}} \approx 3,636 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,273 \text{ эВ}$$

120. Какова наименьшая частота света, при которой ещё будет наблюдаться фотоэффект в металле работа выхода в котором $A = 3,3 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Решение

$$0 = h\nu_0 - A; \Rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h} \approx \frac{3,3 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} \approx 4,977 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

121. Вычислить длину волны λ_0 красной границы фотоэффекта для серебра с работой выхода электрона $A \approx 6,9 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение

$$0 = \frac{hc}{\lambda_0} - A; \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{A} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,9 \cdot 10^{-19}} \approx 2,88 \cdot 10^{-7} \text{ м} \approx 288 \text{ нм};$$

122. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_0 \approx 2750$ А. Чему равно минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект?

Решение

1. Уравнение красной границы фотоэффекта:

$$\varepsilon_f - A = 0; \quad \frac{hc}{\lambda_0} = \varepsilon_{f(\min)}; \quad \varepsilon_{f(\min)} = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,75 \cdot 10^{-7}} \approx 6,545 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 4,1 \text{ эВ};$$

123. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если работа выхода электрона из металла $A = 3,3 \cdot 10^{-19}$ Дж, а свет имеет длину волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м?

Решение

$$0 = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{hc}{\lambda} \geq A; \quad \varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{5 \cdot 10^{-7}} \approx 3,978 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \Rightarrow \varepsilon_f > A;$$

124. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_0 = 2200 \text{ \AA}$. Какова масса фотона, вызывающего фотоэффект?

Решение

$$p_f = m_f c = \frac{\epsilon_f}{c} = \frac{hc}{\lambda_0 \cdot c}; \Rightarrow m_f c = \frac{h}{\lambda_0};$$

$$m_f = \frac{h}{c\lambda_0} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^7} \approx 1 \cdot 10^{-35} \text{ кг};$$

125. Для некоторого металла красная граница фотоэффекта $\nu_0 = 4,3 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$. Определить работу выхода электрона из этого металла и максимальное значение кинетической энергии электронов при воздействии на металл излучения с длиной волны $\lambda = 190 \text{ нм}$.

Решение

1. Работа выхода электрона из металла:

$$A = h\nu_0 \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,4 \cdot 10^{14} \approx 2,85 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 1,6 \text{ эВ};$$

2. Максимальное значение кинетической энергии электронов:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - A \approx \frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{1,9 \cdot 10^{-7}} - 2,85 \cdot 10^{-19} \approx 7,62 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 4,76 \text{ эВ};$$

126. Максимальная кинетическая энергия электронов, вылетающих из рубидия при его освещении ультрафиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 3,17 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ составляет $K_{\max} = 2,84 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Определить работу выхода электронов из рубидия и красную границу фотоэффекта.

Решение

1. Работа выхода электрона из рубидия:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad A = \frac{hc}{\lambda} - K_{\max} \approx \frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{3,17 \cdot 10^{-7}} - 2,94 \cdot 10^{-19} \approx 3,33 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 2 \text{ эВ};$$

2. Красная граница фотоэффекта:

$$K = 0; \quad \frac{hc}{\lambda_0} = A; \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A} \approx \frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{2,94 \cdot 10^{-19}} \approx 6,77 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

127. Серебряную пластинку ($A_{\text{Ag}} \approx 6,9 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) освещают светом с частотой $\nu = 2 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$. Найти максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов.

Решение

$$K_{\max} = h\nu - A \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{15} - 6,9 \cdot 10^{-19} \approx 6,36 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 4 \text{ эВ};$$

128. Вольфрамовую пластинку ($A \approx 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) освещают светом с длиной волны равной $\lambda = 2000 \text{ \AA}$. Найти максимальный импульс вылетающих из пластины электронов.

Решение

1. Максимальная скорость вылета фотоэлектронов из вольфрама:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

2. Максимальное значение импульса фотоэлектронов:

$$p_e = m_e v_{\max} = \sqrt{2m_e \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

$$p_e \approx \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \left(\frac{1,989 \cdot 10^{-25}}{2 \cdot 10^{-7}} - 7,2 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 7,07 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

129. Пластину освещают монохроматическим излучением с длиной волны $\lambda = 3125 \text{ \AA}$. Известно, что наибольшее значение импульса, передаваемого пластине одним фотоэлектроном, равно $p_e = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Определить работу выхода электрона из пластины.

Решение

$$p_e = m_e v_{\max} = \sqrt{2m_e \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}; \quad p_e^2 = 2m_e \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right); \quad A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{p_e^2}{2m_e};$$

$$A \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,125 \cdot 10^{-7}} - \frac{1 \cdot 10^{-49}}{18,22 \cdot 10^{-31}} \approx 5,85 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 3,66 \text{ эВ};$$

130. Какой скоростью обладают электроны, вырванные с поверхности натрия ($A \approx 3,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) при облучении его светом, частота которого $\nu = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$? Определить наибольшую длину волны излучения, вызывающего фотоэффект.

Решение

1. Максимальная скорость фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = h\nu - A; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} (h\nu - A)};$$

$$v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,6 \cdot 10^{15} - 3,63 \cdot 10^{-19})} \approx 2,43 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

2. Красная граница фотоэффекта в натрия:

$$K = 0; \quad \frac{hc}{\lambda_0} = A; \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,63 \cdot 10^{-19}} \approx 5,51 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

131. Максимальная скорость фотоэлектронов, вырванных с поверхности меди ($A \approx 7,15 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) при фотоэффекте $v_{\max} = 9,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Определить частоту света, вызывающего фотоэффект.

Решение

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = h\nu - A; \quad m_e v_{\max}^2 = 2h\nu - 2A; \quad m_e v_{\max}^2 + 2A = 2h\nu;$$

$$\nu = \frac{m_e v_{\max}^2 + 2A}{2h} \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 86,49 \cdot 10^{12} + 1,43 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} \approx 6,05 \cdot 10^{16} \text{ Гц};$$

132. На металлическую пластину, красная граница фотоэффекта для которой $\lambda_0 = 0,5$ мкм, падает фотон длиной волны $\lambda = 0,4$ мкм. Во сколько раз ξ скорость фотона больше скорости фотоэлектрона?

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$K = 0; \quad A = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{5 \cdot 10^{-7}} \approx 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Максимальное значение скорости фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

$$v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{4 \cdot 10^{-7}} - 4 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 4,68 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

3. Отношение скоростей фотона и фотоэлектрона:

$$\xi = \frac{c}{v_{\max}} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{4,68 \cdot 10^5} \approx 640;$$

133. С какой скоростью вылетают фотоэлектроны с поверхности цезия ($A = 3,02 \cdot 10^{-19}$ Дж) при освещении жёлтым светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм?

Решение

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad v = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

$$v \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{5,9 \cdot 10^{-7}} - 3,02 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 2,85 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

134. Цезиевый катод фотоэлемента освещают светом натриевой лампы с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить скорость вырываемых из катода фотоэлектронов, если красная граница фотоэффекта для цезия $\lambda_0 = 650$ нм.

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$K = 0; \quad A = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{6,5 \cdot 10^{-7}} \approx 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Максимальное значение скорости фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad v = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

$$v \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{6 \cdot 10^{-7}} - 3,1 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 2,26 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

135. Если поочередно освещать поверхность металла излучением с длинами волн $\lambda_1 = 350$ нм и $\lambda_2 = 540$ нм, то максимальные скорости фотоэлектронов будут отличаться в $\xi = 2$ раза. Определить работу выхода фотоэлектронов из этого металла.

Решение

1. Скорости фотоэлектронов при облучении светом с разными длинами волн:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda_1} - A \right)}; \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda_2} - A \right)}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \xi^2 = \frac{\frac{hc}{\lambda_1} - A}{\frac{hc}{\lambda_2} - A}; \quad \xi^2 \left(\frac{hc}{\lambda_2} - A \right) = \frac{hc}{\lambda_1} - A;$$

2. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$\xi^2 \frac{hc}{\lambda_2} - \xi^2 A = \frac{hc}{\lambda_1} - A; \quad \xi^2 \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = A(\xi^2 - 1); \quad A = \frac{hc}{\xi^2 - 1} \left(\frac{\xi^2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right);$$

$$A \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3} \left(\frac{4}{5,4 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{3,5 \cdot 10^{-7}} \right) \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 1,9 \text{ эВ};$$

136. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 234$ нм в $\xi = 1,3$ раза больше длины волны излучения, вызывающего фотоэффект. Какова максимальная скорость фотоэлектронов?

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$K = 0; \quad A = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{2,34 \cdot 10^{-7}} \approx 8,55 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

2. Максимальное значение скорости фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\xi \lambda_0} - A; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\xi \lambda_0} - A \right)};$$

$$v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{1,3 \cdot 2 \cdot 10^{-25}}{2,34 \cdot 10^{-7}} - 8,85 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 7 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

137. Для некоторого металла красная граница фотоэффекта в $\xi = 1,2$ раза меньше частоты падающего излучения. Определить работу выхода электрона из данного металла, если максимальная скорость фотоэлектронов равна $v_{\max} = 6 \cdot 10^5$ м/с.

Решение

$$\left. \begin{aligned} hv_0 &= A; \\ \frac{m_e v_{\max}^2}{2} &= h\xi v_0 - A; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_0 &= \frac{A}{h}; \\ \frac{m_e v_{\max}^2}{2} &= \xi A - A; \end{aligned} \right\} A = \frac{m_e v_{\max}^2}{2(\xi - 1)};$$

$$A \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 36 \cdot 10^{10}}{0,4} \approx 8,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 5,12 \text{ эВ};$$

138. Какую максимальную скорость будут иметь фотоэлектроны при облучении поверхности цинка ($A \approx 5,98 \cdot 10^{-19}$ Дж) ультрафиолетовым излучением с энергией квантов в $\xi = 1,5$ раза большей работы выхода?

Решение

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \xi A - A; \quad v_{\max}^2 = \frac{2(\xi A - A)}{m_e}; \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2A(\xi - 1)}{m_e}};$$

$$v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 5,98 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx 8,1 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

139. Определить, во сколько раз частота излучения, вызывающего фотоэффект с поверхности некоторого металла, больше красной границы фотоэффекта, если работа выхода электрона из этого металла в $\xi = 2,5$ раза больше максимальной кинетической энергии фотоэлектронов?

Решение

2. Энергия фотонов с минимальной энергией, вызывающей фотоэффект:

$$\varepsilon_0 = h\nu_0,$$

где ν_0 – красная граница фотоэффекта;

2. Уравнение фотоэффекта при заданных условиях:

$$\xi \varepsilon_0 = h\nu - A = h\nu - h\nu_0; \quad \xi h\nu_0 = h\nu - h\nu_0;$$

$$\xi \nu_0 - \nu_0 = \nu; \quad \zeta = \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\xi + 1}{\xi} = 1,4;$$

140. Найти частоту ν света, вырывающие из металла фотоэлектроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 3$ В. Частота красной границы металла составляет $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти работу выхода фотоэлектронов из металла.

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов:

$$A = h\nu_0 \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \approx 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,49 \text{ эВ};$$

2. Если электроны полностью задерживаются разностью потенциалов U , то

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU;$$

3. Уравнение фотоэффекта:

$$eU = h\nu - A; \quad eU + A = h\nu; \quad \nu = \frac{eU + A}{h};$$

$$A \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 + 3,98 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} \approx 1,33 \cdot 10^{15} \text{ Гц};$$

141. Определить задерживающую разность потенциалов U для электронов, вырываемых из калиевого фотокатода ($A \approx 3,2 \cdot 10^{-19}$ Дж) световым излучением с длиной волны $\lambda = 330$ нм.

Решение

1. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU;$$

2. Уравнение фотоэффекта:

$$eU = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \Rightarrow \quad U = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e} \approx \frac{\frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,3 \cdot 10^{-7}} - 3,2 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 1,79 \text{ В};$$

142. При освещении поверхности некоторого металла фиолетовым светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,4$ мкм выбитые электроны полностью задерживаются запирающим напряжением $U_1 = 2$ В. Чему равно запирающее напряжение U_2 при освещении того же металла красным светом с длиной волны $\lambda_2 = 0,77$ мкм?

Решение

1. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU;$$

2. Система уравнений для фотоэффекта при различных длинах волн:

$$\left. \begin{array}{l} eU_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - A; \\ eU_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - A; \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = \frac{hc}{\lambda_1} - eU_1; \\ eU_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} - eU_1; \end{array} \right\} U_2 = U_1 - \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right);$$

$$U_2 = 2 - \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{1}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{7,7 \cdot 10^{-7}} \right) \approx 0,78 \text{ В};$$

143. Цинковую пластину ($A \approx 6 \cdot 10^{-19}$ Дж) облучают монохроматическим ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 324$ нм. До какого максимального потенциала зарядится пластина?

Решение

1. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU;$$

2. Уравнение фотоэффекта:

$$eU = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \approx \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,24 \cdot 10^{-7}} - 6 \cdot 10^{-19} \right) \approx 0,1 \text{ В};$$

144. Уединённый цинковый шарик ($A \approx 6 \cdot 10^{-19}$ Дж) облучается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 4$ нм. До какого потенциала зарядится шарик?

Решение

1. Вследствие фотоэффекта электроны станут покидать поверхность шарика, который будет приобретать положительный заряд, создавая вокруг себя тормозящее электрическое поле. В некоторый момент времени разность потенциалов между шариком и бесконечно удалённой точкой станет такой, что станет равной задерживающему напряжению:

$$\varphi_{\max} - \varphi_{\infty} = U_z; \quad \varphi_{\infty} \rightarrow 0; \quad \Rightarrow \quad U_z \approx \varphi_{\max};$$

2. Величина задерживающего напряжения определяется максимальным значением кинетической энергии электронов:

$$eU_z = \frac{m_e v_{\max}^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\max} = \frac{m_e v_{\max}^2}{2e};$$

3. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектрона определяется уравнением фотоэффекта:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \varphi_{\max} e = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\max} = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right);$$

$$\varphi_{\max} \approx \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{4 \cdot 10^{-9}} - 6 \cdot 10^{-19} \right) \approx 308,75 \text{ В};$$

145. Медный шарик ($A \approx 7,15 \cdot 10^{-19}$ Дж), удалённый от других тел, под действием падающего на него света, зарядился до потенциала $\varphi = 1,74$ В. Определить длину волны падающего на шарик света.

Решение

1. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов вырванных светом с поверхности медного шарика определяется уравнением фотоэффекта:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \varphi e = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \Rightarrow \quad \varphi e \lambda = hc - A \lambda;$$

$$\lambda(\varphi e + A) = hc; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{\varphi e + A} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,74 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 7,5 \cdot 10^{-19}} \approx 195 \text{ нм};$$

146. При освещении фотоэлемента жёлтым светом с длиной волны $\lambda_1 = 600$ нм он зарядился до потенциала $\varphi_1 = 1,2$ В. До какого потенциала φ_2 зарядится отключенный от цепи фотоэлемент, если его освещать светом с длиной волны $\lambda_2 = 400$ нм?

Решение

1. Система уравнений для фотоэффекта при различных длинах волн:

$$\left. \begin{array}{l} e\varphi_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - A; \\ e\varphi_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - A; \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = \frac{hc}{\lambda_1} - e\varphi_1; \\ e\varphi_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} - e\varphi_1; \end{array} \right\} \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right);$$

$$\varphi_2 = 2 - \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{1}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{7,7 \cdot 10^{-7}} \right) \approx 0,78 \text{ В};$$

147. При исследовании вакуумного фотоэлемента оказалось, что при освещении катода светом с частотой $\nu_0 = 10^{15}$ Гц фототок с поверхности прекращался при задерживающем напряжении между катодом и анодом $U_z = 2$ В. Определить работу выхода электрона из материала катода.

Решение

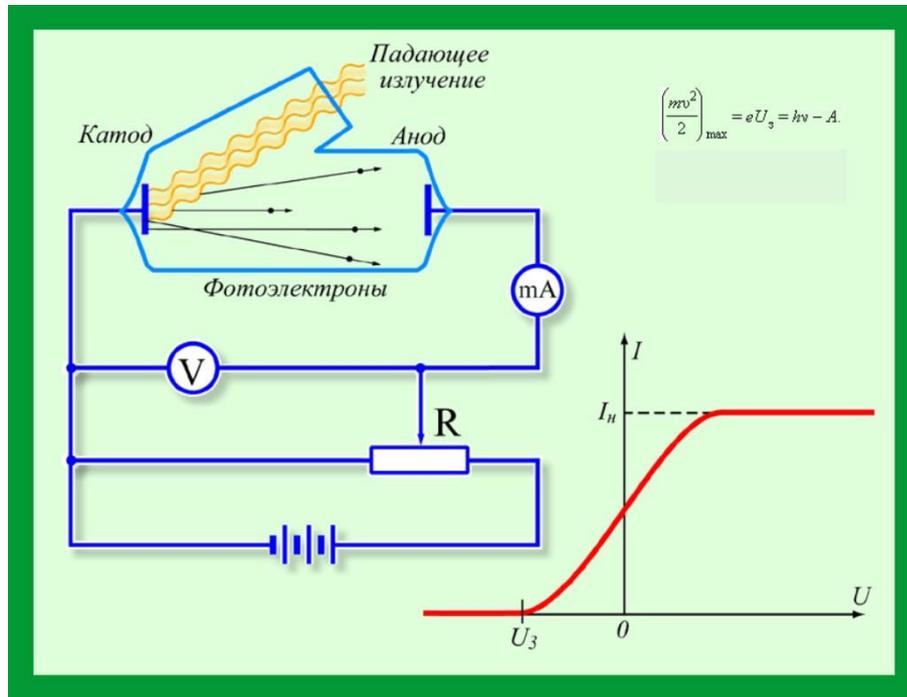


Рис. 147. Вакуумный фотоэлемент

1. Максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU_z;$$

2. Уравнение фотоэффекта:

$$eU_z = h\nu_0 - A; \quad \Rightarrow \quad A = h\nu_0 - eU_z;$$

$$A \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{15} - 3,2 \cdot 10^{-19} \approx 3,43 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,14 \text{ эВ};$$

148. Определить задерживающее напряжение для фотоэлектронов, испускаемых с поверхности натрия ($A \approx 3,63 \cdot 10^{-19}$ Дж) под действием монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 2000$ А.

Решение

1. Уравнение фотоэффекта, записанное через величину задерживающего напряжения:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU_z;$$

$$eU_z = \frac{hc}{\lambda} - A; \quad \Rightarrow \quad U_z = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \approx \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{2 \cdot 10^{-7}} - 3,63 \cdot 10^{-19} \right) \approx 4 \text{ В};$$

149. Катод фотоэлемента освещается монохроматическим светом. При задерживающем напряжении между катодом и анодом $U_1 = 1,6$ В ток в цепи прекращается. При изменении длины волны света в $\xi = 1,5$ раза потребовалось подать задерживающую разность потенциалов $U_2 = 3$ В. Определить работу выхода электронов из металла.

Решение

1. Система уравнений, описывающих фотоэффект в заданных условиях:

$$\left. \begin{aligned} eU_1 &= \frac{hc}{\lambda} - A; \\ eU_2 &= \frac{hc}{\xi\lambda} - A; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} eU_1\lambda &= hc - A\lambda; \quad \lambda = \frac{hc}{eU_1 + A}; \\ eU_2 &= \frac{hc}{\xi} \frac{eU_1 + A}{hc} - A = \frac{eU_1 + A}{\xi} - A; \end{aligned} \right\}$$

$$\xi eU_2 = eU_1 + A - \xi A; \quad A = \frac{e(U_2 - \xi U_1)}{\xi - 1};$$

$$A \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (3 - 2,4)}{0,5} \approx 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,2 \text{ ЭВ};$$

150. Электроны, вырываемые с поверхности квантами излучения с частотой $\nu_1 = 4,10^{15}$ Гц, полностью задерживаются напряжением $U_1 = 14$ В, а при частоте $\nu_2 = 8 \cdot 10^{15}$ Гц – напряжением $U_2 = 30$ В. Определить по этим данным постоянную Планка.

Решение

1. Система уравнений, описывающих фотоэффект в заданных условиях:

$$\left. \begin{aligned} eU_1 &= h\nu_1 - A; \\ eU_2 &= h\nu_2 - A; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} A &= h\nu_1 - eU_1; \\ eU_2 &= h\nu_2 - (h\nu_1 - eU_1); \end{aligned} \right\} h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\nu_2 - \nu_1};$$

$$h \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 16}{4 \cdot 10^{15}} \approx 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с};$$

151. Плоская поверхность освещается светом с длиной волны $\lambda = 1800$ А. Красная граница фотоэффекта для данного вещества $\lambda_0 = 3600$ А. Непосредственно и поверхности создано магнитное поле индукцией $B = 1$ мТл. Линии индукции магнитного поля параллельны поверхности. На какое максимальное расстояние r от поверхности смогут удаляться фотоэлектроны, если они движутся перпендикулярно поверхности?

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0};$$

2. Максимальная кинетическая энергия и максимальная скорость фотоэлектронов:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right); \quad v = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)};$$

3. При покидании электроном освещаемой поверхности на него начинает действовать сила Лоренца, работа которой на предельном удалении должна, в

соответствии с законом сохранения энергии, быть равна максимальной кинетической энергии электрона:

$$eVBr = \frac{mv^2}{2}; \Rightarrow r = \frac{mv^2}{2evB} = \frac{mv}{2eB} = \frac{m}{2eB} \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)};$$

$$r = \frac{1}{2eB} \sqrt{2hcm \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)};$$

$$r \approx \frac{1}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} \sqrt{4 \cdot 10^{-25} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \left(\frac{1}{1,8 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{3,6 \cdot 10^{-7}} \right)} \approx 3,1 \text{ мм};$$

152. Цинковую пластинку ($A \approx 6 \cdot 10^{-19}$ Дж) освещают ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 300$ нм. На какое максимальное расстояние от пластинки может удалиться фотоэлектрон, если вне пластинки создано задерживающее однородное электрическое поле с напряжённостью $E = 10^3$ В/м.

Решение

1. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A;$$

2. Работа, производимая электрическим полем при движении электрона, по закону сохранения энергии должна быть равна максимальному значению кинетической энергии электрона при его максимальном удалении от поверхности пластинки:

$$eEr = \frac{hc}{\lambda} - A; \Rightarrow r = \frac{1}{eE} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right);$$

$$r \approx \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} \left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{3 \cdot 10^{-7}} - 6 \cdot 10^{-19} \right) \approx 0,4 \text{ мм};$$

153. На плоский электрод падает излучение с длиной волны $\lambda = 83$ нм. На какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода создано задерживающее электрическое поле с напряжённостью $E = 7,5 \cdot 10^3$ В/м? Красная граница фотоэффекта соответствует длин волн $\lambda_0 = 332$ нм.

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов из металла:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0};$$

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right);$$

3. Работа, производимая электрическим полем при движении электрона, по закону сохранения энергии должна быть равна максимальному значению кинетической энергии электрона при его максимальном удалении от поверхности пластинки:

$$eEr = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right); \Rightarrow r = \frac{hc}{eE} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right);$$

$$r \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,5 \cdot 10^2} \left(\frac{1}{83 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{3,32 \cdot 10^{-7}} \right) \approx 1,5 \text{ см};$$

154. Между фотокатодом и анодом приложена такая разность потенциалов, что наиболее быстрые фотоэлектроны могут пролететь только половину расстояния между электродами. Смогут ли они долететь до анода, если расстояние между электродами уменьшить вдвое при той же разности потенциалов?

Решение

1. Судя по условию задачи, речь идёт о задерживающей разности потенциалов, т.е. летящими электронами совершается работа против силы, обусловленной действием электрического поля.

2. Закон сохранения энергии:

$$eEr = \frac{m_e v_{\max}^2}{2}; \quad \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \text{const}; \quad E_1 = \frac{U_z}{\ell}; \quad E_2 = \frac{2U_z}{\ell};$$

При уменьшении расстояния ℓ между электродами увеличивается напряжённость электрического поля, т.е. увеличивается сила Кулона, действующая на летящие с фиксированной кинетической энергией электроны, поэтому при уменьшении расстояния между анодом и катодом до величины $\ell/2$ электроны до анода не долетят.

155. При освещении вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом в его цепи регистрируют ток насыщения $I_n = 3 \cdot 10^{-10}$ А. Оценить число электронов ζ , вырывающихся из фотокатода ежесекундно и полный заряд q , проходящий через фотоэлемент за это время.

Решение

1. Заряд является квантованной величиной, т.е. он не может принимать произвольного значения, величина заряда всегда пропорциональна заряду электрона, который в настоящее время определён как элементарный, поэтому:

$$\zeta = \frac{I_n}{e} \approx 1,875 \cdot 10^9;$$

2. Сила тока:

$$I_n = \frac{dq}{dt}; \Rightarrow dq = I_n dt; \quad q = \int_0^{\tau} I_n dt = I_n \tau = 3 \cdot 10^{-10} \text{ Кл};$$

156. Катод фотоэлемента освещают светом с длиной волны $\lambda = 5000$ А. Мощность излучения, падающего на катод $P = 30$ мВт. При этом в цепи фотоэлемента регистрируется сила тока $I = 1$ мА. Найти отношение числа падающих на катод фотонов к числу выбитых электронов.

Решение

1. Число выбитых электронов в единицу времени определится по силе регистрируемого тока:

$$n_e = \frac{I}{e};$$

2. Число фотонов, падающих на поверхность фотокатода в единицу времени:

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = hv; \Rightarrow n_f = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\lambda}{hc};$$

3. Отношение числа фотонов к числу электронов:

$$\xi = \frac{n_f}{n_e} = \frac{P\lambda e}{Ihc} \approx \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-25}} \approx 12;$$

157. На катод фотоэлемента падает световой поток мощностью $P = 0,02$ Вт. На каждые $\zeta = 10$ квантов света, упавших на фотокатод, в среднем приходится один выбитый фотозлектрон. Определить силу тока насыщения фотоэлемента, если длина волны падающего света $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

1. Число фотонов, падающих на поверхность фотокатода в единицу времени:

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = hv; \Rightarrow n_f = \frac{E}{\varepsilon_f} = \frac{P\lambda}{hc};$$

2. Число выбитых электронов в единицу времени:

$$n_e = \frac{n_f}{\zeta};$$

2. Сила тока насыщения:

$$I_n = n_e e = \frac{P\lambda e}{\zeta hc} \approx \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10 \cdot 2 \cdot 10^{-25}} \approx 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ А};$$

158. Используя заданную вольтамперную характеристику вакуумного фотоэлемента найти работу выхода фотозлектронов из катода при освещении его светом с длиной волны $\lambda = 3,3 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

1. Уравнение фотоэффекта с учётом значения задерживающего напряжения, определяемого по заданному графику:

$$eU_z = \frac{hc}{\lambda} - A; \Rightarrow A = \frac{hc}{\lambda} - eU_z;$$

$$A \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{3,3 \cdot 10^{-7}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \approx 2,86 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cong 4,77 \text{ эВ};$$

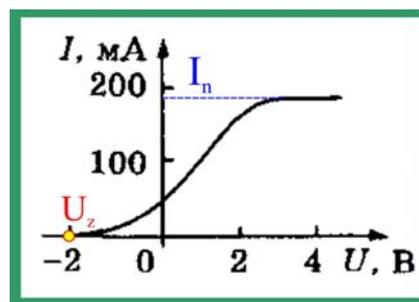


Рис. 158. Вольтамперная характеристика фотоэлемента

159. При освещении фотоэлемента светом с длиной волны $\lambda = 1,8 \cdot 10^{-7}$ м получена вольтамперная характеристика, пользуясь которой необходимо определить работу выхода фотозлектронов из катода и число фотозлектронов, выбиваемых в единицу времени.

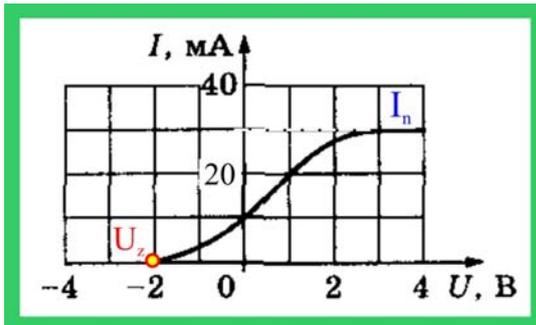


Рис. 159. Задерживающее напряжение и сила тока насыщения

Решение

1. Работа выхода фотоэлектронов и фотокатода:

$$eU_z = \frac{hc}{\lambda} - A; \Rightarrow A = \frac{hc}{\lambda} - eU_z;$$

$$A \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,8 \cdot 10^{-7}} - 3,2 \cdot 10^{-19} \approx 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж};$$

$$A \approx 4,94 \text{ эВ};$$

2. Количество фотоэлектронов, вырванных из фотокатода в единицу времени:

$$I_n = n_e e; \Rightarrow n_e = \frac{I_n}{e} \approx \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,875 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1};$$

160. Два фотокатода освещаются одним и тем же источником света. Заданы вольтамперные характеристики двух фотоэлементов. Определить по графику, какого фотокатода больше работа выхода фотоэлектронов из фотокатода?

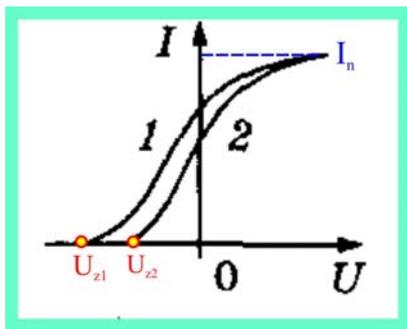


Рис. 160. Работы выхода фотоэлектронов

Решение

1. Система уравнений, описывающих фотоэффект в заданных фотоэлементах:

$$\left. \begin{aligned} eU_{z1} &= \frac{hc}{\lambda} - A_1; \\ eU_{z2} &= \frac{hc}{\lambda} - A_2; \end{aligned} \right\}$$

$$U_{z1} > U_{z2}; \Rightarrow A_2 > A_1;$$

Атомная физика

Строение атома.

1. Теория атома водорода по Бору

1. Каковы особенности возникновения теории о структурном строении вещества и устройстве атомов.

Решение

1. Рассмотрение различных видов энергии, которыми пользуется в настоящее время человечество, делало необходимым время от времени касаться структурного строения материи, особенно когда разговор шёл об энергии пара и электромагнитной энергии. Интерес к устройству микромира, высказанный Демокритом возникал всякий раз, когда учёные пытались объяснить, откуда она берётся, эта самая энергия. Об атомистической теории Демокрита вспомнили, когда стали разбираться с теоретическими основаниями работы тепловых двигателей. Именно с XVIII в. исследования микромира стали проводиться на постоянной основе.

2. Использование атомной энергии, не осознанно, началось за долго до того, как о ней стали говорить учёные. Дело в том, что по современным представлениям, Солнце, обеспечившее возникновение и развитие жизни на Земле, представляет собой атомный источник энергии. Термоядерные реакции, протекающие на нашей «домашней» звезде от начала возникновения планетной системы и до настоящего времени исправно снабжают все планеты, включая и Землю, энергией в виде электромагнитного излучения, обеспечивающей на некоторых из них состояние теплового баланса совместимое с поддержанием условий существования белковых форм жизни. Особенно это касается Земли, атмосфера и магнитное поле которой имеют такую структуру, что, с одной стороны, защищают планету от губительного воздействия коротковолновых высокоэнергетических излучений Солнца, а с другой стороны, пропускают инфракрасный (тепловой), оптический и частично ультрафиолетовый спектр электромагнитного излучения, делая жизнь возможной, как таковой.

3. Чтобы достичь уровня знаний, позволяющих управлять тем или иным процессом, как правило, необходим некий минимум сведений о предмете управления и не только. В процессе постижения законов Мира на атомном уровне в одной, достаточно узкой области сошлись сразу три процветающих научных направления: **учения об энергии** (все, что связано с теплотой и работой), **электродинамика** (носители заряда и его дискретность) и собственно, **атомная физика**.

4. Начиная разговор об устройстве атома, целесообразно напомнить, что ещё со времён Демокрита молекулой считали мельчайшую часть материи, обладающую химическими свойствами данного вещества. Молекул в природе огромное количество, их число постоянно растёт по мере создания химиками и

технологами всё новых и новых соединений. Атом, мельчайшая частица материи, сохраняющая физические свойства химического элемента. Демокрит полагал мельчайшую, по его мнению, частицу мироздания неделимой, и неизменной во времени, поэтому назвал атомом, что соответствовало переводу с греческого языка.

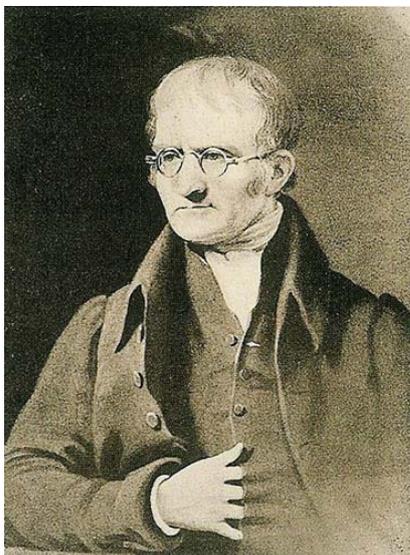


Рис. 1.1. Джон Дальтон

5. Атомистическая теория Демокрита его учителей и учеников была востребована только в конце XVIII в., начале XIX в., когда английский химик Джон Дальтон (1766 – 1844) написал про атомную теорию целую книгу, проведя перед этим массу весьма любопытных экспериментов. В результате своих химических исследований Дальтон установил, что каждый химический элемент представляет собой совокупность атомов вполне определённого вида. Атомы одного вида отличаются от другого своими массами. Дальтон впервые в истории атомной науки попытался по косвенным признакам оценить эти массы, потому как непосредственные измерения были принципиально невозможны ввиду невообразимой малости объектов исследований.

6. Речь могла идти только об относительных величинах. Проводя химические исследования, Дальтон мог только установить, что атомы одного вида массивнее атомов другого вида. И это было уже что-то, поскольку об атомах не было известно практически ничего, об их существовании догадывались, к этому были все основания.



Рис. 1.2. Ломоносов М.В.

7. Наш великий соотечественник Михайло Васильевич Ломоносов (1711 – 1765) в своих сочинениях описывал мельчайшие неизменные корпускулы, из которых состоят вещества. Идея о дискретности потребовалась и Ньютону при объяснении некоторых оптических явлений.

8. Другими словами, задача о мельчайших составляющих материального мира возникала во многих областях человеческих знаний и интересов, особенно когда дело касалось освоения новых источников энергии. Возвращаясь к Дальтону, отметим, что он впервые обратил внимание на то, что вещества соединяются друг с другом только в определённых пропорциях. Так, например, чтобы образовалась вода, количество водорода по массе должно быть в 8 раз меньше кислорода. Дальтон полагал, что молекула воды (мельчайшая масса) состоит из одного атома кислорода и одного атома водорода. В этом случае, действительно атом кислорода должен быть в 8 раз больше, чем масса атома водорода. Конечно, Дальтон ошибался, к атому кислорода присоединялись два атома водорода, но идея была замечательной и плодотворной. Позже эту промашку Дальтона устранили, атом водорода уступал по массе

атому кислорода в 16 раз, что и нашло своё отражение в таблице Дмитрия Ивановича Менделеева.

9. В течение всего XIX столетия в химических лабораториях сотнями, если не тысячами повелись эксперименты по определению относительных весов химических элементов и во многом исследователи преуспели. Химикам удалось определить относительные атомные массы многих химических элементов, некоторые элементы имели целочисленный атомный вес, а другие – целым числом не выражались. Относительно кислорода с относительным весом 16, атом алюминия весил 27 относительных единиц, кальция – 40, золото – около 197. У целого ряда химических элементов атомный вес выражался числами с долями, например, хлор – 35,5, медь – 63,5, железо – 55,8 и т.д.

10. В течение всего XIX в. химики так и не разобрались, почему у веществ наблюдаются как целочисленные, так и не целочисленные веса. На научную сцену сценарий исследования микромира потребовал выхода на первые роли комплекса знаний об электричестве. Успехи исследования атомных структур стали напрямую зависимы от учения об электрических и магнитных явлениях.

11. Это было время, когда к электричеству перестали относиться как к не серьёзной забаве. Уже перестали бредить воскрешением мертвецов, уже перестали забавляться умерщвлением мелких животных и поджиганием легковоспламеняющихся предметов. Именно в конце XVIII в. установили, что электрический ток, полученный в химических источниках Вольты, при протекании по жидким, твёрдым и газообразным телам меняет их свойства, кроме того, электрический ток нагревает провода и создаёт вокруг них магнитное поле. Другими словами протекание электрического тока сопровождалось структурными изменениями сред. А иначе, откуда взятся сопровождающим течение эффектам?

12. Англичанин Майкл Фарадей, тоже их химиков, отметил, что определённая порция электричества, протекая через различные вещества, приводит в движение одно и то же количество атомов, причём для некоторых веществ освобождалось, только половина атомов от расчётного числа, а для иных, всего треть. Это можно было объяснить только тем, что электричество, как и прочая материя имеет дискретную структуру.

13. Выяснилось, что атомы различных веществ могут присоединять к себе две или даже три единицы электричества. Если атом способен прикрепить к себе одну единицу, то, например 18 единиц могут освободить 18 атомов, если две единицы, то освобождённых окажется всего 9. Электрические заряды вели себя по-разному, они перемещались к разным электрическим полюсам. Условно их разделили на положительные и отрицательные носители заряда. Получалось, что притягивание отрицательных носителей делает атомы заряженными отрицательно, и они движутся к положительному электроду. В противном случае при потере отрицательного заряда нейтральный атом становится положительным ионом и притягивается силами Кулона к отрицательному электроду. В 1891 г. ирландский физик Джордж Стоун предложил предполагаемую единицу

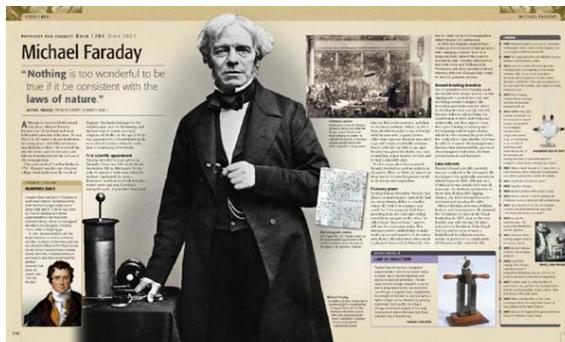


Рис. 1.3. Майкл Фарадей

электрического заряда назвать «электрон». Так в древней Греции называли янтарь, с которым впервые начал экспериментировать Фалес Милетский.

14. Электрический ток возникает в средах обладающих свободными носителями заряда, как например, в металлах или жидкостях. Если в среде свободные носители заряда отсутствуют, то течение тока не наблюдается. Было условно принято, клемма с избытком положительного заряда считается анодом, а вторая клемма – катодом.

15. Было обнаружено, что электрический ток мог возникать в откачанной стеклянной колбе, между впаянными в неё двумя электродами, если между ними создать высокую разность потенциалов (рис. 1.4). Впервые такое устройство удалось получить в

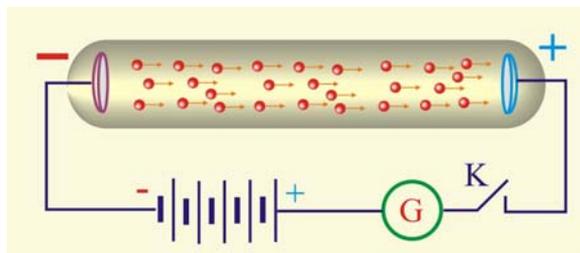


Рис. 1.4. Трубка Гейслера

1854 г. немецкому стеклодуву Генриху Гейслеру, такие вакуумированные трубки с электродами стали впоследствии носить его имя. Наличие тока в откачанной трубке, не содержащей свободных носителей заряда, было явлением более чем странным. Почему гальванометр G фиксирует течение зарядов по цепи? Откуда они берутся? Вывод напрашивался в некоторой степени фантастический. Выходило, что материал отрицательного электрода трубки генерировал носители заряда, причём отрицательные, потому, что они двигались к положительному электроду, к аноду. Экспериментаторы, поведя измерения в тёмной комнате, обнаружили, что при возникновении тока в трубке в области катода возникало зеленоватое свечение стекла.

16. Немецкий исследователь Ойген Гольдштейн в 1876 г. впервые запустил в оборот термин «катодные лучи», предположив одновременно, что носителями тока выступают те же частички материи, что и в проводниках. Однако было и другое мнение, в соответствии с которым катодные лучи следовало рассмат-

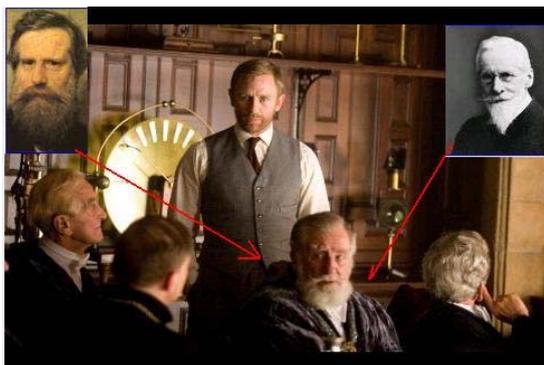


Рис. 1.5 Уильям Крукс с коллегами

ривать с волновых позиций, как электромагнитное поле, подобно видимому свету. Встал очередной вопрос, частицы или волны? Убедительно ответил на него англичанин Уильям Крукс, который на пути катодных лучей поставил лёгкую турбинку, которая при протекании тока поворачивалась. Из этого следовало, что «электричество» обладает кинетической энергией, которую передаёт лопастям. Другими словами элек-

трический ток представлял собой поток движущихся частиц, несущих на себе электрический заряд и обладающих массой. Иначе откуда же взяться кинетической энергии? Крукс, будучи человеком любознательным и талантливым, развил свои эксперименты. Он установил, что катодные лучи отклоняются постоянным магнитом, т.е. установил наличие силы Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]; \quad |\vec{F}_L| = qvB \sin(\vec{v}; \vec{B}),$$

где q – величина электрического заряда, \vec{v} – вектор скорости заряда, \vec{B} – вектор магнитной индукции. Эти данные позволили сделать два очень важных вы-

вода: во-первых, катодные лучи являются частицами, обладающими массой, во-вторых, эти частицы несут отрицательный заряд.

17. Образ катодных лучей как поток отрицательно заряженных частиц подтвердил Английский физик Джозеф Джон Томсон, который 1895 г. показал, что этот поток отрицательно заряженных частиц, как ему и подобает, искривлялся под действием электрического поля. Наблюдая направление отклонения, Томсон пришёл к заключению, что частицы несут отрицательный заряд, что подтвердило гениальную догадку Майкла Фарадея о существовании единиц электрического заряда.

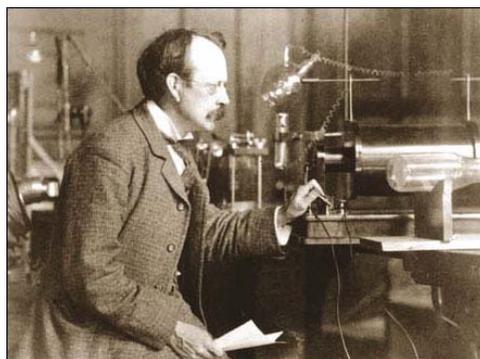


Рис. 1.6. Дж. Дж. Томсон в лаборатории

18. Томсон в Кавендишской лаборатории Кембриджского университета начал планомерные количественные исследования отклонения катодных лучей электрическими и магнитными полями. Итоги своих наблюдений Томсон обобщил в статье журнала «Philosophical Magazine», где высказал утверждение, что частицы, образующие катодные лучи входят в состав вещества, из которого изготавливался катод. Это был весьма смелый вывод, потому что, по сути, Томсон, утверждал, что существуют некие частицы вещества меньшие по размерам, чем атом, а сам атом при определённых условиях может дробиться. Томсон стал первым учёным открывшим, как теперь говорят, элементарный электрический заряд и установил делимость атома на более мелкие отдельные фрагменты.

19. Работы Томсона положили конец длительным спорам о делимости атома. Исследуя физические свойства катодных лучей (потока электронов) Томсон вычислил удельный заряд электрона, т.е. количественно определил отношение заряда электрона к его массе. Это было осуществлено на установке, схема которой показана на рис.1.7.

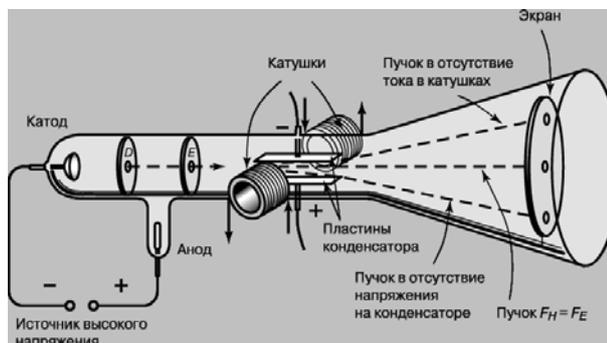


Рис. 1.7. Катодная трубка Томсона для определения удельного заряда электрона

Томсон снабдил свою трубку катодом и двумя ускоряющими электродами D и E в виде круглых пластин с отверстиями в центре, что позволило придать заряженным частицам, испускаемым катодом дополнительную скорость и получать достаточно узкий пучок. На плоскую торцевую поверхность трубки, противоположащей катоду, была нанесена тонкая плёнка сернистого цинка (ZnS), способная световыми мерцаниями обозначать место падения на неё частиц. По сути, это был прообраз современной электронно-лучевой трубки (кинескопа), которая до недавнего времени была широко распространена в устройствах научного и бытового назначения. В трубке по ходу движения потока заряженных частиц были расположены пластины плоского конденсатора две симметричные катушки индуктивности для создания в пространстве между пластинами магнитного поля.

