ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ» (МИИТ)

Факультет довузовской подготовки

С.И. ИЛЬИН,
В.А. НИКИТЕНКО,
А.П. ПРУНЦЕВ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

для довузовской подготовки

*Допущено Департаментом общего и среднего образования
Министерства образования российской Федерации
в качестве пособия для поступающих в высшие учебные заведения*

МОСКВА–2014

УДК 53 (075)
И–46
ББК 22.3

Ильин С.И., Никитенко В.А., Прунцев А.П. Сборник задач по физике для довузовской подготовки. – М.: МИИТ, 2014. – 274 с.

Рекомендовано решением кафедры «Физика» в качестве учебного пособия для слушателей факультета довузовской подготовки.

В учебном пособии собраны задачи, соответствующие общеобразовательным программам основного и среднего (полного) образования профильного уровня и программе по физике для поступающих в вуз. Пособие успешно апробировано авторами на занятиях со школьниками на факультете довузовской подготовки университета и, в частности, в физико-математической школе МИИТ. Значительная часть пособия посвящена решению типовых задач. К каждой теме даны основные формулы, краткие указания и примеры, касающиеся общей методики решения задач, подробные решения приведены для методически наиболее важных заданий.

Сборник задач предназначен для подготовки старшеклассников к государственной итоговой аттестации (ГИА) и единому государственному экзамену (ЕГЭ), учащихся физико-математических школ, студентов колледжей. Он будет также полезен студентам младших курсов технических вузов.

Данное учебное пособие представляет собой переработанный вариант сборника задач авторов, вышедшего в издательстве «Высшая школа» в 2001 году. Все пожелания и замечания просим направлять по адресу: 127994, ГСП-4, Москва, ул. Образцова 9 стр. 9, МИИТ, кафедра "Физика".

Рецензент: В.С. Спивак, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики Московского энергетического института.

ЛР № 020903 от 28 июля 1999 г.
Издательство МИИТ

© МГУПС (МИИТ)
© Ильин Станислав Иванович
© Никитенко Владимир Александрович
© Прунцев Александр Петрович

СОДЕРЖАНИЕ

П Р Е Д И С Л О В И Е

Сборник задач по физике, предлагаемый авторами, может быть успешно применен для подготовки школьников к государственной итоговой аттестации (ГИА) и единому государственному экзамену (ЕГЭ). Основой для этого служит использование стандартных заданий, большой практический опыт авторов при работе с абитуриентами и многолетняя апробация предлагаемого учебного пособия в системе довузовской подготовки Московского государственного университета путей сообщения.

Для качественной подготовки учащимся необходимо знать формулы, научиться формулировать основные физические законы, знать определение физических величин и уметь бегло решать типовые задачи сборника, подобранные и разработанные авторами с учетом различного уровня подготовки учащихся (задачи повышенной сложности отмечены звездочкой). Расположение задач соответствует поэтапному освоению предмета в соответствии с программой средней школы по физике и программой для поступающих в вузы. В целом они охватывают все необходимые разделы курса. Наличие нескольких однотипных задач, близких по условию, и их последовательное усложнение позволяет, на наш взгляд, двигаться от простого к сложному, давая возможность преподавателю, рассматривая примеры решения задач, задавать на самостоятельную проработку учащихся аналогичные задачи. Приведенные примеры решения задач достаточно подробны, и учащийся сможет в них самостоятельно разобраться.

В учебное пособие вошли некоторые задачи из сборников, которые указаны в списке литературы. Авторам этих сборников, чьи идеи использовались в качестве отправной точки при написании данного пособия, мы выражаем искреннюю благодарность. Наличие списка использованной литературы в конце книги позволяет, взяв предлагаемое учебное пособие за основу, выбрать дополнительные пути подготовки в соответствии с запросами учащихся. В конце книги представлен также и основной справочный материал.

Авторы признательны всем преподавателям кафедры «Физика» МИИТ за сделанные замечания в процессе использования первого издания предлагаемого сборника задач.

Выражаем благодарность нашим рецензентам за доброжелательную критику, способствовавшую улучшению данного издания.

Отдавая себе отчет в том, что предлагаемое учебное пособие не лишено недостатков, авторы с благодарностью примут все пожелания и замечания; просим направлять их по адресу: 127994, ГСП-4, Москва, ул. Образцова, 9 стр.9, МИИТ, факультет довузовской подготовки.

Авторы

1. МЕХАНИКА

1.1. Кинематика

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Материальную точку в пространстве можно зафиксировать радиусом-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = \vec{i}\,x + \vec{j}y + \vec{k}z \;,$$

где *x, y, z* – координаты точки; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений вдоль соответствующих осей координат.

Модуль перемещения определяется как

$$\left|\vec{r}\right| = r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} \;,$$

где r_x, r_y, r_z – проекции перемещения на оси координат или $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$.

Средняя скорость (векторная)

$$\left\langle \vec{\upsilon} \right\rangle = \vec{\upsilon}_{\text{ср.}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \,,$$

где $\Delta \vec{r}$ – перемещение материальной точки за время Δt .

Мгновенная скорость

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{\text{мгн.}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\,\upsilon_x + \vec{j}\upsilon_y + \vec{k}\upsilon_z \,,$$

где $\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}$, $\upsilon_y = \dfrac{dy}{dt}$, $\upsilon_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на оси координат, а модуль скорости имеет вид

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} \;.$$

Средняя путевая скорость (скалярная величина)

$$\upsilon_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \,,$$

где ΔS – путь, пройденный точкой за промежуток времени Δt .

Ускорение

среднее: $\langle\vec{a}\rangle = \vec{a}_{\text{ср.}} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$;   мгновенное: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{i}\,a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z$,

где $a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt}$, $a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt}$, $a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt}$ – проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. В случае криволинейного движения вектор ускорения можно представить в виде суммы нормальной $\vec{a}_{\text{н}}$ и касательной $\vec{a}_{\text{к}}$ составляющих

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{н}} + \vec{a}_{\text{к}},$$

где $a = \sqrt{a_{\text{н}}^2 + a_{\text{к}}^2}$, $a_{\text{н}} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ и $a_{\text{к}} = \dfrac{d\upsilon}{dt}$ (R – радиус кривизны траектории в данной точке движения).

Кинематические уравнения равномерного прямолинейного движения ($\vec{\upsilon}$ = const) в координатной форме:

$$x(t) = x_0 + \upsilon_x t;\ y(t) = y_0 + \upsilon_y t;\ z(t) = z_0 + \upsilon_z t,$$

где x_0, y_0, z_0 – координаты в момент времени $t = 0$; $\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z$ – проекции скорости на координатные оси.

Кинематические уравнения прямолинейного равнопеременного ($\overline{a}$ = const) **движения** в координатной форме:

$$x(t) = x_0 + \upsilon_{0x}\cdot t + \frac{a_x t^2}{2};\ y(t) = y_0 + \upsilon_{0y}\cdot t + \frac{a_y t^2}{2};$$

$$z(t) = z_0 + \upsilon_{0z}\cdot t + \frac{a_z t^2}{2},$$

где x_0, y_0, z_0 – начальные координаты; $\upsilon_{0x}, \upsilon_{0y}, \upsilon_{0z}$ – проекции начальной скорости на оси координат; a_x, a_y, a_z – проекции ускорения.

Скорость точки при прямолинейном равнопеременном движении в координатной форме:

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_{0x} + a_x t,\ \upsilon_y(t) = \upsilon_{0y} + a_y t,\ \upsilon_z(t) = \upsilon_{0z} + a_z t$$

или

$$\upsilon_x^2 = \upsilon_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)\,,\ \upsilon_y^2 = \upsilon_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)\,,$$

$$\upsilon_z^2 = \upsilon_{0z}^2 + 2a_z(z - z_0)\,.$$

Вращательное движение

Угол поворота

$$\varphi = \frac{S}{R}\,,$$

где S – путь, пройденный точкой по дуге окружности радиуса R.

Угловая скорость при равномерном вращении

$$\omega = \frac{\varphi}{t}\,,$$

мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}\,.$$

Кинематическое уравнение равномерного ($\omega =$ const) вращения

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t\,,$$

где φ_0 – начальный угол поворота.

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$S = \varphi R \ \text{ и } \ \upsilon = \omega R\,.$$

Центростремительное (нормальное) ускорение

$$a_{\text{ц.с.}} = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R\,.$$

Побочные формулы вращательного движения:

$$\nu = \frac{N}{t}\,;\ T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}\,;\ \varphi = 2\pi N\,,$$

где N – число оборотов, совершаемых точкой за время t; T – период вращения (время одного полного оборота); ν – частота вращения.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П 1.1. Тело, начальная скорость которого равна нулю, в течение времени t_1=5 *с* двигалось равноускоренно с ускорением a=2 м/с^2. Далее путь S_2=50 *м* тело двигалось равномерно. Определить среднюю скорость тела.

Решение: Средняя скорость тела $\upsilon_{ср}=S/t$ (S – путь, проходимый телом за время t). Разделим S на два участка: S_1 и S_2. На первом участке тело движется равноускоренно, а на втором – равномерно. Соответственно, $t=t_1+t_2$. Из уравнения равноускоренного движения $S_1=at_1^2/2$. На втором участке скорость тела $\upsilon_2=at_1$. Так как $S_2=\upsilon_2 t_2$, то $t_2=S_2/(at_1)$. Следовательно,

$$\upsilon_{ср}=S/t=\frac{S_1+S_2}{t_1+t_2}=\frac{at_1^2/2+S_2}{t_1+S_2/(at_1)}=\frac{(at_1^2+2S_2)at_1}{2(at_1^2+S_2)}=7{,}5\ \text{м/с}.$$

П 1.2. С воздушного шара, поднимающегося вертикально вверх с постоянной скоростью, для определения высоты шара сброшен горизонтально груз, который через t_1=5 с достиг Земли. Определить, на какой высоте H находился шар в момент достижения грузом Земли.

Решение: Направим ось y вертикально вверх (рис. 1.1), а начало отсчета выберем на поверхности Земли. Пусть υ_0 – модуль вектора скорости шара, h – высота, на которой сброшен груз. Время отсчитываем с момента отделения груза от шара. Тогда уравнение движения шара имеет вид $y_ш=h+\upsilon_0 t$, а груза $y_г=h+\upsilon_0 t-gt^2/2$ (начальная скорость груза равна скорости шара). По условию в момент $t=t_1$, $y_г(t_1)=0$, а $y_ш(t_1)=H$ – искомая величина. Следовательно, $H=h+\upsilon_0 t_1$;

$0=h+\upsilon_0 t_1-gt_1^2/2$.

Решив систему уравнений находим, что $H=gt_1^2/2$ = 122,6 *м.*

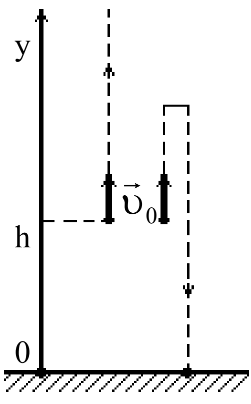


Рис. 1.1

П 1.3. Из точки, находящейся на высоте h над Землей бросили тело под углом α к горизонту с начальной скоростью $\vec{\upsilon}_0$. Определить наибольшую высоту подъема тела над Землей H, дальность полета l и модуль вектора скорости в точке падения на Землю $\upsilon_к$.

