

Примеры движения под действием силы тяжести хорошо известны. Это и падение тела с некоторой высоты, и движение тела, брошенного вверх с некоторой скоростью, и движение тела, брошенного под углом к горизонту. Если в таких задачах не учитывать силу сопротивления воздуха, то все перечисленные виды движения описываются известными формулами. Но задачи, в которых сопротивление воздуха учитывается, не менее интересны.

ЗАДАЧА: ПОРАЖЕНИЕ ЦЕЛИ

I этап. Постановка задачи

Описание задачи

Мальчики играют в бадминтон. Порыв ветра подхватил волан и отнес его на ветви дерева. Предстоит нелегкая задача — достать волан. Задачу можно решить несколькими способами. Каждый из способов имеет свои плюсы и минусы.

Можно, например, залезть на дерево. Но это очень опасное занятие: ветки дерева, чем выше, тем тоньше. Велика вероятность падения. Можно спилить дерево. Но, видимо, еще никто не опробовал такой путь решения задачи. Если бы все выбирали такой способ решения задачи, то давно бы уже не осталось ни одного дерева. Можно ждать, когда волан упадет сам, подхваченный очередным порывом ветра. Наиболее часто волан пытаются сбить камнем. Выберем эту модель поведения и мы. Тем более что нам известны законы движения тела.

Цели моделирования

Исследовать движение тела, брошенного под углом к горизонту. Подобрать начальные значения скорости и угла бросания так, чтобы брошенное тело попало в цель.

Формализация задачи

Уточняющий вопрос

Ответ

Что моделируется?

Процесс изменения взаимного расположения объектов в системе ТЕЛО-ЦЕЛЬ

Какими действиями характеризуется тело?

Тело бросают под углом к горизонту. Далее тело совершает криволинейное движение под действием силы тяжести

Будет ли учитываться сопротивление воздуха?

Нет

Что известно о движении?

Начальная скорость (V_0), угол бросания (ϕ), ускорение свободного падения (g) - $9,81 \text{ м/с}^2$;

Что надо найти?

Координаты положения тела x и y в заданные моменты времени (t_i)

Где начало системы координат?

В точке бросания

Как задаются моменты времени?

От нуля через равные интервалы (Δt)

Что известно о цели?

Цель неподвижна. Координаты цели x и y

Каково условие попадания в цель?

Тело попало в цель, если расстояние между ними (s) меньше некоторого заданного значения Δ , называемого точностью попадания

Примечание. Чтобы задать точность попадания Δ , надо учитывать размеры тела.

Точность попадания Δ должна быть не более половины наименьшего геометрического размера тела. Так, например, если цель — волан размером в диаметре примерно 7 см, то $\Delta = 3,5$ см. Если цель — баскетбольное кольцо диаметром 40 см, то $\Delta = 20$ см. Если цель — аэростат высотой 5 м, то $\Delta = 2,5$ м.

II этап. Разработка модели

Информационная модель

Характеристики объектов и процесса представим в виде таблицы

Объект	Параметры		Действия
	название	значение	
Тело	Начальная скорость V_0 ; Угол бросания ϕ ; Координаты x и y	Исходные данные Исходные данные Расчетные данные	Бросают под углом к горизонту. Двигается под действием силы тяжести
Цель	Координаты цели ($X_{ц}$, $Y_{ц}$) Точность попадания Δ	Исходные данные Исходные данные	Неподвижна
Процесс движения	Ускорение свободного падения g Время t Шаг изменения времени Δt Расстояние между телом и целью: - по горизонтали S_x ; - по вертикали S_y ; - полное S	9,81 м/с ² Расчетные данные Исходные данные Результаты Результаты Результаты	Изменение расстояния между телом и целью

Параметры движения тела представлены на рис. 3.4. Движение тела, брошенного под углом к горизонту, описывается формулами:

$$v_{0x}=v_0\cdot\cos\phi,$$

$$v_{0y}=v_0\cdot\sin\phi,$$

$$x=v_{0x}\cdot t,$$

$$y=v_{0y}\cdot t-\frac{g\cdot t^2}{2}.$$

Здесь v_{0x} , v_{0y} — горизонтальная и вертикальная составляющие начальной скорости.

Для составления формул вычисления расстояния до цели воспользуемся чертежом (рис. 3.5):

$$S_x=x-x_{ц},$$

$$S_y=y-y_{ц},$$

$$S=\sqrt{S_x^2+S_y^2}.$$



Компьютерная модель

Для моделирования выберем среду электронной таблицы. В этой среде табличная информационная и математическая модели объединяются в таблицу, которая содержит три области:

- исходные данные;
- промежуточные расчеты;
- результаты.

1. Заполните область исходных данных по образцу:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Поражение цели						
2							
3	Исходные данные						
4	Ускорение свободного падения			9,81			
5	Начальная скорость			20			
6	Угол бросания в градусах			35			
7	Шаг изменения времени			0,2			
8	Координаты цели		x	10			
9			y	7			
10	Точность попадания			0,035			
11	Расчет						
12	начальная горизонтальная скорость						
13	начальная вертикальная скорость						
14					Расстояние до цели		
15	время	x	y	горизонтальное	вертикальное	полное	
16							
17							
18							

Ячейка	Формула
D12	=D\$5*COS(D\$6*pi()/180)
D13	=D\$5*SIN(D\$6*pi()/180)
A16	0
A17	=A16+D\$7
B16	=D\$12*A16
C16	=D\$13*A16-D\$4*A16*A16/2
D16	=B16-D\$8
E16	=C16-D\$9
F16	=SQRT(D16*D16+E16*E16)

Столбцы A, B, C, D, E, F заполнить сверху вниз аналогичными формулами (до строки 28 включая).