20. Прежде чем начать обсуждение полученных Томсоном фундаментальных результатов рассмотрим некоторые особенности движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях.

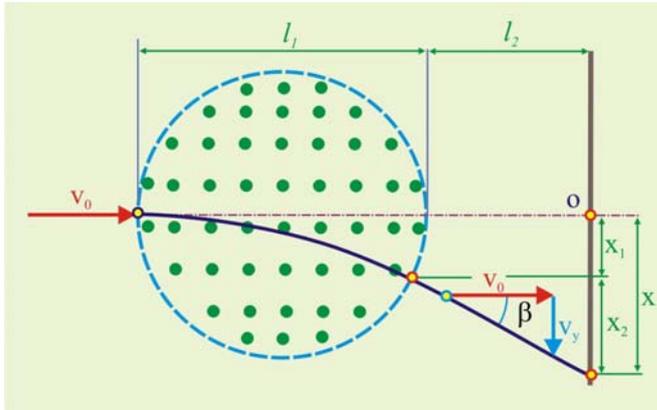


Рис. 1.8. Электроны в магнитном поле

21. Предположим, следуя конструкции трубки Дж. Дж. Томсона, что на участке движения электронов, протяжённостью l_1 начинает действовать перпендикулярное вектору начальной скорости однородное магнитное поле. Другими словами вектор индукции магнитного поля направлен перпендикулярно плоскости рис. 1.8 (границы магнитного поля показаны

пунктирной окружностью).

22. При прохождении области пространства, занятого магнитным полем, электроны получают вертикальную составляющую ускорения. В соответствии с уравнением второго закона Ньютона величина a_y определится как:

$$a_y = \left(\frac{e}{m_e} \right) v_0 B,$$

23. Считая вертикальное ускорение постоянным по величине и направлению, и добиваясь на экране смещения отклонения пучка от действия магнитного поля с отклонением от электрического поля, можно записать:

$$\left(\frac{e}{m_e} \right) E = \left(\frac{e}{m_e} \right) v_0 B.$$

24. В этом случае для смещения x справедливо следующее соотношение:

$$x = \left(\frac{e}{m_e} \right) B \frac{l_1}{v_0} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right).$$

Угол отклонения электронного пучка магнитным полем β представится в виде:

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{e}{m_e} \right) B \frac{l_1}{v_0}.$$

Перепишем далее уравнение смещения луча с учётом соотношения для β :

$$x = \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \operatorname{tg} \beta.$$

25. Как видно из полученных уравнений действием магнитного поля можно было смещать электронный пучок по вертикали экрана на расстояние x , а затем, включая электрическое поле, возвращать его в центр экрана, куда попадали электроны свободные от действия полей. Таким образом Дж. Дж. Томсон пришёл к системе двух уравнений

$$\left. \begin{aligned} x &= \left(\frac{e}{m_e} \right) B \frac{l_1}{v_0} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right); \\ eE &= ev_0 B. \end{aligned} \right\}$$

решая которые совместно относительно (e/m_e) он вычислил удельный заряд электрона. В результате измерений была определена величина удельного заряда электрона

$$\frac{e}{m_e} \approx 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

26. Непосредственное измерение заряда электрона было проведено в 1909 г. Робертом Эндрю Миллике-ном на установке, схема которой приведена на рис. 1.10. Идея эксперимента гениальна и проста. В пространство между пластинами обычного воздушного конденсатора с вырезом в верхней обкладке посредством обычного пульверизатора 5 впрыскивались капельки масла. В случае наличия на капельках 7 электрического заряда они могли двигаться в электрическом поле конденсатора против силы тяжести или останавливаться, в зависимости от величины и направления напряжённости поля конденсатора.

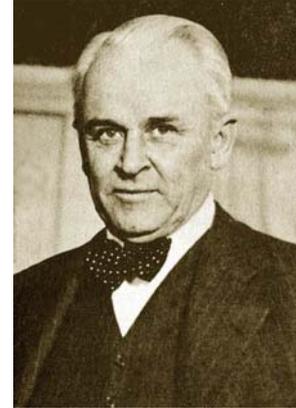


Рис. 1.9. Р. Милликен

27. Конструкция установки позволяла измерять давление газа 1 внутри герметичного объёма. Специальная трубка 2 давала возможность изменять давление и состав газообразной среды. Капельки масла освещались лампочкой, расположенной в осветити 3 и наблюдались в микроскоп. Термостабилизация установки осуществлялась размещением измерительного газового объёма и бак, заполненный маслом 4 . Через специальное кварцевое окно 6 на капли можно было воздействовать ультрафиолетовым и рентгеновским излучением. Облучая медленно оседающие капельки масла рентгеновскими лучами (на самом деле это более волна, чем лучи в обычном понимании), Милликен добивался выбивания наружных электронов со сферической поверхности капель.

Капли, таким образом, приобретали положительный электрический заряд. Выделив одну из заряженных капель масла, Милликен наблюдал в окуляре микроскопа за её неспешным падением под действием силы тяжести (сила Архимеда тоже имеет место быть). Сила тяжести капель преодолевала ко всему прочему и силу сопротивления со стороны газовой среды, которая, кстати, в данном случае пропорциональна скорости в первой степени

$$mg = kv_0,$$

где m – масса капель, g – ускорение силы тяжести, k – постоянный коэффициент, зависящий от сопротивления среды, v_0 – скорость, при которой сила тяжести уравнивается силой сопротивления. Сила сопротивления сферических тел при их неспешном движении в ламинарном режиме обтекания определяется законом Стокса

$$F_R = 6\pi\eta r_0 v_0,$$

где η – коэффициент, характеризующий внутреннее трение в газе (коэффициент вязкости), r_0 – радиус капель, измеряемый микроскопом. Если вместо mg подставить значение F_R то для коэффициента k можно записать соотношение

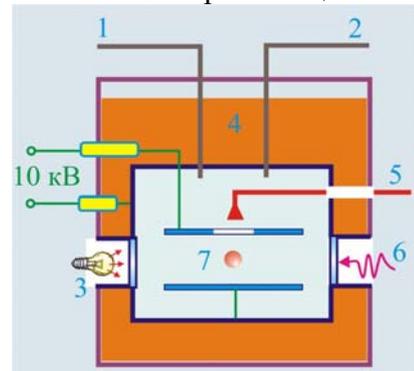


Рис. 1.10. Установка Милликена для измерения заряда электрона

$$k = 6\pi\eta r_0.$$

Скорость установившегося движения можно записать так:

$$v_0 = \frac{mg}{k} = \frac{mg}{6\pi\eta r_0}.$$

Выразим далее массу капельки через её размер и плотность масла ρ_0

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho_0 r_0^3,$$

что даёт основание уравнение для скорости установившегося движения переписать следующим образом:

$$v_0 = \frac{4\pi\rho_0 r_0^3 g}{3 \cdot 6\pi\eta r_0} = \frac{2}{9} r_0^2 \frac{\rho_0}{\eta} g.$$

Записанные выше уравнения не учитывают силу Архимеда, которая уравнение откорректирует следующим образом:

$$6\pi\eta r_0 v_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 (\rho_0 - \rho)g,$$

где ρ – плотность газа. При подаче на обкладки конденсатора электрического напряжения на заряженную каплю начинает дополнительно действовать сила Кулона:

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 (\rho_0 - \rho)g \pm QE.$$

Знак \pm подчёркивает возможность изменять направление электрического поля. Если вектор напряжённости электрического поля совпадает с направлением силы тяжести, то конечная скорость установившегося движения капли определится уравнением

$$6\pi\eta r_0 v = QE + \frac{4}{3}\pi r_0^3 (\rho_0 - \rho)g = QE + 6\pi\eta r_0 v_0.$$

Последнее уравнение, с учётом линейности зависимости скорости капли от напряжённости поля, можно разрешить относительно заряда капли

$$Q = \frac{6\pi\eta r_0}{E} (v - v_0).$$

В результате многочисленных экспериментов Милликен выяснил, что заряд отдельных капель кратен наименьшему количеству электричества

$$Q = nq_e \equiv ne, \quad (n = 1, 2, \dots).$$

28. Оказалось, что заряд электрона $e = 1,6022 \cdot 10^{-16}$ Кл. В естественном состоянии капля масла падала со скоростью $v_0 \cong 1,09 \cdot 10^{-6}$ м/с, т.е. в полном соответствии с полученным уравнением. При лишении её под действием рентгеновского излучения двух электронов, её падение происходило с большей скоростью $9,5 \cdot 10^{-5}$ м/с, что уже соответствует другому уравнению, причём изменение скорости происходило за время меньшее, чем 10^{-6} с, т.е. практически мгновенно.

29. Определение абсолютного значения заряда электрона, как наименьшего, обнаруженного в природе, позволило многие физические процессы, связанные с движением заряженных частиц рассматривать на количественной основе. Кроме того, данные полученные Дж. Дж. Томсоном и Робертом Милликеном позволили вплотную приблизиться к созданию структурной модели атома.

30. Используя данные Томсона и результаты Милликена, стало возможным вычислить массу электрона:

$$m_e \approx \frac{1,6022 \cdot 10^{-19}}{1,76 \cdot 10^{11}} \approx 9,1034 \cdot 10^{-31} \text{ кг} .$$

Чтобы получить массу одного самого лёгкого атома водорода необходимо просуммировать массы 1837,11 электронов.

2. Каковы теоретические обоснования первых моделей атома

Решение

1. Благодаря стараниям Томсона и Милликена задача об элементарном электрическом заряде была решена, измерена масса и заряд электрона и установлено, что эта самая маленькая частица электричества существенно меньше атома и является его составной частью. Кто были эти два великих исследователя структурных особенностей микромира? Как они достигли таких поразительных результатов. Вначале несколько слов о Джозефе Джоне Томсоне, который родился 18 декабря 1856 г. в пригороде Манчестера в семье книготорговца. Отец Томсона по тем временам был достаточно образованным человеком, ремесло обязывало. Джозеф инженерное образование получил в Оуэнс-колледже (в настоящее время Манчестерский университет). В отличие многих других колледжей в Оуэнс-колледже читался курс экспериментальной физики, из которого Томсон узнал много нового и увлёкся идеями и методами физических исследований. Получив звание инженера Томсон поступил в знаменитый Тринити колледж, где изучал математику и теоретическую физику. Получив степень бакалавра по математике Томсон начал работать в Кавендишской лаборатории Кембриджского университета. Кстати, в Тринити колледже в своё время учился великий Ньютон. Руководитель лаборатории, приемник Джеймса Клерка Максвелла Уильям Стретт (Рэлей) уходя в отставку, рекомендовал вместо себя двадцати семи летнего Томсона. Рэлей рассмотрел в начинающем учёном задатки большого учёного, достойного продолжателя теоретического наследия Максвелла. Томсон был специалистом в электродинамике Максвелла, Герца, Хевисайда и один из немногих, кто оценил все перспективы этой теории [28]. Томсон возглавил серию работ по изучению прохождения электрического тока через газообразные среды, в частности, в трубках с высокой степенью вакуумирования.

2. Этот интерес был оправдан отсутствием единого мнения о свойствах катодных лучей. Одна часть учёных считала их природу волновой, другая – корпускулярной. Так, например, Генрих Герц на основании собственных опытов сделал вывод об отсутствии влияния на катодные лучи электрических полей, что говорило, по его мнению, о волновой природе излучения. Томсон повторил у себя в лаборатории опыты Герца и установил, что отсутствие влияния было вызвано большим количеством остаточного газа в трубках Герца. Освоив технологию качественного откачивания, Томсон утвердился в мнении о влиянии электрических полей на траекторию движения катодных лучей.

3. В одной из своих работ Томсон писал: *«Отклонение катодных лучей электрическими силами стало вполне различимым, а его направление указывало на то, что составляющие катодные лучи частицы несли отрицательный заряд. Этот результат устраняет противоречие между воздействием электрических и магнитных сил на катодные частицы. Но он имеет гораздо большее значение. Здесь возникает способ измерения скорости этих частиц v , а также и e/m , где m – масса частицы, а e – ее электрический заряд».*

4. Томсон обнаружил, что удельный заряд частиц (корпускул) электричества не зависит от материала катода, кроме того, поток катодных лучей удалось выделить из нагретого угля и металлов, облучаемых ультрафиолетовыми лучами. Отсюда следовал вывод: *«Атом – не последний предел делимости материи; мы можем двигаться дальше – к корпускуле, и эта корпускулярная фаза одинакова, независимо от источника ее возникновения... Она, по всей видимости, входит составной частью во все разновидности материи при самых разных условиях, поэтому кажется вполне естественным рассматривать корпускулу как один из кирпичиков, из которых построен атом».*

5. На основании результатов своих исследований Томсон впервые предложил модель атома. Несмотря на то, что эта модель просуществовала совсем не долго и была вытеснена планетарной моделью Эрнста Резерфорда (любимого ученика и последователя Дж.Дж.) её роль трудно переоценить, потому что она была первой и дала стимул дальнейшим размышлениям и экспериментам на эту тему.

6. За цикл теоретических и экспериментальных фундаментальных работ по физике Дж.Дж. Томсон в 1906 г. получил Нобелевскую премию. Как было отмечено при награждении: *«Томсон дал миру несколько главных трудов, позволяющих натурфилософу нашего времени предпринять новые исследования в новых направлениях, показав, что атом не является самой последней неделимой частицей материи, как это долго считали, он своими открытиями открыл дверь в новую эру физической науки».*

7. В 1918 г. Томсон возглавил Тринити колледж, а Кавендишскую лабораторию передал своему ученику Эрнсту Резерфорду. У Томсона было двое детей, причём сын получил в 1937 г. Нобелевскую премию по физике. Кроме сына ещё шесть учёных, работавших в Кавендишской лаборатории, получили в разное время Нобелевские премии. Умер Томсон в 1940 г. и был похоронен в Вестминстерском аббатстве в Лондоне.

8. Роберт Эндрюс Милликен (1868 – 1953) был уникальным за всю историю науки измерителем. Он измерил заряд электрона и экспериментально определил величину постоянной Планка. Эти два измерения многого стоят, кто понимает. Свою карьеру физика Милликен начал с преподавания. Получив степень бакалавра в колледже Огайо по классике – языку, философии, истории и искусству древнего средиземноморья. Роберт подрядился вести курс физики на подготовительном отделении. Вот как он комментирует резкую смену своего амплуа: *«В последний год обучения мой профессор по греческому попросил меня прочесть курс по элементарной физике в подготовительном отделении в следующем году. На мой ответ, что я ничего не знаю из физики, он ответил, что любой, кто смог получить у меня хорошую отметку по греческому, может преподавать физику. Хорошо – ответил я – под вашу ответственность, я попробую и посмотрю, что из этого получится. Сразу после этого я купил книгу Эвери «Начала физики» и провёл большую часть летних каникул 1889 г. дома, пытаясь вникнуть в предмет. Сомневаюсь, преподавал ли я лучше когда-либо в моей жизни, чем во время того моего первого курса по физике в 1889 г. Я был настолько заинтересован в том, чтобы знать больше, чем мои ученики, что они наверно подхватили часть моего интереса и энтузиазма».*

9. Администрация колледжа конспект лекций по физике Милликена отправила на рецензию в Колумбийский университет. Помимо весьма лестного отзыва о содержании курса администрация университета пригласила Милликена в аспирантуру с правом получения государственной стипендии. Будучи аспи-

рантом Милликен некоторое время работал под руководством Майкельсона, прославившегося измерением скорости света. Эта встреча окончательно сформировала убеждение Роберта в том, что физика является его призванием. В 1895 г. Милликен в Колумбийском университете защитил докторскую диссертацию по физике и был командирован на стажировку в Европу, где встречался с Анри Беккерелем, Максом Планком, Вальтером Нерстом и Анри Пуакаре. Это были встречи с целым научным созвездием гениев, позволившие познакомиться с самыми передовыми идеями физики.

10. По возвращении в 1896 г. в Америку Милликен стал ассистентом Майкельсона в Чикагском университете. Развивая свой первый конспект лекций, Майкельсон написал несколько учебников по физике, которые стали первыми американскими учебниками для школьников, бакалавров и магистров, до Милликена в ходу были только переводные книги с немецких и французских изданий. Учебники Милликена были приняты в качестве стандартных для средних школ и колледжей. В дополненных переизданиях эти пособия просуществовали более полувека. В 1910 г. Милликен стал полным профессором Чикагского университета.

11. Параллельно с писательской и профессорской деятельностью Милликен занимался экспериментальной физикой. Он разработал поразительный по изяществу эксперимент по измерению заряда электрона методом заряженной капли, за что в 1923 г. получил Нобелевскую премию «За работы по определению элементарного электрического заряда и фотоэлектрическому эффекту».

12. С 1927 г. и до конца своих дней Милликен был председателем исполнительного совета (президентом) Калифорнийского технологического института (Калтеха), где смог проявить себя как блестящий администратор, собрав под крышей этого учебного заведения лучших профессоров США, что определило и контингент студенчества. К концу своей блистательной научной и административной карьеры Роберт Милликен был членом более двадцати иностранных Академий Наук

13. Следующий шаг на пути к постижению тайн атома был сделан немецким профессором Вильгельмом Конрадом Рентгеном в конце 1895 г. Рентген тоже экспериментировал с катодными лучами, категорически, при этом, отрицая понятие электрона как мельчайшей электрической субстанции. Он даже запретил в своей лаборатории произносить это, по его мнению, крамольное слово. В один из вечеров Рентген, закончив очередную серию экспериментов, закрыл свою установку чёрным картонным кожухом, а питание трубки, с которой он работал, осталось включенным. Учёный обратил внимание на свечение экрана из синеродистого бария, находящегося на лабораторном столе. После выключения питания катодной трубки свечение прекратилось, повторная подача высокого напряжения на электроды трубки сопровождалась возобновлением свечения.



Рис. 2.1. Конрад Рентген

14. Идея Рентгена о катодных лучах как световых явлениях рушилась у него на глазах. Проведя серию экспериментов, 28 декабря всё того же 1895 г. Рентген оформил первое сообщение «О новом роде лучей», в котором, в частности, писал: «Кусок бумаги, покрытой платиносинеродистым барием, при приближении к трубке, закрытой достаточно плотно прилегающим к ней чех-

лом из тонкого черного картона, при каждом разряде вспыхивает ярким светом: начинает флюоресцировать. Флюоресценция видна при достаточном затемнении и не зависит от того, подносим ли бумагу стороной, покрытой синеродистым барием или не покрытой синеродистым барием. Флюоресценция заметна еще на расстоянии двух метров от трубки».

15. Далее Рентген выяснил, «что черный картон, не прозрачный ни для видимых и ультрафиолетовых лучей солнца, ни для лучей электрической дуги, пронизывается каким-то агентом, вызывающим флюоресценцию». Учёный выяснил, что «X – лучи», как он впоследствии назвал открытый им «агент», проходят через бумагу, дерево, эбонит, тонкие слои металлов, но сильно задерживаются свинцом. Следующая публикация Рентгена была посвящена сенсационному опыту по прохождению X – лучей через живую ткань человеческого организма (рис. 2.2): «Если держать между разрядной трубкой и экраном руку, то видны темные тени костей в слабых очертаниях тени самой руки».

16. После первых же опытов Рентгену стало очевидно, что он имеет дело не с катодными лучами. X – лучи не реагировали ни на магнитное поле, ни на электрическое поле, т.е. они не несли электрического заряда. Причиной же возбуждения этого излучения были всё-таки катодные лучи, а источником лучей было стекло катодной трубки. Рентген обнаружил способность металлов генерировать X – лучи.



Рис. 2.2. Прохождение X – лучей через живые ткани

16. Через пять лет после открытия X – лучей Вильгельм Конрад Рентген был удостоен первой нобелевской премии по физике. После открытия X – лучей Рентген в течение семи недель не выходил из своей лаборатории. Он велел поставить в лаборатории кровать и туда же приносить еду, чтобы не терять понапрасну времени на переходы. Затворничество закончилось обнаружением фотографии руки жены Рентгена Берты (рис. 2.2) в специальном сообщении отправленном на имя председателя Физико-медицинского общества Вюрцбургского университета, где профессорствовал Рентген.

17. Следует заметить, что продолжение исследований X – лучей Рентгена ознаменовалось присуждением ещё семи Нобелевских премий: в 1914 г. Макс фон Лауэ за открытие дифракции рентгеновских лучей; в 1915 г. отцу и сыну Брэггам за изучение структуры кристаллов с помощью рентгеновских лучей; в 1917 г., Ч. Баркле за открытие характеристического рентгеновского излучения; в 1924 г. К. Сигбану за исследования спектров в диапазоне рентгеновских лучей; в 1927 г. А. Комптону за открытие рассеяния рентгеновских лучей на свободных электронах вещества; в 1936 г. П. Дебаю за вклад в изучение молекулярных структур с помощью дифракции рентгеновских лучей и электронов; в 1979 г. Г. Хаунсфилду за разработку метода осевой (рентгеновской) томографии.

18. Как написал позже ученик Рентгена, академик А.Ф. Иофе: «Рентгеновы лучи впервые пробили брешь во внешней оболочке атома, положили этим начало открытий атомной физики и в ходе исторического развития привели к освобождению атомной энергии». Исследование рентгеновских лучей привело

к целой группе значимых новых открытий, одним из которых стало открытие явления естественной радиоактивности.

19. В XVIII в. в лабораториях всего мира широко использовались при исследованиях спектральные свойства призмы, с помощью которой Ньютон установил, что белый свет можно разложить составляющие его электромагнитные волны. Если источник белого света, например, ртутную лампу 1 (рис. 2.3) расположить перед щелью 2 и посредством оптической системы 3 сфокусировать изображение щели на грани стеклянной призмы 4, то она, преломив белый свет, который можно сфокусировать линзой 5 на экран 6 и увидеть все семь составляющих видимой части спектра электромагнитных волн.

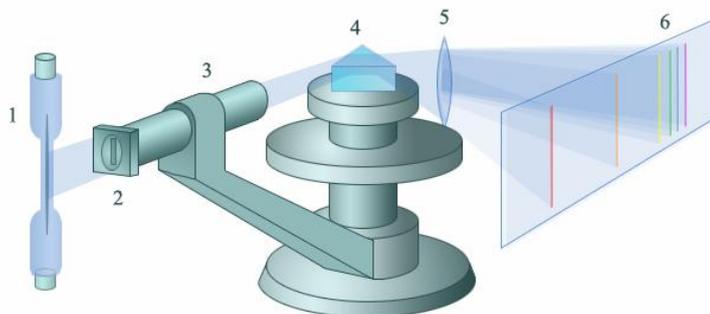


Рис. 2.3. Спектральные свойства стеклянной призмы

20. Этим свойством призмы учёные пользовались и для исследования свойств веществ. Спектроскоп, в виду простоты его конструкции был доступен для большого числа исследователей и простых любознательных людей, желающих приобщиться к передовым научным идеям. Спектроскоп в XVIII – XIX в. (рис. 2.4) был чем-то вроде персонального компьютера в наше время.

21. Ученые, пропуская свет через разреженные газы в которых молекулы не связаны между собой, т.е. их можно считать изолированными, обнаружили, что они испускают линейчатые спектры. Причём спектры различных газов и паров металлов имели строго определённый вид, присущий только этому веществу, что собственно и стало причиной привлечения спектроскопических методов при решении широкого круга физических задач. Если в откачанную катодную трубку поместить водород и подать на электроды высокую разность потенциалов, то атомы газа начнут излучать несколько электромагнитных волн в узких диапазонах длин, т.е. атомы водорода будут испускать линейчатый спектр, состоящий из отдельных близко расположенных спектральных линий (рис. 2.5).

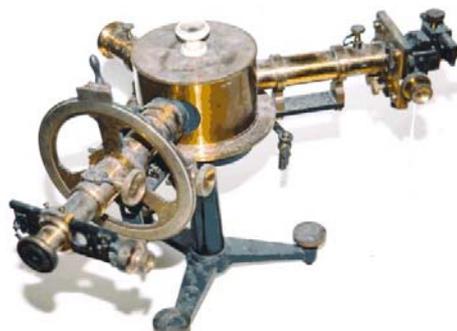


Рис. 2.4. Лабораторный спектроскоп

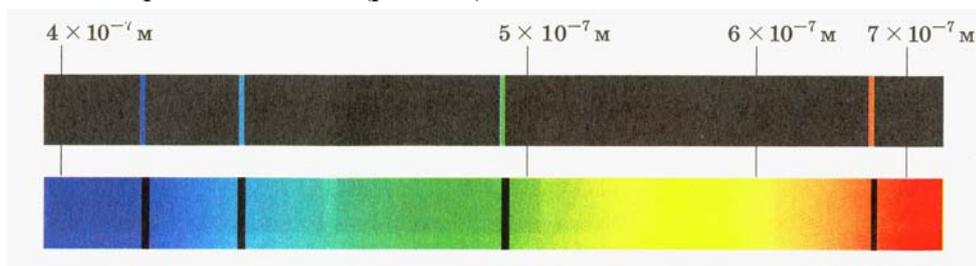


Рис. 2.5. Спектр атома водорода в области видимого света

22. При исследовании подобных спектров учёные обратили внимание, что линии расположены не беспорядочно, а объединены в серии. Расстояние между линиями убывает по мере уменьшения от более длинных длин волн к более коротким длинам волн.

23. Занимаясь цифрологией спектральных линий, швейцарский учёный Бальмер в 1885 г. для спектральных линий водорода получил формулу для длин волн, располагающихся в видимой части спектра:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4},$$

где λ_0 – константа, n – целые числа, принимающие значения: 3, 4, 5 и т.д. Вместо длины волны в спектроскопии оказалось более удобным применять обратную величину:

$$v^* = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c},$$

именуемую волновым числом, которое отличается от обычного волнового числа $k = 2\pi/\lambda$ в 2π раз. Формулу Бальмера, таким образом, можно переписать в виде:

$$v^* = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots),$$

где $R = 4/\lambda_0$ – постоянная Ридберга:

$$R = 109737,309 \pm 0,012 \text{ см}^{-1}.$$

24. Для дальнейшего рассмотрения структуры атома, однако, рационально отойти от спектроскопической символики и пользоваться для описания линейчатых спектров традиционной циклической частотой, постоянная Ридберга, при этом увеличится в $2\pi c$ раз и станет равной $R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$, тогда уравнение для v^* представится в виде:

$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots).$$

25. Уравнение $\omega = f(n)$ применительно к атому водорода было распространено на ультрафиолетовую и инфракрасную области циклических частот. Серии линий назвали по фамилиям учёных их обнаруживших:

1. Серия Лаймана $\omega = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots);$

2. Серия Пашена $\omega = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$

3. Серия Брэкета $\omega = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$

4. Серия Пфунда $\omega = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots).$

26. Циклические частоты всех спектральных линий атома водорода можно обобщить в виде формулы:

$$\omega = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где m имеет различные значения для отдельных серий: для серии Лаймана $m = 1$; для серии Бальмера $m = 2$ и т.д.

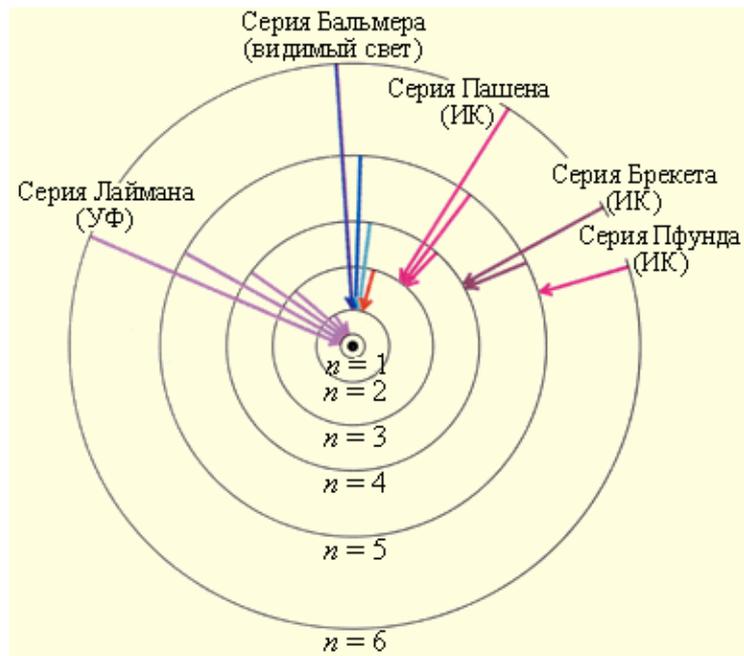


Рис. 2.6. Серии спектральных линий атома водорода

27. Наблюдаемые экспериментально спектральные линии в спектре атомов требовали теоретического обоснования, нужна была модель атома, которая бы объясняла суть происходящего. Ближе всех к созданию модели оказался Дж.Дж. Томсон, который более других поднатерел в исследованиях свойств электрона.

28. В 1903 г. Томсон обнародовал свою модель атома (рис. 2.7), который представлял собой положительно заряженную сферу, в которой симметрично были расположены электроны. Спектры испускания Томсон объяснял тем обстоятельством, что электроны, удерживаемые в атоме квазиупругой электростатической силой, могли совершать вблизи положения равновесия гармонические колебания на соответствующих частотах. Если атом представить виде заряженной сферы, то напряжённость электрического поля внутри определится модифицированным уравнением закона Кулона, которое для рассматриваемого случая может быть записано в виде:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r \quad (0 \leq r \leq R),$$

где q – заряд сферы, R – радиус сферы, r – текущий радиус. На электрон, расположенный на удалении r от центра сферы будет действовать сила:

$$F = (-q)E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^3} r = -kr.$$

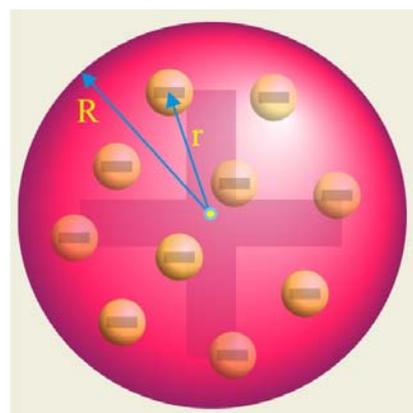


Рис. 2.7. Модель атома Томсона

29. Будучи выведенным из состояния равновесия электрон станет совершать гармонические колебания на частоте:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_e}} = \sqrt{\frac{e^2}{m_e R^3}},$$

где e – заряд электрона, m_e – масса электрона, R – радиус атома. Последнее уравнение позволяет определить радиус атома:

$$R = \sqrt[3]{\frac{e^2}{m_e \omega^2}}$$

30. При длине волны спектральной линии $\lambda \approx 6 \cdot 10^{-7}$ м (0,6 мкм), т.е. в видимой области спектра, что соответствует циклической частоте колебаний $\omega \approx 3 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, расчётный радиус атома определится как

$$R \approx \sqrt[3]{\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{1 \cdot 10^{-30} (3 \cdot 10^{15})^2}} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

31. Полученное значение радиуса по порядку величины совпадает с молекулярно-кинетическими представлениями, что явилось для Томсона подтверждением правомерности разработанной модели. Атом Томсона удовлетворял условию электрической нейтральности атома в обычном состоянии, количество положительного и отрицательного электричества в атомах было одинаковым. При силовом удалении и присоединении одного или нескольких электронов, атом превращается в положительный или отрицательный ион, который уже становится носителем заряда и может участвовать в процессах возникновения и протекания электрического тока. Впервые о способностях атомов терять и присоединять электроны сообщал в своих работах Майкл Фарадей, он же ввёл и термин «ион», происходящий от греческого «путешественник».

32. Судя по мемуарам учеников, прежде всего, Эрнста Резерфорда Томсон сам был не в большом восторге от своей модели, она не могла объяснить веж имеющихся экспериментальных исследований. С целью более полного исследования свойств своей модели, Томсон поручил её экспериментальную проверку своему ученику Эрнсту Резерфорду.

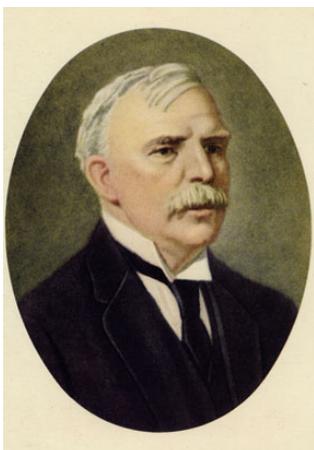


Рис. 2.8. Эрнст Резерфорд

33. Резерфорд приехал в Манчестер в 1907 г. ставя перед собой цель, заняться в Англии исследованием недавно открытой радиоактивности. Появление Резерфорда в Англии инициирует возникновение новой исследовательской группы в составе выдающихся в будущем молодых исследователей Ганса Гейгера, Генри Мозли, Джеймса Чедвика, Нильса Бора и других, руководил ими, естественно, Дж. Дж. Томсон.

34. Резерфорд занялся исследованием положительно заряженных частиц, выбрасываемых радиоактивными веществами, α -частицами. В начале 1908 г. Резерфорд установил, что эти частицы представляют атомы гелия, лишённые двух своих электронов, т.е. заряд этих частиц был равным $+2e$.

35. Резерфорд решил использовать α -частицы для выяснения структурных особенностей атома и соответствия их модели своего учителя. Резерфорд установил, что каждая α -частица, попадая на экран, покрытый сернистым цинком, вызывала световую вспышку (сцинтилляцию), которую можно заметить в темноте после адаптации зрения.

36. На рис. 2.9 (фрагмент 1) показана условная схема экспериментальной установки Резерфорда. Коллиматор из свинца (контейнер толстыми стенками), был снабжён отверстием малых размеров, что позволяло получать узкий пучок α – частиц, который направлялся на листок золотой фольги, который должен был рассеивать частицы. Окрестности фольги были окружены экраном, покры-

тым сернистым цинком. Наблюдения за вспышками производились с помощью микроскопа.

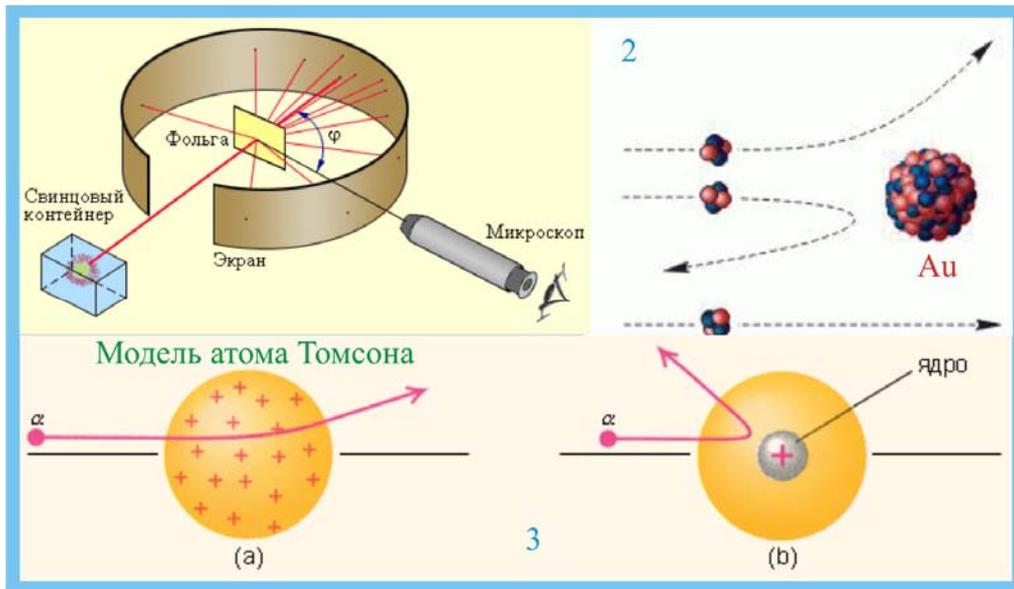


Рис. 2.9. Эксперименты Резерфорда с α -частицами

37. В качестве рассеивающего вещества золото было выбрано не из-за цвета и престижности. Дело в том, что золото один из самых пластичных металлов с высокой плотностью, который можно прокатать таким образом, что в толщине фольги будет уместиться всего несколько атомных слоёв. Первоначально в установке Резерфорда экран имел прямоугольную форму и был совмещён с микроскопом. Источник α -частиц, золотая фольга, экран и микроскоп располагались в камере, из которой откачивали воздух (рис. 2.10). Микроскоп с экраном совместно с корпусом камеры могли вращаться вокруг фольги, которая постоянно обстреливалась α -частицами. Таким образом Резерфорд мог с 360 градусным обзором наблюдать рассеяние α -частиц.

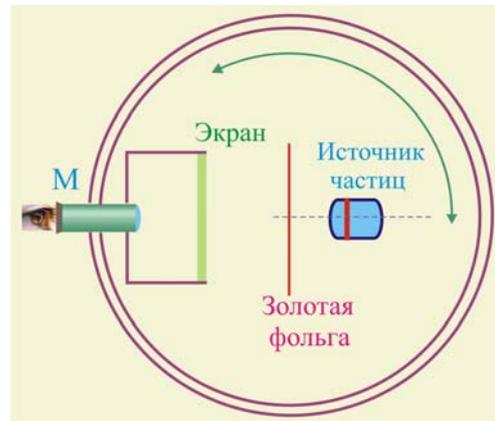


Рис. 2.10. Схема установки Резерфорда

38. Если бы атом золота был таким как его представлял Томсон (фрагмент *a* рис. 2.9), то α – частицы должны были отклоняться на достаточно малые углы. Вращая детектор из сернистого цинка, исследователи могли измерять относительное число α -частиц, рассеянных под различными углами θ . Согласно модели атома Томсона, α -частицы должны были свободно проходить сквозь атомы золота, и только некоторые из них должны были слегка отклоняться кулоновскими силами.

39. Следовало ожидать, что поток α -частиц пройдя фольгу, слегка расплывется, и средние углы рассеяния будут составлять несколько градусов. Такое рассеяние действительно наблюдалось, но совершенно неожиданно, вне всяких тогдашних представлений, одна из **20 000** частиц, падающих на фольгу толщиной всего $4 \cdot 10^{-7}$ м, возвращалась назад, в сторону источника. Резерфорд по этому поводу писал: « Это было самое невероятное событие, с которым мне

когда-либо приходилось сталкиваться. Это было так же невероятно, как если бы вы выстрелили 15 дюймовым (38 см) снарядом в лист папиросной бумаги, а снаряд бы вернулся назад и попал в вас».

40. Резерфорду потребовалось несколько лет (до 1911 г.), чтобы окончательно разобраться с этим явлением. Он пришёл к выводу, что атом не однороден и имеет нечто очень малое массивное и с положительным зарядом, сосредоточенное в центре. Таким образом, была предложена ядерная модель атома.

41. Резерфорд наблюдал, что α -частицы способные проникать через тонкие листочки металлов, при этом они отклоняются от первоначального направления своего движения. Было естественно допустить, что эти отклонения вызваны отталкиванием положительно заряженных α – частиц от положительных зарядов атома. Силы, действующие на α – частицы со стороны электронов, не могут заметно изменить направления их движения из-за слишком малой массы электронов.

42. Можно показать, что результат рассеяния существенно зависит от размеров объема, в пределах которого распределен положительный заряд атома. Только при малом размере положительного заряда атома силы отталкивания могут оказаться настолько большими, чтобы вызвать отклонение траекторий α – частиц на значительные углы. Если же положительный заряд атома распределен в пределах значительного объема, как полагал Томсон, то каждое прохождение α -частицы вблизи атома отклонит ее на небольшой угол. Рассеяние α - частиц в этом случае будет незначительным.

43. Действительно, длительные наблюдения Резерфорда и ассистентов показали, что в большинстве своём α – частицы к удовольствию Томсона рассеиваются на достаточно малые углы, порядка $1 - 3^{\circ}$. Статистика распределения по углам отклонения хорошо описывалась кривой Гаусса. Но, весьма редко, но всё же не случайно, α – частицы отклонялись на углы, превышающие 145° , причём золото было не аномальным веществом. Фольга из платины демонстрировала те же тенденции, примерно каждая из 8000 частиц, отклонялась на углы более 90° . Исследователем стало ясно, что случаи «нестандартного» рассеяния требуют пересмотра модели атома.

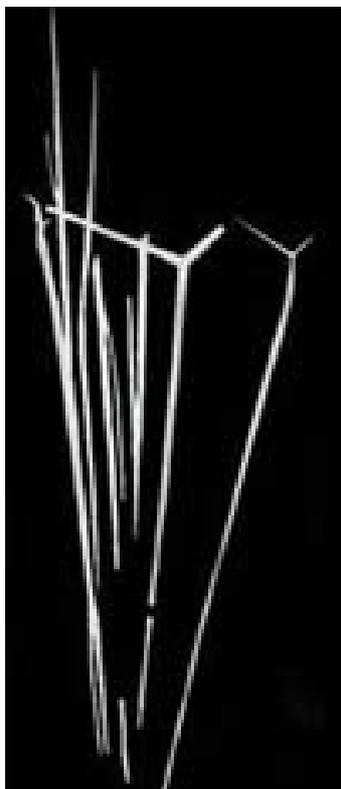


Рис. 2.11. Треки α – частиц

44. Получалось (фрагмент 2 рис. 2.9), что летящая α – частица время от времени встречала на своём пути нечто, локализованное в малом объёме и имеющее непременно положительный заряд. Такая ситуация складывается при соударении одинаковых по размеру и шаров, когда массивный шар из свинца, например, покоится, а на него налетает лёгкий пластмассовый шарик. При центральном ударе свинцовый шар имеет незначительное перемещение, а лёгкий шарик отбрасывается в сторону противоположную первоначальному направлению. Редкость таких событий могла объясняться, что попадать в это «нечто» сложно, ввиду его малости в сравнении с размерами всего атома.

45. На рис. 2.11 показаны треки, оставленные рассеянными частицами. Ветвление траектории в

конце полёта соответствует попаданию в область атомного ядра. Резерфорд до описываемых экспериментов уже получал α -частицы не из радиоактивных веществ, а двойной ионизацией атомов гелия. Он знал, что α -стицы – это атом гелия (положительный ион) лишённый электронов. А кулоновское взаимодействие описывается известным уравнением

$$F_k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где r – расстояние между взаимодействующими зарядами. Из этого уравнения следует, что при уменьшении расстояния между взаимодействующими частицами сила Кулона увеличивается, при $r \rightarrow 0$; $F_k \rightarrow \infty$.

46. На основании экспериментов и проведенного анализа результатов Резерфорд пришёл к заключению, что в центре атома расположена массивная материальная частица с положительным зарядом, которую он назвал – ядро атома. Прижилось, надо сказать, название. Далее Резерфорд начал решать, так называемую задачу Кеплера о взаимодействии планеты с Солнцем. В кеплеровском случае тоже действуют центральные силы изменяющиеся обратно пропорционально квадрату расстояния между взаимодействующими телами.

47. Пусть α -частица на относительно большом от ядра расстоянии движется со скоростью v , направленной вдоль прямой (рис.2.12). Обозначим через y наименьшее расстояние между направлением вектора скорости α – частиц и центром атома O , в котором расположен его положительный заряд Ze . Величина y называется прицельным расстоянием. При наличии центральных электростатических сил взаимодействия между α – частицей и зарядом Ze , которые являются консервативными, α – частица движется по гиперболе. Вблизи положительно заряженного ядра на α т – частицу действует сила:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}.$$

48. Естественно в этой связи предположить, что чем меньше прицельное расстояние y , тем на больший угол отклоняется α – частица. Изменение импульса α – частицы будет равно:

$$|\Delta\vec{p}| = 2m_\alpha \sin \vartheta/2.$$

49. Угол отклонения α – частицы ϑ , который одновременно является углом между асимптотами гиперболы. Определяется соотношением

$$\vartheta = 2\arctg\left(\frac{m_\alpha v^2}{2e \cdot Ze} \cdot y\right).$$

где m_α – масса α – частицы. Масса α – частицы, по современным представлениям, $m_\alpha \cong 6,5 \cdot 10^{-27}$ кг, а масса ядра золота $M(\text{Au}) \cong 3,25 \cdot 10^{-25}$ кг. Другими словами ($M_{\text{Au}} \gg m_\alpha$), т.е. массу ядра можно считать существенно большей по

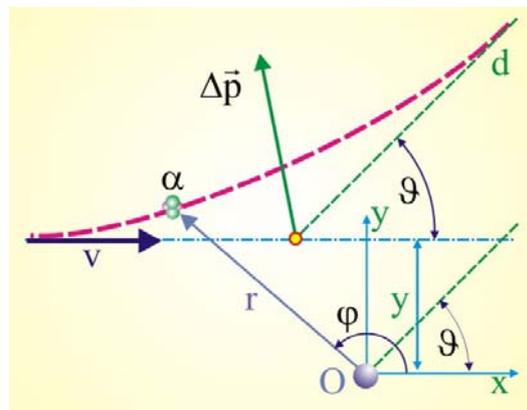


Рис.2.12. Рассеяние α – частиц

сравнению с пролетающими α – частицами. Из формулы $\vartheta = f(y)$ видно, что угол отклонения тем больше, чем меньше прицельное расстояние y . При малых прицельных расстояниях угол отклонения может принимать значения $\theta > \pi/2$, т.е. α – частица может оказаться в результате столкновения с атомом отброшенной назад.