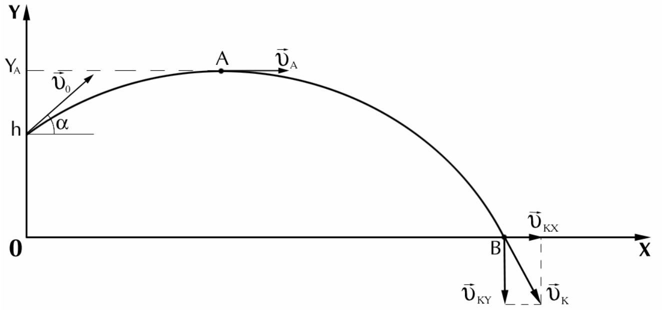


Рис. 1.2

Решение: Направим ось x горизонтально (рис. 1.2), ось y – вертикально вверх. Запишем уравнения движения тела по осям координат:

$$x = t\upsilon_0 \cos\alpha\,, \tag{1}$$

$$y = h + t\upsilon_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}\,. \tag{2}$$

Величины составляющих вектора скорости движения тела по осям x и y:

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha\,, \tag{3}$$

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt\,. \tag{4}$$

В точке наибольшего подъема тела (точка A – вершина параболы) скорость тела направлена горизонтально, т. е. $\upsilon_y = 0$. Полагая в (4) $\upsilon_y = 0$, определяем время подъёма тела $t_A = \upsilon_0 \sin\alpha / g$. Наибольшая высота подъема тела H соответствует y – координате точки A. Подставив в (2) выражение для t_A, получаем $H = y_A = y(t_A) = h + \upsilon_0^2 \sin^2\alpha / 2g$. В точке падения тела на Землю (точка B) $y = 0$. Следовательно, из (2) можем определить время полета тела t_B, решив квадратное уравнение: $0 = h + \upsilon_0 \sin\alpha t_B - gt_B^2 / 2$,

$$t_B = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}. \qquad (5)$$

Используя (1) и (5) определяем дальность полета $l = t_B \upsilon_0 \cos\alpha$.

Модуль вектора скорости тела в точке падения $\upsilon_к = \sqrt{\upsilon_{кx}^2 + \upsilon_{кy}^2}$. Как видно из (3) $\upsilon_{кx} = \upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha$. Из (4) и (5) находим $\upsilon_{кy} = \upsilon_0 \sin\alpha - gt_B$.

$$\upsilon_к = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + \upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2\upsilon_0 g t_B \sin\alpha + g^2 t_B^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}.$$

Модуль вектора скорости тела в точке падения можно также определить, используя закон сохранения энергии.

П 1.4. Квадратная рама (рис. 1.3) равномерно вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рамы и проходящей через одну из вершин A. Модуль центростремительного (нормального) ускорения вершины C, принадлежащей диагонали квадрата AC, $a = 2$м/с^2, а модули линейных скоростей двух других вершин составляют υ=1 м/с. Определить период вращения рамы T.

Решение: Пусть l – сторона квадрата. Тогда модули скоростей точек B и D (рис.1.3) $\upsilon = l\frac{2\pi}{T}$, а модуль вектора ускорения точки C: $a = \omega^2 R = 4\pi^2 R / T^2$ (здесь $R = l\sqrt{2}$ – длина диагонали квадрата). Исключив из двух уравнений величину l имеем $\upsilon / a = T / (2\pi\sqrt{2})$. Или $T = 2\pi\sqrt{2}\upsilon / a = 4{,}44c$.

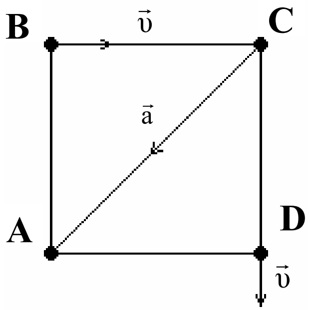


Рис. 1.3

Примечание: для упрощения формулировки задач словосочетание модуль вектора и величина вектора (например, скорости или ускорения) в дальнейшем будет опущено. В задачах данного раздела при отсутствии специальных оговорок сопротивлением среды необходимо пренебречь.

ЗАДАЧИ

1.1. Вертолет пролетел на север в горизонтальном полете S_1=18 км, затем повернул строго на восток и пролетел еще S_2=24 км. Вычислить пройденный путь S и значение перемещения Δr.

1.2. Шарик падает на пол с высоты h_0= 1,8 м и после упругого удара отскакивает. На какой высоте h надо поймать шарик, чтобы пройденный путь был бы в 2 раза больше его перемещения?

1.3. Локомотив, двигаясь прямолинейно, проехал путь S_1=3км, затем совершил поворот, описав четверть окружности радиусом R=1 км, и проехал дальше еще S_2=9 км. Вычислить пройденный путь S и значение перемещения Δr.

1.4. Катер проплыл из пункта A по озеру S_1=12 км за t_1= 0,5 ч, затем повернул под углом α=120° к направлению своего движения и двигался со скоростью υ=15 км/ч до тех пор, пока направление на пункт A не стало составлять угол β=90° с направлением его движения. Вычислить пройденный путь S, значение перемещения Δr и среднюю скорость катера $\upsilon_{ср}$.

1.5. Вагон шириной l = 3,6 м, движущийся со скоростью υ_0 = 54 км/ч, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Определить скорость υ пули, если горизонтальное смещение отверстий S = 12 см.

1.6. Навстречу друг другу одновременно начали двигаться два пешехода, находившиеся на расстоянии S=5,4 км друг от друга. Один из пешеходов движется со скоростью υ_1= 3,6 км/ч. Какой должна быть скорость второго пешехода υ_2, чтобы они встретились через t=30 мин после начала движения?

1.7. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями υ_1=10 м/с и υ_2=15 м/с. Пассажир первого поезда замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение t=12 с. Какова длина второго поезда l?

1.8. Колонна солдат длиной l=2 км движется со скоростью υ=5,4 км/ч. Мотоциклист за время t=10 мин переместился от конца к началу колонны и обратно. Какова скорость мотоциклиста $\upsilon_м$?

1.9. Расстояние между двумя пунктами l=200 км туда и обратно вертолет в первый раз пролетел в безветренную погоду, а во второй раз при ветре, дующем со скоростью $\upsilon_в$=2 м/с параллельно скорости вертолета. Скорость вертолета относительно воздуха в обоих случаях равна υ=144 км/ч. Решая задачу в общем виде, показать, что полет туда и обратно в ветреную погоду всегда занимает больше времени, чем в безветренную. На какую величину Δt время движения в ветреную погоду в данном случае больше времени движения в безветренную погоду?

1.10. Скорость катера перпендикулярна к скорости реки $\upsilon_р$ и относительно берега равна $\upsilon_{к1}$=4 м/с. Чему равна скорость реки, если скорость катера относительно воды равна $\upsilon_{к2}$=5м/с?

1.11. Капли дождя, падающие отвесно, образуют на окне движущегося вагона полосы под углом α=60° к горизонту. Какова скорость $\upsilon_к$ падения капель, если скорость поезда $\upsilon_П$=10 м/с?

1.12. Два тела движутся прямолинейно и равномерно. Их скорости равны υ_1=36 км/ч и υ_2= 24 км/ч. Определить скорость первого тела относительно второго υ_{12} , если угол между направлениями их движения α=60°.

1.13. Мотоциклист за первые t_1=2 ч проехал S_1=85 км, а следующие t_2=3 ч двигался со скоростью υ_2=50 км/ч. Какова средняя скорость мотоциклиста $\upsilon_{ср}$ на всем пути?

1.14. Автомобиль проехал расстояние S=30 км со средней скоростью υ_1=20 м/с, затем разгрузился и вернулся в начальный пункт со скоростью υ_2= 25 м/с. Определить время разгрузки $t_р$, если средняя скорость на всем пути $\upsilon_{ср}$=18 м/с.

1.15. Дрезина первую половину времени двигалась со скоростью υ_1, а вторую половину – со скоростью υ_2. Показать, что средняя скорость $\upsilon_{ср}$ на всем пути будет равна среднему арифметическому значений υ_1 и υ_2.

1.16. Поезд проехал первую половину пути со скоростью υ_1, а вторую половину пути со скоростью υ_2 $(\upsilon_1 \neq \upsilon_2)$. Найти среднюю скорость на всем пути. Показать, что средняя скорость $\upsilon_{ср}$ будет меньше среднего арифметического значений υ_1 и υ_2.

1.17. Первую половину пути поезд шел со скоростью в k=1,5 раза большей, чем вторую половину пути. Какова скорость на каждом участке пути (υ_1 и υ_2), если средняя скорость прохождения всего пути равна $\upsilon_{ср}$=12 м/с?

1.18. На рис. 1.4 показан график зависимости координаты x материальной точки от времени t. Построить график зависимости проекции скорости υ точки от времени.

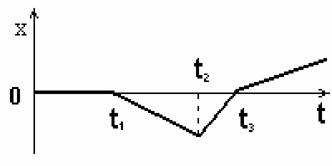


Рис. 1.4

1.19. На рис. 1.5 а и б показаны графики зависимости проекции ускорения a материальной точки от времени. Построить графики скорости υ, пути S и координаты x. Точка движется прямолинейно вдоль оси x. Начальная скорость и координата точки равны нулю.

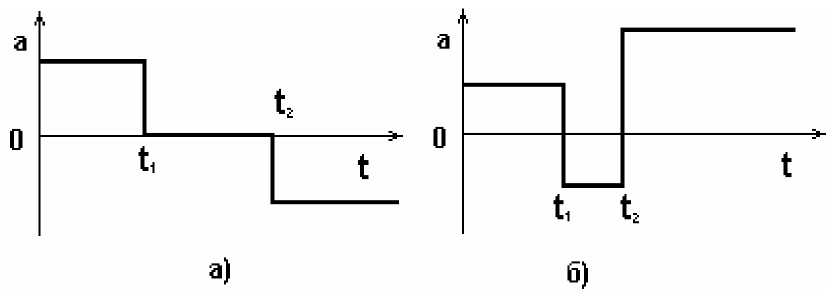


Рис. 1.5

1.20. Мяч падает вертикально вниз с крыши дома высотой h с начальной скоростью, равной нулю. Построить для мяча графики зависимости пути S и координаты x от времени t, принимая место начала падения мяча за начало оси координат, направленной вертикально вверх.

1.21. Мяч падает вертикально вниз с крыши дома высотой h с начальной скоростью, равной нулю. Построить графики зависимости скорости υ и ускорения a мяча от времени t, принимая место начала падения мяча за начало оси координат, направленной вертикально вверх.

1.22. Мяч брошен вертикально вверх с крыши дома высотой h с начальной скоростью υ_0. Построить графики зависимости пути S, координаты x, скорости υ и ускорения a от времени t, принимая место падения мяча на Землю за начало оси координат, направленной вертикально вверх.

1.23. Координата материальной точки изменяется по закону: $x=bt+ct^2$ (b=6 м/с, c=1 м/с^2). Найти начальную скорость точки υ_0, ее скорость υ через время t=2 c, ускорение a.

1.24. Автомобиль равномерно разгоняется из состояния покоя до скорости υ=36 км/ч за время t=5c. Определить ускорение автомобиля a и пройденный им за это время путь S, полагая, что он движется прямолинейно.

1.25. Поезд, двигаясь со скоростью υ_0=54 км/ч, останавливается через t=30 c после выключения двигателя локомотива. На каком расстоянии l от остановки был выключен двигатель? После выключения двигателя движение поезда считать равнозамедленным.

1.26. Расстояние между станциями S = 3,6 км. Начальную часть пути поезд проходит равноускоренно, а оставшуюся часть – равнозамедленно. Определить время t движения поезда между станциями, если его максимальная скорость υ = 54 км/ч.

1.27. Двигаясь равноускоренно, тело проходит за некоторое время t = 5 с путь S_1 = 30 м, а за следующее такое же время t = 5 с – путь S_2 = 80 м. Какова была скорость υ_0 тела в начале прохождения первого из этих участков?

1.28. Катер движется прямолинейно с постоянным ускорением a=2 м/с^2. В некоторый момент времени его скорость равна υ= 20 м/с. Как далеко он находился за время t=2 c до этого?