III этап. Компьютерный эксперимент

План эксперимента

ТЕСТИРОВАНИЕ: Провести тестовый расчет компьютерной модели по данным, приведенным в таблице.

ЭКСПЕРИМЕНТ 1: Исследовать движение тела.

ЭКСПЕРИМЕНТ 2: Исследовать изменение движения тела при изменении начальной скорости.

ЭКСПЕРИМЕНТ 3: Исследовать изменение движения тела при изменении угла бросания.

ЭКСПЕРИМЕНТ 4: Изменяя начальную скорость и угол бросания, исследовать характер движения тела и его положение по отношению к цели.

ЭКСПЕРИМЕНТ 5: Изменяя исходную начальную скорость и угол, подобрать значения так, чтобы брошенное тело попало в цель с заданной точностью.

Проведение исследования

Тестирование

1. Заполните столько строк расчетной таблицы, пока координат y не станет меньше нуля.
2. Сравните результаты тестового расчета с результатами, приведенными в примере расчета. Ниже в таблице представлено несколько строк с результатами расчетов по приведенным исходным данным.

	A	B	C	D	E	F
11	Расчет					
12	начальная горизонтальная скорость			16,38		
13	начальная вертикальная скорость			11,47		
14				Расстояние до цели		
15	время	x	y	горизонтальное	вертикальное	полное
16	0,00	0,00	0,00	-10,00	-7,00	12,21
17	0,20	3,28	2,10	-6,72	-4,90	8,32
18	0,40	6,55	3,80	-3,45	-3,20	4,70
19	0,60	9,83	5,12	-0,17	-1,88	1,89
20	0,80	13,11	6,04	3,11	-0,96	3,25
21	1,00	16,38	6,57	6,38	-0,43	6,40
22	1,20	19,66	6,70	9,66	-0,30	9,66

3. По столбцам B и C построить диаграмму движения. Пример представлен на рисунке. Для построения диаграммы возьмите столько расчетных значений, чтобы кривая пересекла горизонтальную ось x .



Эксперимент 1: Исследование движения тела

1. По диаграмме тестового примера опишите, как движется тело.
2. Объясните, как по диаграмме определить точку наивысшего подъема тела.
3. Объясните, что на диаграмме обозначает точка пересечения кривой с горизонтальной осью x . Как по таблице расчетов определить эту точку?
4. Определите по диаграмме, на каком расстоянии от точки броска тело упадет на землю
5. Определите по таблице расчетов:
 - наибольшую высоту подъема;
 - время движения до наивысшей точки;
 - в расстояние от точки броска до точки падения на землю;
 - время движения до падения

На листе номер 2 в свободной области электронной таблицы запишите результаты исследования движения тела по предложенному образцу

	А	В	С	Д
1	Результаты эксперимента 1			
2				
3	Эксперимент 1	скорость 20 м/с	скорость ?? м/с	скорость ?? м/с
4		угол 35	угол ??	угол ??
5	наибольшая высота подъема			
6	время движения до наивысшей точки			
7	расстояние до точки падения			
8	время движения до падения			
9				

Эксперимент 2: Зависимость движения тела от начальной скорости (угол бросания неизменный)

1. Изменяя начальную скорость от 5 до 20 м/с, проследите, как изменяется наибольшая высота подъема (координата y) при увеличении начальной скорости.
2. Проследите, как изменяется дальность полета (координата x) при увеличении начальной скорости.
3. Проведите расчеты для некоторого угла и результаты исследований сведите в таблицу, составленную на свободном поле электронной таблицы.

На листе номер 2 в свободной области электронной таблицы запишите в таблицу выводы по результатам эксперимента: как изменяется высота и дальность полета при изменении начальной скорости (при неизменном угле бросания)?

10	Эксперимент 2	угол 35	
11	Начальная скорость	высота полета	дальность полета
12	5		
13	10		
14	15		
15	20		
16			

Запишите выводы по результатам эксперимента: как изменяется высота и дальность полета при изменении начальной скорости бросания (при неизменном угле бросания)?

Эксперимент 2: Зависимость движения тела от угла бросания (начальная скорость движения неизменна)

1. Проведите расчеты по модели, увеличивая угол бросания от 5° до 85° и оставляя неизменной начальную скорость (например, 15 м/с).
2. Проследите изменение высоты подъема (координата y) при увеличении угла бросания, начальная скорость неизменна.
3. Проследите изменение дальности полета (координата x) при увеличении угла бросания.
4. Результаты расчетов сведите в таблицу на свободном поле электронной таблицы.

16			
17	Эксперимент 3	начальная скорость 15 м/с	
18	угол	высота подъема	дальность подъема
19	5		
20	25		
21	45		
22	65		
23	85		
24	Выводы		

Запишите выводы по результатам эксперимента: как изменяется высота и дальность полета при изменении угла бросания (при неизменной начальной скорости)?

Результаты и выводы, полученные в экспериментах, оформите в виде ответов на следующие вопросы (ответы писать на листе номер 3):

1. Как движется тело, брошенное под углом к горизонту?
2. Как определить наивысшую точку подъема?
3. Как определить дальность полета?
4. Как изменяется наибольшая высота подъема при увеличении начальной скорости и неизменном угле броска?
5. Как изменяется дальность полета при увеличении начальной скорости и неизменном угле броска?
6. Как изменяется наибольшая высота подъема при увеличении угла бросания и неизменной начальной скорости?
7. Как изменяется дальность полета при увеличении угла бросания и неизменной начальной скорости?
8. Как по расчетам определить положение тела по отношению к цели в каждый момент времени? Как это определить по таблице расчетов?
9. Как изменяется расстояние от тела до цели при движении, и как это определить по таблице расчетов?