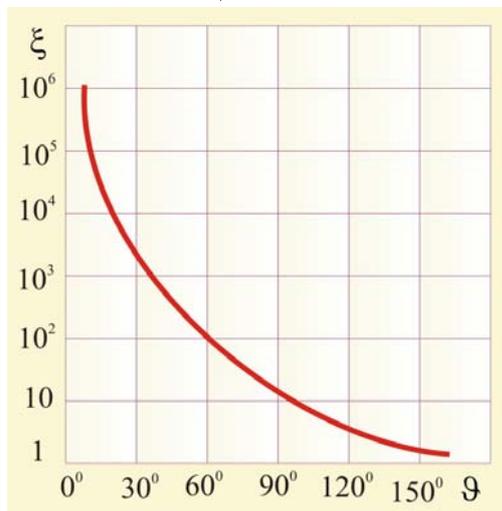


Рис. 2.13. Зависимость относительного числа α -частиц от угла рассеяния

50. Предположив, что кулоновская сила отталкивания между α -частицей и атомным ядром изменяется по закону $1/r^2$ даже в области чрезвычайно малых внутриатомных расстояний порядка 10^{-15} м, Резерфорд вывел выражение для α – частиц, рассеянных при столкновениях с ядрами. Он показал, что вероятность рассеяния на угол ϑ обратно пропорциональна четвертой степени синуса угла рассеяния, т.е.

$$W \sim \frac{1}{\sin^4(\vartheta/2)}.$$

51. Кривая зависимости относительного числа частиц $\xi = N_{\vartheta}/N_0$ от угла рассеяния приведена на рис. 2.13. Вероятность рассеяния на углы, превышающие 90° чрезвычайно мала по сравнению с рассеянием на малые углы. Так, частота рассеяния на угол $\vartheta = 120^\circ$ относится к частоте рассеяния на угол $\vartheta = 5^\circ$ приблизительно как $1/10^5$.

52. Измерения, тщательно выполненные соратниками Резерфорда по атомным исследованиям Гейгером и Марсденом, подтвердили правильность предложенной Резерфордом ядерной модели во всех пунктах; было не только убедительно показано, что в состав атомов входят ядра чрезвычайно малых размеров ($\sim 10^{-15}$ м), окруженных электронами, но и было, за одно, подтверждено, что закон Кулона справедлив для таких малых расстояний.

53. Полученные экспериментальные данные и проделанные вычисления по-

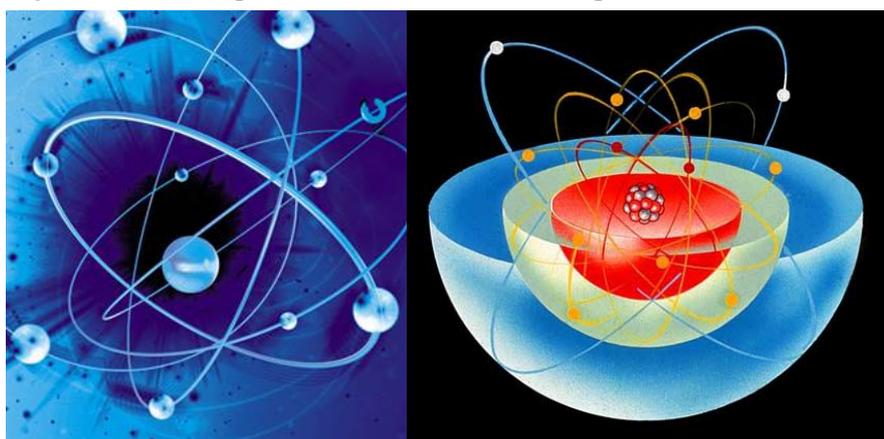


Рис. 2.14. Планетарная модель атома Эрнста Резерфорда

служили основанием для разработки планетарной модели атома (рис. 2.14).

54. Размер ядра можно оценить, приняв, согласно Резерфорду, что α – частицы могут отклоняться на угол 180° . Наименьшее расстояние y_0 , на которое может сблизиться α – частица с ядром золота ($Z = 79$), возможно найти сравни-

вая кинетическую и потенциальную энергию взаимодействующих объектов. Связывая систему отсчёта с центром масс системы ядро - частица, и пренебрегая кинетической энергией ядра атома золота, можно записать

$$\frac{mv^2}{2} \approx \frac{Ze \cdot 2e}{4\pi\epsilon_0 y_0};$$

55. Оценочные расчеты показали, что прицельное расстояние $y_0 \cong 3 \cdot 10^{-14}$ м, оказалось несколько завышенным. Формула (3.70) может быть использована для определения атомного номера Z , рассеивающего атома.

56. Круговые орбиты электронов по классическим представлениям не должны были быть стационарными вследствие излучения электромагнитных волн, атомы же, как известно, образования чрезвычайно устойчивые. Это противоречие удалось объяснить только после более тщательных исследований, в частности, при анализе спектров излучения атомов.

57. Кстати, когда Резерфорд, соблюдая субординацию, рассказал о результатах экспериментов, то мэтр совсем не расстроился по поводу несостоятельности своей модели атома, похоже, что великий Томсон поставил перед Резерфордом задачу таким образом, чтобы подтвердить заранее известный ему одному ответ.

58. Когда стало очевидным, что во взаимодействии α -частиц и ядер преобладают кулоновские силы, имеющие сходные с гравитационными силами, удерживающими планеты вокруг Солнца, то аналогия с планетной системой не преминула возникнуть. Резерфорд свою модель атома так и назвал – планетарная модель атома в которой отрицательно заряженные электроны, подобно планетам солнечной системы вращаются вокруг ядра, несущего положительный заряд в точности равный модулю суммарного электрического заряда всех электронов, мечущихся по своим орбитам.

59. Вместе с тем, несмотря на очевидные достоинства планетарной модели атома, она не раскрывала одно существенное обстоятельство. В соответствии с законами классической электродинамики, **всякая ускоренно движущаяся заряженная частица должна излучать электромагнитные волны**, т.е. в процессе движения должна терять энергию, т.е. уменьшать радиус своей круговой орбиты. Если это так, то электроны должны были, в конце концов, упасть на ядро. А поскольку атомы демонстрировали устойчивость, то модель Резерфорда этот нюанс не объясняла. Другими словами классические представления не могли объяснить устойчивость атомов. Это было сделано позже, при рассмотрении атома как квантово-механической системы.

3. На какое минимальное расстояние может приблизиться к ядру золота ${}_{197}^{79}\text{Au}$ точно летящая к ядру α -частица, имеющая вдали от ядра кинетическую энергию $K = 5,7$ МэВ?

Решение

1. Кинетическая энергия α -частицы:

$$K = 5,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,12 \cdot 10^{-13} \text{ Дж};$$

2. Потенциальная энергия α -частицы в электрическом поле ядра:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{я}} Q_{\alpha}}{r} = k \frac{Q_{\text{я}} Q_{\alpha}}{r}; \quad k \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Ф}}{\text{м}};$$

$$Q_{\text{я}} \approx 197 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 3,152 \cdot 10^{-17} \text{ Кл}; \quad Q_{\alpha} \approx 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

3. В соответствии с законом сохранения энергии, в момент остановки α -частицы её кинетическая энергия полностью трансформируется в потенциальную энергию:

$$K = U; \quad K = k \frac{Q_{\text{я}} Q_{\alpha}}{r_{\text{min}}};$$

$$r_{\text{min}} = \frac{k Q_{\text{я}} Q_{\alpha}}{K} \approx \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,152 \cdot 10^{-17} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{9,12 \cdot 10^{-13}} \approx 1 \cdot 10^{-13} \text{ м};$$

4. В чём состоят спектральные закономерности излучения и поглощения атомов? Каковы противоречия экспериментальных спектров с классической теорией?

Решение

1. Планетарная модель атома, предложенная Резерфордом, на первый взгляд сильно смахивает на устройство нашей планетной системы. В модели Резерфорда гравитационные силы взаимодействия планет заменены, по сути, кулоновским взаимодействием, т.е. взаимодействием электронов и ядра.

2. Однако наряду с кажущимся сходством имеются принципиальные различия. Находящиеся вокруг ядра электроны отталкиваются друг от друга, кроме того, внутренние электроны экранируют действие ядра на электроны, находящиеся на внешних орбитах. В отличие от планет Солнечной Системы электроны одинаковы по массе и несут одинаковые электрические заряды. Главным же отличием заключается в том, что атомы обладают исключительной устойчивостью, что не характерно планетным системам.

3. Так, например, если через Солнечную Систему проследует относительно массивное тело, то параметры орбит планет могут значительно измениться. В атоме же, предоставленному самому себе, электроны после любого на него действия стремятся занять положения, однозначно определяемые зарядом ядра и его массой. Экспериментально было установлено, что спектры испускания атомов не зависят от предшествующих манипуляций с атомом.

4. Самое главное, что планетарная модель атома Резерфорда не могла объяснить характерной устойчивости атома. Дело в том, что в соответствии с электродинамикой Максвелла, Герца, Хевисайда ускоренно движущийся электрон (всякое криволинейное движение даже с постоянной по модулю скоростью является ускоренным, потому что изменяется направление вектора скорости)



Рис. 4.1. Нильс Бор

обязан излучать электромагнитные волны, т.е. терять свою кинетическую энергию, что, в конечном счёте, должно приводить к соприкосновению электрона с ядром. С позиций классической электродинамики устойчивость атомов находится в полном противоречии с фактом их планетарного строения.

5. В 1913 г. датский исследователь Нильс Бор высказал предположение о неприменимости классической электродинамики к масштабам атома и его достаточно сложной структуре. Анализируя строение атомных спектров Бор пришёл к выводу, что для объяснения устойчивости атома необходимо использовать кванто-

вые подходы. Бор был хорошо знаком с квантовой гипотезой планка, которая успешно объясняла особенности излучения абсолютно-чёрного тела и фотоэлектрических эффектов.

6. Линейчатые спектры различных атомов существенно разнятся. Так, например, у большинства металлов число линий в спектре достаточно велико, например, у железа ${}^{26}_{56}\text{Fe}$ их более 5000, причём линии имеют разную интенсивность. Количество линий и их интенсивность зависят как от точности спектроскопического оборудования, так и от физических условий проведения эксперимента. Подступиться с новыми теориями к таким атомам было невероятно сложно.

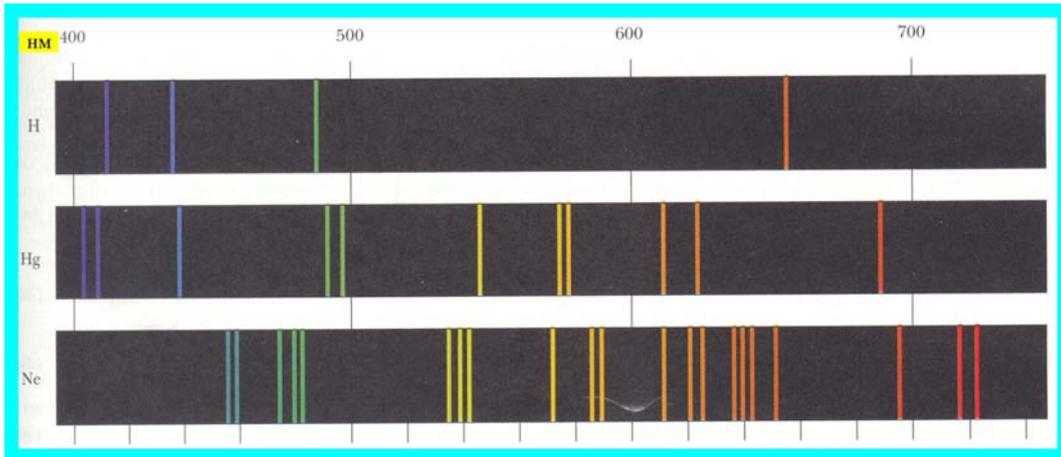


Рис. 4.2. Спектры водорода, ртути и неона

7. Самым простым, как и следовало ожидать, оказался спектр атома водорода. В видимой части спектра наибольшую интенсивность имели три линии: красная, сине-зелёная и фиолетовая. Исторически сложилось, что эти линии спектра стали обозначать символами H_α , H_β и H_γ .

8. Швейцарский физик Бальмер в 1885 г. нашёл закономерность распределения частот в спектре водорода видимого диапазона:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где ν – частота линий в спектре атома водорода, $R \approx 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$, m – определяет серию ($m = 1, 2, 3, \dots$), n – определяет линии соответствующей серии ($n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots$). Таким образом:

- $m = 1$ (серия Лаймана);
- $m = 2$ (серия Бальмера);
- $m = 3$ (серия Пшена);
- $m = 4$ (серия Брэкета);
- $m = 5$ (серия Пфунда);
- $m = 6$ (серия Хэмфри);

9. Формула Бальмера, как и подобные её были получены эмпирическим путём, практически методом цифрологии, вместе с тем, было ясно,

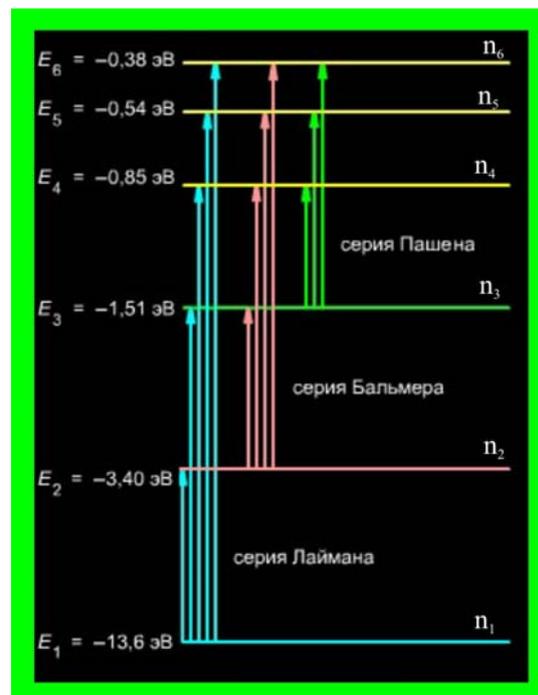


Рис. 4.3. Линии в спектре водорода

что они скрывают глубокий физический смысл.

10. Поначалу исследователи решили идти по проторенной классической дорожке, т.е. попытались объяснить линейчатые спектры внутриатомными колебаниями электронов. Лоренц и его последователи полагали, что оптически активные электроны возбуждаются электромагнитными световыми волнами и начинают совершать собственные колебания около центров равновесия. Эта модель вполне удовлетворительно смогла объяснить такие явления как поглощение и дисперсию света.

11. Однако вычисления показывали, что при таком представлении способа возбуждения спектра, он должен был получаться с кратным распределением частот, как это имеет место для струны. На практике такой кратности не наблюдалось. Кроме того, вращающийся и постоянно теряющий энергию электрон, должен был изменять свою орбиту, следовательно, и собственную частоту. А поскольку электронов несколько, то излучаемые частоты должны были бы распределиться по всему спектру – от красных длин волн и до фиолетовых, т.е. линейчатого спектра не существовало бы вообще.

5. В чём заключается физическая сущность постулатов Бора? Имеет ли теория Нильса Бора экспериментальное подтверждение?

Решение

1. Нильс Бор, уверовавший в идею Макса Планка о дискретности излучения $\varepsilon = h\nu$,

предположил, что атомы способны генерировать энергию только в виде порций, квантов. Другими словами было постулировано, что энергетическое состояние атома характеризуется не непрерывными значениями энергии, а вполне определёнными величинами ε_i или ν_i :

$$\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots\}$$

2. Далее Бор вводит понятие «разрешённых» состояний, в которых атом не излучает и не поглощает энергии, т.е. состояние атома остаётся неизменным. Изменение энергетического состояния атома может происходить только скачками от одного возможного состояния к другому.

3. **Первый постулат Бора** устанавливает взаимосвязь между возможными значениями энергии атома и частотами испускаемого (поглощаемого) излучения:

$$h\nu_{ik} = E_k - E_i;$$

4. **Второй постулат Бора** представляет собой правило нахождения величин энергий разрешённых состояний атома применительно к планетарной модели атома Резерфорда.

5. Применяя свои постулаты для простейшего атома водорода с одним орбитальным электроном, Бор предположил, что электрон, находящийся на круговой орбите должен обладать вполне определённым моментом импульса (кинетическим моментом) $L = mvr$, кратным целому числу $h/2\pi$. Далее Бор вводит обозначение:

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,28} \approx 1 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

после чего второй постулат математически выражается уравнением:

$$mvr = m\hbar; \quad (n = 1, 2, 3, \dots);$$

6. Постулаты Бора находились в противоречии с классической механикой и электродинамикой, но они вполне убедительно объясняли линейчатый спектр атомарного водорода. Идеи Бора носили революционный характер, потому что если признать их справедливость, то следовало допускать ограниченность классических уравнений механики и электродинамики, справедливость которых была подтверждена тысячами экспериментов на протяжении нескольких сотен лет.

7. Не заставило себя долго ждать и экспериментальное подтверждение постулатов Бора. Эксперимент провели Д. Франк и Г. Герц. Как и все эксперименты Герца, этот не стал исключением. Он был до удивления прост и до восхищения гениален. Дело в том, что при абсолютно упругих столкновениях, как известно из законов сохранения импульса и энергии, внутренняя энергия не изменяется, т.е. кинетическая энергия сталкивающихся частиц остаётся такой же как она была до столкновения. При неупругом столкновении такого явления не наблюдается. Часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию сталкивающихся частиц. Столкновение электрона с атомом может протекать по неупругой схеме, в этом случае за счёт изменения потенциальной энергии меняется и внутренняя энергия атома.

8. Пусть одноатомный газ находится в энергетических состояниях:

$$\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n, \dots\},$$

при этом состояние E_1 – самое низкоэнергетическое состояние. Поскольку атомы устойчивы, то энергии теплового движения недостаточно для перевода атома в возбуждённое состояние:

$$\frac{3}{2}k_B T \ll E_2 - E_1;$$

В газ начинают поступать электроны, каждый из которых обладает энергией ε , одинаковой для всех электронов пучка, если:

$$\varepsilon < E_2 - E_1,$$

то электроны ввиду малой массы по сравнению с атомом при столкновениях будут менять только направление скорости, атом же соё энергетическое состояние не изменяет. Если кинетическую энергию электронов увеличивать, то наступит такой момент, когда столкновения перестанут быть абсолютно упругими и скорость электронов после столкновения уменьшится, а внутренняя энергия атома увеличится на величину $E_2 - E_1$, энергия электрона уменьшится на величину:

$$\varepsilon_e = \varepsilon - (E_2 - E_1);$$

10. Установка Франка – Герца (рис. 5) состояла из вакуумной трубки, которую было введено некоторое малое ($p \approx 1$ мм. рт. ст.) ров ртути. Электроны генерировались раскалённой нитью накала и ускорялись в пространстве между катодом и сеткой. Между сеткой и анодом создавалось задерживающее напряжение, чтобы на анод попадали электроны с

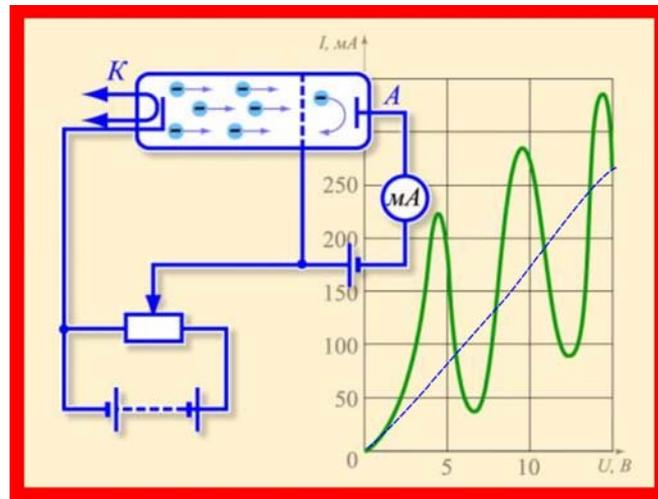


Рис. 5. Эксперимент Франка – Герца

энергией больше 1 эВ

11. Изменяя задерживающее напряжение и измеряя одновременно ток в цепи анода можно получить представление о распределении энергии электронов. Метод задерживающего потенциала и был положен в основу эксперимента Густава Франка и Генриха Герца. Регистрации подлежала энергия, теряемая электронами при столкновении с атомами ртути.

12. При изменении же ускоряющего напряжения между катодом и сеткой получалась вольтамперная характеристика прибора довольно странного для классического взора вида. На графике имелось несколько явно выраженных чередующихся максимумов и минимумов.

13. До ускоряющего напряжения для ртути порядка $U_1 = 4,9$ В устройство демонстрировало вольтамперную характеристику типичного вакуумного диода

$$i(U) \approx U^{\frac{3}{2}};$$

14. В окрестностях $U \approx 4,9$ В сила тока в цепи сетка – анод резко уменьшалась. Это означало, что электроны испытали неупругое столкновение с атомами, потеряли часть своей кинетической энергии и перестали быть способными преодолеть задерживающую разность потенциалов:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} < eU_z;$$

15. Повторные максимумы и минимумы вольтамперной характеристики при ускоряющем напряжении кратном 4,9 В наблюдаются вследствие повторных столкновений электронов с атомами ртути.

16. По результатам эксперимента можно вычислить длину волны:

$$eU = \frac{hc}{\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{eU} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,9} \approx 2,55 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

которая была обнаружена при спектроскопических исследованиях излучения ртути. Это было подтверждением справедливости постулатов Бора и квантового механизма изучения (поглощения) энергии атомами.

6. Сколько электронов входит в состав атома: алюминия, меди, олова, золота (${}_{13}^{27}\text{Al}$, ${}_{29}^{64}\text{Cu}$, ${}_{50}^{119}\text{Sn}$, ${}_{79}^{187}\text{Au}$)?

Решение

1. Поскольку атом в обычном своём состоянии электрически нейтрален, то положительный заряд ядра должен в точности соответствовать суммарному отрицательному заряду электрона. Например, ядро основного изотопа алюминия состоит из тринадцати протонов и тринадцати нейтронов, значит, вокруг ядра должно находиться 13 электронов.

2. Ядра элементов характеризуются зарядовыми числами Z и массовыми числами A :



Зарядовое число Z равно количеству электронов у ядра данного элемента.

7. Почему количество электронов в оболочке атома не является числом, характеризующим атом? Какие числа характеризуют атом?

Решение

1. Количество орбитальных электронов вокруг данного ядра не является строго фиксированной величиной. Например α -частицы, не содержат ни одного электрона, хотя по сути являются ядрами гелия. Кристаллические тела, например, металлы, характеризуются наличием большого количества обобществлённых электронов, которые в данный момент времени не принадлежат какому-то конкретному иону.

2. Атом данного элемента однозначно характеризуется количеством нуклонов (протоны + нейтроны), составляющих данное ядро. Это количество определяет значение массовых A и зарядовых Z чисел ${}^Z_A X$;

8. Каково отношение массы нейтрального атома урана ${}^{238}_{92}U$ и массы его электронной оболочки? Относительную атомную массу урана принять равной его массовому числу.

Решение

1. Масса нейтрального атома урана:

$$m_U \approx A \cdot \text{а.е.м.} \approx 92 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \approx 1,527 \cdot 10^{-25} \text{ кг};$$

2. Масса электронной оболочки:

$$m_\Sigma \approx Z m_e \approx 92 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \approx 8,38 \cdot 10^{-28} \text{ кг};$$

3. Отношение масс:

$$\zeta = \frac{m_U}{m_\Sigma} \approx 583,3;$$

9. На какое наименьшее расстояние α -частица, имеющая скорость $v = 1,9 \cdot 10^7$ м/с, может приблизиться к неподвижному ядру золота ${}^{197}_{79}Au$, двигаясь по прямой, проходящей через центр ядра?

Решение

1. Минимальное расстояние сближения r_{\min} будет соответствовать равенству кинетической энергии движущейся α -частицы и её же потенциальной энергии, обусловленной взаимодействием с электрическим полем ядра:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{Au} Q_\alpha}{r_{\min}};$$

2. Масса и заряд α -частицы:

$$m_\alpha \approx A \cdot \text{а.е.м.} \approx 4 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \approx 6,644 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

$$Q_\alpha = Z_{He} e \approx 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

3. Заряд ядра золота:

$$Q_{Au} \approx Z_{Au} e \approx 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 1,264 \cdot 10^{-17} \text{ Кл};$$

4. Минимальное расстояние сближения:

$$r_{\min} = \frac{k Q_{Au} Q_\alpha}{2 m_\alpha v^2} \approx \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 3,61 \cdot 10^{14}} \approx 3,84 \cdot 10^{-14} \text{ м};$$

10. Вычислить, согласно модели атома Томсона, радиус атома водорода и длину волны испускаемого света $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение

1. Для объяснения особенностей линейчатого спектра атома водорода с классических позиций было очевидным, что световые волны возникают вследствие колебательных процессов, происходящих внутри атома. Подозрение пало на электроны. Электрон в излучающем атоме колеблется при взаимодействии с падающей электромагнитной волной. Колебания полагались происходящими на некой собственной (или на частоте вынуждающей силы) частоте, что и является причиной излучения.

2. Из классики было известно, что колебания около положения статического равновесия могут возникнуть только при наличии, так называемой, возвращающей силы, квазиупругого характера f :

$$f = -\xi r,$$

где ξ – коэффициент квазиупругости, r – отклонение электрона от положения равновесия.

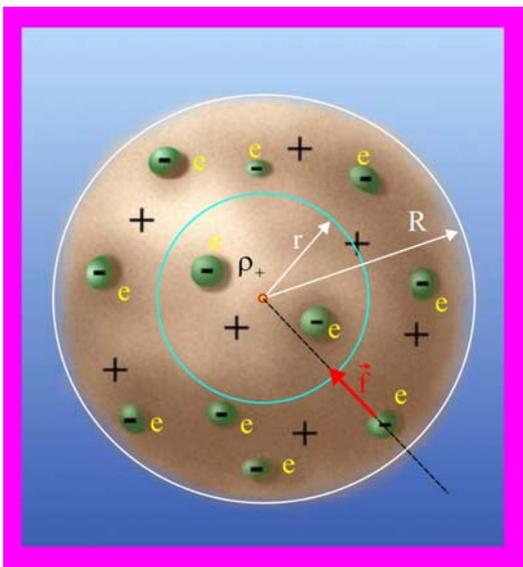


Рис. 10. Модель атома Томсона

3. В 1903 г. Томсон обнаружил свою модель атома (рис. 10), который представлял собой положительно заряженную сферу, в которой симметрично были расположены электроны.

4. Если атом представить в виде заряженной сферы, то напряжённость электрического поля внутри определится модифицированным уравнением закона Кулона, которое для рассматриваемого случая может быть записано в виде:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r \quad (0 \leq r \leq R),$$

где q – заряд сферы, R – радиус сферы, r – текущий радиус. На электрон, расположенный на удалении r от центра сферы будет действовать сила:

$$f = (-e)E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R^3} r = -\xi r; \quad \xi = \frac{f}{r} = \frac{ke^2}{\xi R^3}. \quad k \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м};$$

5. Будучи выведенным, из состояния равновесия электрон станет совершать гармонические колебания собственной на частоте:

$$\omega = \sqrt{\frac{\xi}{m_e}} = \sqrt{\frac{ke^2}{m_e R^3}},$$

где e – заряд электрона, m_e – масса электрона, R – радиус атома. Последнее уравнение позволяет определить радиус атома:

$$R = \sqrt[3]{\frac{ke^2}{m_e \omega^2}}.$$

6. Циклическая частота колебаний электрона:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda} \approx \frac{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} \approx 3,1 \cdot 10^{15} \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

7. Радиус атома водорода в соответствии с моделью Томсона:

$$R \approx \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 9,61 \cdot 10^{30}}} \approx 2,97 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

11. Радиус орбиты электрона в атоме водорода $R = 5,3 \cdot 10^{-11}$ м. Какова частота вращения электрона? Какую бы длину волны имело электромагнитное излучение с такой частотой?

Решение

1. Условие нахождения электрона на круговой орбите вокруг ядра водорода:

$$\frac{m_e v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}; \quad \frac{m_e \omega^2 r^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{ke^2}{r^3 m_e}}; \quad \omega = 2\pi\nu;$$

$$2\pi\nu = \sqrt{\frac{ke^2}{r^3 m_e}}; \quad \nu = \frac{e}{2\pi r} \sqrt{\frac{k}{m_e}};$$

$$\nu = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{6,28 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{5,3 \cdot 10^{-11} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx 6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1};$$

2. Соответствующая длина электромагнитной волны ультрафиолетового светового диапазона :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{15}} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ м};$$

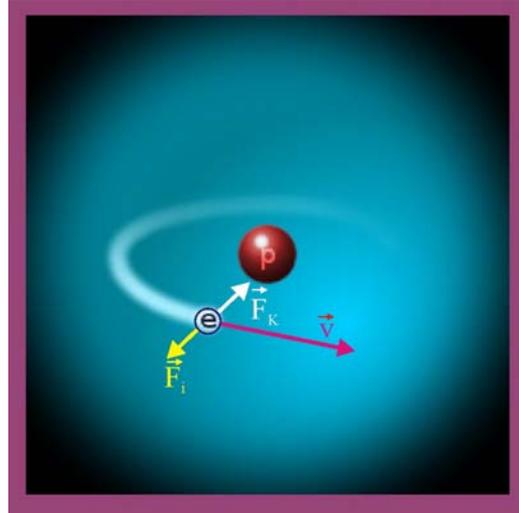


Рис. 11. Электрон в атоме водорода

12. Рассчитать, согласно теории Бора, для любого состояния атома водорода:

- радиус орбиты r_n электрона в атоме;
- линейную скорость v_n электрона в атоме;
- угловую скорость ω_n электрона в атоме;
- электростатическую силу притяжения электрона к ядру;
- нормальное ускорение электрона a_n ;
- кинетическую энергию электрона K_n ;
- потенциальную энергию электрона U_n ;
- полную энергию электрона E_n в атоме.

Решение

а) Нильс Бор постулировал, что электрон в атоме может находиться только на орбитах, для которых выполняется условие квантования кинетического момента:

$$m_e v_n r_n = n\hbar; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}; \quad \Rightarrow \quad v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n},$$

где n – главное квантовое число, $\hbar \approx 1 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – модифицированная постоянная Планка

Условие нахождения электрона на круговой орбите вокруг ядра водорода позволяет определить радиус боровской орбиты:

$$\frac{m_e v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}; \quad \frac{m_e \omega^2 r^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м};$$

$$\frac{m_e n^2 \hbar^2}{m_e r_n^3} = k \frac{e^2}{r_n^2}; \quad \Rightarrow \quad r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k m_e e^2}; \quad (n = 1, 2, 3, \dots);$$

Так, например, для $n = 1$:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{k m_e e^2} \approx \frac{1 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 4,764 \cdot 10^{-11} \text{ м};$$

б) Линейная скорость электрона:

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n} = \frac{n\hbar}{m_e} \frac{k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k e^2}{\hbar n} \approx \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}}{1 \cdot 10^{-34}} \frac{1}{n} \approx \frac{2,3 \cdot 10^6}{n};$$

в) Угловая скорость электрона:

$$v_n = \omega_n r_n; \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \frac{v_n}{r_n} = \frac{k e^2}{\hbar n} \frac{k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^2 m_e e^4}{n^3 \hbar^3};$$

$$\omega_n \approx \frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{1 \cdot 10^{-102}} \frac{1}{n^3} \approx \frac{4,83 \cdot 10^{16}}{n^3};$$

г) Электростатическая сила притяжения электрона к ядру (сила Кулона):

$$F_n = \frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{m_e k^2 e^4}{\hbar^2 n^2} \frac{k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^3 m_e^2 e^6}{\hbar^4 n^4};$$

$$F_n \approx \frac{7,29 \cdot 10^{29} \cdot 8,3 \cdot 10^{-61} \cdot 1,68 \cdot 10^{-113}}{1 \cdot 10^{-136}} \frac{1}{n^4} \approx \frac{1 \cdot 10^{-7}}{n^4};$$

д) Нормальное (центростремительное) ускорение электрона:

$$a_n = \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{k^2 e^4}{\hbar^2 n^2} \frac{k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^3 e^6 m_e}{\hbar^4 n^4};$$

$$a_n \approx \frac{7,29 \cdot 10^{29} \cdot 1,68 \cdot 10^{-113} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{1 \cdot 10^{-136}} \frac{1}{n^4} \approx \frac{1,1 \cdot 10^{23}}{n^4};$$

е) Кинетическая энергия электрона:

$$K_n = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{m_e k^2 e^4}{2 \hbar^2 n^2};$$

$$K_n \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 81 \cdot 10^{18} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{2 \cdot 10^{-68}} \frac{1}{n^2} \approx \frac{2,169 \cdot 10^{-18}}{n^2} \text{ Дж} \approx \frac{13,56}{n^2} \text{ эВ};$$

ж) Потенциальная энергия электрона:

$$U_n = -k \frac{e^2}{r_n} = -\frac{k e^2 k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 e^4 m_e}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2};$$

$$U_n \approx -\frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{1 \cdot 10^{-68}} \frac{1}{n^2} \approx -\frac{4,338 \cdot 10^{-18}}{n^2} \text{ Дж} \approx -\frac{27,12}{n^2} \text{ эВ};$$

з) Полная энергия электрона:

$$E_n = K_n + U_n = \frac{k^2 m_e e^4}{2 \hbar^2 n^2} - \frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2 n^2} = -\frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2} \approx -\frac{13,56}{n^2} \text{ эВ};$$

13. Определить частоту обращения электрона вокруг ядра атома водорода при движении по второй боровской орбите.

Решение

1. Частота обращения электрона в общем случае:

$$v_n = 2\pi v_n r_n; \Rightarrow v_n = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{ke^2}{2\pi\hbar n} \frac{km_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^2 m_e e^4}{2\pi n^3 \hbar^3};$$

2. Частота обращения электрона по второй боровской орбите $n = 2$:

$$v_2 = \frac{k^2 m_e e^4}{16\pi \hbar^3}; \quad v_n \approx \frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{50,52 \cdot 1 \cdot 10^{-102}} \approx 9,57 \cdot 10^{14} \frac{1}{c};$$

14. Определить величину импульса электрона, находящегося на первой ($n = 1$) боровской орбите атома водорода.

Решение

1. Модуль импульса электрона, находящегося на первой орбите согласно модели Нильса Бора для атома водорода:

$$|\vec{p}_n| = m_e |\vec{v}_n|; \quad n = 1; \quad p_1 = \frac{n\hbar}{m_e r_n} = \frac{n\hbar}{m_e} \frac{km_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{m_e ke^2}{\hbar};$$

$$p_1 \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}}{1 \cdot 10^{-34}} \approx 2 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

15. Определить потенциальную энергию электрона, находящегося на второй ($n = 2$) боровской орбите атома водорода.

Решение

1. Потенциальная энергия электрона U , энергия электростатического взаимодействия с ядром (протоном):

$$U_n = -k \frac{e^2}{r_n} = -\frac{ke^2 km_e e^2}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 e^4 m_e}{n^2 \hbar^2}; \quad U_2 = -\frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2} \frac{1}{2^2};$$

$$U_2 \approx -\frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{1 \cdot 10^{-68}} \frac{1}{2^2} \approx -1,0845 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \cong -6,78 \text{ эВ};$$

16. На какое расстояние смещается в радиальном направлении электрон, перескакивающий с первой на четвёртую орбиту атома водорода?

Решение

1. Изменение радиального расстояния $\Delta r_{1 \rightarrow 4}$:

$$\Delta r_{1 \rightarrow 4} = r_4 - r_1;$$

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{km_e e^2}; \quad r_1 = \frac{\hbar^2}{km_e e^2}; \quad r_n = \frac{4^2 \hbar^2}{km_e e^2};$$

$$\Delta r = \frac{\hbar^2}{km_e e^2} (n_4^2 - n_1^2) \approx \frac{15 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,91 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 6,569 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

17. Во сколько раз отличаются напряжённости E электрического поля на второй и третьей орбитах атома водорода?

Решение

1. Напряжённость электрического поля:

$$F_n = eE_n; \Rightarrow E_n = \frac{F_n}{e}; \quad F_n = k \frac{e^2}{r_n^2}; \quad E_n = k \frac{e}{r_n^2}; \quad r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k m_e e^2};$$

$$E_n = \frac{k^3 e^5 m_e^2}{n^4 \hbar^4}; \quad E_2 = \frac{k^3 e^5 m_e^2}{16 \hbar^4} \approx \frac{7,3 \cdot 10^{29} \cdot 1 \cdot 10^{-94} \cdot 8,3 \cdot 10^{-61}}{16 \cdot 10^{-136}} \approx 3,78 \cdot 10^{10} \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

$$E_3 = \frac{k^3 e^5 m_e^2}{\hbar^4} \approx \frac{7,3 \cdot 10^{29} \cdot 1 \cdot 10^{-94} \cdot 8,3 \cdot 10^{-61}}{81 \cdot 10^{-136}} \approx 7,47 \cdot 10^9 \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

2. Отношение напряжённостей:

$$\zeta = \frac{E_2}{E_3} = \frac{n_2^4}{n_3^4} \approx \frac{37,8}{7,47} \approx 5;$$

18. Определить силу тока, обусловленную движением электрона по первой бортовой орбите атома водорода.

Решение

1. Период обращения электрона:

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}; \Rightarrow T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}; \quad v_n = \omega_n r_n; \quad \omega_n = \frac{v_n}{r_n} = \frac{k e^2}{\hbar n} \frac{k m_e e^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^2 m_e e^4}{n^3 \hbar^3};$$

$$T_n = \frac{2\pi n^3 \hbar^3}{k^2 m_e e^4};$$

2. Сила тока обусловленная периодическим движением электрона:

$$i_n = \frac{e}{T_n} = \frac{k^2 m_e e^5}{2\pi n^3 \hbar^3} = \frac{k^2 m_e e^5}{n^3 \hbar^3};$$

$$i_1 = \frac{k^2 m_e e^5}{\hbar^3} \approx \frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-94}}{2,91 \cdot 10^{-100}} \approx 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ А};$$

19. Определить магнитный момент электрона, находящегося в атоме водорода на первой бортовой орбите.

Решение

1. Магнитный момент, действующий на мысленный контур с током i_n :

$$p_m = i_n S_n; \quad S_n = \pi r_n^2; \quad r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k m_e e^2};$$

$$S_n = \frac{\pi n^4 \hbar^4}{k^2 m_e^2 e^4}; \quad i_n = \frac{e}{T_n} = \frac{k^2 m_e e^5}{2\pi n^3 \hbar^3};$$

$$p_{m(n)} = \frac{k^2 m_e e^5}{2\pi n^3 \hbar^3} \frac{\pi n^4 \hbar^4}{k^2 m_e^2 e^4} = \frac{e \hbar n}{2 m_e} \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \approx 8,78 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2;$$

20. Используя теорию Нильса Бора, найти кинетическую энергию электрона на орбитах атома водорода:

- а) первой орбите ($n = 1$);
б) третьей орбите ($n = 3$);

Решение

1. Кинетическая энергия электрона:

$$K_n = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{m_e k^2 e^4}{2 \hbar^2 n^2};$$

2. Кинетическая энергия на первой орбите ($n = 1$):

$$K_1 = \frac{m_e k^2 e^4}{2 \hbar^2} \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 81 \cdot 10^{18} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{2 \cdot 10^{-68}} \approx 2,169 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 13,56 \text{ эВ};$$

3. Кинетическая энергия на третьей орбите ($n = 3$):

$$K_3 = \frac{K_1}{3^2} \approx 2,41 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,5 \text{ эВ};$$

21. Найти для водородоподобного иона радиус n -й боровской орбиты и скорость электрона на ней. Вычислить эти величины для первой боровской орбиты иона He^+ .

Решение

1. Радиус орбиты:

$$\frac{m_e v^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2}; \quad \frac{m_e \omega^2 r^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2}; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м};$$

$$\frac{m_e n^2 \hbar^2}{m_e r_n^3} = k \frac{Ze^2}{r_n^2}; \quad \Rightarrow \quad r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k m_e Ze^2} = \frac{\hbar^2}{k m_e e^2} \frac{n^2}{Z}; \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где Z – зарядовое число иона.

2. Скорость электрона на боровской орбите:

$$m_e v_n r_n = n \hbar; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}; \quad \Rightarrow \quad v_n = \frac{n \hbar}{m_e r_n};$$

$$v_n = \frac{n \hbar}{m_e r_n} = \frac{n \hbar}{m_e} \frac{k m_e Ze^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k Ze^2}{\hbar n} = \frac{ke^2}{\hbar} \frac{Z}{n};$$

3. Радиус первой боровской орбиты однократно ионизированного атома гелия ($Z = 2$):

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{k m_e e^2} \frac{n^2}{Z} \approx \frac{1 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \frac{1}{2} \approx 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ м};$$

4. Скорость электрона на первой боровской орбите иона гелия:

$$v_1 = \frac{ke^2}{\hbar} \frac{Z}{1} \approx \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38} \cdot 2}{10^{-34}} \approx 4,61 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

22. Определить циклическую частоту обращения электрона на n -й боровской орбите водородоподобного иона. Вычислить ω_n для тона гелия при $n = 2$.

Решение

1. Циклическая частота ω_n электрона на n -й орбите иона водорода при значении зарядового числа $Z = 2$:

$$v_n = \omega_n r_n; \Rightarrow \omega_n = \frac{v_n}{r_n} = \frac{ke^2}{\hbar n} \frac{km_e Ze^2}{n^2 \hbar^2} = \frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^3} \frac{Z}{n^3};$$

2. Круговая частота вращения электрона для $n = 2$:

$$\omega_2 = \frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^3} \frac{2}{8} \approx \frac{81 \cdot 10^{18} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,55 \cdot 10^{-76}}{4 \cdot 10^{-102}} \approx 1,21 \cdot 10^{16} \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

23. Электрон вращается вокруг ядра с зарядом Ze по круговой орбите. Используя второй закон Ньютона и правило квантования Бора, найти энергию электрона как функцию квантового числа n .

Решение

1. Условие нахождения электрона на круговой орбите, исходя из второго закона Ньютона:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = k \frac{Ze^2}{r_n^2}; \Rightarrow K_n = k \frac{Ze^2}{2r_n};$$

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{km_e Ze^2}; \Rightarrow K_n = \frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2};$$

2. Потенциальная энергия электрона:

$$U_n = -k \frac{Ze^2}{r_n} = -\frac{ke^2 km_e e^2}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 Z^2 e^4 m_e}{n^2 \hbar^2} = -\frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2};$$

3. Полная энергия электрона:

$$E_n = K_n + U_n = \frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} - \frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{\hbar^2 n^2} = -\frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \approx -13,56 \left(\frac{Z}{n} \right)^2 \text{ эВ};$$

24. если в атоме водорода заменить отрицательным μ -мезоном, образуется система, которая называется мезоатомом. Пользуясь теорией Бора, найти радиус мезоатома в состоянии с наименьшей энергией. Заряд мезона равен заряду электрона. Масса μ -мезона $m_\mu = 1,88 \cdot 10^{-28}$ Кг.

Решение

1. Энергия мезона:

$$E_n = K_n + U_n = \frac{k^2 m_\mu e^4}{2\hbar^2 n^2} - \frac{k^2 m_\mu e^4}{\hbar^2 n^2} = -\frac{k^2 m_\mu e^4}{n^2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2},$$

будет иметь минимальное значение при $n = 1$.

2. Условие нахождения мезона на круговой орбите вокруг ядра водорода позволяет определить радиус боровской орбиты:

$$\frac{m_\mu v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}; \quad \frac{m_e \omega^2 r^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}; \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м};$$

$$\frac{m_\mu n^2 \hbar^2}{m_\mu r_n^3} = k \frac{e^2}{r_n^2}; \Rightarrow r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{km_\mu e^2}; \quad (n=1);$$

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{km_\mu e^2} \approx \frac{10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 1,88 \cdot 10^{-28} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 2,31 \cdot 10^{-13} \text{ м};$$

2. Спектр атома водорода

25. Имеется ли взаимосвязь между частотой обращения электрона вокруг ядра водорода с частотой его излучения?

Решение

1. Напомним, что в соответствии с теорией Нильса Бора, при скачке с большей энергией ε_{n2} в стационарное состояние с меньшей энергией ε_{n1} , энергия атома изменяется на $\Delta\varepsilon$, причём:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1};$$

Если изменение состояния происходит вследствие излучения, то

$$\Delta\varepsilon = h\nu \equiv \hbar\omega = \varepsilon_{n2} - \varepsilon_{n1};$$

Последнее уравнение справедливо и для случая поглощения энергии, в случае, когда поглощённый фотон переводит атом из низшего энергетического состояния в высшее энергетическое состояние.

2. Уравнения, записанные на основе гипотезы Бора, показывают, что атомы могут изменять своё энергетическое состояние, в отличие от классических представлений, только скачками. Процессы, протекающие в атоме, во время скачка теория Бора не описывала. В физике это не в новину. Ньютон, придумав свои знаменитые вопросы, так и не решил задачу о природе гравитации, точно так же как и в электродинамике до настоящего времени остаётся открытым вопрос о источнике электрического заряда. Вместе с тем и в механике и в электродинамике это никак не мешает самому широкому применению открытых закономерностей.