1.29. Во сколько раз скорость пули в середине ствола ружья υ_c меньше, чем скорость при вылете $\upsilon_к$? Считать, что пуля движется равноускоренно из состояния покоя.

1.30. При равноускоренном движении с начальной скоростью, равной нулю, тело за третью секунду прошло S_1=15 *см*. Какой путь S тело пройдет за шестую секунду?

1.31. Тело, двигаясь равноускоренно с начальной скоростью υ_0=2 м/с, прошло за пятую секунду путь S_1 = 4,5 *м*. Определить путь S, пройденный телом за t=10 *с*.

1.32. Тело, двигаясь прямолинейно с ускорением a=3 м/с^2 достигло скорости υ=15 м/с, а затем двигаясь t=25 *с* равнозамедленно с некоторым ускорением, остановилось. Определить путь S, пройденный телом за все время движения. Начальная скорость равна нулю. Задачу решить графически и аналитически.

1.33. Тело двигается прямолинейно с начальной скоростью υ_0 = 8 м/с и ускорением a = –2 м/с^2. Какой путь S пройдет тело за t = 6 с?

1.34. Тело двигается прямолинейно и равнозамедленно с ускорением a = 2 м/с^2. Через какое время t путь, пройденный телом, будет в три раза (k = 3) больше перемещения тела? Начальная скорость тела υ_0 = 12 м/с.

*1.35. Поезд прошел путь между двумя станциями, двигаясь сначала в течение t=1 мин с ускорением a=0,3 м/с^2, далее k=0,9 всего пути равномерно, а при подходе к конечной станции равнозамедленно. Определить среднюю скорость $\upsilon_{ср}$ поезда.

1.36. По одному направлению одновременно начали двигаться два тела: первое из точки А равноускоренно с начальной скоростью υ_1=10 см/с и с ускорением a_1=8 см/с^2. Второе из точки *Б,* отстоящей на расстоянии l=200 *см* от точки *А* по направлению движения, равномерно со скоростью υ_2=30 см/с. Через какое время t тела встретятся?

1.37. На автомобильных гонках в момент старта два автомобиля находились друг за другом на расстоянии S=12,5 *м*. Первый автомобиль движется после старта с постоянным ускорением a_1= 4 м/с^2. Чему должно быть равно ускорение второго автомобиля a_2, чтобы он догнал стартовавший перед ним автомобиль через t=5 с? Движение автомобилей считать прямолинейным.

1.38. На сортировочном участке от равномерно движущегося локомотива был отцеплен вагон, который стал двигаться равнозамедленно до остановки. Во сколько раз путь S_1, пройденный за это время локомотивом, отличается от пути S_2, пройденного вагоном?

1.39. Велосипедист ехал по прямолинейному участку дороги со скоростью υ_1=10 м/с. Когда он поравнялся с неподвижным автомобилем, тот начал двигаться равноускоренно в том же направлении. Определить скорость автомобиля υ_2 в тот момент, когда он догонит велосипедиста.

*1.40. По одному направлению одновременно начали двигаться два тела: первое равномерно, а второе равноускоренно с ускорением a из точки, расположенной на расстоянии S от первого тела по направлению движения. При какой минимальной скорости υ первое тело догонит второе?

*1.41. По одному направлению начали двигаться два тела: первое равноускоренно, а второе начинает равномерное движение из этой же начальной точки через время t_1, после начала движения первого тела и догоняет его через время t_2. Через какое время t_3 после этого первое тело догонит второе?

*1.42. Первое тело начинает равноускоренное движение из точки А. Через некоторое время из этой же точки, в том же направлении начинает равномерное движение со скоростью υ_0 второе тело и обгоняет первое тело в тот момент, когда его скорость составляет υ_1. Какой будет скорость υ_2 первого тела, когда оно обгонит второе тело?

1.43. Какую начальную скорость υ_0 надо сообщить камню при бросании его вертикально вниз с моста высотой h=20 м, чтобы он достиг поверхности воды через t=1 с?

1.44. Стрела, выпущенная вертикально вверх со скоростью υ_0=50 м/с, попадает в цель через t=2 с. На какой высоте h находилась цель и какова была скорость υ стрелы при попадании в цель?

1.45. Тело брошено вертикально вверх со скоростью υ_0. На какой высоте h модуль его скорости будет в k раз меньше υ_0?

1.46. Тело падает с высоты h=125 м с начальной скоростью, равной нулю. Какой путь S проходит тело за предпоследнюю секунду?

1.47. Свободно падающее тело проходит последние $h_к$=40 м за время $t_к$=0,5 с. Определить высоту h падения тела. Начальная скорость равна нулю.

1.48. Свободно падающее с нулевой начальной скоростью тело в последнюю секунду падения t_2=1 с прошло k=0,5 своего пути. Определить путь S, пройденный телом.

1.49. Первое тело свободно падает с высоты h_1 вертикально вниз (начальная скорость равна 0). Одновременно с высоты h_2, большей h_1, начинает движение второе тело в том же направлении. Какой должна быть начальная скорость υ_0 второго тела, чтобы они упали одновременно?

*1.50. С высоты h_0 одновременно бросили два тела: первое вертикально вверх со скоростью υ_1, а второе – вертикально вниз со скоростью υ_2. На какой высоте h будет первое тело в тот момент, когда второе тело упадет на Землю? Через какое время Δt после падения второго тела на Землю упадет первое тело?

1.51. Предмет, выпавший из окна идущего поезда, падает с высоты h=4 м, пролетев при этом расстояние по ходу поезда l=20 м. Определить скорость поезда υ.

1.52. Два тела брошены одновременно. Одно – горизонтально с высоты h=20 *м* со скоростью υ_0, а другое – вертикально вверх с поверхности Земли со скоростью $2\upsilon_0$ из точки, отстоящей по горизонтали на расстоянии l от точки бросания первого тела. Тела столкнулись. Найти l.

1.53. Камень, брошенный горизонтально с крыши дома со скоростью υ_0=10 м/с, упал на землю под углом α=60° к горизонту. Найти высоту дома h.

1.54. Тело бросили с башни горизонтально с начальной скоростью $\upsilon_0 =$ 10 м/с. Через какое время t его скорость будет направлена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту? Чему равна в этот момент времени скорость камня υ?

1.55. Тело бросили с башни горизонтально. Через t=2 с его скорость увеличилась в k=3 раза. С какой скоростью υ_0 бросили тело?

1.56. Камень брошен с башни в горизонтальном направлении. Через $t_1 =$ 1,5 с полета скорость камня оказалась в два раза (k = 2) больше начальной скорости. Какой будет скорость υ камня после двух секунд полета (t_2 = 2 с)?

1.57. Снаряд вылетел из пушки, находящейся на горизонтальном полигоне, с начальной скоростью υ_0=600 м/с, под углом α=30° к горизонту. Сколько времени t снаряд будет находиться в воздухе? На каком расстоянии S от пушки он упадет на Землю? Построить графики зависимостей от времени проекций ускорения (a_x и a_y), скорости (υ_x и υ_y) и координат x и y, если ось x расположена вдоль полигона по направлению полета снаряда, а ось y направлена вверх.

1.58. Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью под углом к горизонту. Продолжительность полета t=2 с. Найти наибольшую высоту подъема h этого тела.

1.59. Тело брошено под углом α=45° к горизонту. Через время t=3 с оно достигло максимальной высоты. Найти горизонтальную составляющую $\upsilon_Г$ скорости тела.

1.60. Спортсменка метнула диск на расстояние l=44,1 м . Чему равно время полета t диска, если угол, под которым он был брошен относительно горизонта, α=45°?

1.61. Два тела бросили с поверхности Земли под углами α и β к горизонту с одинаковыми начальными скоростями. Определить эти углы, если дальности полета тел оказались одинаковыми, а время полета первого тела в два раза (k = 2) больше времени полета второго тела.

*1.62. Какую минимальную скорость υ нужно сообщить футбольному мячу, чтобы он перелетел через стену высотой H, находящуюся на расстоянии S от футболиста?

1.63. Тело брошено с поверхности Земли под углом α=45° к горизонту с начальной скоростью υ_0=20м/с. На расстоянии l=30 м от точки бросания находится вертикальная стена. На какой высоте h произойдет столкновение тела со стеной? Какую скорость υ имеет при этом тело?

1.64. Брошенное с поверхности Земли под углом α=30° тело побывало в двух точках, расположенных на одной и той же высоте h=12 м, с интервалом в t=1 с. Определить начальную скорость тела υ_0 и расстояние l от точки бросания до точка падения тела на Землю.

1.65. Мяч брошен с поверхности Земли со скоростью υ_0=10 м/с под углом α=60° к горизонту. Определить радиус кривизны его траектории в верхней точке подъема R_1 и в момент падения на Землю R_2.

1.66. Тело бросили с башни высотой h = 10 м со скоростью υ_0 = 30 м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Через какое время t тело будет на высоте h_1= 15 м? На какую наибольшую высоту $h_{\max}$ поднимется тело? На каком расстоянии l от основания башни упадет тело?

*1.67. Камень бросили с башни горизонтально со скоростью υ_0 = 10 м/с. Найти радиус кривизны траектории R, а также нормальное (a_n) и тангенциальное (касательное) ($a_\tau = a_к$) ускорения камня через t = 2 с после начала движения.

*1.68. Из одной точки горизонтально в противоположных направлениях одновременно вылетают два тела с начальными скоростями υ_1=9 м/с и υ_2= 16 м/с. Через какое время t угол между векторами скоростей тел станет равным $\alpha=90°$?

*1.69. Воздушный шарик летел горизонтально с постоянной скоростью υ. В него с Земли был брошен камень без упреждения, т.е. в момент броска скорость камня υ_1 была направлена как раз на шарик под углом α к горизонту. На какой высоте H летел шарик, если камень все же попал в него?

*1.70. Вертолет летит горизонтально со скоростью $\upsilon_в$=108 км/ч на высоте h=45 *м*. С вертолета вертикально падает груз, начальная скорость которого относительно вертолета равна нулю. С какой скоростью $\upsilon_Г$ относительно вертолета и в каком направлении следовало бы сбросить груз, чтобы при ударе о Землю скорость груза была в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в первом случае? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

1.71. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается по окружности с частотой ν=2 об/с. Расстояние от центра вращения равно l=2 м. Чему будет равна скорость камня υ?

1.72. Найдите частоту ν вращения барабана лебедки диаметром d=16 *см* при подъеме груза со скоростью υ=0,6 м/с.

1.73. Найти линейную скорость υ, обусловленную суточным вращением Земли, для точки с географической широтой $\alpha=60°$.

1.74. Две материальные точки движутся по окружностям радиусами R и $2R$. Сравнить их нормальные ускорения в случаях: а) равенства их линейных скоростей; б) равенства их угловых скоростей.

1.75. Определить радиус маховика R и нормальное ускорение a_n точек на его ободе, если при вращении скорость точек на ободе υ_0=6 м/с, а точек, находящихся на l=15 см ближе к оси, υ=5,5 м/с.

1.76. Минутная стрелка часов в четыре раза длиннее секундной. Найти отношение линейных скоростей концов названных стрелок.

1.77. Волчок, вращаясь с частотой ν=20 об/с, свободно падает с высоты h=5 м. Сколько оборотов N сделает он за время падения? Начальная скорость падения волчка равна нулю.

1.78. С какой скоростью и в каком направлении должен лететь самолет над экватором на высоте h=10 км над Землей, чтобы Солнце казалось неподвижным, т.е. находилось все время на одной и той же высоте над горизонтом?

1.79. Диаметр колеса велосипеда равен d=70 см, ведущее зубчатое колесо имеет N_1=48 зубьев, а ведомое – N_2=18 зубьев. С какой скоростью υ движется велосипедист на этом велосипеде при частоте вращения педалей ν=1 об/с?

1.80. Стержень длиной l=1 м вращается с частотой ν=1 об/с вокруг оси, проходящей через стержень перпендикулярно ему. Нормальное ускорение одного из концов стержня a=16 м/с^2. Определить линейную скорость υ другого конца.

1.81. Материальная точка движется с постоянной скоростью по окружности и за время t=8 с проходит ее дважды (N=2). Определить величину перемещения Δr и путь S точки за время t_1=15 с, если ее нормальное ускорение a=0,5 м/с^2.

1.2. Динамика

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Первый закон Ньютона:

$$\text{при } \vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \text{ имеем } \upsilon = 0 \text{ или } \vec{\upsilon} = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; n – число сил, приложенных к данной точке.

Второй закон Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m},$$

где a и m – соответственно ускорение и масса точки. В координатном виде:

$$a_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{xi}}{m}; \; a_y = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{yi}}{m}; \; a_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{zi}}{m}.$$

Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1},$$

где $\vec{F}_{1,2}; \vec{F}_{2,1}$ – сила действия и противодействия.

Сила гравитационного взаимодействия:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, принятых за материальные точки; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

Сила упругости:

$$F_{\text{упр.}} = -kx,$$

где x – абсолютная деформация; k – коэффициент упругости (например, жесткость пружины).

Сила трения скольжения:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Центростремительная сила (частный случай 2-го закона Ньютона):

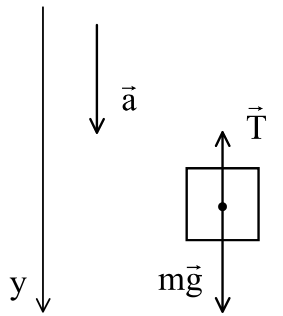
$$\sum_{i=1}^{n} F_i = \frac{m\upsilon^2}{R},$$

где $\sum_{i=1}^{n} F_i$ – сумма проекций сил, приложенных к точке, на направление центростремительного ускорения; R – радиус кривизны траектории.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П 1.5. В шахту равноускоренно опускается лифт, масса которого m=300 кг. В первые t=5 *с* он проходит h=25 *м*. Определить силу натяжения каната, к которому подвешен лифт.

Решение: На лифт действует сила натяжения каната $\vec{T}$ (рис. 1.6.) и сила тяжести $m\vec{g}$, под действием которых он движется вниз с ускорением $\vec{a}$. Следовательно, по второму закону Ньютона



$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \qquad (1)$$

Так как все силы направлены по вертикали, выберем вертикальную ось y с положительным направлением по ускорению (вниз).
Проектируем (1) на ось y:
mg-T=ma или T=$m(g$-$a)$.
Из кинематики $h=at^2/2$.
Следовательно, $T=m(g-2h/t^2)$=2340 *Н*.

Рис. 1.6

П 1.6. Грузы, массы которых m_1 и m_2, связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Второй груз находится на наклонной плоскости с углом наклона α. Первый груз висит на нити. Система движется под действием силы F, приложенной к первому грузу и направленной вертикально вниз. Коэффициент трения второго груза о плоскость равен μ. Определить ускорение системы. Найти силу трения $F_{тр1}$, если на груз массой m_2 положили груз массой m_3, при наличии которого система находится в состоянии покоя.

Решение: Рассмотрим движение каждого груза отдельно. На первый груз действуют: $m_1\vec{g}$ – сила тяжести (рис. 1.7), $\vec{F}$ – внешняя сила, $\vec{T}_1$ – сила натяжения нити. Ускорение a_1 направлено вниз. Второй закон Ньютона в проекции на ось y_1 имеет вид:

$$F+m_1g-T_1=m_1a_1. \quad (1)$$

На второе тело действуют: $m_2\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{T}_2$ – сила натяжения нити, $\vec{N}$ – сила нормальной реакции плоскости, $\vec{F}_{тр}$ – сила трения.

Ускорение второго тела направлено вдоль наклонной плоскости. Выбираем ось x_2 направленной по ускорению $\vec{a}_2$, а ось y_2 – перпендикулярно оси x_2. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси x_2 и y_2:

$$T_2 - F_{тр} - m_2g{\cdot}sin\,\alpha = m_2a_2; \qquad (2)$$

$$N - m_2g{\cdot}cos\,\alpha = 0. \qquad (3)$$

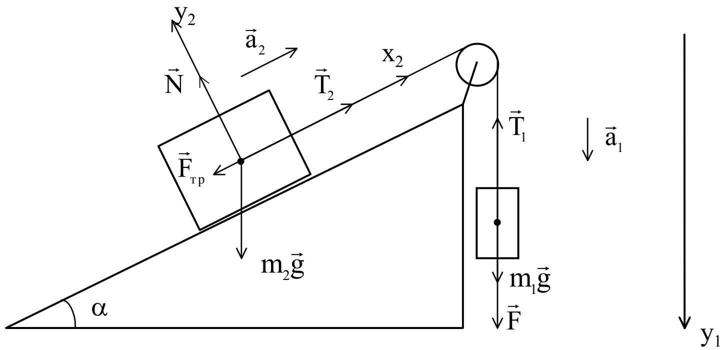


Рис. 1.7

Из (3) $N=m_2g{\cdot}\cos\alpha$. Следовательно, $F_{тр}=\mu N=\mu m_2g{\cdot}\cos\alpha$. Тогда уравнение (2) примет вид:

$$T_2 - m_2g{\cdot}\sin\alpha - \mu m_2g{\cdot}\cos\alpha = m_2a_2. \qquad (4)$$

Так как нить мы считаем нерастяжимой, то грузы движутся с одинаковым ускорением $a_1=a_2=a$. Невесомость блока и нити означает, что натяжение нити на всех участках одинаково $T_1 = T_2 = T$.

Исключив из (1) и (4) T, получаем

$$a = \frac{F + m_1g - m_2g(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha)}{m_1 + m_2}.$$

В соответствии с I законом Ньютона сила трения, при условии, что тело находится в покое $F_{тр1} = |F + m_1g - (m_2+m_3)g \sin\alpha|$.

П 1.7. Небольшой шар массой m = 50 г находится на стержне, укрепленном перпендикулярно оси центробежной машины. Шар соединяют с осью пружиной, жесткость которой k=400Н/м. Каким должен быть период T вращения стержня, чтобы пружина растянулась на четверть (α = 1/4) своей первоначальной длины? Считать, что шар может перемещаться вдоль стержня без трения.

Решение: На шар по оси x, проведенной вдоль стержня к оси центробежной машины, действует единственная сила упругости растянутой пружины $F = kx = k\cdot\alpha l$ (l – первоначальная длина пружины). Тогда второй закон Ньютона вдоль выбранной оси x имеет вид: $F = ma$, где $a = \upsilon^2/R = 4\pi^2R/T^2$ – центростремительное ускорение шара, $R = l + \alpha l$ – радиус окружности, вдоль которой движется шар (рис. 1.8). Таким образом, $k\alpha l = m4\pi^2(l+\alpha l)/T^2$. Отсюда

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{m(1+\alpha)}{k\alpha}} = 0{,}157 \text{ с.}$$

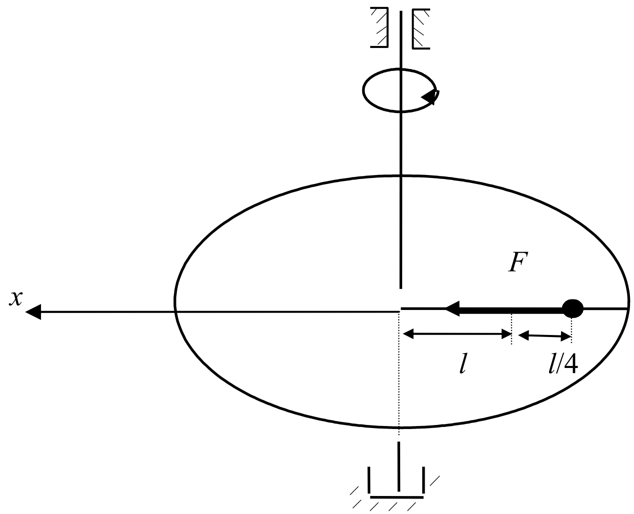


Рис. 1.8

ЗАДАЧИ

1.82. Определить массу m медного провода длиной l = 2 м и диаметром d = 2 мм. Плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.83. Определить радиус r шарообразной капли ртути массой m = 1 г. Плотность ртути ρ = 13,6 г/см^3.

1.84. Определить объем V полости в стальном шарике, если он при радиусе R = 1 см имеет массу m = 30 г. Плотность стали ρ = 7,8 г/см^3.

1.85. Смешали две жидкости с плотностью ρ_1 = 1 г/см^3 и ρ_2 = 1,5 г/см^3. Объем первой жидкости V_1 = 2 л, а масса второй жидкости m_2 = 1,8 кг. Определить плотность ρ образовавшейся смеси, если они не вступают в химическую реакцию.

1.86. Определить долю цинка по массе (α_1) и по объему (α_2) в некотором сорте латуни (сплав меди и цинка). Плотности меди, цинка и латуни соответственно равны $\rho_{м}$ = 8,9 г/см^3, $\rho_{ц}$ = 7,15 г/см^3, $\rho_{л}$ = 8,4 г/см^3.

1.87. Гоночный автомобиль массой m=2 т разгоняется до скорости υ =108 км/ч за время t=6 *с*. Считая движение автомобиля равноускоренным, найти силу F, с которой в горизонтальном направлении действует автомобиль на поверхность трассы.

1.88. Масса легкового автомобиля m=1 т, грузового M=4 т. Сила тяги грузовика F_k в два раза больше, чем у легкового автомобиля F_a. Определить отношение ускорения автомобиля a_a к ускорению грузовика a_k. Трением пренебречь.

1.89. Масса первого вагона m_1 больше массы второго вагона m_2 на m=5 т. Каковы массы вагонов, если под действием одинаковых сил они приобретут ускорения a_1=1 м/с^2 и a_2=1,1 м/с^2? Трением пренебречь.

1.90. Тягач сообщает ненагруженному прицепу ускорение $a_1 = 0{,}4$ м/с^2, а прицепу с грузом – ускорение $a_2 = 0{,}1$ м/с^2. Определить ускорение a, если тягач будет тянуть оба прицепа. Трением пренебречь.

1.91. Некоторая сила F сообщает телу массой m_1 ускорение $a_1 = 3$ м/с^2, а телу массой m_2 – ускорение $a_2 = 4$ м/с^2. Какое ускорение a сообщит сила $3F$ телу массой $m_1 + 2m_2$?

1.92. Подъемный кран поднимает плиту массой m=1000 кг с ускорением a=0,2 м/с^2. Определить силу натяжения F троса подъемного крана.

1.93. В лифте, который начинает движение с ускорением a=2 м/с^2, находится пассажир, масса которого m=70 кг. Чему равна сила P, с которой пассажир давит на пол лифта, если лифт движется: а) вверх; б) вниз?

1.94. Поезд трогается на горизонтальном участке пути, развивая силу тяги F_T=4·10^5 *Н*. Определить силу сопротивления F_c движению поезда (масса m=10^6 кг), если он за t=1 мин набирает скорость υ=54 км/ч. Силу сопротивления на данном участке пути считать постоянной.

1.95. Камень при падении с высоты h=25 *м* имел скорость в момент падения υ=20 м/с. Чему равна средняя сила сопротивления F_c воздуха при падении камня? Масса камня m=1 кг.

1.96. Молот, масса которого m=1 т, свободно падает с высоты h=0,8 *м* на наковальню. Длительность удара t=0,01 *с*. Определить среднее значение силы удара F.