3. Правило частот Бора принято записывать следующим образом:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\varepsilon_{n2}}{ch} - \frac{\varepsilon_{n1}}{ch};$$

Величина $T_n = -(\varepsilon_n/ch)$ называется термом и однозначно определяет энергетическое состояние атома:

$$\omega = \frac{2\pi\nu}{c} = T_{n1} - T_{n2} = \frac{\varepsilon_1}{ch} - \frac{\varepsilon_2}{ch};$$

4. Совокупность энергетических состояний атома $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots\}$, таким образом, обуславливает энергетический спектр атома. В классическом представлении излучаемые возбуждённым атомом частоты можно представить набором $\{\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots\}$, но по теории Бора каждая частота излучения является комбинацией двух термов $\{\nu_{12}, \nu_{13}, \dots\}$. Первый индекс указывает номер начального терма (начального уровня энергии), а второй индекс – конечного терма. В этой связи излучаемые частоты не могут в квантовых представлениях образовывать одномерную последовательность, одномерный ряд, а должны представляться некой матрицей, которая в конечном итоге образует множество.

5. Исходя из квантового характера излучения и поглощения энергии атомом, Бор предложил правила квантования для атомов водорода и подобных им. Для простоты, Бор, как известно, принял траекторию движения электрона как круговую. Зоммерфельд позже обобщил результаты Бора для эллиптических

орбит. Подобно Кеплеру, уточнившему орбиты планет, предложенных Коперником. Хотя с позиций квантовой механики уточнения Зоммерфельда большого смысла не имели.

6. По классическим канонам частота излучаемого света равна частоте обращения электрона по круговой орбите. Для низких частот, например для радиодиапазона, такое утверждение является вполне оправданным и подтверждается экспериментально. Принимая атомное ядро относительно тяжёлым и неподвижным, на основании классического закона Ньютона можно записать:

$$m_e \omega r = k \frac{Ze^2}{r^2}; \Rightarrow \omega = \frac{kZe^2}{m_e r} = \frac{kZe^2}{Lr}; \quad L = mvr = m\omega r^2;$$

7. Полная энергия электрона:

$$E = K - U = \frac{m_e \omega^2 r^2}{2} - k \frac{Ze^2}{r} = -k \frac{Ze^2}{2r};$$

Другими словами, по классическим представлениям, циклическая частота должна удовлетворять уравнению:

$$\omega = -\frac{2E}{L};$$

С квантовых позиций частоты должны удовлетворять условию правилу выбора частот по Бору:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\varepsilon_{n2}}{ch} - \frac{\varepsilon_{n1}}{ch}; \quad \omega = \frac{2\pi\nu}{c} = T_{n1} - T_{n2} = \frac{\varepsilon_1}{ch} - \frac{\varepsilon_2}{ch};$$

8. Совмещение этих двух условий становится возможным, если кинетический момент положить тоже квантованным:

$$L = n\hbar; \Rightarrow m_e v_n r_n = n\hbar; \quad v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n}; \quad 2\pi v_n r_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n}; \quad v_n = \frac{n\hbar}{2\pi m_e r_n^2};$$

С другой стороны:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{v}{c} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad v_n = Rc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right);$$

26. Сколько квантов ζ с различной энергией может испускать атом водорода, если электрон находится на третьей орбите?

Решение

1. С третьей орбиты на первую электрон может попасть тремя способами:

$$3 \rightarrow 2; \quad 3 \rightarrow 1; \quad 2 \rightarrow 1; \Rightarrow \zeta = 3;$$

27. Электрон в атоме водорода перешёл из основного состояния в возбуждённое состояние, получив энергию $\Delta\varepsilon = 12,8$ эВ. Какова наибольшая длина волны, которую может излучить атом водорода при возвращении в основное невозбуждённое состояние?

Решение

1. При возвращении в невозбуждённое состояние электрон избыточную энергию трансформирует в фотонное излучение:

$$\Delta\varepsilon = hv_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}; \quad \lambda_{\max} = \frac{hc}{\Delta\varepsilon} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{12,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 9,77 \cdot 10^{-8} \text{ м};$$

28. При переходе электрона в атоме с одного энергетического уровня на другой произошло электромагнитное излучение с частотой $\nu = 1,64 \cdot 10^{15}$ Гц. На сколько изменилась при этом энергия атома?

Решение

$$\Delta\varepsilon = h\nu \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,64 \cdot 10^{15} \approx 1,1 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 6,8 \text{ эВ};$$

29. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении им фотона с длиной волны $\lambda = 4860$ А?

Решение

1. Излучение фотона происходит при переходе атома на более низкий энергетический уровень, т.е. за счёт уменьшения энергии электрона:

$$\Delta\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{4,86 \cdot 10^{-7}} \approx 4,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,57 \text{ эВ};$$

30. Зная постоянную Ридберга $R \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$, оценить максимальную величину энергии, которую может иметь фотон, излучаемый атомом водорода.

Решение

1. Формула Бальмера в интерпретации Бора:

$$\frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \Delta\varepsilon;$$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad h\nu_n = hRc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad \nu_{\max} (n=1; m \rightarrow \infty);$$

$$\Delta\varepsilon_{\max} = hcR \approx 2 \cdot 10^{-25} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \approx 2,194 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 13,6 \text{ эВ};$$

31. Определить для атома водорода и иона He^+ :
 а) энергию связи в основном состоянии ε ;
 б) потенциал ионизации φ_i ;
 в) первый потенциал возбуждения φ_1 ;
 г) длину волны λ , излучаемую атомом при переходе электрона со второй орбиты на первую.

Решение

а) Энергия кулоновского взаимодействия ядра с электроном:

$$E = K - U = \frac{m_e \omega^2 r^2}{2} - k \frac{Ze^2}{r} = -k \frac{Ze^2}{2r};$$

$$\varepsilon_n = K_n + U_n = \frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} - \frac{k^2 m_e e^4}{\hbar^2 n^2} = -\frac{k^2 m_e Z^2 e^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2};$$

$$R = \frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3 c}; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = hcRZ^2.$$

Для атома водорода $Z = 1$:

$$\varepsilon_H = hcR \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \approx 1,82 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 13,63 \text{ эВ};$$

Для иона гелия $Z = 2$:

$$\varepsilon_{\text{He}} = hcRZ^2 \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \cdot 4 \approx 4,728 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 54,55 \text{ эВ};$$

б) Потенциал ионизации:

$$\varepsilon = e\varphi_i; \quad hcRZ^2 = e\varphi_i; \quad \Rightarrow \quad \varphi_i = \frac{hcRZ^2}{e};$$

Для атома водорода $Z = 1$:

$$\varphi_{i(\text{H})} = \frac{\varepsilon_{\text{H}}}{e} \approx \frac{1,182 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 13,63 \text{ В};$$

Для иона гелия $Z = 2$:

$$\varphi_{i(\text{He})} = \frac{\varepsilon_{\text{He}}}{e} \approx \frac{4,728 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 54,52 \text{ В};$$

в) первый потенциал возбуждения φ_1 :

$$\varphi_1 = \frac{hcRZ^2}{e} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3hcRZ^2}{4e} = \frac{3}{4} \varphi_i;$$

Для атома водорода $Z = 1$:

$$\varphi_{1(\text{H})} = \frac{3\varepsilon_{\text{H}}}{4e} \approx \frac{3 \cdot 1,182 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10,22 \text{ В};$$

Для иона гелия $Z = 2$:

$$\varphi_{1(\text{He})} = \frac{3\varepsilon_{\text{He}}}{4e} \approx \frac{3 \cdot 4,728 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 40,89 \text{ В};$$

г) Длина волны, излучаемая атомом при переходе электрона со второй орбиты на первую орбиту:

$$\frac{hc}{\lambda} = hcRZ^2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4} hcRZ^2; \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} RZ^2; \quad \lambda = \frac{4}{3RZ^2};$$

Для атома водорода $Z = 1$:

$$\lambda_{\text{H}} = \frac{4}{3R} \approx \frac{1,333}{1,097 \cdot 10^7} \approx 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

Для иона гелия $Z = 2$:

$$\lambda_{\text{He}} = \frac{4}{12R} \approx \frac{0,333}{1,097 \cdot 10^7} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ м};$$

32. Вычислить энергию, необходимую для возбуждения атома водорода.

Решение

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = hcRZ^2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4} hcRZ^2; \quad Z = 1;$$

$$\varepsilon = \frac{3}{4} hcR \approx 0,75 \cdot 2 \cdot 10^{-25} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \approx 1,6455 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 10,28 \text{ эВ};$$

33. В каких пределах должна лежать энергия каждого фотона, облучающего водород, чтобы при возбуждении атомов водорода, спектр имел только одну спектральную линию?

Решение

$$\varepsilon_1 = hcRZ^2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4} hcRZ^2; \quad Z = 1; \quad \varepsilon_1 = \frac{3}{4} hcR;$$

$$\varepsilon_2 = hcRZ^2 \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{8}{9} hcRZ^2; \quad Z=1; \quad \varepsilon_2 = \frac{8}{9} hcR;$$

$$\varepsilon_2 > \varepsilon \geq \varepsilon_1; \quad \frac{8}{9} hcR > \varepsilon \geq \frac{3}{4} hcR; \quad 12,05 \text{ эВ} > \varepsilon \geq 10,17 \text{ эВ};$$

34. Зная постоянную Ридберга $R \approx 1,09710^7 \text{ м}^{-1}$, вычислить энергию электрона ε на второй боровской орбите.

Решение

$$\varepsilon = hcR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad n=2; \quad m \rightarrow \infty; \quad \frac{1}{m^2} \rightarrow 0;$$

$$\varepsilon = -\frac{hcR}{4} \approx \frac{13,56}{4} \approx -3,39 \text{ эВ};$$

35. В каком состоянии находится атом водорода, если известно, что при переходе его в энергетически более низшее состояние испускается квант энергии с длиной волны $\lambda = 972,5 \text{ А}$?

Решение

1. Излученный квант равен разности энергий на соседних разрешённых энергетических уровнях:

$$\frac{hc}{\lambda} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad \frac{hc}{\lambda} = hcR - \frac{hcR}{n^2}; \quad \frac{hcR}{n^2} = hcR - \frac{hc}{\lambda}; \quad \frac{R}{n^2} = \frac{\lambda R - 1}{\lambda};$$

$$n = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}} \approx \sqrt{\frac{9,725 \cdot 10^{-8} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{1,06683 - 1}} \approx 3,9954 \approx 4;$$

36. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Определить радиус орбиты электрона r возбуждённого атома.

Решение

1. Радиус орбиты электрона:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{km_e Z e^2}; \quad Z=1;$$

2. Определим значение главного квантового числа n :

$$\frac{hc}{\lambda} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad \frac{hc}{\lambda} = hcR - \frac{hcR}{n^2}; \quad \frac{hcR}{n^2} = hcR - \frac{hc}{\lambda}; \quad \frac{R}{n^2} = \frac{\lambda R - 1}{\lambda};$$

$$n = \sqrt{\frac{\lambda R}{\lambda R - 1}} \approx \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{1,3164 - 1}} \approx 2;$$

3. Радиус орбиты электрона для $n = 2$:

$$r_2 = \frac{2^2 \hbar^2}{km_e e^2} \approx \frac{4 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 1,91 \cdot 10^{-10} \text{ м} \approx 2 \text{ А};$$

37. Атом водорода излучил квант света с $\lambda = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Во сколько ζ раз изменился радиус орбиты электрона?

Решение

1. Радиусы первой и второй орбиты электрона:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{km_e e^2}; \quad r_2 = \frac{\hbar^2}{km_e e^2} \frac{\lambda R}{\lambda R - 1};$$

2. Отношение радиусов:

$$\zeta = \frac{r_2}{r_1} \approx \frac{6,56 \cdot 10^{-7} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{7,196 - 1} \approx 1,16;$$

38. Используя боровскую модель атома водорода, найти радиус орбиты, при переходе на которую электрона в спектре испускания наблюдаются линии серии Бальмера.

Решение

1. Спектральная серия Бальмера описывается уравнением:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad \Rightarrow \quad n = 2;$$

2. Радиус орбиты:

$$r_2 = \frac{n^2 \hbar^2}{km_e e^2} = \frac{4 \hbar^2}{km_e e^2} \approx \frac{4 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 1,91 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

39. Найти энергии, соответствующие первым трём линиям серии Бальмера атома водорода.

Решение

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad \Rightarrow \quad (n = 2; m = 3, 4, 5) \quad \frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \Delta \varepsilon;$$

$$\Delta \varepsilon_1 = hcR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \approx 2,184 \cdot 10^{-18} \cdot 0,14 \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,875 \text{ эВ}$$

$$\Delta \varepsilon_2 = hcR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \approx 2,18 \cdot 10^{-18} \cdot 0,187 \approx 4,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,56 \text{ эВ};$$

$$\Delta \varepsilon_3 = hcR \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) \approx 2,184 \cdot 10^{-18} \cdot 0,21 \approx 4,58 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,86 \text{ эВ};$$

40. В результате поглощения кванта света электрон в атоме водорода перешёл с первой боровской орбиты на вторую орбиту. Определить длину волны и частоту поглощённого кванта.

Решение

1. Длина волны падающего фотона:

$$\frac{hc}{\lambda} = hcR \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hcR; \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{3R}{4};$$

$$\lambda = \frac{4}{3R} \approx \frac{4}{3 \cdot 1,097 \cdot 10^7} \approx 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

2. Частота падающего фотона:

$$\nu = \frac{3}{4}cR = \frac{c}{\lambda} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{1,22 \cdot 10^{-7}} \approx 2,468 \cdot 10^{15} \text{ Гц};$$

41. В каком диапазоне длин волн лежит излучение атома водорода?

Решение

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad n_{\min} = 1; \quad n_{\max} \rightarrow \infty;$$

$$\lambda_{\min} \approx \frac{1}{R} \approx 9,14 \cdot 10^{-8} \text{ м}; \quad \lambda_{\max} \rightarrow \infty;$$

42. Для атома водорода рассчитать максимальную и минимальную частоты, соответствующие серии Бальмера ($n = 2$).

Решение

1. Для спектральной серии Бальмера, когда перемещение электронов происходит на вторую боровскую орбиту, справедливо уравнение:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right);$$

2. Как видно из данных рис. 42 головная линия серии возникает при перескоке электрона с третьего уровня во второй:

$$\nu_{3 \rightarrow 2} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \approx \frac{5}{36} Rc;$$

$$\nu_{3 \rightarrow 2} \approx \frac{5}{36} \cdot 3,291 \cdot 10^{15} \approx 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

3. максимальная частота излучения будет иметь место при:

$$\nu_{\infty \rightarrow 2} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \approx \frac{1}{4} Rc;$$

$$\nu_{\infty \rightarrow 2} \approx 0,25 \cdot 3,291 \cdot 10^{15} \approx 8,23 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

43. Определить длину волны первой спектральной линии серии Бальмера.

Решение

1. Как видно из данных рис. 42 головная линия серии (наименьшая частота) возникает при перескоке электрона с третьего уровня во второй:

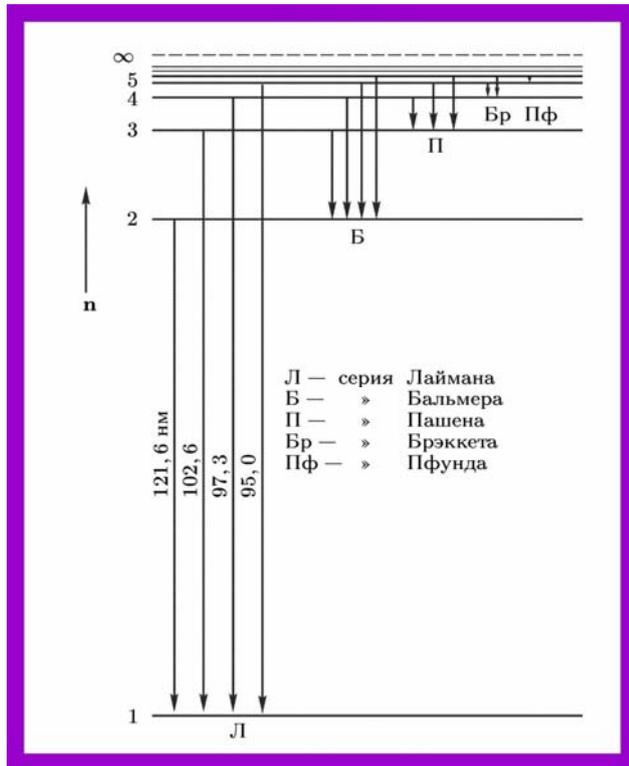


Рис. 42. Спектр атома водорода

$$\nu_{3 \rightarrow 2} = R_c \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \approx \frac{5}{36} R_c; \Rightarrow \lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{36}{5} R \approx 656 \text{ нм};$$

44. Частота, излучаемая одной из линий Бальмера атома водорода $\nu_i = 6,17 \cdot 10^{14}$ Гц. Оценить значение двух ближайших частот этой серии.

Решение

1. Номер боровской орбиты с которой электрон попадает на вторую боровскую орбиту:

$$\nu_i = R_c \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m_i^2} \right); \quad \frac{\nu_i}{R_c} = \frac{1}{4} - \frac{1}{m_i^2}; \quad \frac{1}{m_i^2} = \frac{1}{4} - \frac{\nu_i}{R_c} = \frac{R_c - 4\nu_i}{4R_c};$$

$$m_i^2 (R_c - 4\nu_i) = 4R_c; \quad m_i = \sqrt{\frac{4R_c}{R_c - 4\nu_i}} \approx \sqrt{\frac{4 \cdot 3,291 \cdot 10^{15}}{3,291 \cdot 10^{15} - 2,468 \cdot 10^{15}}} \approx 4;$$

2. Таким образом, соседние с заданной частотой будут наблюдаться при $m_1 = 3$ и $m_2 = 5$:

$$\nu_{3 \rightarrow 2} = R_c \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right); \quad \nu_{3 \rightarrow 2} \approx 0,14 R_c \approx 0,14 \cdot 3,291 \cdot 10^{15} \approx 4,61 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

$$\nu_{5 \rightarrow 2} = R_c \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right); \quad \nu_{5 \rightarrow 2} \approx 0,21 R_c \approx 0,21 \cdot 3,291 \cdot 10^{15} \approx 6,9 \cdot 10^{14} \text{ Гц};$$

45. Определить длину волны фотона, излучаемого боровским атомом водорода при переходе с четвертой орбиты на третью.

Решение

1. Излучение будет иметь место в инфракрасной области спектра (серия Пашена), потому что $n = 3$:

$$\frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right);$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0,0486 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \approx 5,33 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}; \quad \lambda \approx 1,97 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

46. Атом водорода переходит с первого энергетического уровня на третий. Сколько линий ζ можно обнаружить в спектре испускания такого атома? Определить длину волны этих линий.

Решение

1. Варианты перехода атома: $1 \rightarrow 2$; $1 \rightarrow 3$; $2 \rightarrow 3$, $\Rightarrow \zeta = 3$;

2. Длины волн, излучаемых при указанных выше переходах:

$$\frac{1}{\lambda} = R\mathfrak{N}; \quad \mathfrak{N} = \left(1 - \frac{1}{m^2} \right); \quad \lambda = \frac{1}{R\mathfrak{N}} = \frac{m^2}{R(m^2 - 1)};$$

3. Переход $1 \rightarrow 2$: $n = 1, m = 2$

$$\lambda_1 = \frac{4}{3R} \approx 1,21 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

4. Переход $1 \rightarrow 3$: $n = 1, m = 3$:

$$\lambda_2 = \frac{1}{R\mathfrak{N}} = \frac{m^2}{R(m^2 - 1)} \approx \frac{9}{1,097 \cdot 10^7(9 - 1)} \approx 1 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

5. Переход $2 \rightarrow 3$: $n = 2$, $m = 3$:

$$\frac{1}{\lambda_3} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = 0,14R; \quad \lambda_3 = \frac{1}{0,14R} \approx 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

47. Атом водорода, находящийся в основном состоянии, переводят в возбуждённое состояние. При возвращении атома в основное состояние в спектре излучения последовательно наблюдаются два световых кванта с длинами волн $\lambda_1 = 1,876 \cdot 10^{-6}$ м и $\lambda_2 = 1,03 \cdot 10^{-7}$ м. На каком энергетическом уровне находился атом в возбуждённом состоянии?

Решение

1. Определим энергетический уровень, соответствующий λ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{1}{R\mathfrak{N}} = \frac{m_2^2}{R(m_2^2 - 1)}; \quad m_2 = \sqrt{\frac{\lambda_2 R}{\lambda_2 R - 1}} \approx \sqrt{\frac{1,03 \cdot 10^{-7} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{1,03 \cdot 10^{-7} \cdot 1,097 \cdot 10^7 - 1}} \approx 3;$$

2. Излучение фотона с длиной волны λ_2 произошло при возвращении электрона на третий уровень, например с четвёртого уровня, проверим:

$$\frac{1}{\lambda_x} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right);$$

$$\frac{1}{\lambda_x} = 0,0486 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \approx 5,3326 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}; \quad \lambda_x \approx 1,8757 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

3. Таким образом, атом в возбуждённом состоянии находился при $m = 4$;

48. Длина волны, излучаемая атомом водорода при переходе электрона на второй энергетический уровень с четвёртого, $\lambda = 4850$ нм. Определить минимальную длину волны, излучаемую атомом при переходе электрона на первый энергетический уровень. Постоянную Ридберга считать неизвестной величиной.

Решение

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right); \\ \frac{1}{\lambda_x} &= R \left(1 - \frac{1}{16} \right); \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_x}{\lambda} = \frac{4-1}{16-1} = \frac{3}{15}; \quad \lambda_x = \frac{3}{15} \lambda \approx 9,7 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

49. Разрядная трубка заполнена водородом при низком давлении. При каком напряжении на электродах будет происходить возбуждение атомов?

Решение

1. Для возбуждения атома водорода необходимо электрону сообщить минимальную энергию, необходимую для перевода его с первой бордовской орбиты на вторую бордовскую орбиту:

$$h\nu = eU = hcR \left(1 - \frac{1}{4} \right); \quad eU = \frac{3}{4} hcR; \quad U = \frac{3hcR}{4e};$$

$$U \approx \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-25} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10,28 \text{В};$$

50. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 16,5$ эВ выбил электрон из невозбуждённого атома водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра?

Решение

1. Для того чтобы электрон начал путешествие атом перед этим должен быть ионизирован, т.е. энергия фотона будет расходоваться на ионизацию атома и на сообщении электрону кинетической энергии:

$$\frac{m_e v^2}{2} = \varepsilon_f - \varepsilon_i; \quad \varepsilon_i \approx 13,56 \text{эВ} \cong 2,197 \cdot 10^{-18} \text{ Дж};$$

2. Скорость электрона:

$$v = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_f - \varepsilon_i)}{m_e}} \approx \sqrt{\frac{2(16,5 - 13,56) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx 9,74 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

51. Атом водорода поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 8 \cdot 10^{-8}$ м. При этом произошла ионизация атома. С какой скоростью двигался вдали от ядра вырванный электрон?

Решение

1. Энергия поглощённого фотона:

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{8 \cdot 10^{-8}} \approx 2,5 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \cong 15,625 \text{эВ};$$

2. Скорость удалённого с орбиты электрона:

$$v = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_f - \varepsilon_i)}{m_e}} \approx \sqrt{\frac{2(15,625 - 13,56) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \approx 7,04 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

52. Покоившийся атом водорода испустил фотон при переходе из состояния $n = 2$ в основное состояние $n = 1$. Какую скорость приобрёл при этом атом?

Решение

1. Модуль импульса фотона в соответствии с законом сохранения импульса будет равен модулю импульса протона (ядра атома водорода):

$$|p_f| = \frac{h}{c} = m_p v_p = \frac{hcR}{c} \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} hR; \quad v_p = \frac{3hR}{4m_p};$$

$$v_p \approx \frac{3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27}} \approx 3,262 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

53. Первоначально неподвижный атом водорода испустил фотон с длиной волны $\lambda = 121,5$ нм. Какую скорость приобрёл атом водорода?

Решение

1. . Модуль импульса фотона в соответствии с законом сохранения импульса будет равен модулю импульса протона (ядра атома водорода):

$$|p_f| = \frac{hc}{\lambda c} = m_p v_p; \quad v_p = \frac{h}{m_p \lambda} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,672 \cdot 10^{-27} \cdot 1,215 \cdot 10^{-7}} \approx 3,26 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

54. Какую наименьшую энергию W_{\min} должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода. Какую наименьшую скорость должны иметь эти электроны?

Решение

1. Полный состав спектра излучения появится при ионизации атома, т.е. при удалении единственного электрона на достаточно большое расстояние, где электростатическое действие ядра пренебрежимо мало:

$$W_{\min} = W_i = eU_i = \frac{m_e v^2}{2}; \quad U_i = \frac{hcR}{e} \approx 13,56 \text{ В};$$
$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU_i}{m_e}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 13,56}{9,91 \cdot 10^{-31}}} \approx 2,1 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

55. В каких пределах должны лежать длины волн λ монохроматического света, чтобы при возбуждении атома водорода квантами этого света наблюдались три спектральные линии?

Решение

1. Чтобы в излучении присутствовало три спектральные составляющие необходимо, чтобы электрон осуществил переход с первого энергетического уровня на третий энергетический уровень:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{n^2 m^2}{R(m^2 - n^2)}; \quad (n = 1; m_1 = 2; m_2 = 3);$$

2. Для минимальной длины волны λ_{\min} ($n = 1, m = 2$)

$$\lambda_{\min} = \frac{4}{1,097 \cdot 10^7 (4 - 1)} \approx 1,215 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

3. Для максимальной длины волны λ_{\max} ($n = 1, m = 3$)

$$\lambda_{\max} = \frac{4}{1,097 \cdot 10^7 (9 - 1)} \approx 4,55 \cdot 10^{-8} \text{ м};$$

56. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 486 \text{ нм}$?

Решение

1. Частота излучения, в соответствии с постулатом Бора, определяется изменением энергии при орбитальных переходах:

$$\varepsilon_f = hv = \Delta W; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\Delta W}{h};$$

2. С другой стороны:

$$v = \frac{c}{\lambda}; \Rightarrow \frac{\Delta W}{h} = \frac{c}{\lambda};$$
$$\Delta W = \frac{ch}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{4,86 \cdot 10^{-7}} \approx 4,12 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,57 \text{ эВ};$$

57. Электрон, пройдя разность потенциалов $U = 4,9$ В сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбуждённое состояние. Какую длину волны будет иметь фотон при возвращении атома в нормальное энергетическое состояние?

Решение

1. По закону сохранения энергии:

$$\Delta W = \frac{ch}{\lambda} = eU; \Rightarrow U = \frac{ch}{e\lambda}; \Rightarrow \lambda = \frac{ch}{eU} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,9} \approx 3,25 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

58. Какую скорость приобретает покоящийся атом водорода, поглощая фотон и переходя в первое возбуждённое состояние?

Решение

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = hR \left(1 - \frac{1}{4} \right) = m_p v_p; \Rightarrow v_p = \frac{3hR}{4m_p};$$
$$v_p \approx \frac{3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27}} \approx 3,262 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

59. Атом водорода поглощает фотон, вследствие чего электрон, находившийся на второй боровской орбите, вылетает из атома со скоростью $v_e = 6 \cdot 10^5$ м/с. Чему равна частота фотона?

Решение

1. При поглощении фотона справедлив закон сохранения энергии;

$$\varepsilon_f = hv = \varepsilon_e + \varepsilon_p; \quad hv = \frac{m_e v_e^2}{2} + cRh \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{m_e v_e^2}{2} + \frac{cRh}{4};$$
$$v = \frac{m_e v_e^2}{2h} + \frac{cR}{4} \approx \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3,6 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} + \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4} \approx 3,54 \cdot 10^{15} \text{ Гц};$$

60. Покоящийся атом водорода в основном состоянии ($n = 1$) поглотил фотон и перешёл в состояние с $n = 2$. найти частоту поглощения фотона и скорость атома.

Решение

1. Частота поглощённого фотона:

$$hv = hcR \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hcR; \Rightarrow v = \frac{3cR}{4} \approx \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4} \approx 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Гц};$$

2. Скорость протона в соответствии с законом сохранения импульса:

$$m_p v_p = \frac{hv}{c}; \Rightarrow v_p = \frac{hv}{m_p c} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,46 \cdot 10^{15}}{1,672 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 3,25 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

61. Атом водорода испустил фотон при переходе электрона со второй орбиты на первую боровскую орбиту. Испущенный атомом фотон попал на фотокатод и вышиб из него фотоэлектрон. Определить максимальную скорость фотоэлектрона, если работа выхода фотоэлектрона из материала фотокатода $A = 8,2$ эВ.

Решение

1. Энергия испущенного фотона:

$$\varepsilon_f = h\nu = \frac{3}{4}hRc;$$

2. Уравнение внешнего фотоэффекта:

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \frac{3}{4}hRc - A; \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{3}{4}hRc - A \right)};$$

$$v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-25} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,097 \cdot 10^7}{4} - 8,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \right)} \approx 8,5 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

62. Определить длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

Решение

1. Условие излучения фотона при переходе электрона с одной орбиты на другую:

$$h\nu = \varepsilon_m - \varepsilon_n; \Rightarrow \nu = RcZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad (n=1; m=2) \Rightarrow \nu = \frac{3RcZ^2}{4};$$

2. С другой стороны:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3RcZ^2}{4}; \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3RZ^2}; \quad Z_{\text{He}} = 2; \quad \lambda = \frac{4}{3 \cdot 1,097 \cdot 10^7 \cdot 4} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ м};$$

63. Почему, при разработке квантовой теории атома, возникла необходимость введения понятия корпускулярно-волнового дуализма?

Решение

1. Когда Франческа Гримальди открыл явление дифракции стало очевидным, по крайней мере на какой-то промежуток времени, что свет представляет собой волну. В XIX в. с.л. эксперименты по дифракции и интерференции света были, как казалось, убедительным подтверждением волновой природы света. Успехи электродинамики Максвелла, Герца, Хевисайда стали теоретической основой рассмотрения света как электромагнитной волны со всеми вытекающими отсюда обстоятельствами.

2. Исследования излучения абсолютно-чёрного тела и явления фотоэффекта снова поставили вопрос о правомочности представления света, как электромагнитной волны. В этих явлениях свет проявлял себя с явно корпускулярных позиций.

3. Электроны, изначально считавшиеся корпускулами, обладающими собственной массой и зарядом, при направлении их потока на узкие щели начинали демонстрировать склонность к дифракции, т.е. вели себя как волны.

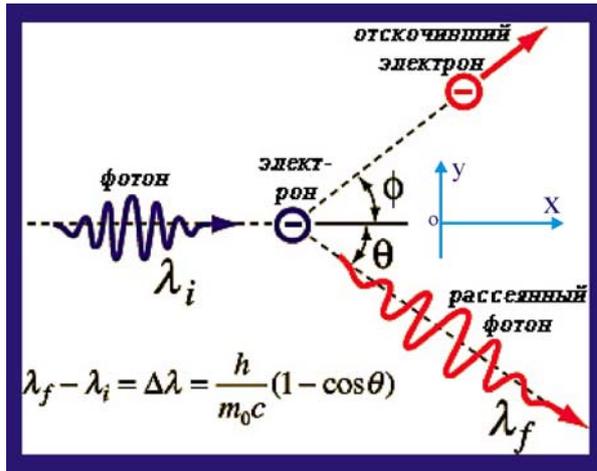


Рис. 63.1. Эффект Комптона

4. В 1924 г. американский физик **Артур Холи Комpton** экспериментально обнаружил взаимодействие фотона с электроном, он обнаружил рассеяние фотонов на электронах.

5. Представим себе, что фотон с энергией:

$$\varepsilon_f = h\nu_i = \frac{hc}{\lambda_i},$$

сталкивается с электроном с массой покоя m_0 . По классическим представлениям для случая столкновения возможно отметить

следующие закономерности.

- **Сохранение энергии:** до столкновения:

$$\varepsilon_f + \varepsilon_0 = \varepsilon_f^* + \varepsilon_0^*,$$

сумма энергии налетающего фотона и энергии покоя электрона должна быть равна сумме энергии фотона и электрона после столкновения.

Сохранение импульса: Сумма проекций импульса фотона до столкновения

$$p_f = \frac{h\nu_i}{c} = \frac{h}{\lambda_i},$$

на оси декартовой системы координат (рис. 63.1) должен быть равен сумме компонент импульсов электрона и рассеянного фотона после столкновения.

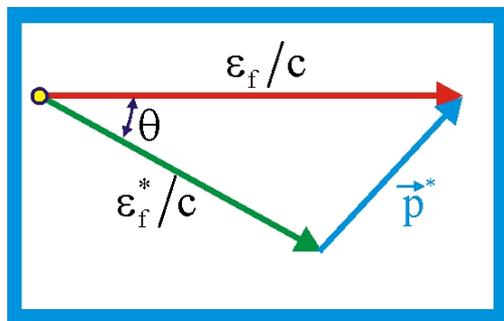


Рис. 63.2. Векторная сумма

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_f + m_0c^2 &= \varepsilon_f^* + E_0^*; \\ (p^*)^2 &= \left(\frac{\varepsilon_f}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{\varepsilon_f \varepsilon_f^*}{c^2}\right) \cos \theta + \left(\frac{\varepsilon_f^*}{c}\right)^2; \end{aligned} \right\}$$

второе равенство записано на основании применения теоремы косинусов к треугольнику, построенному на векторах импульсов.

6. Связь между импульсом и энергией в различных системах отсчёта определяется соотношением:

$$E^2 - (pc)^2; \quad E = mc^2; \quad p = mv; \quad mc^4 - m^2v^2c^2 = \frac{m_0^2c^4}{\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{1-\beta^2};$$

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4;$$

7. Используя последнее соотношение, определим из первого уравнения системы величину E_0^{*2} , а из второго уравнения $p^{*2}c^2$:

$$\left. \begin{aligned} E_0^{*2} &= (\varepsilon_f - \varepsilon_f^* + m_0c^2)^2 = \varepsilon_f^2 + \varepsilon_f^{*2} + m_0^2c^4 - 2\varepsilon_f\varepsilon_f^* + 2\varepsilon_fm_0c^2 - 2\varepsilon_f^*m_0c^2; \\ (p_f^*)^2 &= \varepsilon_f^2 - 2\varepsilon_f\varepsilon_f^* \cos \theta + \varepsilon_f^{*2}; \end{aligned} \right\}$$

Тогда уравнение взаимосвязи энергии и импульса представится так:

$$\varepsilon_f - \varepsilon_f^* = \frac{\varepsilon_f \varepsilon_f^*}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta);$$

С учётом того, что

$$\varepsilon_f = \hbar \omega; \quad \varepsilon_f^* = \hbar \omega^*; \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda},$$

окончательно получим:

$$\lambda_f^* - \lambda_f = \lambda_C (1 - \cos \theta); \quad \lambda_f^* - \lambda_f = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta);$$

где $\lambda_C = 2\pi \hbar / m_0 c$ – комптоновская длина волны электрона, $\lambda_C \approx 2,426 \cdot 10^{-12}$ м.

Величина λ_C – это длина волны фотона с энергией $m_0 c^2$, т.е. с энергией покоя электрона.

8. Комптон измерил λ^* в зависимости от углов θ и получил результат близкий к записанному выше уравнению, показав, тем самым, что фотоны ведут себя как типичные частицы не только при фотоэффекте, но и в процессах рассеяния.

9. Луи де Бройль, пытаясь объединить волновые и корпускулярные свойства, выдвинул гипотезу, сопоставляющую движущуюся частицу с длиной волны:

$$\lambda = \frac{h}{p};$$

10. Так, например, электрон с энергией $K_e = 100$ эВ сопоставлялся с длиной волны λ_e :

$$K_e = \frac{m_e v_e^2}{2}; \quad p = m_e v_e; \quad p = \sqrt{2m_e K_e};$$

$$\lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e K_e}} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

Что соответствует спектру мягкого рентгеновского излучения.

11. Волновые свойства электронов были экспериментально обнаружены при исследовании их дифракции на кристаллических структурах и на щелях (рис. 63.3)

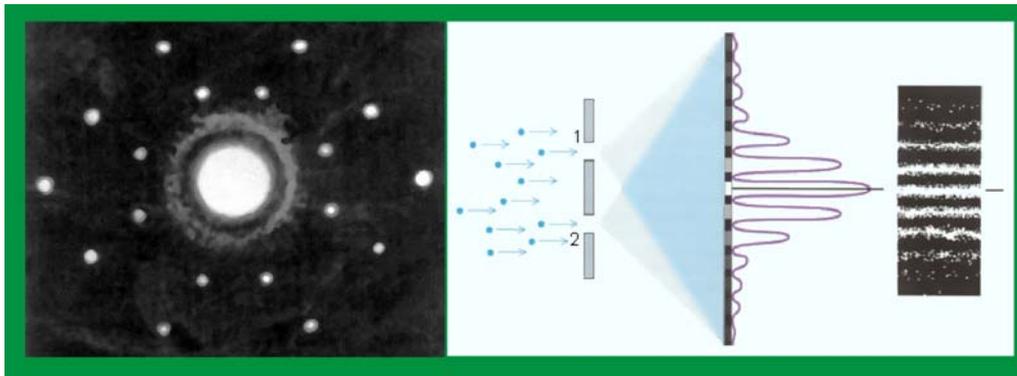


Рис. 63.3. Дифракция электроном на кристаллах алюминия и на двух щелях

12. Эксперименты убедительно показывали, что вещество и излучение имеют двойную природу: электрон распространяется в виде волны, а свет взаимодействует с веществом подобно частицам. Существующее в действительности излучение всегда представляет собой некую суперпозицию волн, т.е. набор

волн с различными частотами. Если частоты заключены в узкой области около центральной частоты, то интерференция таких волн называется конструктивной

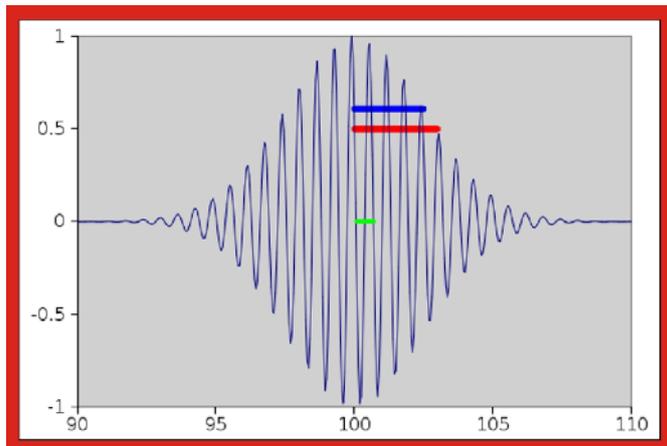


Рис. 63.4. Волновой пакет (фотон)

в данной области пространства. Такая изолированная группа колебаний называется волновым пакетом (или фотоном) и распространяется она в пространстве со скоростью света c (рис. 63.4).

13. Интервал частот, соответствующий фотону довольно узкая. Так, например фотон радикально жёлтого цвета с частотой $\nu \approx 5 \cdot 10^{14}$

Гц область частот вокруг центральной частоты соответствует:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 2 \cdot 10^{-6},$$

при средней длине волны $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-7}$ м разброс частот заключён в диапазоне:

$$5,99999 \cdot 10^{-7} \text{ м} \leq \lambda_0 \leq 6,00001 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

Это означает, в частности, что, строго говоря, ни одна спектральная линия не является абсолютно резкой, любая спектральная линия имеет естественную ширину. Приведенный на рис. 63.4 волновой пакет составлен из более чем 10^7 отдельных волн. Вместе с тем при взаимодействии с электроном такой пакет будет вести себя как вполне дискретное образование, т.е. будет взаимодействовать с каждым электроном в отдельности.

14. Таким образом, приведенные данные позволяют сделать следующие выводы:

- Отдельные электроны или фотоны обнаруживают волновые свойства, т.е. они способны интерферировать между собой.
- Отдельные электроны или фотоны демонстрируют и корпускулярное поведение, состоящее в том, что взаимодействие происходит в дискретных точках пространства, но указать конкретные координаты взаимодействия можно только в вероятностном смысле. Как было установлено экспериментально, распределение вероятностей, описывающих взаимодействие электронов и фотонов с веществом, удовлетворительно совпадает с предсказаниями волновой теории.

15. Корпускулярно-волновой дуализм подчёркивает, что электроны и фотоны в общем случае не подчиняются классическим законам механики, отсюда и некоторая двусмысленность их поведения.

64. В чём проявляется парадоксальность поведения частиц и как это объясняется принципом неопределённости Гейзенберга?

Решение

1. Излучение абсолютно-чёрного тела, явление фотоэффекта, эффект Комптона, дифракция электронов на щелях и кристаллических структурах лишили

специалистов и любителей конкретики. Особенно в конце XIX и начале XX века с.л. Оказалось, что кирпичики мироздания, о которых впервые в V веке до с.л. упомянул Демокрит, являются, что характерно, одновременно частицами и волнами. Это не для слабонервных классиков, воспитанных на традициях и железной логике. Не спятить от утверждения «электрон является одновременно частицей и воной» было весьма затруднительно.

2. Для прояснения сути парадокса воспроизведём эксперимент Юнга с двумя щелями. Только вместо фотонов (световых волн) будем использовать пучок высокоскоростных электронов, которые к удивлению наблюдателей на экране за щелями создавали ярко выраженную интерференционную картинку.

3. В случае с фотонами парадокс «частица-волна» можно объяснить тем фактом, что каждый фотон, будучи волновым порождением, расщепляется и одновременно стремится проникнуть в обе щели, после которых интерферирует сам с собой. Гипотеза конечно не без греха, но вполне имеет право на существование на правах первоначальной идеи.

4. А как в таком случае приложить эту гипотезу к электрону, который, как известно, никогда не был замечен в склонности к расщеплению. Электрон может проникнуть на экран только через одну из щелей, причём либо через первую, либо через вторую, но никак не одновременно. На экране должны наблюдаться два колоколообразных распределения интенсивностей.

5. В реальности же на экране появлялась конкретное интерференционное распределение с максимумом в середине картинке, как раз напротив непроницаемого участка диафрагмы со щелями.

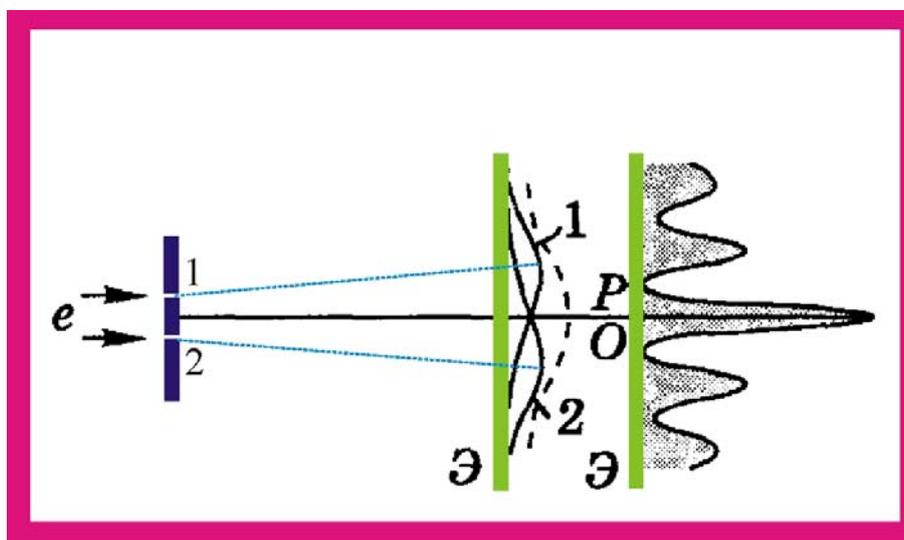


Рис. 64. Интерференция электронов на двух щелях

6. Картинка выглядела, мягко говоря, странновато. Если, к примеру, открыть одну из щелей, то в точку экрана P попадает определённое количество электронов, например, по 1000 электронов в секунду, а если открыть обе щели – то ни одного. Другими словами, установить через какую щель проходит электрон, не представляется возможным

7. Единственным способом толкования полученных результатов оставался старый, добрый, проверенный временем математический формализм, к которому так удачно прибег Макс Планк при описании излучения абсолютно чёрного тела.

8. В соответствии с таким формализмом каждой частице необходимо приписать некую комплексную функцию $\Psi(r,t)$, формально похожую на функцию, описывающую классическую волну

$$\xi(r,t) = \xi_m \cos(\omega t - kr),$$

в связи, с чем функцию $\Psi(r,t)$ часто называют **волновой функцией**. Отсутствие возможности установить, через какую щель проходит электрон, приводит к полной девальвации понятия траектории, столь понятное и любимое в классической механике. Вместе с тем, если длина волны де Бройля становится много меньше ширины щелей, то электроны начинают вести себя как типичные частицы и обретают свойство двигаться по вполне определённым траекториям. Другими словами, электрон становится классической корпускулой.

9. Встал очередной, совсем не праздный вопрос: «Где лежит обоснованная граница между классической и квантовой механикой?». Пришлось снова прибегать к исключительно религиозным приёмам описания Мира. Постулировали же постоянство скорости света и невозможность его достижения материальными объектами. Хотя этот формализм, напомним, был запущен в оборот незабвенным Хендриком Лоренцем при успешной попытке совмещения электродинамики Максвелла, Герца, Хевисайда с классическим принципом относительности Галилея. Ведь сработало же. Да ещё как сработало!