1.97. Воздушный шар опускается с постоянной скоростью. Какую массу балласта m нужно выбросить, чтобы шар поднимался с той же скоростью? Выталкивающая сила F=20 кН, масса шара M=2100 кг.

1.98. Брусок массой m=2 кг тянут равномерно по доске, расположенной горизонтально, с помощью пружины жесткостью k=100 Н/м. Коэффициент трения $\mu = 0{,}2$. Найдите удлинение пружины x.

1.99. При равноускоренном подъеме тела, висящего на пружине, деформация пружины $x_1 = 20$ см. При опускании с тем же по числовому значению ускорением $x_2 = 10$ см. Определить числовое значение ускорения a.

1.100. На тело массой m=2 кг, лежащее на горизонтальной поверхности, действуют две силы F_1=6 *Н* и F_2=8 *Н*, направленные горизонтально и перпендикулярные друг к другу. Определить ускорение тела a. Коэффициент трения μ=0,2.

1.101. Тело (масса m=1 кг) брошено под углом к горизонту. В наивысшей точке траектории его ускорение равнялось a=11 м/с^2. Какая сила сопротивления F_c действовала на тело в этот момент?

1.102. В вагоне, движущемся горизонтально с ускорением a=0,2 м/с^2, висит на шнуре груз, масса которого m=300 г. Найти натяжение шнура T и угол отклонения шнура от вертикали α.

1.103. Груз, масса которого m=20 кг, придавливается к вертикальной стене горизонтально направленной силой F_1=100 Н. Коэффициент трения груза о стену $\mu = 0{,}3$. Какая вертикальная сила F необходима, чтобы: а) удержать груз в покое? б) равномерно тянуть груз вертикально вверх?

1.104. Тело движется вверх по вертикальной стене под действием силы F=20 *Н*, направленной под углом α =30° к вертикали. Коэффициент трения тела о стену $\mu = 0{,}4$, масса тела m=1 кг. Найти ускорение тела a.

1.105. Санки, масса которых m=50 кг, тянут за веревку с силой F=100 Н, направленной под углом α =60° к горизонту. С каким ускорением a скользят санки по горизонтальной поверхности, если сила трения $F_{тр}$=20 Н?

1.106. Тело (масса m=10 кг) движется горизонтально под действием постоянной силы F=50 *Н*, образующей с горизонтом угол α =30°. Коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}1$. Определить ускорение тела a, если сила F действует: а) снизу вверх; б) сверху вниз.

*1.107. Под каким углом α должна действовать сила на санки, движущиеся по горизонтальной дорожке, чтобы их ускорение было максимальным? Коэффициент трения между плоскостью дорожки и санками $\mu = 0{,}5$.

1.108. Тело, масса которого m=4 кг, движется по наклонной плоскости с углом наклона α =60°. Найти силу F_1, под действием которой тело скатывается с наклонной плоскости, и силу F_2, с которой тело давит на поверхность плоскости.

1.109. За какое время t тело соскользнет с наклонной плоскости высотой h = 2 м и углом наклона α_1 = 60°, если при угле наклона этой плоскости α_2 = 30° тело по ней движется равномерно?

1.110. Какую минимальную силу F, направленную вдоль наклонной плоскости, надо приложить для подъема вагонетки массой m=500 кг по эстакаде с углом наклона α =10°, если коэффициент трения μ =0,04?

1.111. Для удержания тела на наклонной плоскости с углом наклона α = 30° необходима минимальная сила F_1 = 7,3 Н, а для равномерного подъема – F_2 = 12,3 Н. Определить массу тела m. F_1 и F_2 направлены: а) вдоль наклонной плоскости; б)* произвольно.

1.112. Тело, масса которого m=1 кг, движется вниз по наклонной плоскости с углом наклона α =30° под действием силы F=2 Н, направленной горизонтально. Определить ускорение тела a, если коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}2$.

1.113. Тело соскальзывает с наклонной плоскости с углом наклона α =30°. На первом k=$^1/_3$ участке пути коэффициент трения $\mu_1 = 0{,}5$. Определить коэффициент трения μ_2 на оставшемся отрезке пути, если у основания наклонной плоскости скорость тела равна нулю.

*1.114. Ледяная горка составляет с горизонтом угол α =14°. По ней снизу вверх толкнули санки, которые поднявшись на некоторую высоту, затем соскальзывают вниз по тому же пути. Определить коэффициент трения μ, если время спуска в k=2 раза больше времени подъема.

1.115. На наклонную плоскость с углом наклона $\alpha = 30°$ положили тело, масса которого m=2 кг. Чему равна сила трения $F_{тр}$, действующая на тело, если коэффициент трения между поверхностями:
а) $\mu = 0{,}7$? б) $\mu = 0{,}4$?

1.116. Тело, масса которого m равномерно скользит по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha_1 = 30°$ и находится в покое при некотором угле наклона α_2. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость и силу трения $F_{тр}$ при покое тела. Какой угол больше α_1 или α_2?

1.117. На горизонтальной поверхности лежит доска, на которой находится некоторое тело. Один конец доски закреплен, а другой поднимают. Тело начинает скользить по образующейся наклонной поверхности при угле наклона $\alpha = 30°$. Найти отношение сил трения $F_{тр1} / F_{тр2}$, действующих на тело при углах наклона $\alpha_1 = 15°$ и $\alpha_2 = 60°$.

1.118. На тело массой m = 2 кг, находящееся на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$, действует сила F, направленная вверх вдоль наклонной плоскости. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}3$. Чему равна сила трения $F_{тр}$, действующая на тело, если:
а) F = 2 Н; б) F = 8 Н; в) F = 14 Н; г) F = 20 Н?

*1.119. На тело массой m, находящееся на наклонной плоскости с углом наклона α, действует сила F, направленная вверх вдоль наклонной плоскости. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu < \mathrm{tg}\alpha$. Нарисовать график зависимости величины силы трения $F_{тр}$, действующей на тело, от величины силы F.

1.120. Грузовик на канате везет по горизонтальной дороге неисправный автомобиль. При равномерном движении натяжение каната было $T_0 = 10^3$ *Н*. Определить натяжение каната T при движении с ускорением a=0,5 м/с^2. Масса автомобиля m=2000 кг.

1.121. К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гире привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Найти натяжение верхней нити T_1, если натяжение нити между гирями T_2=10 *Н*, а массы гирь m_1=1 кг, m_2=2 кг.

1.122. К концам нити, перекинутой через невесомый блок, прикреплены грузы, массы которых m_1=3 кг и m_2=1 кг. Первоначально грузы находились на одном уровне. На какое расстояние S по вертикали разойдутся грузы через t=1 с после начала движения? Найти силу натяжения нити T.

1.123. Три груза (масса каждого m=1 кг) связаны нитью и движутся по горизонтальному столу без трения под действием силы тяжести такого же четвертого груза, соединенного с ними с помощью нити, перекинутой через неподвижный блок. Определить ускорение системы грузов a и натяжение нити T, перекинутой через блок.

1.124. По поверхности льда (силой трения пренебречь) с силой F толкают четыре бруска, каждый из которых имеет массу m (рис.1.9). Найти ускорение каждого бруска a и силу, действующую со стороны первого бруска на второй F_1 , со стороны второго на третий F_2 и со стороны третьего на четвертый F_3.

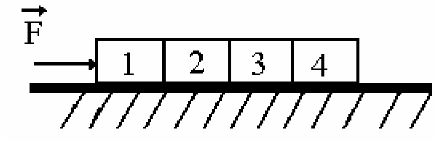


Рис. 1.9

*1.125. Найти ускорения a_1 и a_2 масс m_1=1,8 кг и m_2=2,8 кг и силу натяжения нерастяжимой нити T в системе, показанной на рис. 1.10. Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.

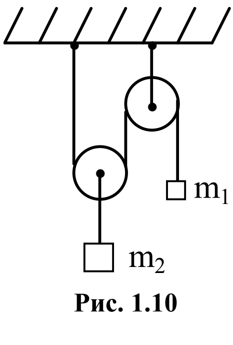


Рис. 1.10

1.126. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска массой M = 10 кг, а на доске – брусок массой m = 2 кг. Коэффициент трения между доской и бруском μ = 0,2. С какой минимальной силой F нужно тянуть доску, чтобы брусок соскользнул с доски?

*1.127. На горизонтальной поверхности лежит доска массой m_1=4 кг, а на доске находится груз массой m_2=1 кг. С какой минимальной горизонтальной силой F нужно тянуть доску, чтобы груз соскользнул с доски? Коэффициент трения между поверхностью и доской $\mu_1 = 0{,}2$, а между доской и грузом $\mu_2 = 0{,}3$.

*1.128. Брусок лежит на призме с углом α при основании (рис. 1.11). Коэффициент трения между бруском и призмой равен $\mu\ (\mu > \mathrm{tg}\alpha)$. С каким минимальным ускорением a необходимо двигать призму вправо, чтобы брусок скользил вниз по призме?

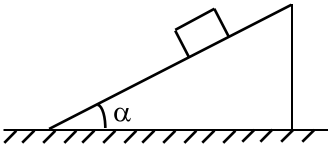


Рис. 1.11

*1.129. По неподвижной плоскости с углом наклона $\alpha = 60°$ соскальзывает без трения клин (рис. 1.12). На верхней горизонтально расположенной грани клина находится груз массой m = 0,5 кг, который неподвижен относительно клина. Найти силу трения покоя $F_{\text{тр}}$, действующую на груз.

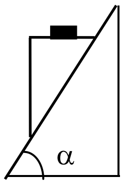


Рис. 1.12

1.130. Тело, масса которого m=500 кг, находится от поверхности Земли на расстоянии, равном трем радиусам Земли (k=3). Определить силу F, с которой тело притягивается к Земле, считая его материальной точкой.

1.131. На какой высоте h над поверхностью Земли сила тяжести будет в два раза меньше, чем на поверхности Земли?

1.132. Расстояние между центрами Земли и Луны равно k_1=60 радиусам Земли, а масса Луны в k_2=81 раз меньше массы Земли. В какой точке прямой, соединяющей их центры, тело будет находиться в равновесии? Ответ выразить в радиусах Земли и отсчитывать от центра Луны.

1.133. Найдите первую космическую скорость υ для планеты, масса которой в k_1=3 раза, а радиус в k_2=2 раза больше, чем у Земли. Считать первую космическую скорость для Земли $\upsilon_з$=7,9 км/с.

1.134. Определить скорость υ искусственного спутника, вращающегося вокруг Земли по круговой орбите на высоте, равной половине радиуса Земли. Первая космическая скорость для Земли равна $\upsilon_з$= 7,9 км/с.

1.135. Средняя высота спутника над поверхностью Земли равна h=1700 км. Определить его скорость υ и период обращения T .

1.136. Мальчик, масса которого m=40 кг, качается на качелях с длиной подвеса l=3 м. С какой силой P он давит на сиденье при прохождении среднего положения со скоростью υ=6 м/с?

1.137. Во время аттракциона вагончик (рис. 1.13) движется по вертикально расположенной окружности, радиус которой R=6 м. В верхней точке траектории его скорость равна υ=8 м/с. С какой силой F вагончик действует при этом на рельсы, если его масса вместе с пассажирами равна m=400 кг?

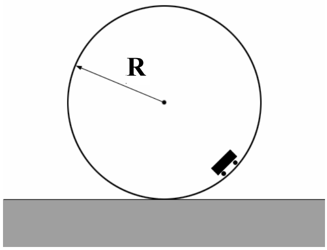


Рис 1.13

1.138. Автомашина, имеющая массу m, движется со скоростью υ по выпуклому мосту с радиусом кривизны R. С какой силой давит автомашина на мост в точке, на которую направление от центра кривизны моста составляет с вертикалью угол α ?

1.139. Определить силу, прижимающую летчика к сиденью самолета в верхней (F_1) и нижней (F_2) точках «мертвой петли», если масса летчика m, радиус петли R, а скорость самолета при прохождении петли постоянна и равна υ.

1.140. Шар, масса которого m, равномерно вращается на стальном стержне в вертикальной плоскости. На сколько сила, растягивающая стержень в месте крепления шара, больше при прохождении шара через нижнюю точку, чем через верхнюю?

1.141. К потолку вагона прикреплен на нити шар. Вагон едет со скоростью υ=54 км/ч по закруглению радиусом R=300 м. На какой угол α отклонится при этом нить с грузом?

1.142. На сколько следует поднять наружный рельс над внутренним на пути с радиусом R=400 м, чтобы при скорости движения υ=36 км/ч сила давления поезда на рельсы была перпендикулярна к ним? Ширина железнодорожной колеи равна l=152 см.

1.143. Самолет летит в горизонтальной плоскости по окружности с постоянной скоростью $\upsilon = 360$ км/ч. Найти радиус окружности R виража самолета, если плоскость крыльев самолета составляет угол $\alpha = 20°$ с горизонтом. Подъемная сила самолета направлена перпендикулярно к плоскости крыльев самолета.

1.144. Человек сидит на краю круглой горизонтальной платформы радиусом R=4 м. С какой максимальной частотой ν может вращаться платформа вокруг вертикальной оси, чтобы человек удержался на ней при коэффициенте трения $\mu = 0{,}2$?

1.145. На краю наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 10°$ лежит тело. Плоскость вращается с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с вокруг вертикальной оси, точка пересечения которой с плоскостью лежит выше тела. Расстояние от оси до тела R=2 м. Найти наименьшее значение коэффициента трения μ, при котором тело останется неподвижным на плоскости.

1.146. Сосуд, имеющий форму расширяющегося вверх усеченного конуса с диаметром дна d = 40 см и углом наклона стенок $\alpha = 30°$ к вертикали, вращается вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью конуса. На дне сосуда лежал шарик, который из-за вращения сосуда поднялся по его стенкам и установился на высоте h = 30 см. Каков период T вращения сосуда?

1.147. Груз, подвешенный к потолку на нити, движется в горизонтальной плоскости по окружности, отстоящей от потолка на расстоянии h (конический маятник). Найти период обращения маятника T.

1.148. Мотоциклист движется со скоростью υ=12 м/с по окружности радиусом R=50 м. На какой угол α от вертикали он должен наклониться, чтобы сохранить равновесие?

*1.149. Определить плотность ρ планеты, продолжительность суток на которой равна T, если известно, что на экваторе планеты вес тела составляет k=1/3 силы тяготения.

1.3. Импульс, работа, энергия, законы сохранения в механике

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона):

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\vec{F}$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ – импульс точки.

Закон сохранения импульса замкнутой системы материальных точек

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек, образующих систему.

Работа постоянной силы:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos(\vec{F}, \vec{r}),$$

где $\vec{r}$ – вектор перемещения точки под действием силы $\vec{F}$.

Мощность

средняя: $\langle N \rangle = \dfrac{\Delta A}{\Delta t}$; мгновенная: $N = \dfrac{dA}{dt}$,

или $N = F \cdot \upsilon \cdot \cos(\vec{F}, \vec{\upsilon})$, где ΔA и dA – работа, совершаемая за промежуток времени Δt и dt соответственно.

Кинетическая энергия поступательно движущейся материальной точки:

$$E_{\text{к}} = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$E_{\text{п}} = mgh,$$

где h – высота тела над нулевым уровнем.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

Закон сохранения механической энергии в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы:

$$E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \text{const}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П 1.8. Снаряд, летящий со скоростью u=16 м/с, разорвался на два осколка, массы которых m_1=6 кг и m_2=10 кг. Скорость первого осколка υ_1=12 м/с и направлена под углом α_1=60° к скорости снаряда. Найти величину скорости второго осколка υ_2 и ее направление α_2 (рис. 1.14).

Решение: Закон сохранения импульса в данном случае запишется в виде:

$$(m_1 + m_2)\vec{u} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$$

Проведем ось x в направлении движения снаряда, а ось y – перпендикулярно оси x и запишем закон сохранения импульса в проекциях на оси x и y соответственно:

$$(m_1 + m_2)u = m_1\upsilon_1 \cdot cos\alpha_1 + m_2\upsilon_2 \cdot cos\alpha_2; \quad (1)$$

$$0 = m_2\upsilon_2 \cdot \sin\alpha_2 - m_1\upsilon_1 \cdot \sin\alpha_1. \quad (2)$$

Из уравнения (2) имеем $\sin\alpha_2 = \frac{m_1\upsilon_1}{m_2\upsilon_2}\sin\alpha_1$, или
$\cos\alpha_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{m_1\upsilon_1}{m_2\upsilon_2}\right)^2 \sin^2\alpha_1}$.

Подставив это в выражение (1) получим:

$$(m_1 + m_2)u - m_1\upsilon_1\cos\alpha_1 = \sqrt{(m_2\upsilon_2)^2 - (m_1\upsilon_1)^2\sin^2\alpha_1} .$$

Возводя полученное уравнение в квадрат выразим скорость второго тела $\boldsymbol{\upsilon}_2$:

$$\upsilon_2 = \sqrt{(m_1 + m_2)^2 u^2 + m_1^2\upsilon_1^2 - 2m_1(m_1 + m_2)u\upsilon_1\cos\alpha_1} \,/m_2 = 22{,}9 \text{ м/с}.$$

Значение угла α_2 определим из уравнения (2)

$$\sin\alpha_2 = \frac{m_1\upsilon_1}{m_2\upsilon_2}\sin\alpha_1 = 0{,}272, \;\; \alpha_2 = 15{,}8°$$

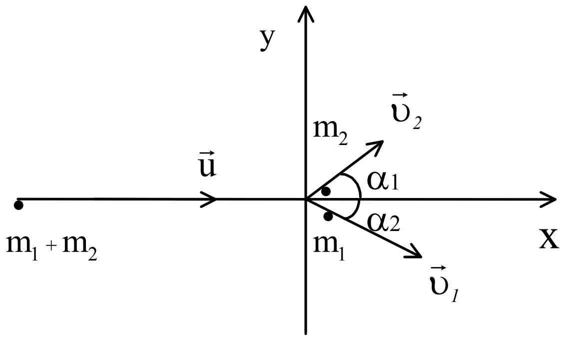


Рис. 1.14

П 1.9. Средняя мощность двигателя подъемного крана N=7,5 кВт, его коэффициент полезного действия η =80%. Определить массу груза, который можно поднять равноускоренно на высоту H=25 м за время t=25 с.

Решение: Работу силы натяжения троса крана F (рис.1.15) запишем в виде $A=FH\cos\alpha$ (здесь α =0° – угол между направлением силы F и пе-

ремещением H). Величину силы F определим исходя из второго закона Ньютона, записанного для груза: $F - mg = ma$, или $F = m(g + a)$.
Из уравнения равноускоренного движения $H = at^2/2$ определяем величину ускорения $a = 2H/t^2$.
Следовательно, $F = m(g + 2H/t^2)$, $A = m(g + 2H/t^2)H$.
Работу A_3, затраченную краном, выражаем через среднюю мощность двигателя: $A_3 = Nt$.
По определению коэффициент полезного действия:

$$\eta = (A/A_3)\cdot 100\%, \qquad Nt\,\eta = m(g + 2H/t^2)H\cdot 100\%.$$

Отсюда $m = \dfrac{Nt^3\eta}{(gt^2 + 2H)H\cdot 100\%} = 607$ кг.

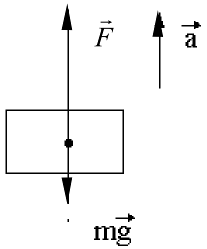


Рис. 1.15

П 1.10. Тело бросили с поверхности Земли под некоторым углом к горизонту с начальной скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с (рис. 1.16). На какой высоте h его кинетическая энергия составляет k=1/3 от первоначальной? При каких углах бросания α задача имеет решение?

Решение: Используем закон сохранения механической энергии тела. В момент бросания тело обладает только кинетической энергией

$$E_{k0} = m\upsilon_0^2/2.$$

На искомой высоте h (точка 1) тело обладает потенциальной энергией $E_{п1} = mgh$ и некоторой кинетической энергией $E_{к1}$.
По закону сохранения энергии:

$$E_{к0} = E_{п1} + E_{к1}. \qquad (1)$$

По условию задачи:

$$E_{k1} = kE_{k0} = km\upsilon_0^2/2.$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$m\upsilon_0^2/2 = mgh + km\upsilon_0^2/2.$$

Отсюда $h = (1 - k)\upsilon^2_0 /(2g) = 7,65$ *м.*
Как следует из примера П1.3, наибольшая высота подъема тела над поверхностью Земли Н = $\dfrac{\upsilon_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. Очевидно, что данная задача имеет решение, если h = $\dfrac{(1-k)\upsilon_0^2}{2g} \le H$.

Отсюда $\sin\alpha \ge \sqrt{1-k} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $\alpha \ge 54°$.

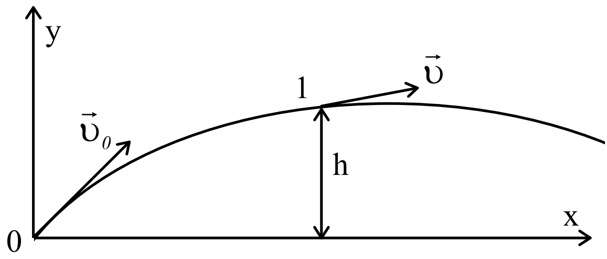


Рис. 1.16

П 1.11. На нити длиной l=1 м висит тело, масса которого M=0,2 кг (рис. 1.17). В тело попадает пуля массой m=10 г, летящая горизонтально со скоростью u=200 м/с, и застревает в нем. Тело совершает полный оборот в вертикальной плоскости. Определить силу натяжения нити T в верхней точке траектории.
Решение: Запишем закон сохранения импульса при взаимодействии тела с пулей:

$$mu = (M + m)\upsilon_0, \qquad (1)$$

где υ_0 – скорость тела с пулей после соударения (в нижней точке траектории).
Для определения скорости тела с пулей в верхней точке траектории υ запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{(M+m)\upsilon_0^2}{2} = \frac{(M+m)\upsilon^2}{2} + (M+m)g \cdot 2l\,. \qquad (2)$$

Второй закон Ньютона для тела с пулей в верхней точке траектории имеет вид:

$$T + (M+m)g = \frac{(M+m)\upsilon^2}{l}. \qquad (3)$$

Исключив из уравнений (1-3) величины υ_0 и υ, определим

$$T = \frac{m^2u^2 - 5g(M+m)^2 l}{(M+m)l} = 8{,}75\ H.$$

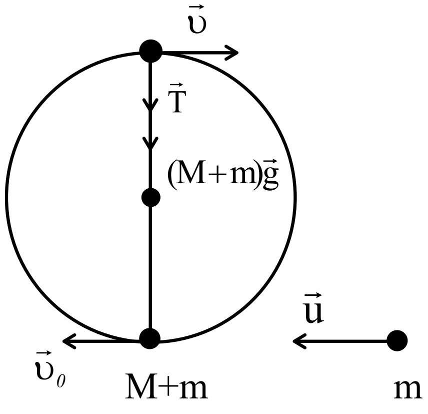


Рис. 1.17

ЗАДАЧИ

1.150. Тело, начальная скорость которого υ_0=10 м/с, движется прямолинейно с ускорением a=1,5 м/с^2. Во сколько раз изменится импульс тела при прохождении им пути S=100 м?