10. В оборот был запущен критерий, связанный с постоянной Макса Планка. Физическая размерность постоянной Планка \hbar :

$$[\hbar] = \text{Дж} \cdot \text{с} \text{ (энергия} \cdot \text{ время)}; \quad [\hbar] = mv\tau = \text{Дж} \cdot \text{с} \text{ (момент импульса)};$$

Постоянная Планка является квантом действия. В этом случае можно ввести некую характеристическую величину H , совпадающую по размерности с постоянной Планка, и далее сравнивать их значения. Если значение H много больше \hbar , то ситуацию можно рассматривать как классическую, а если меньше или соизмерим, то уж извините – ситуация квантовая.

11. Пусть груз математического маятника с длиной нити подвеса $\ell = 1$ м и массой груза $m = 0,1$ кг, подняли над уровнем равновесия на высоту $h = 0,1$ м. Определим максимальную энергию его колебаний, используя классический закон сохранения:

$$U = K; \quad mgh = \frac{mv^2}{2} = 0,1 \cdot 9,82 \cdot 0,1 \approx 9,82 \cdot 10^{-2} \text{ Дж};$$

Характерным временным параметром процесса является период колебаний маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \approx 6,28 \sqrt{\frac{1}{9,82}} \approx 2 \text{ с};$$

Характеристическая величина действия в этом случае определится как:

$$H = K_m T \approx 0,198 \text{ Дж} \cdot \text{с};$$

Сравним далее H с постоянной Планка

$$\wp = \frac{H}{\hbar} \approx \frac{0,198}{1 \cdot 10^{-34}} \approx 2 \cdot 10^{33};$$

В данном случае $\wp \gg \hbar$, т.е. описание процесса, подчиняется классическим законам и о квантовых эффектах можно не вспоминать. Макромир, одним словом. Другое дело электроны со щелями, сам электрон настолько мал массой и объемом в котором она локализована, что ситуация будет прямо противоположной $\wp \leq \hbar$, т.е. явно превалируют квантовые закономерности, а действие силы тяжести можно не учитывать.

12. В классической механике при описании состояния систем оперировали такими понятиями как: траектория, путь, перемещение, энергия, импульс, момент импульса и т.д. Зная зависимость координат исследуемого объекта от времени (уравнения движения) можно однозначно было определить все интересующие параметры. Реальное же поведение микрочастиц показывало, что существуют реальные пределы точности, с которой те или иные характеристики могут быть указаны или измерены.

13. Анализ причин, приводящих к существованию такого предела, провёл в 1927 г. **Вернер Карл Гейзенберг**, которые теперь называют **принципом неопределённости** имени автора. Гейзенбергом были предложены два соотношения неопределённостей.

- Первое из них ограничивает точности **одновременного** измерения координат и соответствующих проекций импульса частицы:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar;$$

- Второе соотношение устанавливает неопределённость измерения энергии $\Delta \varepsilon$ за данный промежуток времени $\Delta \tau$:

$$\Delta \varepsilon \cdot \Delta \tau \geq \hbar;$$

14. Первое соотношение неопределённости указывает, что одновременное изменение координаты частицы и её импульса может быть проведено с точностью:

$$\Delta p_x \approx \frac{\Delta x}{\hbar};$$

15. Второе соотношение говорит о том, что для измерения энергии с погрешностью $\Delta \varepsilon$ необходимо время, не меньшее чем:

$$\Delta \tau \approx \frac{\hbar}{\Delta \varepsilon};$$

16. Принцип неопределённости Гейзенберга позволяет сделать ряд важных для квантовой механики выводов:

- Невозможно состояние, в котором бы частица находилась состоянии покоя;
- При рассмотрении квантовых объектов не существует самого понятия траектории;
- Теряет смысл деление энергии квантовой частицы на потенциальную энергию U и кинетическую энергию K . Потенциальная энергия зависит от координат:

$$U = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz,$$

т.е. от траектории, понятия которой в квантовой механике неоднозначно. Кинетическая же энергия зависит от импульса. Обе эти динамические характеристики движения не могут одновременно иметь определённые значения.

65. Используя принцип неопределённости Гейзенберга, оценить размеры атома водорода.

Решение

1. Точное положение электрона в атоме запрещено принципом неопределённости, в противном случае был бы огромный разброс в его импульсе:

$$\Delta p_x \approx \frac{\Delta x}{h};$$

2. Предположим, что разброс энергии электрона в поле сил Кулона ядра соответствует случаю $\Delta r \approx r$, $\Delta p \approx p \approx \hbar/r$. Полная энергия электрона в этом случае может быть представлена следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} - k \frac{e^2}{r} \approx \frac{\hbar^2}{2mr^2} - k \frac{e^2}{r};$$

Значение r соответствует минимальной энергии, которую можно найти приравняв производную к нулю:

$$\frac{d\varepsilon}{dr} = -\frac{\hbar^2}{mr^3} + k \frac{e^2}{r^2} = 0;$$

$$r = \frac{\hbar^2}{kme^2} \approx \frac{1 \cdot 10^{-68}}{9 \cdot 10^9 \cdot 1,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} \approx 4,8 \cdot 10^{-11} \text{ м},$$

что, в первом приближении совпадает с боровским радиусом атома водорода.

66. Какую энергию $\Delta\varepsilon$ нужно сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась в ξ раз?

Решение

$$\xi = \frac{\lambda}{\lambda^*} = \sqrt{\frac{K + \Delta\varepsilon}{K}}; \Rightarrow \Delta\varepsilon = K(n^2 - 1) = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}(n^2 - 1);$$

67. Определить дебройлевскую длину волны протонов, если в однородном магнитном поле с индукцией B они движутся по окружности радиуса R .

Решение

1. В соответствии с уравнением второго закона Ньютона:

$$m_p \frac{v^2}{R} = evB; \Rightarrow p_p = m_p v = ReB;$$

2. Длина волны де Бройля:

$$\lambda_p = \frac{h}{p_p} = \frac{h}{ReB} = \frac{2\pi\hbar}{ReB};$$

Ядерная физика

1. Элементы строения атомного ядра

1. Каков состав и основные характеристики атомного ядра?

Решение

1. Эрнст Резерфорд, открывший атомное ядро смог установить, что ядро расположено в центре атома, занимает весьма скромный его объём и имеет положительный заряд. Резерфорду не удалось установить, представляет ли этот положительный заряд единственную пространственную локализацию или он равен сумме нескольких положительно заряженных частиц. Однако Резерфорд отмечал, что центральный заряд атома золота $Q_{Au} \approx 100 e$, т.е. заряд примерно равнялся 49 атомам (ядрам) гелия, каждому из которых имеет заряд $2e$.

2. Идея составного ядра была не новой. Ещё в 1815 г. Уильям Прютт предположил, что все элементы состоят из атомов «первоматерии» в качестве какой считал атом водорода, как самого лёгкого в природе. Об электроны ещё даже не догадывались.

3. Уильям Крукс тоже считал, что в природе существует некая первичная субстанция, из которой состоят все атомы.

4. В начале XX в. было установлено, что в состав ядра входят положительно заряженные частицы, протоны и нейтроны, не несущие заряда. Сообщество протона и нейтрона называют нуклонами.

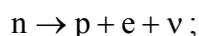
- **Протон** (p) обладает положительным зарядом $+e$ и массой

$$m_p = \begin{cases} 1836,15m_e; \\ 1,00759 \text{ а.е.м.} : 1 \text{ а.е.м} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 931,5 \text{ МэВ}; \\ 938,28 \text{ МэВ}; \end{cases}$$

- **Нейтрон** (n) не несёт электрического заряда, его масса близка к массе протона:

$$m_n = \begin{cases} 1838,68 m_e; \\ 1,00898 \text{ а.е.м.} : 1 \text{ а.е.м} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 931,5 \text{ МэВ}; \\ 939,55 \text{ МэВ}; \end{cases}$$

что на 0,14% или 2,5. m_e больше массы протона. В свободном состоянии нейтрон не стабилен, он самопроизвольно испускает электрон и далее распадается, превращаясь в протон и нейтрино:



Период полураспада нейтронов составляет, примерно, 12 минут.

5. Ядра элементов принято характеризовать двумя основными величинами: зарядовым числом Z и массовым числом A , которое иногда называют атомным номером. Зарядовое число определяет электрический заряд ядра Ze . Массовое

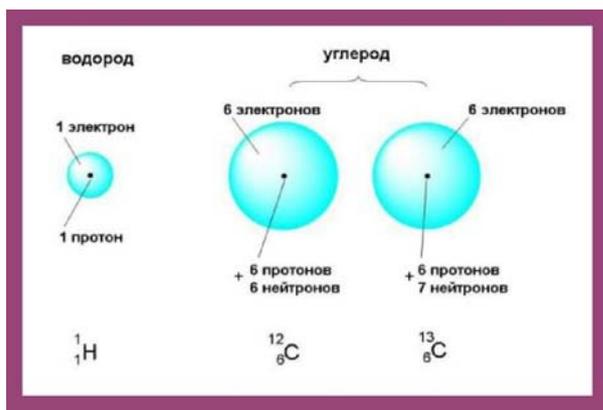


Рис. 1.1 Состав атомных ядер

6. Конкретные атомы с заданным числом протонов и нейтронов принято называть нуклидами. Нуклиды с одинаковым числом протонов, но разным количеством нейтронов называются изотопами. $^{12}_6\text{C}$, $^{13}_6\text{C}$ – изотопы углерода, изотопы водорода ^1_1H , ^2_1H , ^3_1H .

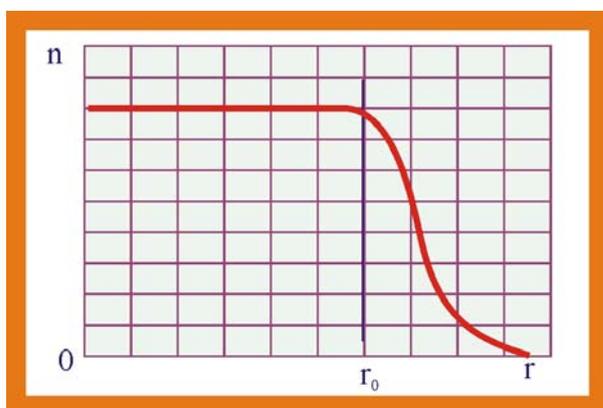


Рис. 1.2. Концентрация нуклонов в функции радиуса

7. На рис 1.2 величина r_0 расстояние от центра ядра, на котором концентрация нуклонов падает в два раза. Приближённо считая ядро сферическим величине r_0 можно оценить, используя выражение:

$$r_0 \approx (1,2 - 1,3) \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-15} \text{ м};$$

7. Из уравнения для r_0 вытекает важный вывод: масса ядра определяется массовым числом A , которое пропорционально его объёму:

$$V \sim r_0^3 \sim A,$$

откуда следует, что плотность ядер у всех атомов примерно одинакова. Расчет показывает, что:

$$\rho \approx 2 \cdot 10^{14} \frac{\text{г}}{\text{см}^3};$$

число определяет количество **нуклонов** в ядре. Число нейтронов определяется как:

$$N = A - Z;$$

Символически ядра атомов принято обозначать верхними и нижними индексами:

$$^A_Z\text{X},$$

например: ^1_1H , ^2_1H , ^3_1H (водород, дейтерий и тритий); ^4_2He (гелий); $^{238}_{92}\text{U}$ (уран).

7. У атомного ядра, как у квантовой системы отсутствует чётко определенная локализация в пространстве, т.е. нет чёткой границы. Экспериментально установлено, что имеется внутренняя область ядра, где плотность ρ ядерного вещества примерно постоянна и внешняя область, в которой плотность падает, практически, до нуля.

8. На рис 1.2 величина r_0 расстояние от центра ядра, на кото-

2. Какое количество нуклонов содержит ядро изотопа плутония $^{239}_{94}\text{Pu}$?

Решение

1. Ядро изотопа плутония имеет зарядовое число $Z = 94$ и массовое число $A = 239$, т.е. в ядре изотопа содержится 239 нуклонов, в том числе нейтронов

$$N = A - Z = 145;$$

3. Определить состав ядер атомов бериллия ${}^9_4\text{Be}$, кремния ${}^{28}_{14}\text{Si}$, брома ${}^{80}_{35}\text{Br}$.

Решение

1. Бериллий ${}^9_4\text{Be}$: количество протонов $Z = 4$, количество нейтронов $N = A - Z = 5$, количество нуклонов $A = 9$.
 2. Кремний ${}^{28}_{14}\text{Si}$: количество протонов $Z = 14$, количество нейтронов $N = A - Z = 14$, количество нуклонов $A = 28$.
 3. Бром ${}^{80}_{35}\text{Br}$: количество протонов $Z = 35$, количество нейтронов $N = A - Z = 45$, количество нуклонов $A = 80$.
-

4. Определить элемент, в ядре которого содержится:
- а) 7 протонов и 7 нейтронов;
 - б) 51 протон и 71 нейтрон;
 - в) 101 протон и 155 нейтронов.

Решение

- а) $A = n_p + n_n = 14, Z = 7 \Rightarrow {}^{14}_7\text{X}; \text{ X} \equiv \text{N}$ азот;
 - б) $A = n_p + n_n = 122, Z = 71 \Rightarrow {}^{122}_{51}\text{X}; \text{ X} \equiv \text{Sb}$ сурьма;
 - в) $A = n_p + n_n = 256, Z = 101 \Rightarrow {}^{256}_{101}\text{X}; \text{ X} \equiv \text{Md}$ менделевий.
-

5. Сколько нуклонов, протонов, нейтронов и электронов содержат нейтральные атомы:

- а) ${}^{24}_{12}\text{Mg}; {}^{25}_{12}\text{Mg}; {}^{26}_{12}\text{Mg};$
- б) ${}^{40}_{18}\text{Ar}; {}^{40}_{20}\text{Ca};$
- в) ${}^{13}_6\text{C}; {}^{14}_7\text{N}?$

Решение

- а) Три изотопа магния:
 - ${}^{24}_{12}\text{Mg}$: нуклонов 24, протонов 12, нейтронов 12, электронов 12.
 - ${}^{25}_{12}\text{Mg}$: нуклонов 25, протонов 12, нейтронов 13, электронов 12.
 - ${}^{26}_{12}\text{Mg}$: нуклонов 26, протонов 12, нейтронов 14, электронов 12.
 - б) Изобары (одинаковое число нуклонов):
 - ${}^{40}_{18}\text{Ar}$: нуклонов 40, протонов 18, нейтронов 22, электронов 18.
 - ${}^{40}_{20}\text{Ca}$: нуклонов 40, протонов 20, нейтронов 20, электронов 20.
 - в) Изотоны (одинаковое число нейтронов):
 - ${}^{13}_6\text{C}$: нуклонов 13, протонов 6, нейтронов 7, электронов 6.
 - ${}^{14}_7\text{N}$: нуклонов 14, протонов 7, нейтронов 7, электронов 7.
-

6. Ядра каких элементов получатся, если в ядрах ${}^3_2\text{He}, {}^7_4\text{Be}, {}^{15}_8\text{O}$ протоны заменить нейтронами, а нейтроны протонами?

Решение

1. Изотоп гелия ${}^3_2\text{He}$: протонов – 2, нейтронов – 1. После замены: нейтронов – 2, протонов – 1, получится тритий ${}^3_1\text{H}$, изотоп водорода (радиоактивный газ);
 2. Изотоп бериллия ${}^7_4\text{Be}$: протонов – 4, нейтронов – 3, после замены: протонов – 3, нейтронов – 4: ${}^7_3\text{Li}$ (литий).
 3. Изотоп кислорода ${}^{15}_8\text{O}$: протонов – 8, нейтронов – 7, после замены: протонов – 7, нейтронов – 8: ${}^{15}_7\text{N}$ (изотоп азота).
-

7. Сколько протонов и нейтронов содержит алюминий ${}^{27}_{13}\text{Al}$ массой $m = 1$ г?

Решение

1. Количество атомов в заданной массе алюминия:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N_x}{N_A}; \Rightarrow N_x = \frac{mN_A}{\mu};$$

2. Заряд всех ядер алюминия, содержащихся в заданной массе, будет равен числу протонов в ядрах:

$$\zeta_p = Z \frac{mN_A}{\mu} \approx 13 \frac{1 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{27} \approx 2,89 \cdot 10^{23};$$

3. Количество нейтронов в ядрах:

$$\zeta_n = (A - Z) \frac{mN_A}{\mu} \approx (27 - 13) \frac{6 \cdot 10^{23}}{27} \approx 3,1 \cdot 10^{23};$$

8. Найти полное число электронов, содержащихся в аргоне ${}^{40}_{18}\text{Ar}$, взятом в объёме $V = 0,5$ л при температуре $t = 100$ °С и давлении $p = 0,6$ атм.

Решение

1. Из уравнения Клапейрона – Менделеева определим количество атомов аргона:

$$pV = \frac{N_x}{N_A} RT; \Rightarrow N_x = \frac{pVN_A}{RT};$$

2. Полное число электронов будет равно полному числу протонов в заданном объёме газа:

$$\zeta_p = \zeta_e = Z \frac{pVN_A}{RT} \approx 18 \frac{6 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{8,3 \cdot 373} \approx 1 \cdot 10^{23};$$

9. Оценить:

- а) концентрацию нуклонов внутри ядра n_N ;
- б) плотность ядерного вещества ρ_N ;
- в) объёмную плотность электрического заряда в ядре ρ_e ;

При оценке считать, что число протонов равным числу нейтронов.

Решение

1. Радиус ядра:

$$r_0 \approx (1,2 - 1,3) \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-15} \text{ м};$$

примем примерно равным $r_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-15}$ м.

2. Объём атомного ядра:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r_0^3;$$

3. Количество нуклонов равно массовому числу ядра:

$$n_N = \frac{1}{V_0} = \frac{3}{4\pi r_0^3} \approx \frac{3}{12,56 \cdot 3,375 \cdot 10^{-45}} \approx 1,18 \cdot 10^{44} \frac{\text{НУКЛОН}}{\text{М}^3};$$

4. Плотность ядерного вещества

$$\rho_{\text{я}} \approx \frac{m_p}{V_0} \approx \frac{3m_p}{4\pi r_0^3} \approx \frac{3 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27}}{12,56 \cdot 3,375 \cdot 10^{-45}} \approx 1,18 \cdot 10^{17} \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$$

5. Объёмная плотность электрического заряда при условии одинакового числа протонов и нейтронов в ядре, т.е. когда $Z = A/2$:

$$\rho_e = \frac{Q_{\text{я}}}{V_0} = \frac{3e}{2 \cdot 4\pi r_0^3} \approx \frac{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{25,12 \cdot 3,375 \cdot 10^{-45}} \approx 5,66 \cdot 10^{24} \frac{\text{КЛ}}{\text{М}^3};$$

10. Во сколько раз радиус ядра атома урана ^{238}U больше радиуса ядра атома водорода ^1H ?

Решение

1. Радиус атомного ядра:

$$r_0 \approx (1,2 - 1,3) \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-15} \text{ м};$$

2. Отношение радиусов ядер заданных элементов:

$$\frac{r_{\text{U}}}{r_{\text{H}}} = \sqrt[3]{\frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{H}}}} = \sqrt[3]{\frac{238}{1}} \approx 6,197;$$

11. Каким бы стал радиус Солнца, если при такой же его массе плотность бы увеличилась до плотности ядерного вещества? Среднюю плотность Солнца принять равной $\langle \rho \rangle \approx 1,41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Решение

1. Взаимосвязь плотности и размеров:

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3; \quad R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}; \quad m_1 = m_2; \quad \Rightarrow \quad \langle \rho \rangle \frac{4}{3} \pi R_1^3 = \rho_{\text{я}} \frac{4}{3} \pi R_2^3;$$

$$\langle \rho \rangle R_1^3 = \rho_{\text{я}} R_2^3; \quad \Rightarrow \quad R_2 = R_1 \sqrt[3]{\frac{\langle \rho \rangle}{\rho_{\text{я}}}} \approx 6,956 \cdot 10^6 \sqrt[3]{\frac{1,41 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^{17}}} \approx 158 \text{ м};$$

12. Какие эффекты возникают вследствие сильного взаимодействия нуклонов в ядре?

Решение

1. В отличие от классических представлений масса ядра не является аддитивной величиной. Если взвесить клубень картофеля, а затем его разрезать на

несколько частей тонким ножом, то сумма масс отдельных частей в пределе будет равна массе исходного клубня. Применительно к ядрам сумма масс содержащихся в нём нуклонов не равна массе ядра. Объясняется этот, на первый взгляд, парадоксальный факт, установленный в многократных экспериментах, тем, что внутри ядра между нуклонами существует сильное взаимодействие.

2. Большинство ядер известных к настоящему времени химических элементов, исключая радиоактивные, пребывают в стабильном состоянии, что говорит о том, что существуют какие-то силы, которые удерживают нуклоны в некоем локальном объёме, хоть и достаточно размытом. Чтобы разделить ядро на отдельные свободные нуклоны нужно произвести некоторую минимальную работу, которая будет характеризовать энергию связи ядра $E_{св}$. Естественно при синтезе ядра из свободных нуклонов, наоборот, энергия будет выделяться.

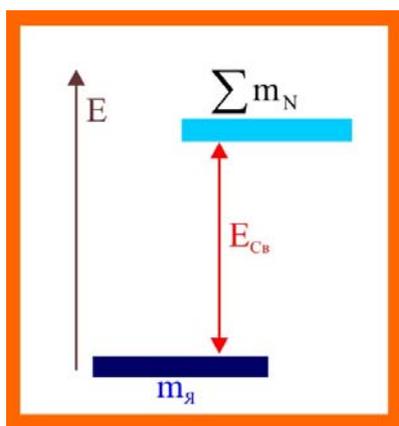


Рис. 12.1. Энергия связи

3. Энергия частицы (не упускаем корпускулярно-волнового дуализма) связана с её массой покоя соотношением Хевисайда $E_0 = mc^2$, которое он записал за долго до Эйнштейна при рассмотрении энергии электромагнитной волны. Используя эту взаимосвязь и представляя массу через энергию, энергию связи можно выразить математически:

$$E_{св} = \sum m_N - m_я,$$

где $\sum m_N$ – суммарная масса нуклонов, $m_я$ – масса ядра, или в более детальном виде:

$$E_{св} = Zm_p + Nm_n - m_я; \quad A = Z + N;$$

4. Полученное уравнение энергии связи не совсем удобно для практического использования, потому что в справочных таблицах, как правило, приводятся не массы ядер, а массы нуклидов, т.е. массы атомов m_a . Соотношение мало изменится, если массу протона заменить массой нуклида ${}^1\text{H}$ (m_H), а массу ядра соответствующей массой атома m_a . В уравнение энергии связи добавятся массы электронов, которые составляют ничтожную долю по сравнению с массой ядра:

$$E_{св} = Zm_H + Nm_n - m_a;$$

5. Для простоты расчетов вводится понятие дефекта массы Δ , величина которой равна разности между массой, выраженной в а.е.м. и массовым числом A ядра или нуклона:

$$\Delta = m - A;$$

$$m_H = 1 + \Delta_H;$$

$$m_n = 1 + \Delta_n;$$

$$m_a = A + \Delta_a;$$

Уравнение энергии связи можно переписать в виде:

$$E_{св} = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta_a; \quad N = A - Z;$$

6. Поскольку химических элементов достаточно много, то необходимо сравнивать энергии связи, проявляющиеся в их ядрах. Для этого была введена специальная величина, традиционная в таких случаях. Мерой прочности ядра является удельная **энергия связи**, т.е. энергия, приходящаяся на один нуклон:

$$\aleph = \frac{E_{св}}{A};$$

Чем большее значение имеет величина \mathcal{N} , тем большую работу нужно совершить, чтобы расщепить ядро на составные элементы.

7. Если в процессе каких-либо катаклизмов ядро расщепляется на две частицы, то уравнение связи в символической форме дефектов масс запишется следующим образом:

$$E_{\text{св}} = \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_a;$$

Как видно из полученных уравнений, все три величины справа представляют дефект масс соответствующих данным ядрам нуклидов, выраженных в а.е.м. или в МэВ.

8. Количество протонов и нейтронов в процессе расщепления не меняется, поэтому уравнение энергии можно представить так:

$$E_{\text{св}} = E_{\text{св(я)}} - (E_{\text{св(1)}} + E_{\text{св(2)}})$$

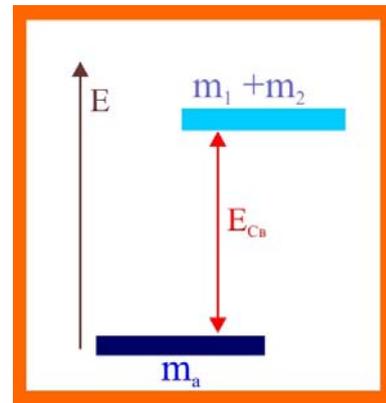


Рис. 12.2. Расщепление ядра

9. Удельная энергия связи зависит от массового числа (рис. 12.3)

Можно, в первом приближении, считать, что для $A \geq 20$ и $A \geq 200$ величина \mathcal{N} меняется незначительно и может быть принята $\mathcal{N} \approx 8$ МэВ/нуклон, что свидетельствует о важном свойстве ядерных сил иметь область насыщения. Полагается, что каждый нуклон может взаимодействовать только с ограниченным количеством соседей, если бы конкретный нуклон взаимодействовал со всеми остальными нуклонами, находящимися в ядре, то для удельной энергии связи была бы характерна зависимость:

$$\mathcal{N} \sim (A - 1);$$

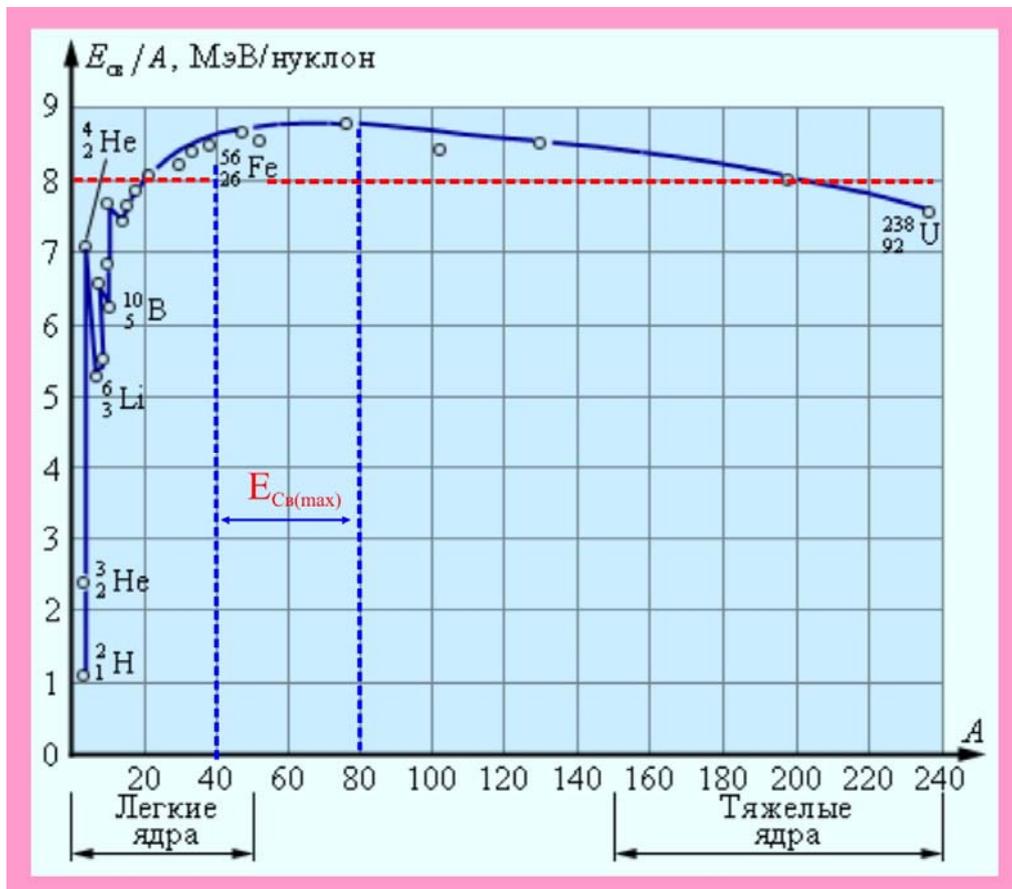


Рис. 12.3. Зависимость удельной энергии связи от массового числа

10. Благодаря свойству насыщения ядерных сил плотность ядерного вещества внутри ядер однородна, и именно в этой связи размеры атомного ядра с массовым числом A :

$$R_{\text{я}} \sim \sqrt[3]{A};$$

11. Поскольку ядерные силы не проявляются заметно вне ядра, то они, по сути своей, являются короткодействующими с радиусом действия, соизмеримым с расстоянием между нуклонами в ядре, порядка $\approx 10^{-15}$ м. Как с ростом A , так и уменьшение A удельная энергия связи уменьшается. Тяжёлым ядрам легче делиться на более лёгкие ядра, которые устойчивее материнского ядра.

12. Из данных рис. 12.3 следует так же, что как при делении, так и при соединении ядер должна выделяться энергия, причём при синтезе ядер она на единицу массы примерно в пять раз больше.

13. Каковы физические особенности ядерных сил?

Решение

1. Поскольку ядра в обычном своём состоянии сохраняют целостность, то ядерные силы являются силами притяжения, причём по величине эти силы превосходят силы электромагнитного отталкивания в сотни раз. Характерными особенностями ядерных сил являются:

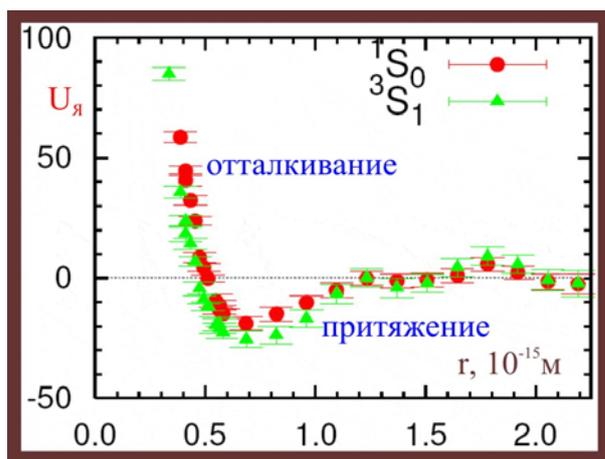


Рис. 13.1. Ядерные силы и расстояния

а) Ядерные силы короткодействующие с радиусом действия $\approx 10^{-15}$ м. На меньших расстояниях

б) Ядерные силы обладают свойством зарядовой независимости, т.е. эти силы проявляются при взаимодействии как нуклонов, нейтронов и протонов:

$$\begin{cases} n \leftrightarrow n; \\ p \leftrightarrow p; \\ n \leftrightarrow p; \end{cases}$$

в) Ядерные силы не являются центральными, т.е. невозможно говорить, что векторы этих сил действуют вдоль линии, соединяющей центры взаимодействующих частиц, как это имеет место для кулоновских и гравитационных сил.

г) Ядерные силы обладают свойством насыщения.

2. При анализе действующих сил классическая физика обычно оперирует силовыми полями, это наглядно и удобно в вычислительном плане. Другими словами в классической физике рассматривается взаимодействие силовых полей. В квантовой физике поступают аналогичным образом. Каждая частица рассматривается как квант поля, который и является транспортёром взаимодействия. Одни частицы при взаимодействии испускают квант поля, а другие частицы его поглощают, таким механизмом взаимодействия частиц. Кстати, в электромагнитных полях, взаимодействие происходит посредством испускания и поглощения фотонов

3. В весьма фривольном приближении можно уподобить нуклоны кармельным шарикам, которые «слипаются» друг с другом при непосредственном

контакте. Те, которые тают не во рту, а в руках. Опыт общения со слипшимися конфетами подсказывает, что величина связывающей их силы совершенно не зависит от того, сколько их находится в кулке.

4. При дальнейшем сближении частиц величина ядерных сил достигает некоторого предела. Если бы такого предела не существовало, ядро сжалось бы в точку, так как только при этом условии потенциальная энергия ядра стала бы равной нулю. Поскольку такой «коллапс» в действительности не происходит, потенциал не убывает неограниченно и притяжение должно уступить место сильному отталкиванию. Таким образом, в нуклоне существует некая «твердая сердцевина», или «кern», радиус которого не превышает $4 \cdot 10^{-16}$ м.

5. Теория ядерных сил к настоящему времени далека от завершения, однако целый ряд их качественных и количественных характеристик определен вполне надёжно.

6. Все известные к настоящему времени поля материальны, поэтому можно с уверенностью считать, что и источником ядерного поля служат материальные объекты.

7. Напомним, что источниками электромагнитного поля являются любые частицы вещества – электроны, протоны и т. д., обладающие электрическим зарядом. Такая же ситуация и с гравитационным взаимодействием. То, что обладает массой, то испытывает гравитационное взаимодействие, исключений нет.

8. Очевидно, что источниками «ядерного поля» являются нуклоны. Они обладают своеобразным «ядерным зарядом», одинаковым по величине и знаку у всех нуклонов (нейтрон + протон) независимо от того, обладает ли нуклон еще электрическим зарядом или нет.

9. Природа ядерных сил явно не электрического свойства, потому, что ядерные силы между частицами не зависят от того, обладают ли частицы электрическим зарядом или нет. Кроме того, ядерное взаимодействие нейтрона с нейтроном, нейтрона с протоном и двух протонов одинаково.

10. Ядерные силы, в отличие от сил между точечными или сферическими электрическими зарядами, не являются центральными. Их нельзя представлять в виде сил, действующих от одного центра сил. Это связано с наличием спина взаимодействующих частиц.

11. Ядерные силы обладают свойством насыщения, подобно химическим силам. Действительно, атомы углерода и кислорода взаимодействуют, образуя углекислый газ CO_2 . Но как только, происходит соединение одного атома углерода и двух атомов кислорода, «свадьба» заканчивается, и присоединение новых атомов кислорода не происходит, – химические силы достигли насыщения.

12. Эффект насыщения ядерных сил, происходит более плавно нежели в химическом случае. Энергия, которую необходимо затратить в среднем на одну частицу, для того чтобы разбить ядро на отдельные нуклоны, начиная от гелия и до самых тяжелых ядер, меняется в пределах, не превышающих 25% (рис. 12.3).

13. **Гипотезы о возникновении ядерных сил.** Существует несколько гипотез о механизме возникновения ядерных сил. В соответствии с одной из них, внутри ядра существует поле, подчиняющееся квантовым законам, в частности это относится к полю сил, действующих между двумя нуклонами.

14. Возникает отнюдь не риторический вопрос, какие частицы переносят это взаимодействие? Предполагается, что переносчиками поля являются частицы – переносчики, которые, к слову сказать, пока в земных условиях не обна-

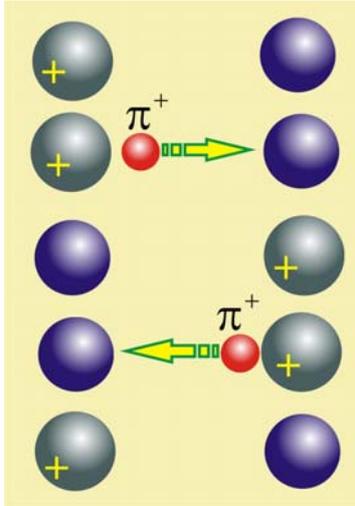


Рис. 13.2. Переносчики поля
 π – мезоны

ружены. Но вместе с тем, объяснение такого взаимодействия через вспомогательное поле транспортных частиц не только не «притянуто за уши», но и является необходимым элементом при описании других видов взаимодействия.

15. Тот факт, что эти частицы пока укрываются от экспериментаторов, совершенно не смущает теоретиков. Такой уж они упёртый народ. Допускается, что если даже окажется так, что частицы – переносчики не существуют в данный момент в «осязаемой» форме, вполне оправдано допустить их существование в виртуальной форме.

16. Схема «работы» таких частиц выглядит следующим образом: протон генерирует такую положительно заряженную частицу (рис. 13.2), которая тут же поглощается соответствующим нейтроном, которому она «предназначена». Нейтрон превращается в протон, тогда как бывший протон теряет свой заряд и становится нейтроном.

Если поблизости от нуклона нет других частиц, то все испускаемые виртуальные π -мезоны поглощаются этим же нуклоном. Таким образом, получается что единичный нуклон всегда окружён своеобразной «мезонной шубой», т.е. облаком постоянно испускаемых и поглощаемых π -мезонов, распространяясь на расстояния, соизмеримые с длиной комптоновской волны $\lambda_C \approx 2,426$ пм. Когда два нуклона сближаются на расстояние $r < \lambda_C$ их мезонные облака соприкасаются и начинается обмен виртуальными переносчиками.

17. Затем эта «игра в кошки мышки» повторяется в обратном порядке, так, что в конце концов между двумя нуклонами происходит непрерывный обмен частицами. Таким образом, существование частицы – переносчика ограничено промежутком времени, который необходим для преодоления расстояния между двумя нуклонами (то есть радиуса действия ядерных сил). Отсюда $\Delta t \cong r_i/c$ при условии, что частица движется со скоростью света c . Если $r_i \cong 1 \cdot 10^{-15}$ м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, то $\Delta t \cong 3,3 \cdot 10^{-24}$ с. В соответствии с принципом неопределённости для энергии можно записать следующее соотношение

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar.$$

Оценим приближённо величину этой энергии

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} \cong \frac{10^{-34}}{3,3 \cdot 10^{-24}} \cong 3 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} \cong 190 \text{ МэВ},$$

Энергия, прямо скажем, впечатляющей величины, особенно с учётом её эквивалентности некой массе, в соответствии с теорией Оливера Хевисайда

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} \cong 3,3 \cdot 10^{-28} \text{ кг},$$

что составляет примерно 276 масс электрона. Обсуждаемая частица с фантастическими свойствами была предсказана Японским физиком Хидеки Юкавой в 1935 г.

18. Буквально годом позже частицы Юкавы были найдены в космическом излучении; их назвали π – мезонами. Масса этих частиц составляла 273,3 массы электрона. Это удивительно близко к результатам оценки, но такое совпадение, в некоторой степени, случайно: величина r_i была выбрана более или менее произвольно. Конечно, и обмен мезонами не следует понимать чересчур

буквально: это не более чем попытка описать на простом языке частиц явления, весьма далекие от наглядности.

18. **Дефект массы и энергия связи ядер.** Ядра всех элементов составлены из одинаковых протонов и нейтронов, это давало основание до поры считать, что для определения массы ядра достаточно сложить массы всех, входящих в ядро, частиц. В классической физике адитивность массы не вызывала сомнений в виду полнейшей очевидности. Применительно к ядру всё оказалось сложнее. Было установлено, что масса ядра не равна в точности сумме масс нуклонов.

19. Чтобы удалить протон или нейтрон из сложного устойчивого ядра, необходимо затратить некоторую энергию. Убыль энергии при объединении частиц в ядро эквивалентна, согласно соотношению Хевисайда $E = mc^2$, уменьшению массы. Масса образующегося ядра меньше суммарной массы составляющих его частиц. Например, наибольшая потеря массы получается при образовании атома гелия. Сумма масс частиц He_2^4 равна: 2 протона + 2 нейтрона + 2 электрона = 1 атом гелия = $(2 \cdot 1,00727 + 2 \cdot 1,00865 + 2 \cdot 0,00055 = 4,03294$ а.е.м), а по табличным данным масса атома гелия равна 4,00261 а.е.м. Атомная масса гелия оказывается на 0,3033 а.е.м. меньше. Такая характерная особенность наблюдается для любого нуклида. Масса целого атома всегда получается меньшей суммы масс составляющих его частей. Это явление называется дефектом масс.

20. Данный эффект имеет совершенно простое и очевидное объяснение. Ядра атомов представляют собой сложные образования, возникшие в процессе зарождения Солнечной системы. Ядра существующих в настоящее время элементов образовались путем слияния элементарных частиц. Как и в большинстве, самопроизвольно протекающих процессов, это объединение сопровождалось минимизацией энергии; часть энергии при этом высвобождалась. Поскольку чудеса в Мире встречаются редко, то и в данном случае источником энергии могли быть только объединяющиеся частицы. Высвобождение энергии неизбежно должно было привести к уменьшению их массы.

21. Количественно точная величина этого «изъятия» в каждом отдельном случае вновь определяется из соотношения Хевисайда. Оценим энергетический эквивалент массы для ядра гелия, которое представляет собой, по сути, α -частицу

$$E = \Delta mc^2 \cong 28,2 \text{ МэВ.}$$

14. Какие существуют модели устройства атомных ядер?

Решение

1. При попытках создания универсальной модели устройства ядра исследователи предложили две конструкции: капельную и оболочечную.

2. Ядро, подобно большой капле воды, подвержено действию сил поверхностного натяжения. Деформации меньшие критических, не вызывают распада капли. Вследствие внутренней упругости ядро совершает капиллярные колебания (рис. 14). Процесс подобных колебаний формы капель наблюдается при их попадании на горячие поверхности. Под каплями образуется паровая подушка, препятствующая их непосредственному соприкосновению с горячей поверхностью (явление Лейденфроста). Капли на поверхности плиты совершают замысловатый «танец», сохраняя, тем не менее, целостность. В каплях воды могут происходить процессы, не описываемые теорией Лейденфроста.



Рис. 14.1. Капиллярные колебания капельной модели атомного ядра

тянутого эллипсоида или чечевицы, а затем, как правило распадается на две.

4. Колебания формы ядерной капли происходят при одновременном проявлении двух типов сил: кулоновских сил отталкивания и ядерных сил притяжения. В обычном состоянии ядра ^{235}U или ^{233}U между этими силами имеет место динамическое равновесие, но ядро находится, как бы, в «перегретом, метастабильном состоянии».

5. Оболочечная модель ядра предложенная в 1950 г. Гепперт-Майером и Йенсеном. В соответствии с этой моделью в ядре существуют энергетические уровни, на которых располагаются нуклоны, эти уровни группируются в оболочки, с каждой из которых может находиться определённое количество нуклонов. Полностью заполненные оболочки образуют устойчивые структуры. Оболочечная модель ядра, так же как и капельная модель не в состоянии объяснить весь комплекс имеющихся экспериментальных фактов по ядерному устройству. Модели находятся в развитии и совершенствовании.

3. Вода всегда содержит мельчайшие парогазовые пузырьки, которые при перегреве резко увеличивают свой объём и буквально разносят каплю на куски. Наиболее применима для моделирования ядерных процессов капля воды, взвешенная в масле. При достижении вполне определённой температуры капли, вследствие образования внутри капли конкурирующей фазы, её форма начинает меняться, капля пульсирует принимая форму вытянутого эллипсоида или чечевицы, а затем, как правило распадается на две.

2. Радиоактивность

15. Почему ядра некоторых элементов с большими массовыми числами являются неустойчивыми?

Решение

1. Явление радиоактивности, как известно, открыл член Парижской академии наук Анри Беккерель в 1896 г. Шесть лет спустя, в 1902 г., Резерфорд и Содди проводя свои эксперименты, пришли к заключению, что самопроизвольный распад ядер должен сопровождаться выделением относительно молекулярных и атомных процессов больших величин энергии. В излучении энергии были замешаны дважды ионизированные атомы гелия, т.е. α -частицы. Несмотря на достаточно большое число проведенных экспериментов, оставались неясными многие аспекты внутриядерных процессов. Например:

- Почему α -частицы вылетают из ядра, несмотря на действие внутриядерных сил?
- Чем объяснить тот факт, что испускаемые α -частицы имеют одинаковую энергию?
- От чего зависят периоды полураспада ядер и почему они столь различны для разных элементов ?

2. Ответы на эти и многие другие вопросы ядерной физики принципиально не могли быть получены до разработки основ квантовой механики. Только в 1928 г., после осознания законов квантовой механики, т.е. через 32 года после открытия явления радиоактивности Беккерелем, начали находить ответы на перечисленные вопросы.

3. Практически одновременно на эти вопросы ответили Советский физик Георгий Антонович Гамов и американские ученые Рональд Уилфрид Гёрни и Эдвард Коядон. Идея, как и всё гениальное, отличалась вопиющей простотой и традиционной для квантовых идей, смелостью. Не впадая в процесс повторного изобретения колеса, учёные уподобили движение α -частицы в ядре движению электронов в атоме. А предположено такое подобие было исключительно для того, чтобы пойти далее по накатанной Шредингером гладенькой дорожке, т.е. использовать волновое уравнение Шредингера для одномерного случая

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi = 0,$$

где $\psi(x)$ – волновая функция, описывающая состояние частицы, m – масса покоя частицы, $U(x)$ – силовая функция поля, в котором движется частица, E – полная энергия частицы.

4. Следует иметь в виду, что и сегодня, несмотря на все титанические потуги теоретиков и грандиозные усилия экспериментаторов, истинная природа ядерных сил, следовательно, и точная форма потенциала $U(x)$ неизвестна. Доподлинно установлено, что ядерные силы притягивающие, короткодействующие и очень мощные, об этом уже упоминалось. Кроме того эти силы в десятки раз превышают силы кулоновского отталкивания между α -частицей и ядром. Качественный вид потенциала $U(x)$ изображен на рис. 15.1.