1.151. Два тела (их массы m_1=1 кг и m_2=2 кг) движутся равномерно во взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость первого тела υ_1=3 м/с, а второго υ_2=2 м/с. Определить импульс данной системы тел.

1.152. Мяч массой m=200 г движется между параллельными стенками перпендикулярно к ним, совершая удары с неизменной по модулю скоростью. Считая скорость мяча равной υ=10 м/с, определить модуль приращения его импульса после удара об одну стенку $\left|\Delta\vec{p}_1\right|$ и ударах о две противоположные стенки $\left|\Delta\vec{p}_2\right|$.

1.153. Автомобиль, масса которого m=1 т, отклонился от направления первоначального движения на угол α=60°. Найти модуль приращения импульса автомобиля $\left|\Delta\vec{p}\right|$, учитывая, что скорость автомобиля υ =20 м/с по абсолютной величине не изменилась.

1.154. Материальная точка, масса которой m=1 кг, двигаясь равномерно по окружности, описывает четверть окружности радиусом R=1 м в течение t=2 с. Найти модуль изменения импульса материальной точки за это время.

1.155. Спортсмен стреляет из ружья. Скорость пули после выстрела υ=500 м/с, а ее масса m=5 г. Найти среднее значение силы F, с которой приклад в момент выстрела действует на плечо спортсмена, предполагая, что время действия этой силы Δt=0,05 с.

1.156. Стрела, летящая со скоростью υ=30 м/с, попадает в мишень и останавливается за время Δt=0,05 c. Масса стрелы m=0,25 кг. Определить величину силы сопротивления F_c, предполагая, что она постоянна в интервале Δt.

1.157. При стрельбе из автомата средняя сила давления на плечо F=15 H. Считая, что масса пули m=10 г, а ее скорость при вылете из ствола υ=300 м/с, определить число выстрелов n в единицу времени.

1.158. Мяч массой m=0,15 кг подлетает к стенке под углом α=30° к ней со скоростью υ=10 м/с и упруго отскакивает от нее. Средняя сила, действующая на мяч со стороны стенки F=15 H. Определить продолжительность удара Δt.

1.159. Бильярдный шар, масса которого m=0,2 кг, движется со скоростью υ=2 м/с. Перпендикулярно к его скорости в течение времени Δt=0,01 c на него действуют с силой F=30 H. Найти абсолютную величину импульса p шара после действия силы F. Трением пренебречь.

1.160. Пуля, масса которой m, вылетает из пистолета массой M с горизонтальной скоростью υ относительно Земли. Определить скорость u отдачи пистолета.

1.161. Начиная игру в бильярд, по группе близко расположенных шаров ударили шаром, масса которого m=250 г, а скорость υ=10 м/с. Найти суммарный импульс всех шаров p после удара.

1.162. Два хоккеиста, движущиеся навстречу друг другу, сталкиваются и далее движутся вместе. Первый хоккеист, масса которого m_1=120 кг двигался со скоростью υ_1=3 м/с, а скорость второго при массе m_2=80 кг была равна υ_2=6 м/с. В каком направлении и с какой скоростью υ они будут двигаться после столкновения?

1.163. Орудие, стоящее на гладкой горизонтальной площадке, стреляет под углом α=30° к горизонтальной поверхности. Масса снаряда m=20 кг, его начальная скорость υ=200 м/с. Какую скорость u получит орудие при выстреле, если его масса M=500 кг? Найти модуль приращения импульса снаряда $\left|\Delta\vec{p}\right|$ за время полета до падения на Землю.

1.164. Снаряд, масса которого m=40 кг, летящий со скоростью υ=600 м/с под углом α=60° к горизонту, попадает в платформу с песком и застревает в ней. Определить скорость платформы после попадания снаряда u, если ее масса M=20 т.

1.165. Ракета, масса которой m_1=2 т, летит со скоростью υ_1=600 м/с. От ракеты отделяется головная ступень массой m_2=500 кг, которая движется в направлении первоначального полета со скоростью υ_2=800 м/с. С какой скоростью υ летит оставшаяся часть ракеты?

1.166. С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью u, выстрелили из пушки. Общая масса платформы с пушкой, закрепленной на ней, и снарядами M, масса снаряда m, его скорость относительно прежней скорости платформы υ. Какова скорость платформы после выстрела u_1, если направление выстрела: а) совпадает с направлением движения платформы; б) противоположно; в) перпендикулярно ему; г) составляет с направлением движения платформы угол α?

1.167. Плот, масса которого m_1=200 кг движется вдоль берега по воде со скоростью υ_1=2 м/с. На него с берега со скоростью υ_2=5 м/с перпендикулярно направлению скорости плота прыгает человек. С какой скоростью υ будет двигаться плот с человеком, если масса человека m_2=60 кг?

1.168. Тележка массой m_1=200 кг движется со скоростью υ_0=3 м/с вместе с находящимся на ней человеком, масса которого m_2=60 кг. С какой скоростью υ относительно тележки должен бежать человек по тележке в направлении движения, чтобы скорость тележки уменьшилась вдвое (k=2)?

1.169. Человек, масса которого m=70 кг, стоит на корме лодки, находящейся на озере. Длина лодки l=5 м, ее масса M=280 кг. Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние S передвинется человек относительно дна озера? Сопротивлением воды пренебречь.

*1.170. Призма, масса которой M, а угол уклона α, находится на гладкой горизонтальной поверхности льда. На призме стоит человек, масса которого m. С какой скоростью u будет двигаться призма, если человек пойдет вверх по поверхности призмы со скоростью υ относительно нее? Трением между призмой и льдом пренебречь.

1.171. Под действием взаимно перпендикулярных сил, равных F_1=3 Н и F_2=4 Н, тело перемещается в направлении равнодействующей этих сил на расстоянии S=0,5 м. Чему равна работа каждой из этих сил?

1.172. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза на высоту h=4 м за время t=2 с. Масса груза m=100 кг, его начальная скорость равна нулю.

1.173. Материальная точка, масса которой m=1,5 кг, перемещается вверх по наклонной плоскости по желобу под действием силы F=30 Н, направленной под углом $\alpha=20°$ к плоскости, на расстояние S=2 м. Угол наклона плоскости $\beta=30^o$. Найти работу A, совершенную силой F и скорость материальной точки в конце движения υ, предполагая что в начале движения скорость была равной нулю. Силой трения пренебречь.

1.174. Тело равномерно перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы, направленной вверх под углом α=45° к горизонту. Работа этой силы на пути S=6 м равна A=20 Дж. Масса тела m=2 кг. Найти коэффициент трения с поверхностью μ.

1.175. Дайте определение мощности. В каких единицах она измеряется? Запишите единицу мощности через основные единицы измерения в системе СИ.

1.176. При движении автомобиля получили зависимость мощности N его двигателя от времени (рис. 1.18). Построить примерный график зависимости ускорения a автомобиля и совершаемой двигателем работы A от времени, считая силу тяги и направление движения постоянными.

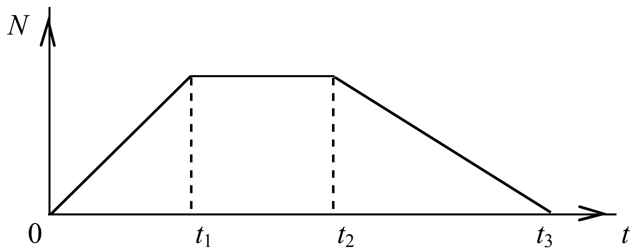


Рис. 1.18

1.177. Сила тяги локомотива F=250 кН, мощность N=3000 кВт. За какое время t поезд пройдет S=10,8 км, если он движется равномерно?

1.178. Спортсмен выпускает из лука стрелу, масса которой m=0,3 кг, со скоростью υ=20 м/с. Тетива действует на стрелу в течение времени Δt=0,1 с. Найти мощность, развиваемую луком при выстреле, предполагая, что в течение выстрела она не изменяется.

1.179. Моторная лодка движется со скоростью υ=18 км/ч. При этом двигатель лодки развивает мощность N=1 кВт. Считая, что половина мощности (k=1/2) расходуется на преодоление силы сопротивления воды F_c, найти величину этой силы.

1.180. Тело, масса которого m=3 кг, свободно падает вблизи поверхности Земли. Рассчитать мощность силы тяготения в конце первой (N_1) и пятой (N_5) секунды падения. Сопротивлением воздуха пренебречь, начальную скорость считать равной нулю.

1.181. Тепловоз (масса m=60 т) равномерно поднимается в гору с уклоном α=4°. Коэффициент трения μ =0,03. Определить развиваемую тепловозом мощность N при скорости движения υ=36 км/ч.

1.182. Диск шлифовального станка имеет диаметр d = 20 см и делает ν = 120 об/мин. Обрабатываемая деталь прижимается к диску с силой F = 100 Н. Какая мощность N затрачивается на шлифовку, если коэффициент трения детали о поверхность диска μ = 0,2?

1.183. Определить мощность сил трения P, приложенных к телу, скользящему со скоростью υ=2 м/с по поверхности полусферы радиуса R=1 м в момент прохождения ее вершины. Масса тела m=1 кг, коэффициент трения μ =0,2.

1.184. При скорости υ_1 = 60 км/ч автомобиль расходует за время t_1 = 1 час m_1 = 6 кг топлива. Сколько топлива m_2 расходует автомобиль за время t_2 = 0,6 часа при скорости движения υ_2 = 80 км/ч? Сила сопротивления движению пропорциональна скорости.

1.185. Определить полную механическую энергию тела E относительно поверхности Земли, если на расстоянии h=4 м от поверхности Земли его скорость составляет υ=6 м/с. Масса тела m=2 кг.

1.186. Прямолинейное движение материальной точки описывается формулой $x=(8+6t-2t^2)$ м. Найти кинетическую энергию точки E_k через t=1 c от начала движения. Масса материальной точки m=0,2 кг.

1.187. На тело массой m = 5 кг в течение времени t = 4 с действует сила F = 2 Н. Найти конечную кинетическую энергию тела $E_к$, если в начальный момент тело покоилось.

1.188. Определить массу тела m, если его кинетическая энергия $E_к$=2 Дж, а импульс p=4 кг·м/с.

1.189. Какую работу A надо совершить, чтобы заставить тело массой m=1 кг увеличить свою скорость с υ_1=3 м/с до υ_2=5 м/с при движении без трения по горизонтальной поверхности?

1.190. Тело свободно падает с высоты h. Нарисуйте график зависимости потенциальной энергии тела E от его скорости υ для двух значений массы $m(m_1 > m_2)$.

1.191. Альпинист, масса которого m=70 кг, поднимается на высоту h=3 км. Определите проделанную им работу A по подъему своего тела на эту высоту и запасенную в результате подъема потенциальную энергию $E_П$.

1.192. Какую минимальную работу A надо совершить, чтобы трубу массой m = 20 кг и длиной l = 4 м из горизонтального положения поставить под углом $\alpha = 60°$ к вертикали?

1.193. Пружину растягивают на x = 4 см. Во сколько раз отличается работа A_1, совершаемая при растягивании пружины на первые 2 см, от работы A_2, совершаемой при растягивании пружины на вторые 2 см?

1.194. Человек с постоянной скоростью поднимает из колодца глубиной h=5 м ведро с водой, масса которого m=7 кг. Время подъема t=10 с. Найти развиваемую человеком мощность N.

1.195. Какую массу воды m можно поднять из шахты глубиной h=150 м в течение t=1 ч, если мощность установки N=7,5 кВт?

1.196. Двигатель лифта развивает мощность N=5 кВт, масса лифта вместе с пассажирами m=500 кг. Найти время t, за которое лифт поднимается на высоту h=10 м. Скорость лифта постоянна. Потерями энергии на трение пренебречь.