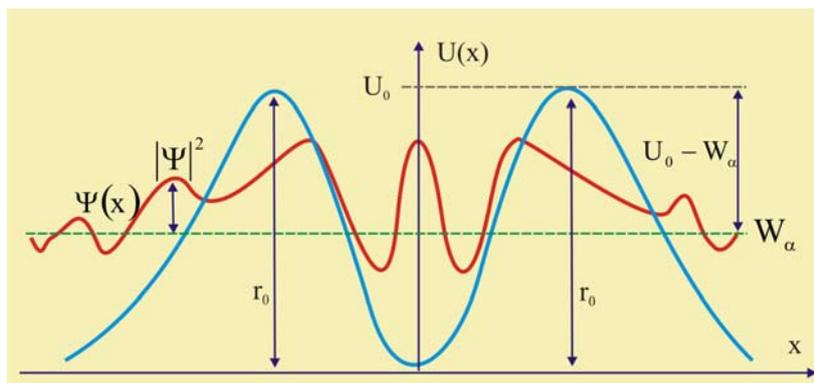


Рис. 15.1. Зависимость потенциала $U(x)$ от расстояния x

5. Вне ядра α – частица отталкивается кулоновским полем

$$U(x) = \frac{2Ze}{x}.$$

На границе ядра, при $x = r_0$, отталкивание сменяется притяжением, α -частицы движутся в довольно узкой и глубокой потенциальной ямы и от внешнего пространства отделены потенциальным барьером.

6. Состояние α -частиц описывается квантовыми законами, и потому их энергия E может принимать лишь дискретный набор значений $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$. Поэтому относительно дна потенциальной ямы они могут находиться лишь на определенной высоте. Например, для ядра урана разность между высотой барьера и энергией α -частиц равна

$$U_0 - W_\alpha \cong 12 \text{ МэВ}.$$

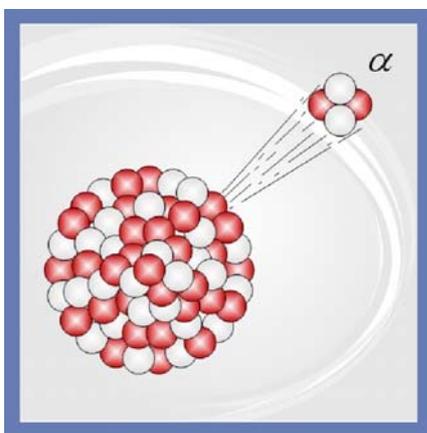


Рис. 15.2. α -распад

7. По законам классической физики частица, находящаяся внутри такой потенциальной ямы в ядре, не смогла бы выйти наружу. В квантовой физике такое событие по вероятностным законам вполне возможно.

8. Как и всякому микрообъекту α -частице соответствует волна де Бройля, а частице, запертой в ограниченном пространстве, стоячая волна де Бройля. Таким образом, набору энергий соответствует набор стоячих волн. Благодаря своим волновым свойствам α -частица имеет некоторую вероятность просочиться сквозь потенциальный барьер. В соответствии

с квантовыми представлениями, стоячие волны в ослабленном виде протекают сквозь стенки барьера, превращаясь снаружи в расходящиеся волны. Квадрат амплитуды волны де Бройля $|\Psi|^2$ определяет вероятность обнаружить частицу, поэтому за пределами потенциальной ямы, $|\Psi|^2 \neq 0$. Чем больше величина $|\Psi|^2$, тем больше вероятность того, что α -частицы чаще будут покидать ядро.

9. Это типично квантовое явление получило название туннельного эффекта. Проскочив сквозь потенциальный барьер, α -частица отталкивается кулоновским полем ядра, приобретая кинетическую энергию W_n , которой она обладала в скрытом виде до α -распада.

10. В квантовой механике придумано несколько образных сравнений туннельного эффекта с обыденными событиями. Например, можно представить себе автомобиль, который исчезает из запертого гаража или человека, который проходит сквозь стену.

11. Туннельный эффект – это, прежде всего, следствие корпускулярно-волнового дуализма квантовых объектов. Конечно, аналогии для него в классической физике найти можно, но искать их надо не в явлениях движения частиц (и автомобилей), а в волновых проявлениях в виде дифракции и интерференции волн.

12. Свойство волн огибать препятствие особенно отчетливо проявляется, когда длина волны излучения сравнима с размерами препятствия, сантиметровые волны, например, которые используют для передачи телевизионных изображений, не могут обогнуть гору, поэтому приходится строить ретрансляционные станции. Таких проблем не возникает с радиоволнами, длина которых может достигать нескольких сот метров: они свободно огибают все неровности земной поверхности.

13. Возвращаясь к генерации ядром α -частиц, следует отметить, что чем больше энергия α -частиц в ядре, тем меньше ширина потенциального барьера, который ей необходимо преодолеть, и тем с большей вероятностью мы можем обнаружить ее вне ядра.

14. Вероятность проникновения α -частицы через потенциальный барьер определяется уравнением:

$$|\psi(r_1)|^2 \cong \exp\left\{-\frac{2}{h} \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{2m[U(x)-E]} dx\right\}.$$

15. Эта вероятность чрезвычайно мала: например, для ядра радия она составляет лишь $|\psi|^2 = 3,3 \cdot 10^{-32}$, но она все же не равна нулю, и это принципиально отличает квантовые объекты от классических объектов. Каждую секунду α -частица подходит к стенке барьера, $v = 4 \cdot 10^{20}$ раз и каждый раз с вероятностью $3,3 \cdot 10^{-32}$ может покинуть ядро. Ядро радия каждую секунду, таким образом, может распасться с вероятностью:

$$\vartheta = v \cdot |\psi|^2 \cong 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

16. Среднее время жизни ядра радия определится из условия

$$\tau = \frac{1}{\vartheta} \approx 7,4 \cdot 10^4 \text{ с} \cong 2300 \text{ лет}.$$

17. Период полураспада радия по этим оценкам равен:

$$T_{1/2} = 0,7\tau = 1600 \text{ лет}.$$

Определим далее количество молей и число атомов радия в 1 кг: $\mu(^{228}_{88}\text{Ra}) = 228 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, откуда:

$$v = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu} \rightarrow N = \frac{N_A m}{\mu} = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot 1}{228 \cdot 10^{-3}} \cong 2,6 \cdot 10^{24}.$$

Каждую секунду распадается:

$$N_R = \vartheta \cdot N = 2,6 \cdot 10^{24} \cdot 1,4 \cdot 10^{-11} \cong 3,7 \cdot 10^{13}$$

ядер радия.

18. За единицу радиоактивности принята тысячная часть N_R , т.е. распад пересчитанный на 1 г вещества, которую назвали **кюри**. С позиций рассматриваемой модели радиоактивные ядра нестабильны по своей природе, они, подобно живым существам, уже в момент своего рождения обречены на смерть.

Поскольку квантованная энергия частиц внутри ядер не может быть произвольной, то и родные пенаты покидают только те α -частицы, которые могут преодолеть ядерные силы, а далее всё что оказывается за пределами ядра, выбрасывается за пределы атома кулоновской прачёй. Естественно, что энергия всех α -частиц, в рамках точности существующих средств измерения, будет одинаковой.

19. Период полураспада, определяется, в основном, энергией α -частиц: чем больше эта энергия, тем уже барьер, который ей необходимо преодолеть, тем больше вероятность просочиться сквозь него и тем меньше время жизни радиоактивного ядра.

20. Зависимость между периодом полураспада ядер и энергией испускаемых α – частиц, определяется законом Гейгера – Нуттола

$$\ln T = k_1 + k_2 \ln v ,$$

где k_1 и k_2 – постоянные коэффициенты, v – регистрируемая скорость α -частиц. Эта закономерность была обнаружена еще в 1909 г, но лишь 20 лет спустя, получила удовлетворительное объяснение на основе модели туннельного эффекта.

20. Ядра радиоактивных элементов, в прочем, как и все прочие ядра, подчиняются законам квантовой механики. В этой связи, процессы распада ядер носят статистический характер. Вероятностными методами можно достаточно достоверно предсказать среднее время жизни ядра, а так же, сколько в среднем ядер из большого их числа распадется в секунду. Вместе с тем, момент распада каждого отдельно взятого ядра предсказать нельзя. Для квантовой механики – это некорректно поставленный вопрос. Среднее время жизни ядра радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$, $\tau = 2300$ лет, но это совсем не означает, что ядро радия, которое только что образовалось при распаде тория ${}^{232}_{90}\text{Th}$, проживет именно так долго. С равной вероятностью это конкретное ядро может распасться и в следующую секунду, и через миллион лет. Как уже отмечалось, радиоактивные ядра не стареют: вероятность их распада не зависит от времени, которое они «прожили» к моменту распада.

21. На эту особенность радиоактивных явлений обратил внимание еще в 1905 г. австрийский физик Эгон Швейдлер. По существу, это было первое свидетельство о квантовом характере внутриядерных процессов, хотя глубокий смысл наблюдения Швейдлера стал ясным только четверть века спустя.

22. Рассмотренный распад ядер, не единственный, встречающийся в природе. Превращение ядер элементов наблюдается при β -распаде, который характеризуется испусканием электрона или β -частицы. Примером такого распада может служить реакция:

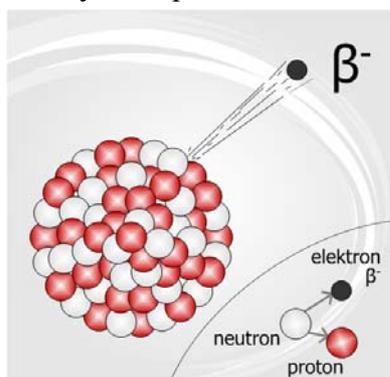
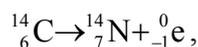


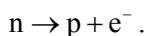
Рис. 15.3. Схема β – распада



т.е. превращения ядер изотопа углерода в ядра азота. При испускании электрона, обладающего весьма малой массой, ядро не теряет нуклонов, полное число нуклонов A в дочернем ядре такое же как и в материнском. Заряд же нового ядра отличается на единицу, поскольку был испущен электрон.

Следует особо отметить, что испускаемый при β -распаде (рис. 15.3) электрон рождается

внутри самого ядра. Принято считать, что при β – распаде один из нейтронов превращается в протон, а для сохранения заряда испускает электрон. Подтверждением такого механизма являются данные о распаде свободных нейтронов на протон и электрон



23. Чтобы ядерное происхождение электронов, испускаемых при β -распаде, не путать с орбитальными электронами, их часто называют β -частицами. Вместе с тем, β -частицы по своим физическим проявлениям ничем не отличаются от орбитальных электронов. В процессе превращения ядер изотопа углерода в азот изменение массы составляет $\Delta m = 0,000168$ а.е.м., что соответствует высвобождению при β -распаде величины энергии порядка $\Delta E = \Delta mc^2 \cong 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 1,68 \cdot 10^{-4} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cong 2,5 \cdot 10^{-14}$ Дж $\cong 156,2$ кэВ

24. Электрон, излучаемый ядром, должен обладать, в соответствии с законами сохранения, кинетической энергией порядка 156 кэВ. Масса дочернего ядра во много раз больше массы электрона, поэтому, при отдаче приобретает очень незначительную кинетическую энергию.

25. В действительности же измерения, проведенные при распаде нейтронов, показали, что лишь небольшое число β -частиц обладает кинетическими энергиями, близкими к вычисленным значениям.

26. Как показали эксперименты, импульс и момент импульса системы: материнское ядро, дочернее ядро, β -частица, также не сохраняются. Естественно, что, несмотря на нестандартность всех квантовых закономерностей, учёных насторожила перспектива отказа от законов сохранения, которые использовались до того, как основные экспертные средства.

27. В 1930 г. Вольфганг Паули высказал гипотезу о том, что при β -распаде помимо электрона испускается еще одна частица, которая не обнаруживалась экспериментально. Гипотетическая частица могла уносить с собой энергию, импульс и момент импульса, что обеспечивало выполнение законов сохранения.

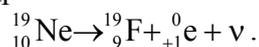
28. Загадочная частица была названа нейтрино выдающимся итальянским физиком Энрико Ферми, разработавшим в 1934 г. теорию β -распада. В своей теории Ферми постулировал существование четвертого фундаментального взаимодействия, которое получило название «слабое взаимодействие».

29. Нейтрино не имело заряда, поэтому и не регистрировалось в экспериментах. Масса покоя частицы весьма мала, но отлична от нуля. Если, допустить, что масса покоя нейтрино равна нулю, то эта частица станет очень похожей по своим свойствам на фотон: она нейтральна и движется с около световой скоростью.

30. В 1956 г. существование нейтрино было подтверждено экспериментально. С учётом нейтрино ядерное превращение изотопа углерода запишется следующим образом:



31. Многие изотопы распадаются с испусканием позитрона. Позитрон, обозначаемый e^+ - или β^+ , имеет такую же массу, как и электрон, но положительный заряд равен $+1e$. Так как по всем свойствам, кроме заряда, позитрон тождествен электрону, он называется античастицей электрона. Примером β^+ – распада может служить распад ядра изотопа неона:



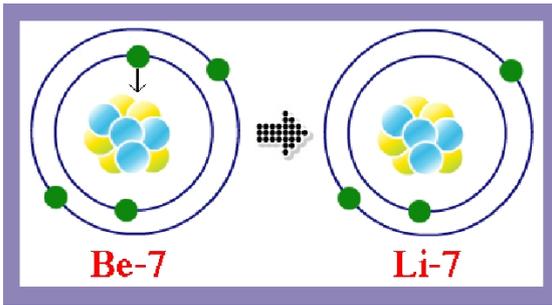
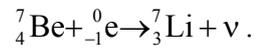


Рис. 15.4. Захват орбитального электрона

32. В ряде ядерных превращений происходит не излучение, а захват электрона, т.е. поглощение ядром одного из орбитальных электронов. В частности, ядро бериллия ${}^4_2\text{Be}$ при захвате электрона превращается в ядро лития ${}^7_3\text{Li}$:



33. Как правило, захват электрона происходит с самой внутренней К – оболочки. При К–захвате исчезает один внешний электрон, а в ядре один протон превращается в нейтрон и испускается нейтрино. Экспериментально К – захват регистрируется косвенным путем по рентгеновскому излучению соответствующей длины волны, которое возникает при заполнении электронами вакантного состояния.

34. Кроме описанных выше двух типов распада существуют превращения ядер, при котором не меняется массовое число и атомный номер. Речь идет о γ -распаде. Гамма-распад (рис. 15.5) сопровождается испусканием материнским ядром γ -кванта без изменения у ядра массового числа A и атомного номера Z . Как правило, энергия испускаемого γ -кванта ($W_\gamma = h\nu$) не превышает 3 – 4 МэВ, величина этой энергии значительно меньше энергии покоя ядра.

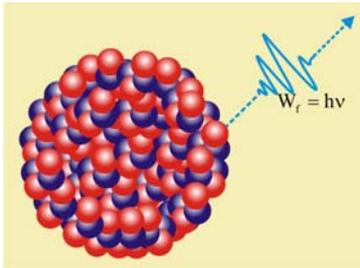


Рис. 15.5. γ -распад

35. Спектр γ -квантов дискретен вследствие дискретности энергетического спектра внутриядерного движения. Возникновение γ -распада происходит по причине взаимодействия нуклонов с электромагнитным полем. Вместе с тем, γ -распад является следствием не внутри нуклонных процессов, а целиком внутриядерных. Испуская γ -квант, излучающий нуклон взаимодействует с остальными, передавая им часть импульса. Другими словами, присутствие других нуклонов обеспечивает необходимые условия протекания процесса.

36. А могут ли, наряду с испусканием, ядра поглощать γ -кванты? Обратим ли процесс? До 1958 г. считалось, что обратный γ -излучению ядер процесс резонансного поглощения γ -квантов ядрами наблюдать невозможно. Однако, именно в 1958 г. явление резонансного поглощения γ -квантов ядрами было обнаружено Р. Мёссбауэром. Эффект Мёссбауэра наблюдается при движении источника γ -излучения с небольшой скоростью, порядка нескольких миллиметров в секунду навстречу поглотителю или в обратном направлении. За поглотителем помещается детектор γ -квантов. В экспериментах измерялась зависимость числа квантов в единицу времени от скорости движения источника.

37. При скорости источника излучения отличной от нуля линии испускания и поглощения сдвинуты друг относительно друга за счет эффекта Доплера. С уменьшением скорости сдвиг уменьшается. При $v = 0$ линии испускания и поглощения совпадают, и происходит резонансное поглощение γ -квантов, в результате чего скорость счета γ -квантов резко падает. Затем линии испускания и поглощения расходятся вновь и скорость счета γ -квантов возрастает. Из-за очень малого отношения ширины каждого возбужденного ядерного уровня к

его значению с помощью эффекта Мёссбауэра удастся измерять энергию с огромной относительной точностью - до $10^{-15} - 10^{-17}$. Одним, из таких измерений является обнаружение зависимости энергии фотона (или его частоты) от высоты его обнаружения над поверхностью Земли. Эта зависимость существует благодаря релятивистской связи энергии с массой. С помощью эффекта Мёссбауэра удастся зарегистрировать влияние орбитальных электронов на внутри-ядерные процессы.

38. Возбуждение ядер можно достигать несколькими способами, самым доступным из которых является бомбардировка α -частицами. При регистрации γ -излучения, следует иметь в виду, что испущенные γ -кванты могут поглощаться электронными оболочками, выбивая, при этом, электроны, которые будут регистрироваться как, рассмотренное выше, β -излучение с дискретным спектром энергий.

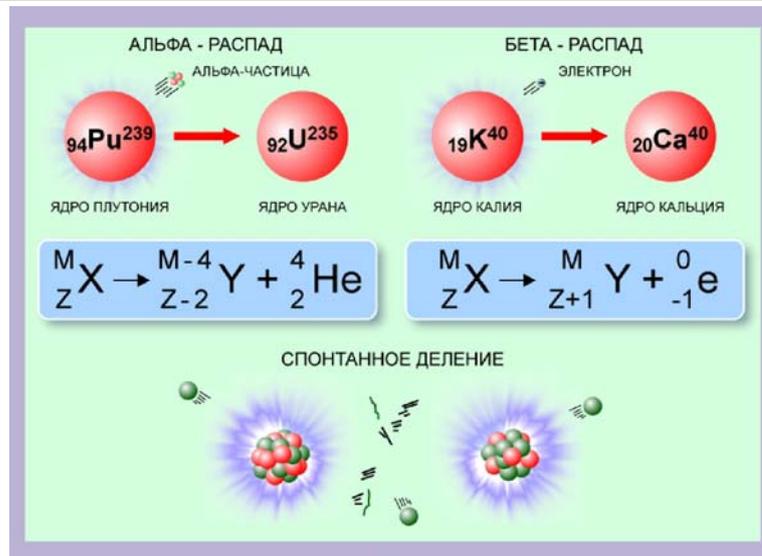


Рис.15.6. Виды распада ядер

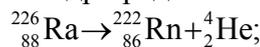
16. При естественном радиоактивном распаде ядер радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ испускается α -частица. Записать ядерную реакцию. В ядро какого элемента при этом превращается материнское ядро?

Решение

1. При естественном радиоактивном распаде справедлив закон сохранения электрических зарядов и массовых чисел; сумма зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, конечных продуктов реакции:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}; \quad A_Y = 226 - 4 = 222; \quad Z_Y = 88 - 2 = 86; \quad {}^{222}_{86} Y \equiv \text{Rn};$$

2. Ядро радия превращается в ядро радона:



17. Какой элемент образуется из изотопа актиния ${}^{225}_{89}\text{Ac}$ в результате трёх α -распадов?

Решение

1. Зарядовое и массовое число конечного элемента:

$$A_Y = A_X - 3 \cdot 2 = 83; \quad Z_Y = 225 - 4 \cdot 3 = 213; \quad \Rightarrow \quad {}_{83}^{213}\text{Y} \equiv \text{Bi};$$

2. Ядерная реакция образования ядер изотопа висмута из ядер актиния:

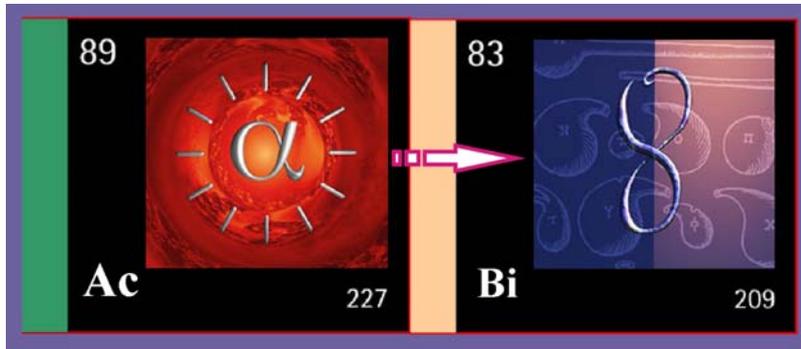
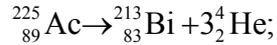
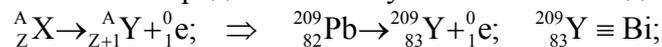


Рис. 17. Актиний и висмут

18. При радиоактивном распаде изотопа свинца ${}_{82}^{209}\text{Pb}$ испускается β^- частица. Записать ядерную реакцию и определить принадлежность конечного ядра.

Решение

1. Ядро изотопа свинца испытывает β^- -распад в результате которого массовое число не изменяется и зарядовое число уменьшается на единицу:



2. Ядерная реакция превращения ядра изотопа свинца в ядро висмута:

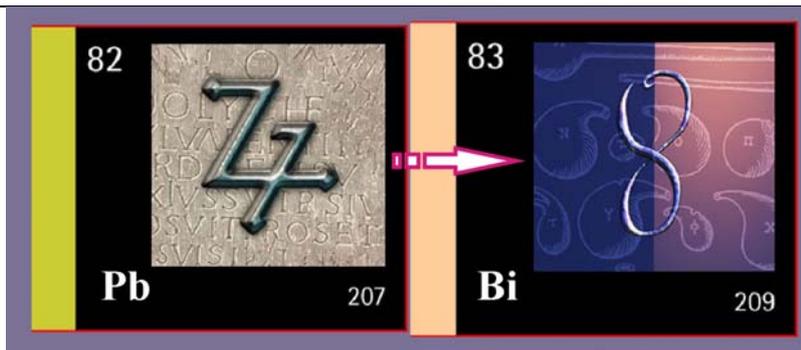
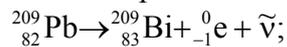


Рис. 18. Свинец и висмут

19. Допisać недостающие символы в реакции β^- -распада:



Решение

1. Массовое и зарядовое число материнского ядра:

$$A_X = A_Y = 223; \quad Z_X = Z_Y - 1 = 87;$$

2. Ядерная реакция превращения материнского ядра франция в дочернее ядро радия:



Рис. 19. Франций и радий

20. Какое стабильное ядро получается из ядра ксенона ${}_{54}^{140}\text{Xe}$ после четырёх последовательных β -превращениях?

Решение

1. В результате четырёх β -распадов материнское ядро характеризуется:

$$Z_Y = Z_X + 4 = 58; \quad A_X = A_Y = 140;$$

2. В результате ядерной реакции:

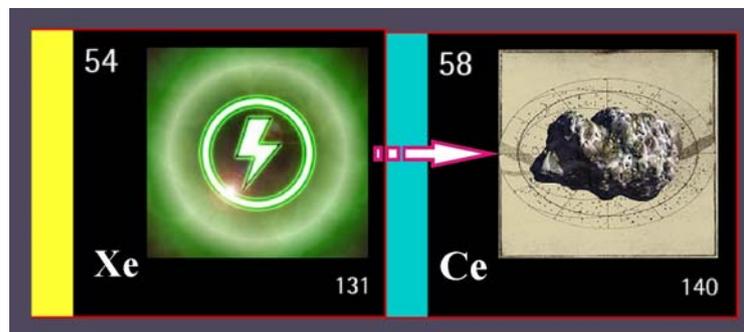
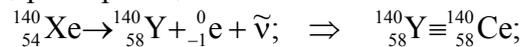


Рис. 20. Превращение ксенона в церий

21. Сколько электронов испускает ядро изотопа криптона ${}^{97}\text{Kr}$ при превращении в ядро изотопа молибдена ${}^{97}\text{Mo}$?

Решение



Рис. 21. Превращение ядра изотопа криптона в ядро изотопа молибдена

1. Число испущенных электронов равно разности зарядовых чисел:

$$n_e = Z_{\text{Mo}} - Z_{\text{Kr}} = 42 - 36 = 6;$$

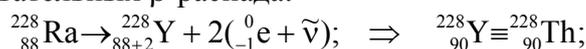
22. Ядро изотопа тория ${}_{90}^{232}\text{Th}$ претерпевает α -распад, два электронных β -распада и ещё один α -распад. Ядро какого изотопа получается в результате таких превращений? Записать ядерные реакции соответствующих превращений.

Решение

1. Первый α -распад:



2. Два последовательных β -распада:



3. Второй α -распад:

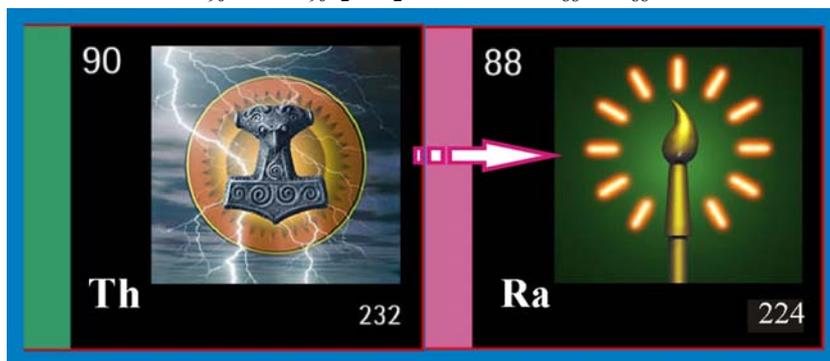


Рис. 22. Превращение ядра изотопа тория в ядро изотопа радия

23. Ядро изотопа висмута ${}_{83}^{212}\text{Bi}$ испытывает или α -распад, превращаясь в изотоп таллия, или β^- -распад, образуя изотоп полония Po. Записать уравнения соответствующих ядерных реакций.

Решение

1. Ядерная реакция α -распада (трансформация висмута в таллий):

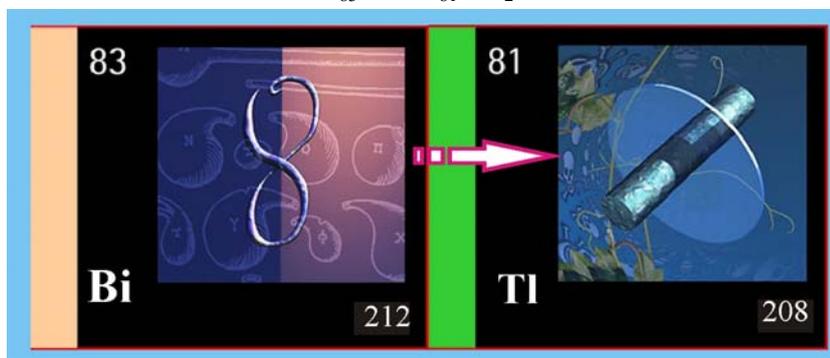
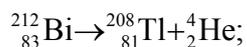
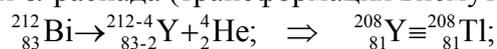
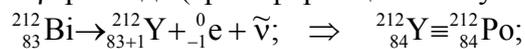


Рис. 23.1. Превращение ядра изотопа висмута в ядро изотопа таллия

2. Ядерная реакция β^- -распада (трансформация висмута в полоний):



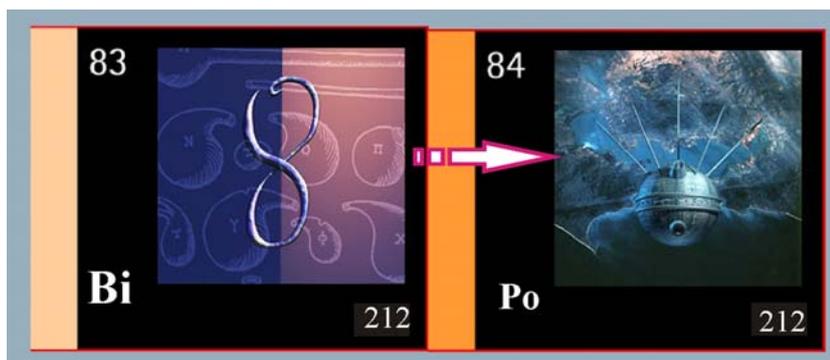


Рис. 23.2. Превращение ядра изотопа висмута в ядро изотопа полония

24. Ядро свинца ${}_{82}^{205}\text{Pb}$ может быть получено в результате α -распада полония Po или β -распада таллия Tl. Записать уравнения соответствующих ядерных реакций.

Решение

1. Ядерная реакция получения ядер изотопа свинца из ядер полония :

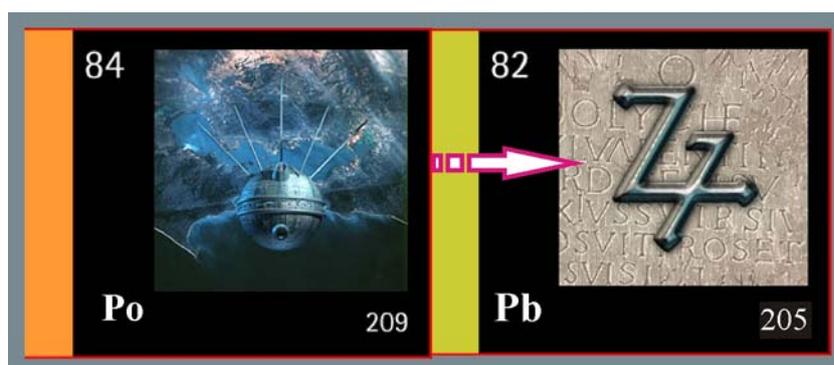
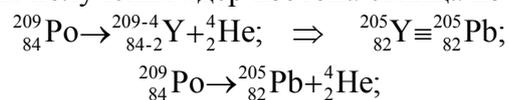


Рис. 24.1. Превращение ядра полония в ядро изотопа свинца

1. Ядерная реакция β -распада таллия:

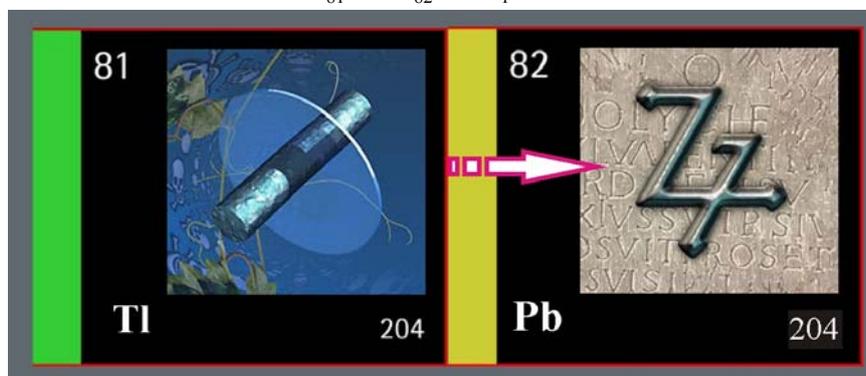
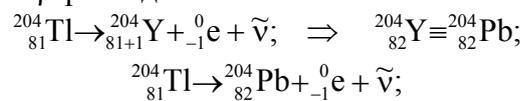


Рис. 24.2. Превращение ядра таллия в ядро изотопа свинца

25. Некий радиоактивный ряд начинается с изотопа, содержащего $N = 235$ нуклонов, и заканчивается на изотопе с порядковым номером $Z = 82$, при этом происходит серия α -распадов и β -распадов. Определить недостающие характеристики начального и конечного изотопов ряда.

Решение

1. Элементом содержащим 235 нуклонов является уран – $^{235}_{92}\text{U}$, а элементом с порядковым номером $Z = 82$, является свинец $^{107}_{82}\text{Pb}$. Испытывая цепь последовательно-параллельных превращений свинец всего за 710 миллионов лет превращается в стабильный изотоп свинца

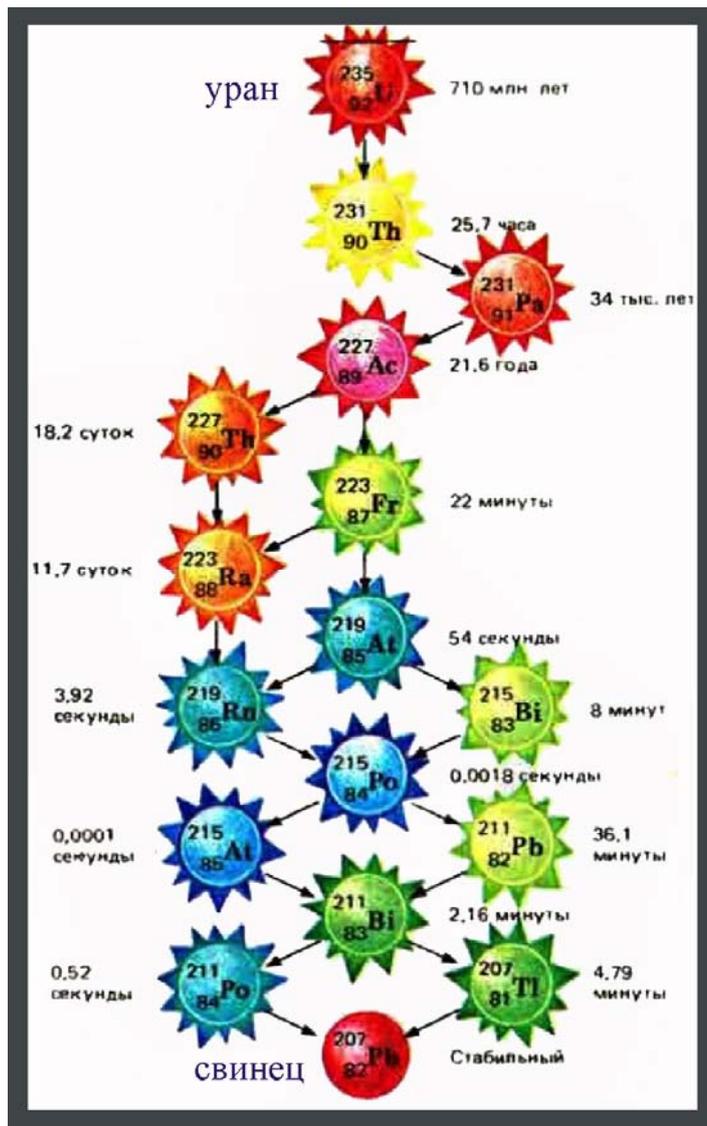


Рис. 25. Радиоактивный ряд урана

26. Изотоп нептуния $^{237}_{93}\text{Np}$ – родоначальник радиоактивного ряда, включающего в себя 11 ядерных реакций. На каком изотопе висмута ^{83}Bi он заканчивается и сколько α - и β -превращений включает?

Решение

1. При β -распадах массовое число дочернего ядра равно массовому числу материнского ядра, зарядовое число изменяется как при α -распаде, на две единицы, так и при β -распаде, на одну единицу.

$$\Delta Z = Z_{\text{Np}} - Z_{\text{Bi}} = 93 - 83 = 10;$$

2. Стабильный изотоп висмута ${}^{209}_{83}\text{Bi}$, следовательно:

$$\Delta A = A_{\text{Np}} - A_{\text{Bi}} = 237 - 209 = 28;$$

3. Массовое число меняется только при α -распаде на 4 единицы:

$$n_{\alpha} = \frac{\Delta A}{4} = \frac{28}{4} = 7;$$

5. Нептуний, таким образом, испытывает семь α -распадов и четыре β^{-} -распада.

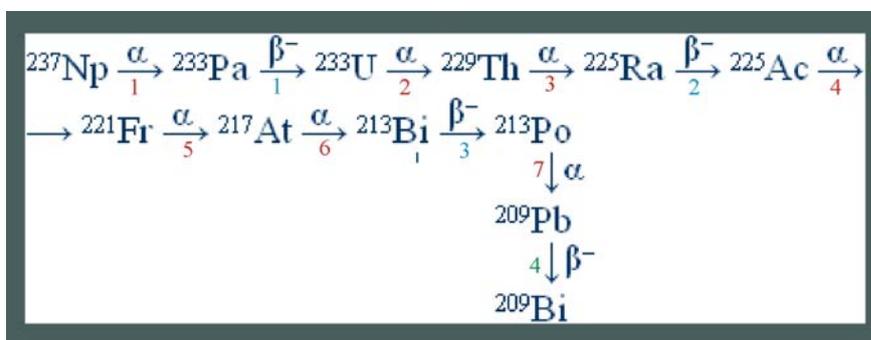
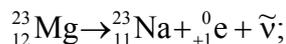


Рис. 26. Радиоактивный ряд нептуния

27. Радиоактивный изотоп магния ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ превращается в изотоп натрия ${}^{23}_{11}\text{Na}$. Какая при этом выбрасывается частица? Записать уравнение соответствующей ядерной реакции.

Решение

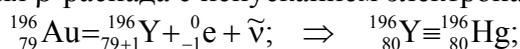
1. В результате ядерной реакции зарядовое число уменьшается на единицу, а массовое число остаётся неизменным, это может происходить при испускании позитрона ${}^0_{+1}\text{e}$:



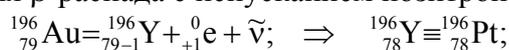
28. Радиоактивный изотоп золота ${}^{196}_{79}\text{Au}$ может претерпевать как электронный, так и позитронный распад. Записать соответствующие реакции.

Решение

1. Ядерная реакция β -распада с испусканием электрона:



2. Ядерная реакция β -распада с испусканием позитрона:



3. Закон радиоактивного распада

29. Почему радиоактивный распад ядер имеет вероятностный характер?

Решение

1. Существует несколько семейств радиоактивных элементов, общим для них является, то, что расположены они в самом конце таблицы Менделеева за свинцом Pb_{82}^{207} . Ядро свинца является самым тяжёлым из устойчивых ядер.

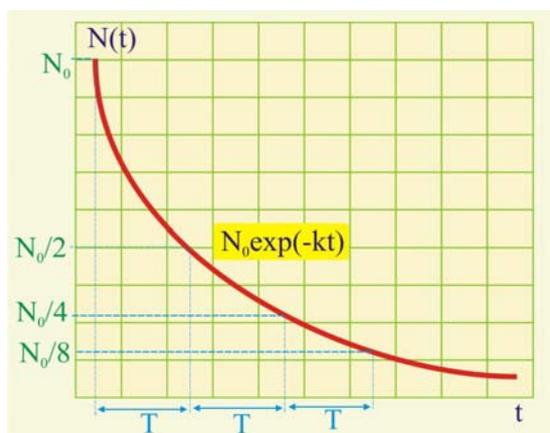
2. Процесс естественного распада ядер протекает самопроизвольно и не подвержен внешним влияниям. Поскольку в распаде одновременно участвуют множество ядер одновременно, то явление имеет статистический смысл. Скорость распада радиоактивных элементов принято характеризовать промежутком времени, за который распадается половина всех ядер, это время T называется периодом полураспада.

3. Так, например, период полураспада полония Po_{84}^{210} составляет $T = 140$ суток, это значит, что от 1 кг полония в результате распада останется 500 г, а ещё через 140 дней – 250 г и так далее.

4. Таким образом, вероятность распада ядер полония, впрочем, как и всех других неустойчивых ядер, остаётся неизменной. Не распавшиеся за определённое время ядра имеют те же свойства, что и исходные ядра, т.е. процесс не является результатом эволюции ядер. **Ядра не подвержены «старению».**

5. Количественная оценка радиоактивного распада делается в предположении, что число распавшихся ядер за достаточно малый промежуток времени, всегда пропорционально исходному числу не распавшихся ядер.

6. Если в некоторый момент времени t число ядер данного типа было $N(t)$, то уменьшение общего числа ядер – dN за время dt определится следующим образом:



откуда:

$$-dN = \lambda N(t)dt,$$

где $\lambda = -dN/N$ – постоянная распада при $dt = 1$. Другими словами, постоянная радиоактивного распада равна вероятности распада одного ядра за единицу времени. Разделим в дифференциальном уравнении переменные:

$$\frac{dN}{N(t)} = -\lambda dt, \Rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt,$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число ядер в момент времени $t = 0$. Из уравнения видно, что число ядер радиоактивного исходного элемента убывает во времени по экспоненциальному закону (рис. 29). Число распадов в единицу времени определится как:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

величина A называется активностью данного радиоактивного препарата. В качестве единицы активности используется кюри: 1 кюри = $3,7 \cdot 10^7$ событий /с.

7. Эта величина соответствует примерно активности 1 г радия, активность которого соответствует 0,994 кюри. Уравнение $N(t)$ позволяет установить взаимосвязь между постоянной распада и периодом полураспада:

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} N_0,$$

откуда следует, что

$$e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}, \Rightarrow T = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{1}{2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \cong \frac{0,693}{\lambda}.$$

8. Периоды полураспада радиоактивных различных элементов отличаются, друг от друга в весьма широких пределах – от миллионных долей секунды до нескольких миллиардов лет. В табл. 29.1 приведены периоды полураспада некоторых активных изотопов.

Таблица 29.1

Z	Изотоп	A	$T_{1/2}$
1	Водород	3	12,3 г
6	Углерод	14	5730 г
7	Азот	13	10 мин
8	Кислород	15	124с
11	Натрий	22	2,6 г
		24	15 ч
15	Фосфор	32	14,3 сут
16	Сера	35	87 сут
17	Хлор	36	$3 \cdot 10^5$ г
		38	38 мин
19	Калий	42	12,4 ч
20	Кальций	45	164 сут
23	Ванадий	48	16,1 сут
26	Железо	59	45 сут
27	Кобальт	60	5,26 г
29	Медь	64	12,8 ч
30	Цинк	65	246 сут
33	Мышьяк	76	26,8 сут
35	Бром	77	38,8 сут
36	Криптон	85	10,6 г
38	Стронций	89	54 сут
51	Сурьма	124	60 сут
55	Цезий	137	30 г
74	Вольфрам	185	74 сут
79	Золото	198	2,7 сут

84	Полоний	210	138,4 сут
88	Радий	226	1601 г
92	Уран	234	$2,5 \cdot 10^5$ г

9. Конечным продуктом любой последовательности распадов является изотоп с устойчивым ядром, который образуется постепенно по мере распада материнских ядер. Например, активный уран U_{92}^{238} – превращается в свинец Pb_{82}^{206} примерно за 710 млн. лет.

10. Измерение уровня естественной радиоактивности горных пород положено в основу оценки возраста археологических находок.

Как отмечено выше, цепочка последовательных превращений включает в себя ряд элементов которые, отличаются от обычных только массой ядер, они называются изотопами. На рис. 25. приведена цепочка превращения ядер урана U_{92}^{235} в стабильные ядра свинца. На схеме приведены периоды полураспада в соответствующих единицах. Ядра изотопов содержат одинаковое число протонов и разное число нейтронов, поэтому заряд ядра у изотопов одинаков, что обуславливает одинаковость структуры их электронных оболочек.

30. Масса вещества, оставшегося в процессе радиоактивного распада за время τ , может быть вычислена по формуле:

$$M = M_0 2^{-\frac{\tau}{T}},$$

где M_0 – начальная масса вещества, T – период полураспада. Определить массу вещества, которая останется по истечении:

- а) одних суток;
- б) четырёх суток?

Начальная масса вещества $M_0 = 100$ г, период полураспада $T = 2$ суток. По истечении какого времени масса вещества будет равна $m = 0,01$ г?

Решение

1. Масса вещества, оставшегося после суток распада:

$$M_1 = 0,1 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 0,1 \cdot 2^{-0,5} \approx 7,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$$

2. Масса вещества, оставшегося после четырёх суток распада:

$$M_4 = 0,1 \cdot 2^{-\frac{4}{2}} = 0,1 \cdot 2^{-2} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг};$$

3. Время, в течение которого масса вещества станет равной m :

$$\frac{m}{M_0} = 2^{-\frac{\tau}{2}}; \Rightarrow -\frac{\tau}{2} \ln 2 = \ln \frac{m}{M_0}; \quad -\frac{\tau}{2} \cdot 0,69 = -9,2; \quad \tau = 26,7 \text{ суток};$$

31. Определить период полураспада изотопа, если известно, что через время τ после начала распада осталось $k = 2/3$ первоначального количества изотопов ядер.

Решение

1. Определим, используя закон радиоактивного распада, постоянную распада λ :

$$N = N_0 e^{-\lambda\tau}; \quad \frac{N}{N_0} = k = e^{-\lambda\tau}; \quad \ln k = -\lambda\tau \ln e; \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\frac{\ln k}{\tau \ln e};$$

2. Период полураспада:

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{1}{2} N_0 \quad e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}, \quad \Rightarrow \quad T = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{1}{2} = \frac{\ln 2}{\lambda};$$

$$T = -\tau \frac{\ln 2 \cdot \ln e}{\ln k} \approx -\tau \frac{\ln 2}{\ln k};$$

32. Сколько атомов ΔN полония ^{210}Po расщепляется за сутки в препарате массой $m = 1$ г?

Решение

1. Начальное количество атомов в заданной массе полония:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N_0}{N_A}; \quad N_0 = \frac{m N_A}{\mu};$$

2. Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 2^{-\frac{\tau}{T}}; \quad \Rightarrow \quad \Delta N = N_0 - N(\tau) = \frac{m}{\mu} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right);$$

3. Параметры полония:

$$\mu \approx 0,21 \text{ кг/моль}; \quad T \approx 138,4 \text{ суток};$$

4. Количество распавшихся атомов за сутки:

$$\Delta N \approx \frac{m}{\mu} N_A \frac{\tau}{T} \ln 2 \approx \frac{10^{-3}}{0,21} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{138,4} 0,69 \approx 1,42 \cdot 10^{19};$$

33. За время τ_1 начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в $k_1 = 3$ раза. Во сколько k_2 раз оно уменьшится за время $\tau_2 = 2\tau_1$?

Решение

1. Система уравнений описывающих динамику распада те заданными параметрами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_1}{N_0} = k_1 = e^{-\frac{\tau_1}{T}}; \\ \frac{N_2}{N_0} = k_2 = e^{-\frac{2\tau_1}{T}}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_2 = k_1^2 = 9;$$

34. Определить период полураспада висмута ^{210}Bi , если известно, что висмут массой $m = 1$ г выбрасывает $N = 4,58 \cdot 10^{15}$ β^- частиц за время $\tau = 1$ с.

Решение

1. Начальное количество атомов в заданной массе полония:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N_0}{N_A}; \quad N_0 = \frac{m N_A}{\mu};$$

2. Активность распада:

$$A = N = \lambda N_0; \Rightarrow \lambda = \frac{N}{N_0} = \frac{N\mu}{mN_A};$$

3. Период полураспада:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}; \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2 m N_A}{N\mu};$$

$$T \approx \frac{0,69 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{4,58 \cdot 10^{15} \cdot 0,21} \approx 4 \cdot 10^5 \text{ с} \approx 4,7 \text{ суток};$$

35. Радиоактивный изотоп натрия ^{24}Na распадается, испуская β^- -частицу. Оценить количество атомов, распавшихся в этом препарате массой $m = 1$ мг за время $\tau = 10$ ч. Каков суммарный заряд испущенных при таком распаде β^- -частиц?

Решение

1. Параметры препарата:

$$\mu = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}; \quad T = 14,8 \text{ ч}; \quad m = 10^{-6} \text{ кг};$$

2. Начальное количество атомов в заданной массе полония:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N_0}{N_A}; \quad N_0 = \frac{m N_A}{\mu};$$

3. Количество атомов, распавшихся за заданное время:

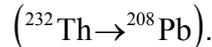
$$N = N_0 2^{-\frac{\tau}{T}}; \Rightarrow N = N_0 - N(\tau) = \frac{m}{\mu} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right);$$

$$N_x = \frac{10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{2,4 \cdot 10^{-2}} \left(1 - 2^{-\frac{10}{14,8}} \right) \approx 9,16 \cdot 10^{18};$$

4. Суммарный заряд выброшенных частиц:

$$Q_\Sigma = N_x e \approx 9,16 \cdot 10^{18} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 1,46 \text{ Кл};$$

36. Месторождениям радиоактивных элементов всегда сопутствует свинец. Известно, что ториевый ряд заканчивается изотопом свинца ^{208}Pb



Считая возраст ториевой руды $\tau = 4 \cdot 10^9$ лет (соизмерим с возрастом Солнечной Системы), определить массу свинца m_{Pb} , появившегося в этой руде из тория массой $m_{\text{Th}} = 1$ кг.

Решение

1. Изначальное количество частиц в элементах:

$$N_{\text{Th}} = \frac{m_{\text{Th}}}{\mu_{\text{Th}}} N_A; \quad N_{\text{Pb}} = \frac{m_{\text{Pb}}}{\mu_{\text{Pb}}} N_A;$$

2. Уравнения радиоактивного распада:

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{Th}} &= \frac{m_{\text{Th}}}{\mu_{\text{Th}}} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right); \\ N_{\text{Pb}} &= \frac{m_{\text{Pb}}}{\mu_{\text{Pb}}} N_A; \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{\text{Pb}} = m_{\text{Th}} \frac{\mu_{\text{Pb}}}{\mu_{\text{Th}}} \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}} \right);$$

3. Параметры тория и свинца:

$$\mu_{\text{Th}} \approx 232 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad \mu_{\text{Pb}} \approx 208 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \quad T_{\text{Th}} \approx 1,4 \cdot 10^4 \text{ лет};$$

$$m_{\text{Pb}} \approx 1 \frac{208}{232} \left(1 - 2^{-\frac{4 \cdot 10^9}{1,4 \cdot 10^{10}}} \right) \approx 0,161 \text{ кг};$$

37. Определить массу m_2 радона ^{222}Rn , находящегося в радиоактивном равновесии с радием ^{226}Ra массой $m_1 = 10^{-3}$ кг.

Решение

1. Равновесие веществ говорит о равенстве активности элементов, т.е. у радона и радия в единицу времени распадается одинаковое число ядер:

$$\frac{m_1}{\mu_1} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T_1}} \right) = \frac{m_2}{\mu_2} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T_2}} \right); \quad \frac{m_1}{\mu_1} \frac{\tau}{T_1} (1 - \ln 2) = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{\tau}{T_2} (1 - \ln 2);$$

$$\frac{m_1}{\mu_1 T_1} = \frac{m_2}{\mu_2 T_2}; \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1 \mu_2 T_2}{\mu_1 T_1} \approx 10^{-3} \frac{226}{222} \frac{3,82}{1600} \approx 2,43 \cdot 10^{-6} \text{ кг};$$

38. Оценить количества тепла, которое выделяет полоний ^{210}Po массой $m = 1 \cdot 10^{-6}$ кг за время, равное периоду полураспада этих ядер, если испускаемые α -частицы имеют кинетическую энергию $W_\alpha = 5,3$ МэВ.

Решение

1. Количество актов испускания α -частиц в течение полупериода распада:

$$N_\alpha = \frac{m}{\mu} N_A \left(1 - 2^{-\frac{T}{T}} \right) = \frac{m}{\mu} N_A \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} N_A;$$

2. Количество тепла способное выделяться α -частицами:

$$Q_\alpha = W_\alpha N_\alpha = \frac{1}{2} \frac{m}{\mu} N_A W_\alpha;$$

$$Q_\alpha \approx \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 5,3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{210 \cdot 10^{-3}} \approx 1,21 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

39. Оценить электрическую мощность атомной электростанции, расходующей за сутки $m = 220$ г изотопа урана $^{235}_{92}\text{U}$ и имеющей КПД $\eta = 0,25$? При одном акте деления ядра урана выделяется энергия $Q_\alpha \approx 200$ МэВ.

Решение

1. Количество ядер, расщепляющихся в течение суток ($\tau = 8,64 \cdot 10^4$ с):

$$N = \frac{m}{\mu} N_A;$$

2. Количество выделившейся за сутки энергии:

$$W_\tau = Q_\alpha N = \frac{Q_\alpha m N_A}{\mu};$$

3. Мощность, выделившаяся за сутки:

$$P_\tau = \frac{\eta W_\tau}{\tau} = \frac{\eta m N_A Q_\alpha}{\mu \tau} \approx \frac{0,25 \cdot 0,22 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{235 \cdot 10^{-3} \cdot 8,64 \cdot 10^4} \approx 52 \text{ МВт};$$

4. Ядерные реакции

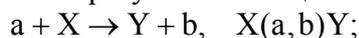
40. Каковы основные физические особенности и характеристики протекания ядерных реакций?

Решение

1. Процесс сильного взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей называется ядерной реакцией. Такое взаимодействие становится возможным при сближении взаимодействующих объектов на расстояния $\approx 10^{-15}$ м, при которых начинают проявляться действия ядерных сил.

2. Ядерные реакции являются одним из немногих инструментов посредством которого можно получать информацию об устройстве атомных ядер.

3. Как правило, ядерные реакции наблюдают при взаимодействии частицы a с ядром X , в результате чего образуется частица b и новое ядро Y :



4. В качестве частиц a и b чаще других выступают нейтроны (n), протоны (p), ядра изотопа водорода ${}^2_1\text{H}$ – дейтроны (d), α -частицы и γ -кванты. Некоторые ядерные реакции в результате дают не только частицы b и ядра Y , но и частицы b^* и ядра Y^* , т.е. ядерная реакция является многоканальной, при этом различным каналам соответствуют разные вероятности выхода.

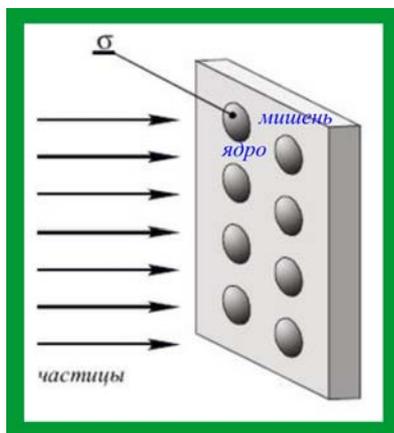


Рис. 40.1. Мишени и ядра

5. Все ядерные реакции имеют вероятностные проявления. Вероятность взаимодействия частиц принято характеризовать эффективным сечением σ , которая является площадью сечения ядра X при попадании, в которую частицы a происходит ядерная реакция, приводящая к возникновению ядра Y и новой частицы b .

6. Если мишень настолько тонкая, что соседние ядра не перекрывают друг друга, то относительная доля площади мишени S , перекрытая ядрами X определится как:

$$\frac{\sigma n S}{S} = \sigma n,$$

где n – число ядер, приходящихся на единицу площади мишени. Относительное число частиц $\Delta N/N$, вызывающих ядерную реакцию, является, по сути, вероятностью того, что частица a вызывает ядерную реакцию:

$$\frac{\Delta N}{N} = \wp = \sigma n;$$

Величину \wp называют выходом ядерной реакции:

$$\wp = \varpi = \sigma n,$$

которая в экспериментах является измеряемой величиной. Если мишень не является тонкой, т.е. есть перекрытие ядер, то:

$$\varpi = \frac{\Delta N}{N} = 1 - e^{-\sigma n};$$

7. Среднее значение геометрического сечения ядра $s_{\text{я}} \approx 10^{-28} \text{ м}^2$ принято за единицу ядерных сечений, которую называют барном (б):

$$1 \text{ барн} \approx 10^{-28} \text{ м}^2;$$

8. Вследствие корпускулярно-волнового дуализма частиц сечение σ может быть как меньше фактического поперечного сечения ядра, так и больше, причём существенно. Это определяется как свойствами самих взаимодействующих частиц, так и от их кинетической энергии. В качестве примера на рис. 40.2 приведена зависимость в двойном логарифмическом масштабе сечения от кинетической энергии нейтронов. Как видно, захват нейтронов, после чего материнское ядро урана ^{238}U теряет устойчивость, превращаясь вследствие β^- -распада в дочернее ядро ^{239}U с испускание β^- -частицы и γ -кванта (рис. 40.3). Следует отметить, что ядро поглощает только нейтроны, кинетическая энергия которых лежит в достаточно узком диапазоне ΔK .

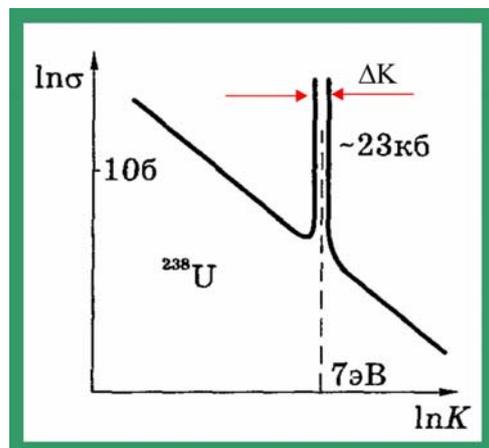


Рис. 40.2. Зависимость эффективного сечения от кинетической энергии частицы

Следует отметить, что ядро поглощает только нейтроны, кинетическая энергия которых лежит в достаточно узком диапазоне ΔK .

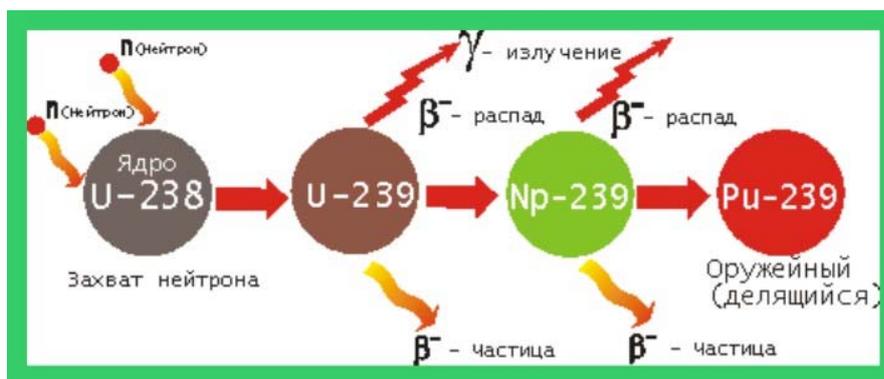


Рис. 40.3. Захват медленного нейтрона

41. Что такое составная ядерная реакция?

Решение

1. Ядерные реакции, возникающие при бомбардировке ядер не очень быстрыми частицами, например, ядер урана нейтронами, протекают в два этапа: первый этап заключается в захвате медленных (тепловых) нейтронов a материнским ядром X с образованием составного (промежуточного) ядра. При этом энергия захваченной частицы мгновенно перераспределяется между всеми нуклонами материнского ядра, что переводит его в возбуждённое состояние. В этом метастабильном состоянии материнское ядро пребывает до тех пор, пока в результате внутренних флуктуаций на одном или нескольких нуклонах не сконцентрируется энергия, необходимая для испускания нейтрона:



2. Такой механизм ядерной реакции, предсказанный Бором в 1936 г. был подтверждён экспериментально и положен в основу цепной ядерной реакции (рис. 41.1),

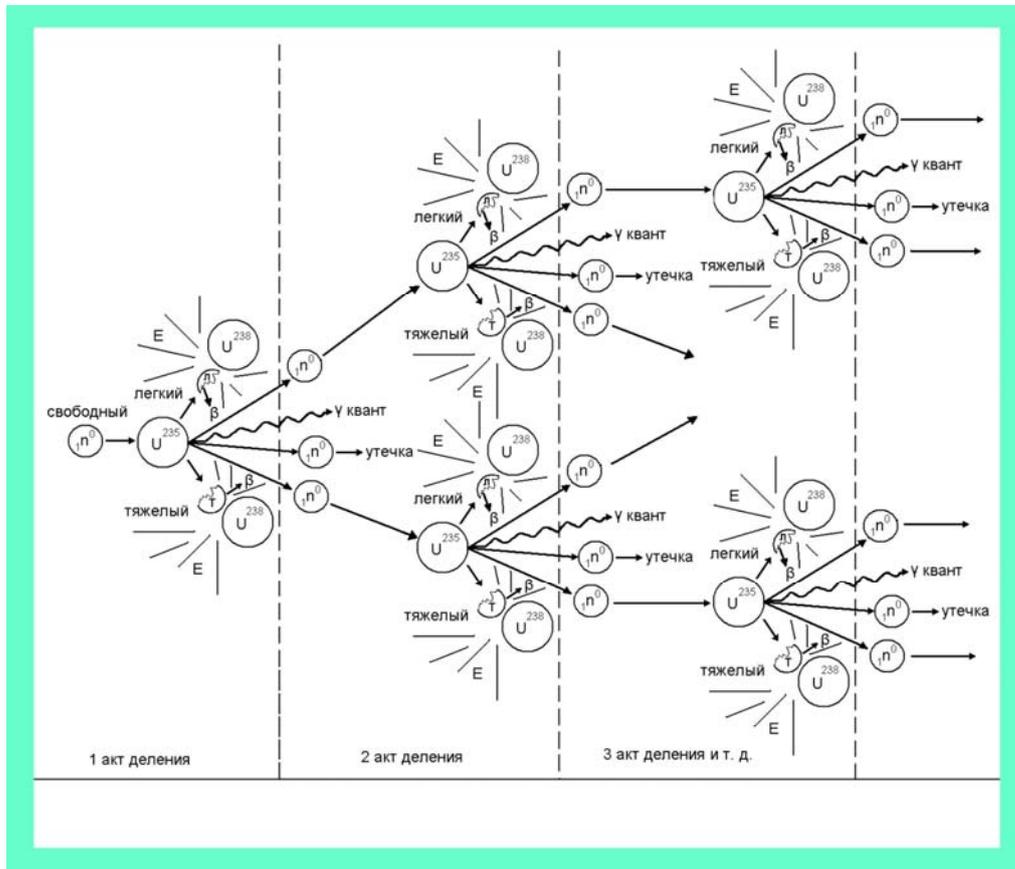


Рис. 41.1. Схема ядерной реакции $^{235}_{90}\text{U}$ при захвате медленного нейтрона

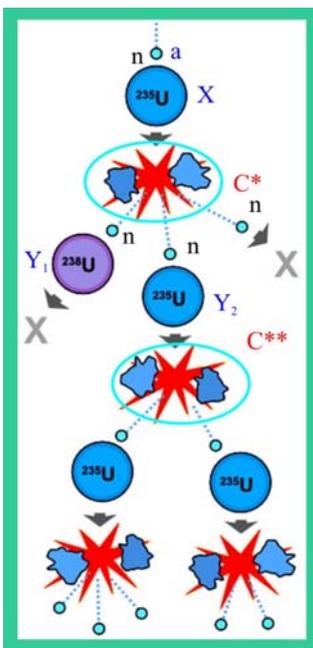


Рис. 41.2. Составное ядро

3. Составное ядро C^* существует относительно «ядерного времени» достаточно долго. «Ядерным временем» принято считать время пролёта медленного нейтрона ($\langle \varepsilon \rangle \approx 1 \text{ МэВ}$, $v \approx 10^9 \text{ м/с}$) расстояния, равного диаметру материнского ядра, которое составляет, примерно $\tau_{\text{я}} \approx 10^{-21} \text{ с}$. Время жизни составного ядра примерно равно $\approx 10^{-14} \text{ с}$.

4. За время жизни составного ядра все следы его возникновения исчезают, и дальнейшая ядерная реакция протекает независимо от способа создания составного ядра.

5. При бомбардировке материнских ядер быстрыми частицами, энергия которых превышает несколько десятков МэВ, составных ядер не образуется, такие ядерные реакции называются прямыми. В этом случае «снаряд» передаёт энергию какому-то определённому нуклону, дейтрону или α -частице, которые получив «заряд бодрости» покидают материнское ядро. При бомбардировке ядер частицами с энергиями порядка нескольких сотен МэВ, материнские ядра могут взрываться, расщепляясь сразу на несколько осколков.

42. Каковы энергетические характеристики ядерных реакций?

Решение

1. Ядерные реакции могут протекать как с выделением энергии, так и с её потреблением. Если обозначить через E_0 сумму энергий покоя исходных частиц, а через E_0^* сумму энергий покоя продуктов реакции, то соотношение полных энергий реакции представится следующим образом:

$$E_0 + K = E_0^* + K^*,$$

где K и K^* – суммарные кинетические энергии исходных частиц и продуктов реакции. Из уравнения, в частности, следует, что изменение энергии покоя реакции равно изменению кинетической энергии:

$$Q = E_0 - E_0^* = K^* - K.$$

2. Величину Q называют энергетическим выходом ядерной энергии или просто – энергией реакции. Если $Q > 0$, то реакция экзоэнергетическая (с выделением кинетической энергии), если же $Q < 0$, то реакция считается эндоэнергетической (с поглощением энергии).

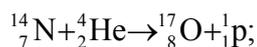
3. Для инженерных и научных расчетов уравнение энергии ядерной реакции удобнее представлять через массы или дефект масс:

$$Q = \begin{cases} (m_a + m_A) - (m_b + m_B); \\ (\Delta_a + \Delta_A) - (\Delta_b + \Delta_B); \end{cases}$$

43. Первая ядерная реакция была осуществлена Резерфордом в 1919 г. При получении азота $^{14}_7\text{N}$ при бомбардировке его ядер α -частицами, некоторые материнские ядра превращались в изотоп кислорода, испуская при этом один протон. Представить эту ядерную реакцию в виде уравнения.

Решение

1. В соответствии с законом сохранения электрических зарядов и массовых чисел при ядерных реакциях:



44. В 1932 г. английский учёный Дж. Чедвик открыл нейтрон. Мишень какого элемента он бомбардировал α -частицами, если в результате кроме нейтрона, получался изотоп углерода $^{12}_6\text{C}$? Представить эту ядерную реакцию в виде уравнения.

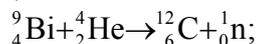
Решение

1. Поскольку бомбардировка производилась α -частицами, то массовое и зарядовое число ядер мишени должны удовлетворять условиям:

$$^A_Z\text{X} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + ^1_0\text{n}; \Rightarrow Z = 6 - 2 = 4; \quad A = 12 - 4 + 1 = 9;$$

$$^A_Z\text{X} = ^9_4\text{Be};$$

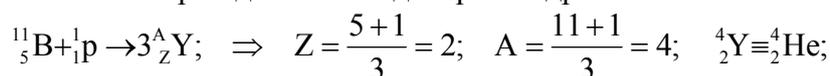
2. Уравнение ядерной реакции:



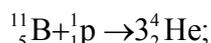
45. Когда ядро бора ${}^{11}_5\text{B}$ захватывает быстрый протон в камере Вильсона, где наблюдается ядерная реакция, образуются три одинаковых трека, расходящиеся веером. Какие одинаковые частицы образуют эти треки? Записать уравнение реакции.

Решение

1. В результате захвата быстрого протона составное ядро не образуется, энергия протона переводит материнское ядро в возбуждённое состояние, которое разваливается на три одинаковых дочерних ядра:



2. Уравнение ядерной реакции с образованием трёх ядер гелия, трёх α -частиц:

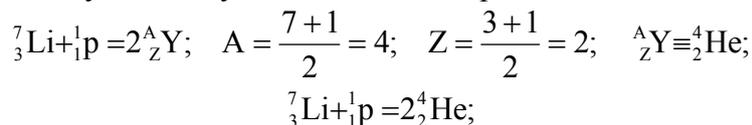


46. Большинство ядерных реакций могут идти несколькими способами, получившими название «каналы реакции». Какие ядра образуются при получении лития ${}^7_3\text{Li}$ протонами, если в результате регистрируют:

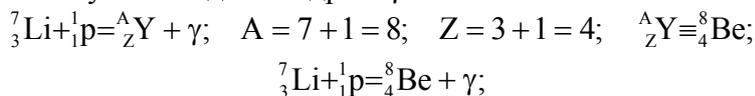
- а) два одинаковых ядра;
 - б) одно ядро и γ -квант;
 - в) одно ядро и нейтрон;
 - г) одно ядро и дейтрон ($d \equiv {}^2_1\text{H}$);
 - д) одно ядро и протон;
 - е) протон и два ядра с числом нуклонов, отличающихся на единицу?
- Записать уравнения ядерных реакций.

Решение

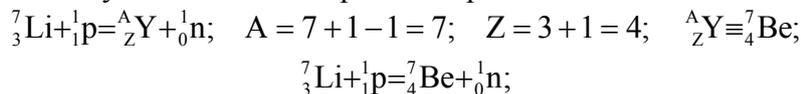
а) «Канал» получения двух одинаковых ядер:



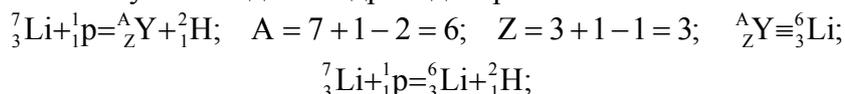
б) «Канал» получения одного ядра и γ -кванта:



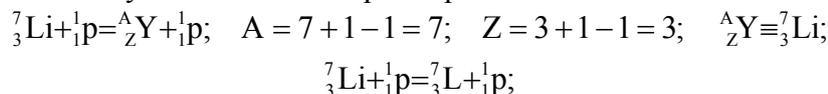
в) «Канал» получения одного ядра и нейтрона:



г) «Канал» получения одного ядра и дейтрона:



д) «Канал» получения одного ядра и протона:



е) «Канал» получения одного протона и двух ядер, в которых число нуклонов отличается на единицу:

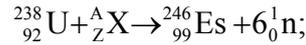
$${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} = {}^{A_1}_{Z_1}\text{Y}_1 + {}^{A_1-1}_{Z_1-1}\text{Y}_2 + {}^1_1\text{p}; \quad A_1 = \frac{7+1-1+1}{2} = 4; \quad Z_1 = 4 - 2 = 2; \quad {}^{A_1}_{Z_1}\text{Y} \equiv {}^4_2\text{He};$$

$$A_2 = A_1 - 1 = 3; \quad Z_2 = Z_1 - 1 = 1; \quad {}^{A_2}_{Z_2}\text{Y}_2 \equiv {}^3_1\text{H}(\text{тритий});$$

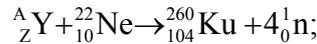
$${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} = {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H} + {}^1_1\text{p};$$

47. Трансурановые элементы получают, используя многозарядные ионы с большой кинетической энергией.

а) какими ионами бомбардируют ядра урана для получения в результате ядерной реакции ядер изотопа эйнштейния ${}^{246}_{99}\text{Es}$, при осуществлении реакции:



б) Ядра каких атомов используют в качестве мишени при получении изотопа курчатовия, если протекает реакция:



Решение

а) ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{246}_{99}\text{Es} + 6{}^1_0\text{n}; \Rightarrow A = 246 + 6 - 238 = 14; \quad Z = 99 - 92 = 7;$
 ${}^A_Z\text{X} \equiv {}^{14}_7\text{N}(\text{азот});$

б) ${}^A_Z\text{Y} + {}^{22}_{10}\text{Ne} \rightarrow {}^{260}_{104}\text{Ku} + 4{}^1_0\text{n}; \Rightarrow A = 260 + 4 - 22 = 242; \quad Z = 104 - 10 = 94;$
 ${}^A_Z\text{Y} \equiv {}^{242}_{94}\text{Pu}(\text{плутоний});$

48. В 1934 г. супруги Кюри, Ирен и Фредерик, облучая α -частицами алюминий ${}^{27}_{13}\text{Al}$ и бор ${}^{10}_5\text{B}$, получили первые искусственные радиоактивные изотопы фосфора ${}^{30}_{15}\text{P}$ и азота ${}^{13}_7\text{N}$, которые распадались с выделением позитрона. Записать уравнение ядерных реакций с указанием массовых и зарядовых чисел ядер, участвующих в реакциях.

Решение

1. Ядерная реакция получения из ядер алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$ радиоактивных ядер изотопа фосфора ${}^{30}_{15}\text{P}$:

$${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^A_Z\text{Y}; \Rightarrow A = 27 + 4 - 30 = 1; \quad Z = 13 + 2 - 15 = 0;$$

$${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^1_0\text{n};$$

2. Ядерная реакция получения из ядер бора ${}^{10}_5\text{B}$ радиоактивных ядер изотопа азота ${}^{13}_7\text{N}$:

$${}^{10}_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{13}_7\text{N} + {}^A_Z\text{Y}; \Rightarrow A = 10 + 4 - 13 = 1; \quad Z = 5 + 2 - 7 = 0;$$

$${}^{10}_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{13}_7\text{N} + {}^1_0\text{n};$$

3. Распад радиоактивного изотопа фосфора с излучением позитрона:

$${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^0_{+1}\text{e} + \tilde{\nu}; \Rightarrow A = 30; \quad Z = 15 - 1 = 14; \quad {}^A_Z\text{X} \equiv {}^{30}_{14}\text{Si};$$

$${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^0_{+1}\text{e} + \tilde{\nu};$$

4. Распад радиоактивного азота с излучением позитрона:

$${}^{13}_7\text{N} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^0_{+1}\text{e} + \tilde{\nu}; \Rightarrow A = 13; \quad Z = 7 - 1 = 6; \quad {}^A_Z\text{X} \equiv {}^{13}_6\text{C};$$

$${}^{13}_7\text{N} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^0_{+1}\text{e} + \tilde{\nu};$$

49. Какие ядра образуются при бомбардировке изотопа алюминия ${}_{13}^{27}\text{Al}$ γ -квантами, если в процессе реакции образуются:

а) нейтрон;

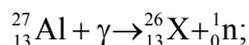
б) протон;

Записать уравнения ядерных реакций.

Решение

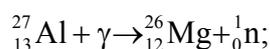
1. Ядерная реакция с образованием нейтрона:

$${}_{13}^{27}\text{Al} + \gamma \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_0^1\text{n}; \Rightarrow A = 27 - 1 = 26; \quad Z = 13; \quad {}_{13}^{26}\text{X} \equiv {}_{13}^{26}\text{Al};$$

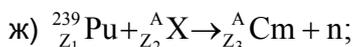
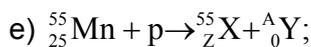
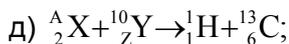
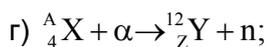
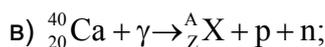
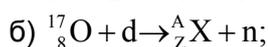
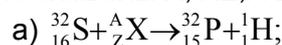


2. Ядерная реакция с образованием протона:

$${}_{13}^{27}\text{Al} + \gamma \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_1^1\text{p}; \Rightarrow A = 27 - 1 = 26; \quad Z = 13 - 1 = 12; \quad {}_{12}^{26}\text{X} \equiv {}_{12}^{26}\text{Mg};$$

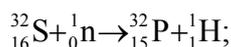


50. Используя таблицу Дмитрия Ивановича Менделеева, дописать недостающие символы X, Y, Z, A в следующих ядерных реакциях:

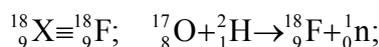


Решение

а) ${}_{16}^{32}\text{S} + {}_Z^A\text{X} \rightarrow {}_{15}^{32}\text{P} + {}_1^1\text{H}; \quad A = 33 - 32 = 1; \quad Z = 16 - 16 = 0; \Rightarrow {}_Z^A\text{X} \equiv {}_0^1\text{n};$

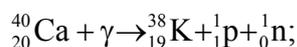


б) ${}_{8}^{17}\text{O} + \text{d} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + \text{n}; \quad {}_{8}^{17}\text{O} + {}_1^2\text{H} \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_0^1\text{n}; \Rightarrow A = 19 - 1 = 18; \quad Z = 8 + 1 = 9;$

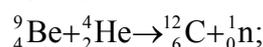
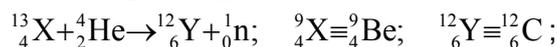


в) ${}_{20}^{40}\text{Ca} + \gamma \rightarrow {}_Z^A\text{X} + \text{p} + \text{n}; \quad {}_{20}^{40}\text{Ca} + \gamma \rightarrow {}_Z^A\text{X} + {}_1^1\text{p} + {}_0^1\text{n};$

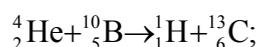
$$A = 40 - 2 = 38; \quad Z = 20 - 1 = 19; \quad {}_Z^A\text{X} \equiv {}_{19}^{38}\text{K};$$



г) ${}_4^A\text{X} + \alpha \rightarrow {}_{12}^{12}\text{Y} + \text{n}; \quad {}_4^A\text{X} + {}_2^4\text{He} \rightarrow {}_{12}^{12}\text{Y} + {}_0^1\text{n}; \quad A + 4 = 13; \quad A = 9; \quad Z = 4 + 2 = 6;$

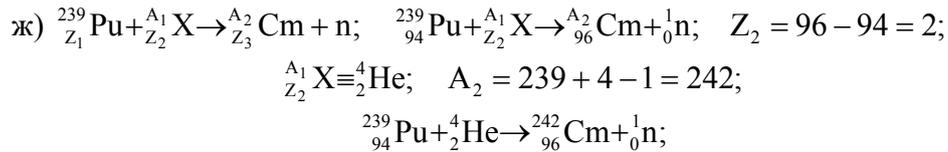


д) ${}_2^A\text{X} + {}_{10}^{10}\text{Y} \rightarrow {}_1^1\text{H} + {}_6^{13}\text{C}; \Rightarrow A = 14 - 10 = 4; \quad Z = 7 - 2 = 5; \quad {}_2^A\text{X} \equiv {}_2^4\text{He}; \quad {}_{10}^{10}\text{Y} \equiv {}_5^{10}\text{B};$



е) ${}_{25}^{55}\text{Mn} + \text{p} \rightarrow {}_Z^{55}\text{X} + {}_0^A\text{Y}; \quad {}_{25}^{55}\text{Mn} + {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_Z^{55}\text{X} + {}_0^A\text{Y}; \quad A = 56 - 55 = 1; \quad {}_0^A\text{Y} \equiv \text{n};$

$$Z = 25 + 1 = 26; \quad {}_{26}^{55}\text{X} \equiv {}_{26}^{55}\text{Fe}; \quad {}_{25}^{55}\text{Mn} + {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_{26}^{55}\text{Fe} + {}_0^1\text{n};$$



51. Один из путей, которыми осуществляется деление ядер при цепной ядерной реакции, выглядит так:

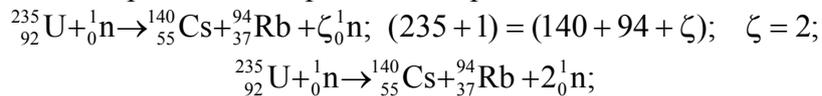
а) материнское ядро урана ${}^{235}\text{U}$, захватывая медленный (тепловой) нейтрон n , распадается на два радиоактивных дочерних ядра цезия ${}^{140}\text{Cs}$ и рубидия ${}^{94}\text{Rb}$ с испусканием нескольких нейтронов.

б) осколки, претерпевая несколько β^- -превращений, сопровождаемых испусканием γ -лучей, превращаются в конечные стабильные продукты – церий ${}^{140}\text{Ce}$ и цирконий ${}^{94}\text{Zr}$.

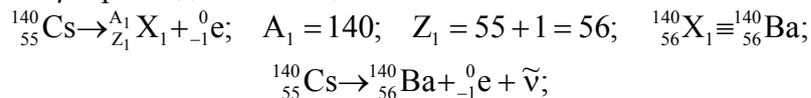
Используя таблицу ДИ. Менделеева записать уравнения всех семи ядерных реакций с указанием массовых чисел A и зарядовых чисел Z всех частиц, участвующих в реакциях.

Решение

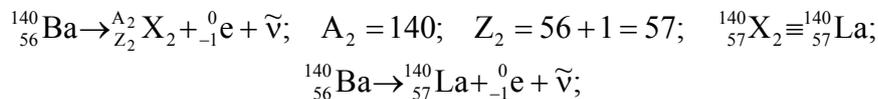
1. Первый этап распада материнского ядра:



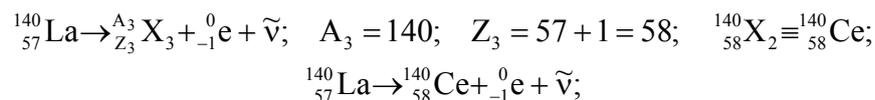
2. Первый β^- -распад изотопа цезия:



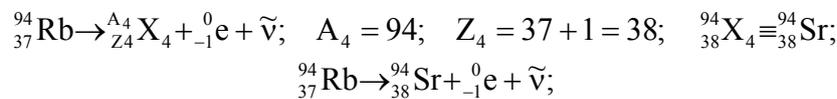
3. β^- -распад изотопа бария : ${}^{140}\text{Ba}$



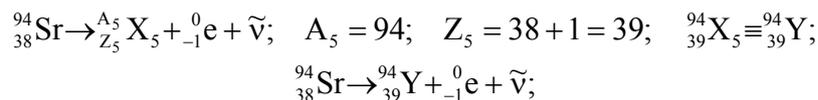
4. β^- -распад изотопа лантана ${}^{140}\text{La}$ с образованием стабильного изотопа церия ${}^{140}\text{Ce}$:



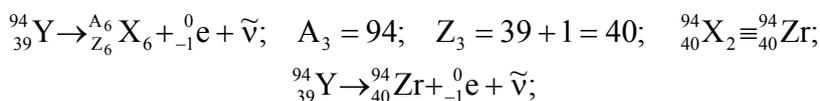
5. Первый β^- -распад изотопа рубидия ${}^{94}\text{Rb}$:



6. β^- -распад изотопа стронция ${}^{94}\text{Sr}$ с образованием изотопа иттрия ${}^{94}\text{Y}$:

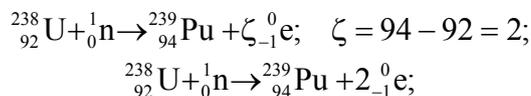


7. β^- -распад изотопа иттрия ${}^{94}\text{Y}$ с образованием стабильного изотопа циркония ${}^{94}\text{Zr}$:



52. Широко используемый ядерной энергетике изотоп плутония ^{239}Pu может быть получен при захвате нейтрона изотопом урана и нескольких последующих β^- -распадов. Сколько электронов образуется в результате получения одного ядра плутония? Записать уравнение ядерной реакции.

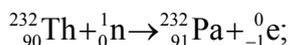
Решение



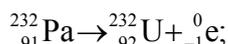
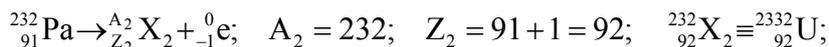
53. В результате поглощения нейтрона n изотопом тория ^{232}Th и двух последующих β^- -распадов, получается изотоп, используемый в качестве ядерного топлива. Определить порядковый номер и число нуклонов получаемого изотопа. Записать уравнение ядерной реакции.

Решение

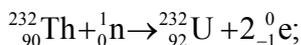
1. Ядерная реакция первого β^- -распада тория:

$$^{232}_{90}\text{Th} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}\text{X}_1 + {}^0_{-1}\text{e}; \quad A_1 = 232; \quad Z_1 = 90 + 1 = 91; \quad {}^{232}_{91}\text{X}_1 \equiv {}^{232}_{91}\text{Pa} \text{ (протактиний);}$$


2. Второй β^- -распад ядра протактиния $^{232}_{91}\text{Pa}$:



3. Конечный вариант ядерной реакции получения урана ^{232}U :



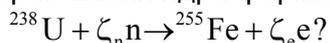
4. Количество протонов в ядре урана:

$$n_p = Z_2 = 92;$$

5. Количество нейтронов в ядре урана:

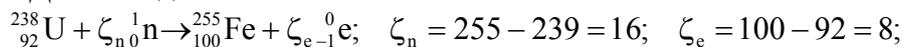
$$n_n = A - Z = 140;$$

54. Сотый элемент в таблице Д.И. Менделеева фермий $^{253}_{100}\text{Fm}$ впервые был получен путём кратковременного облучения урана сверхмощным потоком нейтронов. В этих условиях ядро урана может одновременно поглотить более десяти нейтронов и затем, путём ряда β^- -распадов, перейти в трансурановый элемент. Сколько нейтронов поглотило ядро урана, и сколько электронов было испущено в ходе реакции образования ядра фермия:



Решение

1. Перепишем ядерную реакцию в соответствии с данными периодической системы Д.И. Менделеева



5. Дефект массы, энергия связи, энергия реакции

55. Почему массы всех ядер меньше массы образующих их протонов и нейтронов в свободном состоянии?

Решение

1. Внутри ядер, отличающихся весьма малыми размерами $\approx 10^{-15}$ м, между парами нуклонов действуют ядерные силы, которые не подчиняются классическим законам взаимодействия и локализуют нуклоны в пределах объема, занимаемого ядрами.

2. Провести анализ внутриядерного взаимодействия на примере самого простого ядерного образования – на примере дейтронов, состоящих из одного протона и одного нейтрона. Как показали исследования, масса одного дейтрона m_D несколько меньше суммы масс свободного протона m_p и свободного нейтрона m_n :

$$m_p + m_n > m_D;$$

3. В ядерной физике принято употреблять не ядерные веса, а атомные, это обусловлено тем, что электронные оболочки имеют суммарную массу много меньшую, чем масса ядра, которому электроны принадлежат. Таким образом, указанная замена при вычислениях приводит к незначительным погрешностям.

4. Воспользовавшись табличными данными, определим величину несоответствия масс ядра дейтрона и свободных протона и нейтрона:

$$m_p + m_n \approx 1,6726 \cdot 10^{-27} + 1,6749 \cdot 10^{-27} = 3,3475 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

$$m_p + m_n \approx 1,007825 + 1,008665 \approx 2,016490 \text{ а.е.м.}$$

$$m_D \approx 2,014102 \text{ а.е.м.}$$

$$\Delta m \approx (m_p + m_n) - m_D \approx 0,002388 \text{ а.е.м.}$$

5. Между массой и энергией, как известно, существует взаимосвязь, поэтому:

$$\varepsilon_{св} = [(m_p + m_n) - m_D]c^2 \approx 0,002388 \cdot 931,481 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}} \approx 2,224 \text{ МэВ};$$

6. Энергию связи можно условно на качественном уровне интерпретировать следующим образом. Если свободный протон захватывает свободный нейтрон, то образуется ядро дейтрона, при разность энергии $\varepsilon_{св}$ будет испущена в виде γ -кванта.

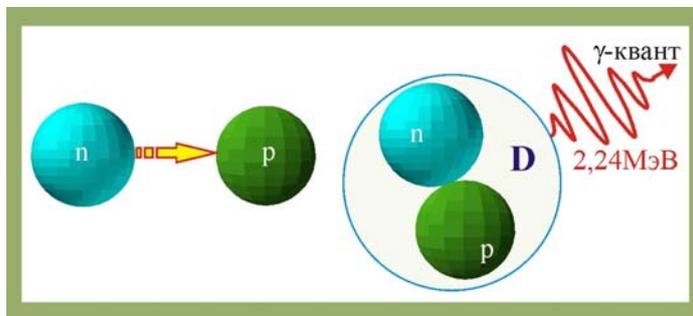


Рис.55. Энергия связи

7. Зависимость энергии связи для ядер с различным значением массового числа A приведена на рис. 12.3.

56. Вычислить энергию связи $\varepsilon_{\text{Св}}$ ядра изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$.

Решение

1. Энергия связи пропорциональна дефекту массы:

$$\Delta mc^2 = \varepsilon_{\text{Св}};$$

2. Дефект массы заданного изотопа лития:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}; \quad \Delta m \approx Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_A;$$

3. Физические справочные параметры частиц:

$$m_p \approx 1,00783 \text{ а.е.м.} \quad m_n \approx 1,00867 \text{ а.е.м.} \quad m_A \approx 7,01600 \text{ а.е.м.}$$

$$1 \text{ а.е.м.} \approx 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; \quad \varepsilon = mc^2 \approx 1,49454 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 931 \text{ МэВ};$$

4. Значение дефекта массы для изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$

$$\Delta m \approx (3 \cdot 1,00783 + 4 \cdot 1,00867) - 7,01604 \approx 0,04217 \text{ а.е.м.}$$

5. Энергия связи ядра изотопа лития;

$$\Delta mc^2 = \varepsilon_{\text{Св}} \approx 0,04217 \cdot 931 \approx 39,4 \text{ МэВ};$$

57. Оценить энергию связи ядра атома гелия ${}^4_2\text{He}$.

Решение

1. Дефект массы и энергия связи ядра гелия ${}^4_2\text{He}$:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}; \quad \Delta m \approx Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_A;$$

$$\Delta m \approx (2 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867) - 4,002603 \approx 0,030397 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{Св}} \approx \Delta mc^2 \approx 0,030397 \cdot 931 \approx 28,299607 \text{ МэВ};$$

58. Найти энергию связи ядра алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$.

Решение

1. Дефект массы и энергия связи ядра гелия:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}; \quad \Delta m \approx Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_A;$$

$$\Delta m \approx (13 \cdot 1,00783 + 14 \cdot 1,00867) - 26,981541 \approx 0,241629 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{Св}} \approx \Delta mc^2 \approx 0,241629 \cdot 931 \approx 224,956599 \text{ МэВ};$$

59. Определить энергию связи ядер трития ${}^3_1\text{H}$ и изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$. Какое из этих ядер более устойчивое к расщеплению.

Решение

1. Энергия связи ядер трития ${}^3_1\text{H}$:

$$\Delta m \approx (1 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867) - 3,016049 \approx 0,009912 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{Св}}^{{}^3_1\text{H}} \approx \Delta mc^2 \approx 0,0099121 \cdot 931 \approx 8,491651 \text{ МэВ}$$

2. Энергия связи ядер изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$

$$\Delta m \approx (2 \cdot 1,00783 + 1 \cdot 1,00867) - 3,016029 \approx 0,008330 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{Св}^3\text{He}} \approx \Delta mc^2 \approx 0,0083301 \cdot 931 \approx 7,728231 \text{ МэВ}$$

3. Относительная устойчивость ядер трития и изотопа гелия:

$$\varepsilon_{\text{Св}^3\text{H}} > \varepsilon_{\text{Св}^3\text{He}}; \quad \zeta = \frac{\varepsilon_{\text{Св}^3\text{H}}}{\varepsilon_{\text{Св}^3\text{He}}} \approx 1,09878;$$

60. Оценить энергию связи ε_0 , приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода $^{16}_8\text{O}$.

Решение

1. Энергия связи ядер кислорода $^{16}_8\text{O}$:

$$\Delta m \approx (8 \cdot 1,00783 + 8 \cdot 1,00867) - 15,994915 \approx 0,137085 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{Св}^{16}\text{O}} \approx \Delta mc^2 \approx 0,13785 \cdot 931 \approx 127,626135 \text{ МэВ}$$

2. Энергия приходящаяся на один нуклон:

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_{\text{Св}^{16}\text{O}}}{A} \approx \frac{127,626135}{16} \approx 7,977 \text{ МэВ};$$

61. Вычислить в атомных единицах массы и в килограммах дефект массы ядра бора $^{11}_5\text{B}$.

Решение

1. Дефект массы заданного ядра бора:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}; \quad \Delta m \approx Zm_{^1_1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{A}};$$

3. Физические справочные параметры частиц:

$$m_p \approx 1,00783 \text{ а.е.м.} \quad m_n \approx 1,00867 \text{ а.е.м.} \quad m_{\text{A}} \approx 11,009305 \text{ а.е.м.}$$

$$1 \text{ а.е.м.} \approx 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; \quad \varepsilon = mc^2 \approx 1,49454 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 931 \text{ МэВ};$$

4. Значение дефекта массы для ядра бора $^{11}_5\text{B}$:

$$\Delta m \approx (5 \cdot 1,00783 + 6 \cdot 1,00867) - 11,009305 \approx 0,081865 \text{ а.е.м.}$$

$$\Delta m \approx 0,081865 \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 1,359 \cdot 10^{-28} \text{ кг};$$

62. Какое количество энергии выделится при аннигиляции нейтрона и антинейтрона?

Решение

1. Аннигиляция, исчезновение, на самом деле таковой не является, при аннигиляции, как и во всех прочих природных процессах справедлив закон сохранения массы и энергии. При аннигиляции нейтрона и антинейтрона их масса трансформируется в энергию:

$$E_{\text{A}} = 2m_n c^2 \approx 2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 1,884 \cdot 10^9 \text{ эВ} \approx 1884 \text{ МэВ};$$

63. Сравнить дефект массы ядра изотопа гелия ^3_2He и массу электронов данного изотопа.

Решение

1. Дефект массы изотопа:

$$\Delta m \approx (2 \cdot 1,00783 + 1 \cdot 1,00867) - 3,016029 \approx 0,08301 \text{ а.е.м.} \approx 1,378 \cdot 10^{-29} \text{ кг.}$$

2. Масса двух орбитальных электронов:

$$M_e = 2m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \approx 1,822 \cdot 10^{-30};$$

3. Отношение дефекта массы к суммарной массе электронов:

$$\zeta = \frac{\Delta m}{M_e} \approx 7,56; \quad \zeta = \frac{M_e}{\Delta m} 100\% \approx 13,22\%;$$

64. Какой процент от энергии покоя ядра составляет энергия связи трития ${}^3_1\text{H}$?

Решение

1. Дефект массы и энергия связи ядра трития ${}^3_1\text{H}$:

$$\Delta m \approx (1 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867) - 3,016049 \approx 0,0099121 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{св}, {}^3_1\text{H}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,0099121 \cdot 931 \approx 8,491651 \text{ МэВ}$$

2. Энергия покоя ядра трития:

$$E_0 = m_A c^2 \approx 3,016 \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx 4,508 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 2,8175 \cdot 10^9 \text{ эВ};$$

3. Процентное отношение энергии связи к энергии покоя:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{\text{св}}}{E_0} 100\% \approx 0,3\%;$$

65. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы расщепить ядро кальция ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ на отдельные протоны и нейтроны?

Решение

1. Работа Ξ при расщеплении ядра на составляющие будет численно равна энергии связи:

$$\Xi = \varepsilon_{\text{св}};$$

2. Дефект массы и энергия связи ядра кальция ${}^{40}_{20}\text{Ca}$:

$$\Delta m \approx (20 \cdot 1,00783 + 20 \cdot 1,00867) - 39,962591 \approx 0,36749 \text{ а.е.м.};$$

$$\Xi = \varepsilon_{\text{св}, {}^{40}_{20}\text{Ca}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,36749 \cdot 931 \approx 342,133 \text{ МэВ};$$

66. Определить энергию в джоулях, которая может выделиться при образовании из протонов и нейтронов одного моля гелия ${}^4_2\text{He}$.

Решение

1. Количество атомов в одном моле вещества равно числу Авогадро, а энергия образования одного ядра равна энергии связи, таким образом:

$$E_{\text{св}} = N_a \varepsilon_{\text{св}, {}^4_2\text{He}};$$

2. Дефект массы и энергия связи ядра гелия ${}^4_2\text{He}$:

$$\Delta m \approx (2 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867) - 4,002603 \approx 0,030397 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{св}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,030397 \cdot 931 \approx 28,299607 \text{ МэВ};$$

$$E_{\text{св}} \approx 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,83 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 2,726 \cdot 10^{14} \text{ Дж};$$

67. Сколько атомов водорода может быть ионизировано, если для ионизации использовать всю энергию, выделяющуюся при объединении протона и нейтрона в ядро дейтерия ${}^2_1\text{H}$?

Решение

1. Энергия связи ядра дейтерия:

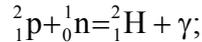
$$\Delta m \approx (1 \cdot 1,00783 + 1 \cdot 1,00867) - 2,014102 \approx 0,02398 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{св}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,02397 \cdot 931 \approx 2,233 \text{ МэВ};$$

2. Энергия ионизации атома водорода $\varepsilon_i \approx 13,56 \text{ эВ}$, поэтому:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{\text{св}}}{\varepsilon_i} \approx \frac{2,233 \cdot 10^6}{13,56} \approx 1,646 \cdot 10^5;$$

3. Ядерная реакция объединения протона и нейтрона:



68. Удельная энергия связи невелика для лёгких ядер, она достигает максимума в области массовых чисел $A \approx 50 \div 60$, а затем монотонно спадает с ростом A . Вычислить удельную энергию связи для:

а) лития ${}^6_3\text{Li}$;

б) железа ${}^{56}_{26}\text{Fe}$;

в) изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$;

Сравнить расчетные данные с экспериментальными результатами.

Решение

1. Удельная энергия связи ядра лития ${}^6_3\text{Li}$:

$$\Delta m_{\text{Li}} \approx (3 \cdot 1,00783 + 3 \cdot 1,00867) - 6,015123 \approx 0,034377 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{свLi}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,034377 \cdot 931 \approx 32 \text{ МэВ}$$

$$\varepsilon_{\text{Li}(A)} = \frac{\varepsilon_{\text{свLi}}}{A} = 5,33 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}};$$

2. Удельная энергия связи ядра железа ${}^{56}_{26}\text{Fe}$:

$$\Delta m_{\text{Fe}} \approx (26 \cdot 1,00783 + 30 \cdot 1,00867) - 55,934939 \approx 0,528741 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{свFe}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,528741 \cdot 931 \approx 492,258 \text{ МэВ};$$

$$\varepsilon_{\text{Fe}(A)} = \frac{\varepsilon_{\text{свFe}}}{A} = 8,79 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}};$$

3. Удельная энергия связи ядра изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$:

$$\Delta m_{\text{U}} \approx (92 \cdot 1,00783 + 146 \cdot 1,00867) - 238,05079 \approx 1,93539 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{свU}} \approx \Delta m c^2 \approx 1,93539 \cdot 931 \approx 1801,84809 \text{ МэВ};$$

$$\varepsilon_{\text{U}(A)} = \frac{\varepsilon_{\text{свU}}}{A} = 7,57 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}};$$

4. Сравним полученные расчётные данные с известными результатами удельной энергии связи в функции атомного номера химического элемента, приведенными на рис. 68. Как видно из приведенных данных совпадение результатов более чем удовлетворительное.

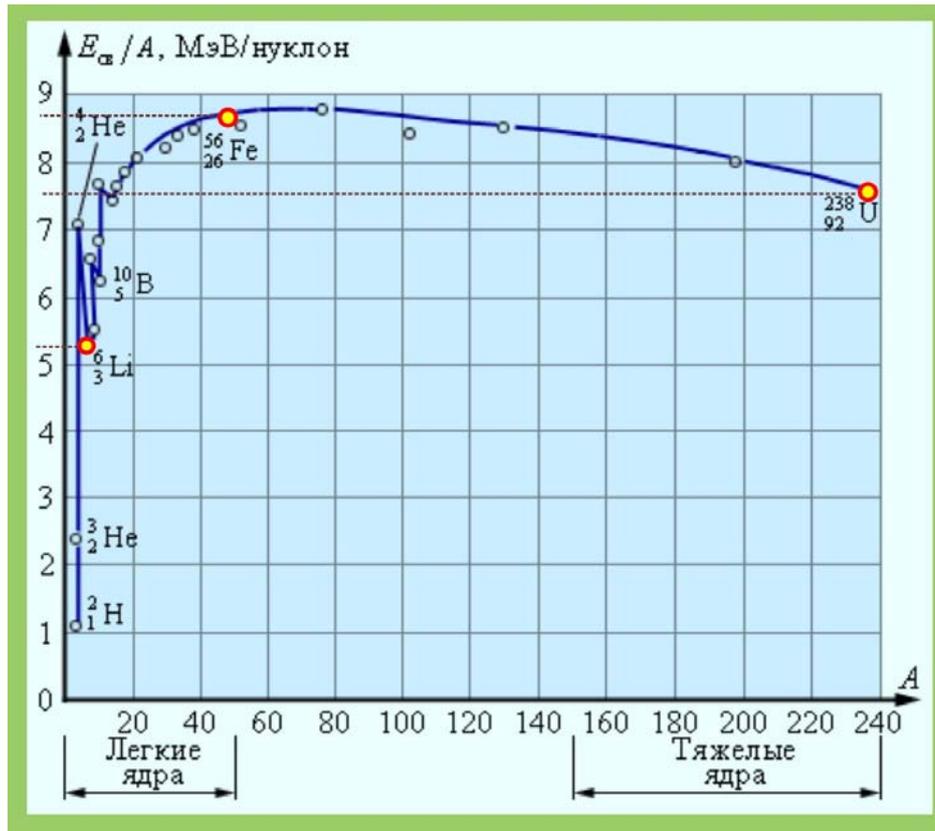


Рис. 68. Зависимость удельной энергии связи от атомного номера элементов

69. Во сколько раз удельная энергия связи изотопа натрия $^{23}_{11}\text{Na}$ отличается от удельной связи трития ^3_1H ?

Решение

1. Удельная энергия связи ядра изотопа натрия $^{23}_{11}\text{Na}$:

$$\Delta m_{\text{Na}} \approx (11 \cdot 1,00783 + 12 \cdot 1,00867) - 22,989770 \approx 0,2 \text{ а.е.м.};$$

$$\varepsilon_{\text{CвNa}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,2 \cdot 931 \approx 187,54 \text{ МэВ};$$

$$\varepsilon_{\text{Na(A)}} = \frac{\varepsilon_{\text{CвNa}}}{A} = 8,15 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}};$$

2. Дефект массы и энергия связи ядра трития ^3_1H :

$$\Delta m \approx (1 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867) - 3,016049 \approx 0,0099121 \text{ а.е.м.};$$

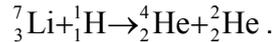
$$\varepsilon_{\text{Cв}^3_1\text{H}} \approx \Delta m c^2 \approx 0,0099121 \cdot 931 \approx 8,491651 \text{ МэВ}$$

$$\varepsilon_{\text{H(A)}} = \frac{\varepsilon_{\text{CвH}}}{A} = 8,49 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}};$$

3. Отношение удельных энергий связи:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{\text{CвH}}}{\varepsilon_{\text{CвNa}}} \approx 1,04;$$

70. Определить величину энергии, выделяющейся при ядерной реакции:



Решение

1. Выделяющаяся энергия заданной ядерной реакции определится как:

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \right),$$

где $\sum_1^2 m_1$ – сумма масс ядер, вступивших в реакцию, $\sum_1^2 m_2$ – сумма масс образовавшихся в результате реакции частиц

$$\sum_1^2 m_1 = m_{{}^7_3\text{Li}} + m_{{}^1_1\text{H}} \approx 7,016004 + 1,008665 \approx 8,024669 \text{ а.е.м.}$$

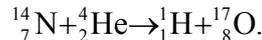
$$\sum_1^2 m_2 = m_{{}^4_2\text{He}} + m_{{}^2_2\text{He}} \approx 4,002603 + 4,002603 \approx 8,005206 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \approx 0,019463 \text{ а.е.м.}$$

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \right) \approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 0,019463 \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 2,8 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$Q \approx \frac{4 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2,5 \cdot 10^7 \text{ эВ} \approx 25 \text{ МэВ};$$

71. Определить величину энергии, поглощаемую ядерной реакцией:



Решение

1. Потребляемая энергия заданной ядерной реакции определится как:

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \right),$$

где $\sum_1^2 m_1$ – сумма масс ядер, вступивших в реакцию, $\sum_1^2 m_2$ – сумма масс образовавшихся в результате реакции частиц

$$\sum_1^2 m_1 = m_{{}^{14}_7\text{N}} + m_{{}^4_2\text{He}} \approx 14,003074 + 4,014102 \approx 18,017176 \text{ а.е.м.}$$

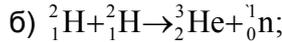
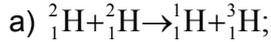
$$\sum_1^2 m_2 = m_{{}^1_1\text{H}} + m_{{}^{17}_8\text{O}} \approx 1,007825 + 16,999131 \approx 18,006956 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.}$$

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \right) \approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 1,7938 \cdot 10^{-13} \text{ Дж};$$

$$Q \approx \frac{2,974 \cdot 10^{-10}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,86 \cdot 10^6 \text{ эВ} \approx 1,86 \text{ МэВ};$$

72. Определить энергию, выделяющуюся при ядерных реакциях:



Решение

1. Энергия ядерной реакции ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^3_1\text{H}$:

$$\sum_1^2 m_1 = m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^2_1\text{H}} \approx 4,0566 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_2 = m_{{}^1_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}} \approx 4,0239 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_1 > \sum_1^2 m_2; \Rightarrow \sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \approx 3,27 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.м.}$$

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \right) \approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 3,27 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 4,887 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$Q \approx \frac{4,887 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3,11 \cdot 10^6 \text{ эВ} \approx 3,11 \text{ МэВ};$$

2. Энергия ядерной реакции ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$;

$$\sum_1^2 m_1 = m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^2_1\text{H}} \approx 4,0566 \text{ а.е.м.}$$

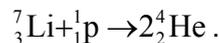
$$\sum_1^2 m_2 = m_{{}^3_2\text{He}} + m_{{}^1_0\text{n}} \approx 4,0247 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_1 > \sum_1^2 m_2; \Rightarrow \sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \approx 3,19 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.м.}$$

$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \right) \approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 3,19 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 4,783 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$Q \approx \frac{4,783 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3,01 \cdot 10^6 \text{ эВ} \approx 3,01 \text{ МэВ};$$

73. Какую массу воды M можно нагреть от 0°C до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при ядерной реакции превращения лития в две α -частицы:



За время реакции было расщеплено $m = 10^{-3}$ кг лития;

Решение

1. Определим количество ядер, содержащихся в заданной массе лития:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N_x}{N_A}; \Rightarrow N_x = \frac{m N_A}{\mu};$$

2. Количество тепла, необходимого для нагревания воды:

$$Q_T = c_B M \Delta T = c_B M \cdot 100; \Rightarrow M = \frac{Q_T}{10^2 c_B};$$

3. Энергия, высвобождающаяся при расщеплении одного ядра лития:

$$Q_1 = c^2 \left(\sum m_1 - \sum m_2 \right);$$

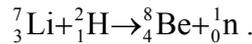
4. Энергия, высвобождающаяся при расщеплении всей массы лития:

$$Q_\Sigma = \frac{mN_A c^2}{\mu} \left(\sum m_1 - \sum m_2 \right);$$

5. Масса нагретой до кипения воды:

$$M = \frac{mN_A c^2}{10^2 c_B \mu} \left(\sum m_1 - m_2 \right) \approx 0,563 \text{ кг};$$

74. Оценить энергию, сопровождающую ядерную реакцию:



Решение

1. Энергия ядерной реакции ${}^7_3\text{Li} + \text{H}^2 \rightarrow {}^8_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$:

$$\sum_1^2 m_1 = m_{{}^7_3\text{Li}} + m_{{}^2_1\text{H}} \approx 9,0301 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_2 = m_{{}^8_4\text{Be}} + m_{{}^1_0\text{n}} \approx 9,0140 \text{ а.е.м.}$$

$$\sum_1^2 m_1 > \sum_1^2 m_2; \Rightarrow \sum_1^2 m_1 - \sum_1^2 m_2 \approx 1,61 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.м.}$$

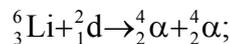
$$Q = c^2 \left(\sum_1^2 m_2 - \sum_1^2 m_1 \right) \approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,61 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж};$$

$$Q \approx \frac{2,4 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,5 \text{ МэВ};$$

75. При бомбардировке изотопа лития ${}^6_3\text{Li}$ ядрами дейтерия (дейтронами) ${}^2_1\text{H}$ образуются две α -частицы, при этом выделяется энергия $Q = 22,3 \text{ МэВ}$. Зная массу дейтрона m_d и α -частицы m_α , определить массу ядра изотопа лития.

Решение

1. Уравнение ядерной реакции:



2. Количество энергии, выделяемой при этой ядерной реакции:

$$Q = c^2 [(m_{\text{Li}} + m_d) - 2m_\alpha];$$

3. Масса ядра изотопа лития:

$$m_{\text{Li}} = \frac{Q}{c^2} - m_d + 2m_\alpha \approx 6,015 \text{ а.е.м.}$$

76. При бомбардировке протонами мишеней могут протекать следующие ядерные реакции:



Определить материал мишени и выделившуюся энергию.

Решение

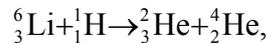
1. Параметры ядерной реакции $p + {}^A_Z X \rightarrow 3\alpha$:

$$\begin{aligned}
 {}^1_1 p + {}^A_Z X \rightarrow 3 {}^4_2 \text{He}; \Rightarrow & \left. \begin{aligned} A &= 12 - 1 = 11; \\ Z &= 6 - 1 = 5; \end{aligned} \right\} {}^{11}_5 X \equiv {}^{11}_5 \text{B}; \quad (\text{мишень из бора}); \\
 & Q = c^2 [(m_B + m_p) - 3m_\alpha] \\
 \Delta m &= [(11,009305 + 1,007825) - 12,007809] \approx 9,321 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.} \\
 Q = c^2 \Delta m &\approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 9,321 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 1,393 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}; \\
 Q &\approx \frac{1,393 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 8,71 \text{ МэВ};
 \end{aligned}$$

1. Параметры ядерной реакции $p + {}^A_Z Y \rightarrow 2\alpha$:

$$\begin{aligned}
 {}^1_1 p + {}^A_Z Y \rightarrow 2 {}^4_2 \text{He}; \Rightarrow & \left. \begin{aligned} A &= 8 - 1 = 7; \\ Z &= 4 - 1 = 3; \end{aligned} \right\} {}^7_3 X \equiv {}^7_3 \text{Li}; \quad (\text{мишень из лития}); \\
 & Q = c^2 [(m_{\text{Li}} + m_p) - 2m_\alpha] \\
 \Delta m &= [(7,016004 + 1,007825) - 8,005206] \approx 1,862 \cdot 10^{-2} \text{ а.е.м.} \\
 Q = c^2 \Delta m &\approx 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,862 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \approx 2,792 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}; \\
 Q &\approx \frac{2,792 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 17,4 \text{ МэВ};
 \end{aligned}$$

77. Какое количество теплоты выделяется в ходе реакции:



в результате которой образуется $m = 1$ кг гелия ${}^4_2 \text{He}$? Во сколько раз это количество теплоты больше энергии, выделяемой при сгорании нефти массой $m = 1$ кг?

Решение

1. Энергия, выделяемая при расщеплении одного ядра лития:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= c^2 (\sum m_1 - \sum m_2) = c^2 [(m_{{}^6_3 \text{Li}} + m_{{}^1_1 \text{H}}) - (m_{{}^3_2 \text{He}} + m_{{}^4_2 \text{He}})] \\
 Q_1 &= c^2 \Delta m; \quad \Delta m = [(m_{{}^6_3 \text{Li}} + m_{{}^1_1 \text{H}}) - (m_{{}^3_2 \text{He}} + m_{{}^4_2 \text{He}})]
 \end{aligned}$$

2. Энергия, выделяемая при расщеплении $m = 1$ кг гелия:

$$Q_\Sigma = N_A \frac{m}{\mu_{\text{He}}} c^2 \Delta m;$$

3. Энергия, выделяемая при сжигании одного килограмма нефти:

$$Q_0 = qm;$$

4. Отношение энергии ядерной реакции к энергии химической реакции:

$$\zeta = \frac{Q_\Sigma}{Q_0} = \frac{N_A c^2 \Delta m}{\mu_{\text{He}} q} \approx 2 \cdot 10^6;$$

6. Справочные данные

6.1. Красная граница фотоэффекта (λ_0)

Вещество	λ_0 , нм	Вещество	λ_0 , нм
Алюминий	450	Оксид бария	1235
Барий	484	Оксид меди	239
Барий на вольфраме	1130	Парафин	215
Висмут	330	Платина	230
Вода	200	Ртуть	260
Вольфрам	272	Рубидий	573
Германий	272	Свинец	310
Железо	287	Селен	220
Золото	285	Сера	230
Кадмий	320	Серебро	260
Калий	550	Сурьма	310
Кальций	370	Торий на вольфраме	473
Кислородно-цезиевый катод	1400	Сурьмяно-цезиевый катод	670
Литий	499	Цезий	620
Магний	330	Цезий на вольфраме	909
Медь	270	Цезий на платине	895
Натрий	540	Цинк	220
Никель	249		

6.2. Работа выхода электрона

Вещество	Работа выхода		Вещество	Работа выхода	
	10^{-19} Дж	эВ		10^{-19} Дж	эВ
Барий	3,8	2,4	Оксид меди	8,3	5,2
Барий на вольфраме	1,8	1,1	Платина	8,5	5,3
Вольфрам	7,2	4,5	Рубидий	3,5	2,2
Германий	7,7	4,8	Серебро	6,9	4,3
Золото	6,9	4,3	Торий	5,4	3,4
Кальций	4,5	2,8	Торий на вольфраме	4,2	2,6
Молибден	6,9	4,3	Цезий	2,9	1,8
Никель	7,2	4,5	Цезий на вольфраме	2,2	1,4
Оксид бария	1,6	1,0	Цезий на платине	2,1	1,3

6.3. Энергия кванта (фотона) (ϵ) в области видимого излучения в зависимости от длины волны (λ , нм) и частоты (ν , 10^{12} Гц)

λ , нм	ν , ТГц	Цвет лучей	Энергия одного кванта	
			$\epsilon, 10^{-18}$ Дж	ϵ , эВ
760	395	Тёмно-красный	0,26	1,6
520	483	Красный	0,32	2,0
590	508	Оранжевый	0,34	2,1
560	536	Жёлтый	0,36	2,2
500	600	Зелёный	0,40	2,5
480	625	Голубой	0,41	2,6
450	666	Синий	0,44	2,7
380	789	Фиолетовый	0,52	3,3

6.4. Энергия фотонов (ϵ) в зависимости от диапазона длин волн

Показатели	Излучение		
	Рентгеновское	Ультрафиолетовое	Инфракрасное
Диапазон длин волн, нм	$10^{-3} - 10$	3 - 380	$760 - 2 \cdot 10^6$
Энергия фотона, Дж	$2 \cdot 10^{-13} - 2 \cdot 10^{-17}$	$6,6 \cdot 10^{-17} - 5,3 \cdot 10^{-19}$	$2,6 \cdot 10^{-20} - 10^{-22}$
Энергия фотона, эВ	$1,25 \cdot 10^6 - 1,2 \cdot 10^2$	$4,1 \cdot 10^2 - 3,3$	$1,6 - 6 \cdot 10^{-4}$

6.5. Массы фотонов

Вид излучения	Частота, ТГц	Масса фотона	
		кг	В массах электрона
Граница инфракрасного и видимого излучения	400	$2,9 \cdot 10^{-36}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$
Видимая часть спектра (лучи зелёного света)	600	$4,4 \cdot 10^{-36}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$
Граница видимого и ультрафиолетового излучения	790	$5,6 \cdot 10^{-36}$	$6,3 \cdot 10^{-6}$
Ультрафиолетовое излучение	10^5	$7,3 \cdot 10^{-34}$	$8 \cdot 10^{-4}$
Рентгеновское излучение	$3 \cdot 10^6$	$2,2 \cdot 10^{-31}$	0,24
Гамма - излучение	$3 \cdot 10^8$	$2,2 \cdot 10^{-30}$	2,4

6.6. Импульсы фотонов

Вид излучения	Частота, ТГц	Импульс, кг·м/с
Граница инфракрасного и видимого излучения	400	$8,7 \cdot 10^{-28}$
Видимая часть спектра (лучи зелёного цвета)	600	$1,3 \cdot 10^{-27}$
Граница видимого и ультрафиолетового излучения	790	$1,7 \cdot 10^{-27}$
Ультрафиолетовое излучение	10^5	$2,2 \cdot 10^{-25}$
Рентгеновское излучение	$3 \cdot 10^6$	$6,6 \cdot 10^{-23}$
Гамма - излучение	$3 \cdot 10^8$	$6,6 \cdot 10^{-21}$

6.7. Массы атомов некоторых химических элементов

Атом	Масса атома		Атом	Масса атома	
	10^{-27} кг	А.е.м.		10^{-27} кг	А.е.м.
Азот	32,2	14,0067	Олово	197	118,69
Алюминий	44,8	26,9815	Платина	324	195,09
Водород	1,67	1,0079	Ртуть	333	200,59
Вольфрам	305	183,85	Свинец	334	207,2
Гелий	6,66	4,0026	Сера	53,2	32,06
Железо	92,8	55,847	Серебро	179	107,868
Золото	327	196,9665	Углерод	19,9	12,011
Калий	64,9	39,098	Уран	395	238,029
Кальций	66,5	40,08	Фосфор	51,4	30,97377
Кислород	26,5	15,9994	Хлор	58,9	35,453
Медь	105	63,546	Цинк	109	65,38
Натрий	38,1	22,98977			

6.8. Примерные геометрические параметры атомов

Наименование параметра	Значения
Линейные размеры атома (электронной оболочки)	$\cong 10^{-10}$ м
	0,1 нм
Радиус атома водорода (электронной оболочки)	$5,3 \cdot 10^{-11}$ м
	0,053 нм
Радиус атома гелия	$1,05 \cdot 10^{-10}$ м
	0,105 нм
Радиус атома урана	$1,5 \cdot 10^{-10}$ м
	0,15 нм
Наименование параметра	Значения
Число атомов, которые можно уложить плотно друг к другу на отрезке в 1 мм	$\cong 1 \cdot 10^7$
Объём, занимаемый атомом	10^{-24} см ³
	10^{-30} м ³
Линейные размеры ядра атома	$\cong 10^{-15}$ м
Отношение радиуса атома к радиусу ядра	$\cong 1 \cdot 10^5$
Радиус ядра гелия	$\cong 2,5 \cdot 10^{-15}$ м
	2500 пм
Радиус ядра урана	$\cong 8,5 \cdot 10^{-15}$ м
	8500 пм
Объём, занимаемый ядром	$10^{-45} - 10^{-42}$ м ³
Число ядер, которые можно «уложить» плотно друг к другу на отрезке 1 мм	$\cong 1 \cdot 10^{12}$
Расстояние между атомами в твёрдом теле	10^{-10} м

6.10. Характеристики естественной радиоактивности

Наименование параметра	α - лучи	β - лучи	γ - лучи
Скорость частиц, испускаемых радиоактивными ядрами, м/с	$2 \cdot 10^6$	$1,6 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^8$
Энергия частицы, МэВ	4 - 9	0,01 – 2,0	0,2 - 3
Масса одной вылетающей частицы, кг	$6,6 \cdot 10^{-27}$	$\cong 1 \cdot 10^{-30}$	$\cong 2,2 \cdot 10^{-30}$
Пробег до остановки частицы в воздухе	3 – 9 см	До 40 м	≥ 100 м
Пробег до остановки частицы в алюминии	$\leq 0,06$ мм	До 2 м	≤ 5 см
Пробег частицы до остановки в биологической ткани	$\leq 0 \cdot 1$ мм	≤ 6 см	Пронизывает тело

6.11. Относительные атомные массы некоторых элементов (М)

Наименование элемента	Символ	Атомный номер	М, а.е.м.	Агрегат. сост.
Азот	N	7	14,0	газ
Актиний	Ac	89	227	твёрдое
Алюминий	Al	13	26,98	твёрдое
Аргон	Ar	18	39,95	газ
Барий	Ba	56	137,34	твёрдое
Бериллий	Be	4	9	твёрдое
Бор	B	5	10,8	твёрдое
Бром	Br	35	79,91	жидкое
Ванадий	V	23	51	твёрдое
Висмут	Bi	83	208,98	твёрдое
Водород	H	1	1,00797	газ
Вольфрам	W	74	183,85	Твёрдое
Галлий	Ga	31	69,72	твёрдое
Гафний	Hf	72	178,49	Твёрдое
Гелий	He	2	4,0026	твёрдое
Германий	Ge	32	72,59	Твёрдое
Европий	Eu	63	151,96	Твёрдое
Железо	Fe	26	55,847	Твёрдое
Золото	Au	79	196,967	Твёрдое
Индий	In	49	114,82	Твёрдое
Иридий	Ir	77	192,2	Твёрдое
Кадмий	Cd	48	112,40	Твёрдое
Калий	K	19	39,102	Твёрдое
Кальций	Ca	20	40,48	твёрдое
Кислород	O	8	15,9994	газ
Кобальт	Co	27	58,933	Твёрдое
Кремний	Si	14	28,06	твёрдое
Криптон	Kr	36	83,8	газ
Ксенон	Xe	54	131,3	газ
Литий	Li	3	6,939	Твёрдое
Магний	Mg	12	24,312	Твёрдое
Марганец	Mn	25	54,9381	Твёрдое
Медь	Cu	29	63,54	Твёрдое
Менделевий	Md	101	258	Твёрдое
Молибден	Mo	42	95,94	Твёрдое
Мышьяк	As	33	74,92	Твёрдое

Натрий	Na	11	22,989	Твёрдое
Неон	Ne	10	20,183	Твёрдое
Никель	Ni	28	58,71	твёрдое
Олово	Sn	50	118,70	твёрдое
Палладий	Pd	46	106,4	Твёрдое
Платина	Pt	78	195,09	Твёрдое
Плутоний	Pu	84	209	Твёрдое
Радий	Ra	88	226	твёрдое
Радон	Rn	86	222	газ
Ртуть	Hg	80	200,59	жидкое
Свинец	Pb	82	207,19	Твёрдое
Селен	Se	34	78,96	Твёрдое
Сера	S	16	32	Твёрдое
Серебро	Ag	47	107,870	Твёрдое
Стронций	Sr	38	86,72	Твёрдое
Сурьма	Sb	51	121,75	твёрдое
Таллий	Tl	81	204,307	Твёрдое
Титан	Ti	22	47,96	Твёрдое
Торий	Th	90	232	Твёрдое
Углерод	C	6	12,0111	Твёрдое
Уран	U	92	238,03	Твёрдое
Фосфор	P	15	31	твёрдое
Хлор	Cl	17	35,457	газ
Хром	Cr	24	51,9996	Твёрдое
Цезий	Cs	55	132,95	Твёрдое
Цинк	Zn	30	65,38	Твёрдое
Цирконий	Zr	40	91,22	Твёрдое
Энштейний	Es	99	254	Твёрдое
Эрбий	Er	68	167,26	Твёрдое

6.12. Изотопный состав некоторых элементов

Атомный номер	Обозначение элемента	Обозначение изотопа	В состав изотопа входит		
			Электронов	Протонов	Нейтронов
2	He	${}^3_2\text{He}$	2	2	1
2	He	${}^4_2\text{He}$	2	2	2
3	Li	${}^6_3\text{Li}$	3	3	3
3	Li	${}^7_3\text{Li}$	3	3	4
4	Be	${}^9_4\text{Be}$	4	4	5
5	B	${}^{10}_5\text{B}$	5	5	5
5	B	${}^{11}_5\text{B}$	5	5	6
6	C	${}^{12}_6\text{C}$	6	6	6
6	C	${}^{13}_6\text{C}$	6	6	7
7	N	${}^{14}_7\text{N}$	7	7	7
7	N	${}^{15}_7\text{N}$	7	7	8
8	O	${}^{16}_8\text{O}$	8	8	8
8	O	${}^{17}_8\text{O}$	8	8	9

8	O	$^{18}_8\text{O}$	8	8	10
9	F	$^{19}_9\text{F}$	9	9	10
.....
92	U	$^{234}_{92}\text{U}$	92	92	142
92	U	$^{235}_{92}\text{U}$	92	92	143
92	U	$^{238}_{92}\text{U}$	92	92	146

6.13. Спектр атомарного водорода

Серия	Формула	n	Длина вол-ны, нм
Лаймана	$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	2	121,568
		3	102,573
		4	97,254
Бальмера	$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	3	656,2793
		4	486,1327
		5	434,0466
		6	410,1738
		7	397,0075
		8	388,9052
		9	383,5387
Пашена	$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	10	379,7900
		4	1875,11
		5	1281,81
		6	1093,81
		7	1004,94
		8	954,60
		9	922,91
Брэкета	$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	10	901,49
		11	886,29
		5	4051,04
		6	2625,16
		7	2466,06

6.14. Характеристики радиоактивных долгоживущих изотопов

Элемент	A	Период по-лураспада	Тип распада	Энергия, МэВ	Энергия γ -лучей, МэВ
Водород	3	12,262 года	α^+	0,0186	-
Литий	8	0,84 с	α	13	-
Бериллий	7	53,6 суток	β^+	-	0,477
	10	$2,5 \cdot 10^6$ лет	α	0,555	-
Углерод	11	20,34 мин	β^+	0,97	0,511
	14	5730 лет	α	0,156	-
Азот	13	9,96 мин	β	1,2	0,511
Кислород	15	123 с	β	1,74	0,511
Фтор	18	109,7 мин	β	0,635	0,511
Неон	24	3,38 мин	α	1,99	0,88
Натрий	22	2,62 года	β, α	1,83	1,275
	24	15 ч	α	1,39	2,75
Магний	28	21,2 ч	α	0,46	0,95

Алюминий	26	7,4·10 ⁵ лет	П	1,17	1,35
	29	6,6 мин	Э	2,40	1,12
Кремний	32	650 лет	Э	0,21	2,43
	31	2,62 часа	Э	1,48	-
Фосфор	33	24,4 суток	Э	0,248	1,26
	32	14,28 суток	Э	1,710	-
Сера	35	87,9 суток	Э	0,167	-
Хлор	36	3·10 ⁵ лет	Э	0,714	0,511
	38	37,3 мин	Э	4,82	1,6; 2,15
Аргон	39	269 лет	Э	0,565	-
	37	34,5 суток	Е	-	-
Калий	40	1,26·10 ⁹ лет	Э	1,314	1,239
	42	165 суток	Э	3,55	-
Кальций	41	8·10 ⁴ лет	Е	-	-
	45	165 суток	Э	0,252	-
Скандий	46	83,9 суток	Э	1,48	1,12
Титан	44	48 лет	Е	-	0,068
	45	3,1 ч	П	1,04	1,408
Ванадий	50	6·10 ¹⁵ лет	Е, Э	-	-
	48	16,2 суток	П, Э	0,70	1,31
Хром	51	27,8	Е	-	0,32
Марганец	53	1,9·10 ⁶ лет	Е	-	-
	54	303 суток	Е	-	0,835
	57	1,7 мин	Е	2,55	-
Железо	55	2,6 года	Е	-	-
	59	45 суток	Э	0,27	0,19
Кобальт	57	270 суток	Е	0,136	1,33
	60	5,3 года	Э	1,33	-
Никель	59	8·10 ⁴ лет	Е	-	-
	63	92 года	Э	0,067	-
Медь	64	12,8 час	Э, П, Е	0,66	1,34
Цинк	65	245 суток	Е	-	1,115
Германий	71	11 суток	Э	-	-
Селен	79	6,5·10 ⁴ лет	Э	0,16	0,27
Бром	82	36 ч	Э	0,4	0,7
Криптон	81	2,1·10 ⁵ лет	Е	-	-
	79	34,9 ч	Е П	0,6	0,61
Рубидий	87	4,8·10 ¹⁰ лет	Э	0,274	-
	86	18,7 суток	Э	1,77	1,08
Стронций	90	27,7 лет	Э	0,546	-
Молибден	99	67 ч	Э	1,23	0,37
Палладий	107	7·10 ⁶ лет	Э	0,04	0,5
	107				
	103	17 суток	Е	-	0,66
Серебро	110	25 с	Э	2,87	
	110m	235 суток	Э, ИП	0,09, 0,530	0,94 0,88
Кадмий	115	2,3 суток	Э	1,11	0,52
	115m	43 суток	Э, ИП	1,61	1,3
Индий	114	72 ч	Э	1,98	1,3
	114m	50 суток	ИП, Е	-	0,72
Олово	126	10 ⁵ лет	Э	-	0,09
	113	115 суток	Е	-	0,255
Сурьма	125	2,71 года	Э	0,61	0,6
Теллур	125m	58 суток	ИП	-	0,11
Иод	129	1,7·10 ⁷ лет	Э	0,15	0,040

	131	8,04 суток	Э	0,61	0,64
Ксенон	133m	2,3 суток	ИП		0,23
	133	5,27 суток	Э	0,34	0,081
Цезий	135	$3 \cdot 10^6$ лет	Э	0,21	
	137	30 лет	Э	1,176	0,662
Барий	133	7,2 года	Е	-	0,36
Тантал	182	115 суток	Э	0,36	1,22
Вольфрам	185	73 суток	Э	0,43	-
Рений	187	$4,3 \cdot 10^{10}$ лет	Э	0,003	-
	186	3,7 суток	Э	1,07	.137
Осмий	193	31 ч	Э	1,11	0,46
Иридий	192	74,4 суток	Э, Е	0,54	0,484
				0,67	
				0,2	
Платина	197	20 ч	Э	0,48	0,77
				0,67	0,19
Золото	198	2,7 суток	Э	0,96	0,412
Ртуть	203	47 суток	Э	0,21	0,279
Свинец	205	$3 \cdot 10^7$ лет	Е	-	-
	209	3,3 ч	Э	0,635	-
Висмут	208	$3,7 \cdot 10^5$ лет	Е	-	2,614

* Э – электронный β - распад, П – позитронный β - распад, Е – Е захват, А - α - распад, ИП – изомерный переход .

6.15. Некоторые ядерные реакции

Формула реакции	Сокращённая запись	Примечание
${}_{7}^{14}\text{N} + {}_{2}^{4}\text{He} \rightarrow {}_{8}^{17}\text{O} + {}_{1}^{1}\text{H}$	${}_{7}^{14}\text{N}(\alpha, p){}_{8}^{17}\text{O}$	Первая ядерная реакция, проведенная в лабораторных условиях Э. Резерфордом в 1919 г.
${}_{13}^{27}\text{Al} + {}_{2}^{4}\text{He} \rightarrow {}_{15}^{30}\text{P} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{13}^{27}\text{Al}(\alpha, n){}_{15}^{30}\text{P}$	Ядерные реакции, проведенные впервые в 1936 г. супругами Кюри с целью получения радиоактивных изотопов.
${}_{5}^{10}\text{B} + {}_{2}^{4}\text{He} \rightarrow {}_{7}^{13}\text{N} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{5}^{10}\text{B}(\alpha, n){}_{7}^{13}\text{N}$	
${}_{12}^{24}\text{Mg} + {}_{2}^{4}\text{He} \rightarrow {}_{14}^{27}\text{Si} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{12}^{24}\text{Mg}(\alpha, n){}_{14}^{27}\text{Si}$	
${}_{3}^{7}\text{Li} + {}_{1}^{1}\text{H} \rightarrow {}_{2}^{4}\text{He} + {}_{2}^{4}\text{He}$	${}_{3}^{7}\text{Li}(p, 2\alpha){}_{2}^{4}\text{He}$	Первая ядерная реакция проведенная при использовании ускоренных протонов. Реакцию осуществили Д. Кокрофт, Е. Уолтон в 1932 г.
${}_{3}^{6}\text{Li} + {}_{0}^{1}\text{n} \rightarrow {}_{2}^{4}\text{He} + {}_{1}^{3}\text{H}$	${}_{3}^{6}\text{Li}(n, \alpha){}_{1}^{3}\text{H}$	Получен неизвестный химический элемент «Технеций»
${}_{13}^{27}\text{Al} + {}_{0}^{1}\text{n} \rightarrow {}_{12}^{27}\text{Mg} + {}_{1}^{1}\text{H}$	${}_{13}^{27}\text{Al}(n, p){}_{12}^{27}\text{Mg}$	
${}_{29}^{63}\text{Cu} + \gamma \rightarrow {}_{29}^{62}\text{Cu} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{29}^{63}\text{Cu}(\gamma, n){}_{29}^{62}\text{Cu}$	
${}_{11}^{23}\text{Na} + {}_{1}^{2}\text{H} \rightarrow {}_{12}^{24}\text{Mg} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{11}^{23}\text{Na}(d, n){}_{12}^{24}\text{Mg}$	
${}_{42}^{98}\text{Mo} + {}_{1}^{2}\text{H} \rightarrow {}_{43}^{99}\text{Tc} + {}_{0}^{1}\text{n}$	${}_{42}^{98}\text{Mo}(\alpha, n){}_{43}^{99}\text{Tc}$	
<p><i>При сокращённой записи ядерных реакций вначале пишется символ химического элемента, ядро которого является материнским, в скобках – бомбардирующую частицу и частицу, испускаемую ядром, а затем уже символ ядра, получающегося в результате реакции. Обозначения частиц: d – дейтрон, p – протон, n – нейтрон, α - альфа частица, γ - фотон</i></p>		

6.16. Реакции получения радиоактивных изотопов

Изотоп	Реакция получения	Метод получения
$^{59}_{26}\text{Fe}$	$^{58}_{26}\text{Fe}(n, \gamma)^{59}_{26}\text{Fe}$	Облучение в реакторе мишеней из железа
$^{131}_{53}\text{I}$	$^{131}_{52}\text{Te} \rightarrow ^{131}_{53}\text{I} + ^0_{-1}\text{e}$	Выделение изотопа из природных соединений теллура, облучённого нейтронами
$^{45}_{20}\text{Ca}$	$^{44}_{20}\text{Ca}(n, \gamma)^{45}_{20}\text{Ca}$	Облучение в реакторе природных соединений кальция (CaO , CaCO_3).
$^{60}_{27}\text{Co}$	$^{59}_{27}\text{Co}(n, \gamma)^{60}_{27}\text{Co}$	Облучение в реакторе мишеней из кобальта.
$^{24}_{11}\text{Na}$	$^{23}_{11}\text{Na}(n, \gamma)^{24}_{11}\text{Na}$	Облучение в реакторе мишеней из соединений натрия (NaCl , Na_2CO_3).
$^{35}_{16}\text{S}$	$^{35}_{17}\text{Cl}(n, p)^{35}_{16}\text{S}$	Облучение в реакторе мишеней из соединений хлора.
$^{204}_{73}\text{Tl}$	$^{203}_{73}\text{Tl}(n, \gamma)^{204}_{73}\text{Tl}$	Облучение в реакторе природного таллия.
$^{32}_{15}\text{P}$	$^{31}_{15}\text{P}(n, \gamma)^{32}_{15}\text{P}$	Облучение в реакторе мишеней из соединений фосфора (P_2O_5)
$^{137}_{55}\text{Cs}$	-	Изотоп выделяют из смеси продуктов деления, находящихся в отработавших свой срок тепловыделяющих элементов.

6.17. Примеры термоядерных реакций

Реакция	Энергия, МэВ	Реакция	Энергия, МэВ
$^1_1\text{H} + ^2_1\text{D} \rightarrow ^3_2\text{He}$	5,5	$^2_1\text{D} + ^3_2\text{He} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_1\text{H}$	18,3
$^2_1\text{D} + ^2_1\text{D} \rightarrow ^3_2\text{He} + ^1_0\text{n}$	3,3	$^1_0\text{n} + ^6_3\text{Li} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^3_1\text{T}$	4,8
$^2_1\text{D} + ^2_1\text{D} \rightarrow ^3_1\text{T} + ^1_1\text{H}$	4,0	$^1_1\text{H} + ^7_3\text{Li} \rightarrow ^4_2\text{He}$	17,3
$^2_1\text{D} + ^3_1\text{T} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$	17,6	$^2_1\text{D} + ^6_3\text{Li} \rightarrow 2^4_2\text{He}$	22,4
$^3_1\text{T} + ^3_1\text{T} \rightarrow ^4_2\text{He} + 2^1_0\text{n}$	11,3	$^2_1\text{D} + ^7_3\text{Li} \rightarrow 2^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$	15,0

6.18. Классификация элементарных частиц

Класс	Название	Обозначение		Масса, МэВ	Спин	Время жизни, с
		Частицы	Античастицы			
-	Фотон	γ		0	1	Стаб.
Лептоны	Электрон, позитрон	e^-	e^+	0,511	1/2	Стаб.
	Нейтрино электронное	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	1/2	Стаб.

	Мюон	μ^-	μ^+	106	1/2	$2,2 \cdot 10^{-6}$
	Нейтрино мюонное	ν_μ^-	ν_μ^+	0	1/2	Стаб.
Мезоны	Пион заряженный	π^+	π^-	140	0	$2,2 \cdot 10^{-8}$
	Пион нейтральный	π^0		135	0	$7,6 \cdot 10^{-17}$
	Каон заряженный	K^+	K^-	494	0	$1,2 \cdot 10^{-8}$
	Каон нейтральный	K^0	K^0	498	0	$\frac{10^{-8}}{10^{-10}}$
Барионы	Протон	p	\bar{p}	938,2	1/2	Стаб.
	Нейтрон	n	\bar{n}	939,2	1/2	$9,3 \cdot 10^4$
	Гипероны					

6.19. Взаимодействия элементарных частиц

Тип взаимодействия	Сравнительная интенсивность	Радиус действия сил, м	Время взаимодействия
Сильное	1	10^{-15}	10^{-23}
Электромагнитное	10^{-4}	∞	10^{-20}
Слабое	10^{-20}	10^{-13}	10^{-10}
Гравитационное	10^{-40}	∞	