1.197. Пуля, имеющая массу m=10 г, подлетает горизонтально к вертикальной доске толщиной d=0,04 м со скоростью υ_1=600 м/с и, пробив доску, вылетает со скоростью υ_2=400 м/с. Найти среднюю силу сопротивления F_c доски.

1.198. Камень при падении с высоты h=10 м с начальной скоростью равной нулю имел скорость в момент падения υ=12 м/с. Чему равна средняя сила сопротивления воздуха F_c при падении камня? Масса камня m=1 кг.

1.199. Автомобиль, масса которого m=3 т, двигался со скоростью υ=72 км/ч. Начав торможение, он остановился проехав путь S=200 м. Определить среднюю силу торможения автомобиля F.

1.200. Найти среднюю мощность N, развиваемую пороховыми газами при выстреле из винтовки с длиной ствола l=1 м. Масса пули m=10 г, а ее скорость при вылете υ=400 м/с. Считать силу давления пороховых газов постоянной.

1.201. Тело, масса которого m, равномерно скользит с вершины холма и останавливается у основания. Высота холма h. Какую работу A надо совершить, чтобы поднять тело на вершину холма по тому же пути?

1.202. Какой путь S до остановки пройдут санки по горизонтальной поверхности после спуска с начальной скоростью равной нулю с горы высотой h=15 *м*, имеющей уклон $\alpha = 30°$? Коэффициент трения скольжения равен $\mu = 0{,}2$.

1.203. Какие санки дальше проедут по горизонтальной поверхности после спуска с ледяной горки: груженые или пустые? Начальная скорость санок равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

*1.204. Тело массой m = 1 кг, движущееся по горизонтальной поверхности со скоростью $\upsilon_0 = 5$ м/с, поднимается по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 60°$ (рис. 1. 19). Найти модуль изменения импульса Δp тела к тому моменту времени, когда оно поднимется на высоту h = 0,5 м. Силами трения пренебречь.

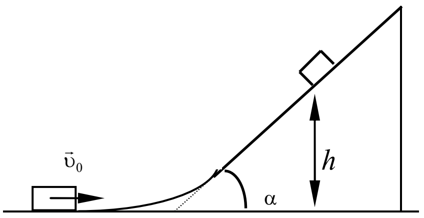


Рис. 1.19

1.205. Какую минимальную работу A надо совершить, чтобы груз массой m=1 кг, стоящий на столе, поднять на высоту h=1 м при помощи резинового шнура, привязанного к телу? Жесткость шнура k=50 Н/м. В начальном состоянии шнур не растянут, а после подъема тела шнур остается растянутым. Массой шнура можно пренебречь.

1.206. Веревка длиной l=5 м переброшена через гвоздь, вбитый в вертикальную стену. В начальный момент веревка висит симметрично и покоится. В результате незначительного толчка веревка начинает скользить по гвоздю. Какой будет скорость υ веревки, когда она соскользнет с гвоздя? Силами сопротивления пренебречь.

1.207. Если груз $m_1 = 5\ m$ (рис. 1.20) толкнуть влево, сообщив ему некоторую скорость, то он переместится на расстояние $l_1 = 5$ см. Если с той же скоростью толкнуть вниз груз $m_2 = m$, то он опустится на расстояние $l_2 = 25$ см. Чему равен коэффициент трения μ между грузом m_1 и горизонтальной поверхностью? Блок невесомый и вращается без трения.

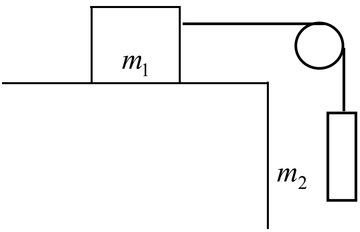


Рис. 1.20

1.208. Тело бросают с высоты $h_0 = 5$ м вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с. Используя закон сохранения энергии найти максимальную высоту подъема тела h, скорость υ_1 тела на высоте $h_1 = 8$ м, скорость υ тела, с которой оно упадет на Землю.

1.209. Мяч бросают с некоторой высоты вертикально вниз на горизонтальную площадку с начальной скоростью υ_0=20 м/с. На сколько выше первоначального уровня Δh подпрыгнет мяч? Удар мяча о Землю считать абсолютно упругим.

1.210. Тело брошено горизонтально с обрыва со скоростью υ_0. Найти кинетическую энергию $E_к$ через время t после начала движения. Масса тела m. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.211. Тело брошено с начальной скоростью $\upsilon_0 = 14{,}1$ м/с под углом к горизонту с поверхности Земли. Какую скорость υ будет иметь тело в момент, когда его кинетическая энергия будет равна потенциальной? Сопротивлением воздуха пренебречь. При каких углах бросания α задача имеет решение?

1.212. Тело брошено с начальной скоростью υ_0 под углом к горизонту с поверхности Земли. На какой высоте h его кинетическая энергия равна потенциальной? Сопротивлением воздуха пренебречь. При каких углах бросания α задача имеет решение?

1.213. Камень брошен с поверхности Земли под углом к горизонту со скоростью υ_0. Определить, на какой высоте h скорость камня уменьшится вдвое. Сопротивлением воздуха пренебречь. При каких углах бросания α задача имеет решение?

1.214. Тело бросают под углом $\alpha = 30°$ к горизонту с начальной скоростью υ_0=10 м/с. Используя закон сохранения энергии найти максимальную высоту подъема тела h .

1.215. Камень брошен с поверхности Земли под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найти отношение потенциальной энергии камня к его кинетической энергии ($E_п/E_к$) в верхней точке траектории.

*1.216. Под каким углом α к горизонту надо бросить тело с поверхности Земли, чтобы в верхней точке траектории его потенциальная энергия составляла k=1/4 часть начальной кинетической энергии?

1.217. Снаряд массой m = 20 кг вылетел из пушки, находящейся на горизонтальном полигоне, с начальной скоростью υ_0 = 600 м/с под углом α = 30° к горизонту. Построить графики зависимости от времени полной E_0, кинетической $E_к$ и потенциальной $E_п$ энергии снаряда. Какой снаряд дальше пролетит: легкий или тяжелый? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.218. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. При этом шар по дуге окружности поднимается на высоту h=0,8 м. Определить скорость пули υ, если масса пули m=10 г, а масса шара M=1 кг.

1.219. Пуля попадает в тело, масса которого M, (рис. 1.21) и застревает в нем. На сколько сожмется пружина с жесткостью k, удерживающая тело, если масса пули m, а скорость υ.

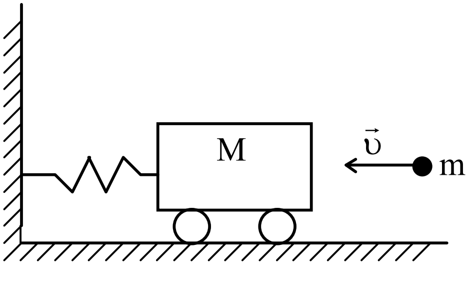


Рис. 1.21

1.220. Клин, масса которого M, находится на гладкой горизонтальной поверхности. На клине лежит брусок, масса которого m, и который под действием силы тяжести может скользить по клину без трения. В начальный момент система покоилась. Найти скорость клина υ в тот момент, когда брусок с высоты h (рис. 1.22) соскользнет на плоскость.

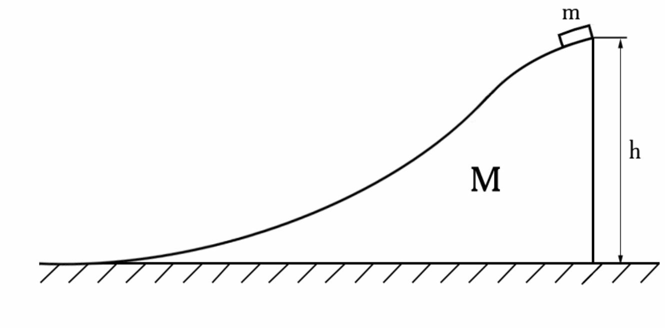


Рис. 1.22

1.221. Движущееся тело ударяется о неподвижное. Удар считать неупругим, а скорость тел после соударения равной u=4 м/с. Определить кинетическую энергию E_1 первого тела до соударения. Массы тел: m_1=2 кг (движущееся) и m_2=1 кг (неподвижное).

1.222. При разрыве неподвижной гранаты на два осколка, летящих вдоль одной прямой, выделилась механическая энергия E=1350 Дж. Известно, что масса первого осколка в k=3 раза больше массы второго. Найти скорость первого осколка, если масса гранаты m=1 кг, а масса пороховых газов мала.

1.223. Два тела, скорости которых взаимно перпендикулярны и равны υ_1=4 м/с, υ_2=3 м/с, а масса каждого m=0,4 кг, сталкиваются, образуя тело с массой M=0,8 кг. Определить кинетическую энергию образовавшегося тела.

1.224. Определить изменение $\Delta E_к$ кинетической энергии при лобовом столкновении грузовика массой M=20 т с легковым автомобилем m=2 т. Скорости автомобилей по модулю равны υ_1=υ_2=72 км/ч и направлены противоположно.

1.225. Два маленьких шарика массами m и $2m$ подвешены на одинаковых нитях длиной l = 90 см в одной точке. Первый шар отводят в сторону на $\alpha = 60°$ и отпускают. На какую высоту h поднимутся шары после неупругого удара?

*1.226. Два шара, массы которых m и km (k=4), движутся во взаимно перпендикулярных направлениях. После соударения шар, масса которого m, остановился. Какую часть его первоначальной энергии η составляет выделившееся при ударе тепло?

*1.227. Шар, лежащий на горизонтальной поверхности, ударяет другой шар, движущийся со скоростью υ_1. Между шарами происходит абсолютно упругий центральный удар. Определить скорости шаров u_1 и u_2 после удара. Массы шаров: m_2 – неподвижного, m_1 – движущегося.

*1.228. Из двух соударяющихся абсолютно упруго шаров шар большей (M) массы до удара покоился. В результате прямого удара меньший (m) шар потерял 3/4 своей кинетической энергии. Чему равно отношение M/m масс шаров?

*1.229. Два соприкасающихся шара висят на нитях одинаковой длины. Первый шар отводят в сторону и отпускают. После упругого центрального удара шары поднимаются на одну и ту же высоту. Найти массу первого шара m_1, если масса второго шара m_2=0,3 кг.

*1.230. Шарик на нити вращается в вертикальной плоскости. Его ускорение на уровне центра вращения равно $a=g\sqrt{17}$. Чему равна скорость шарика в нижней точке траектории? Длина нити l.

*1.231. Грузик, подвешенный на нити, отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение и отпускают. Какой угол α с вертикалью образует нить в момент, когда ускорение груза направлено горизонтально?

*1.232. Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорения в крайнем и нижнем положениях по величине равны друг другу. Найти угол отклонения α нити в крайнем положении.

*1.233. Груз, подвешенный на нити, отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение и отпускают. При каком угле α между нитью и горизонтом вертикальная составляющая скорости груза максимальна?

1.234. Груз массой $m = 1$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 1$ м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Когда нить образует угол $\alpha = 60°$ с вертикалью, скорость груза $\upsilon = 2$ м/с. Определить натяжение нити T: а) в данный момент; б) когда груз находится в нижней точке траектории; в) когда груз находится в крайней точке траектории.

1.235. На одном конце жесткого стержня длиной l висит грузик. Какую минимальную скорость υ_0 надо сообщить грузику, чтобы он смог сделать полный оборот в вертикальной плоскости вокруг другого конца стержня, закрепленного шарнирно? Массой стержня пренебречь.

1.236. На нити длиной l висит шарик. Какую минимальную скорость υ_0 в горизонтальном направлении необходимо сообщить шарику, чтобы он сделал полный оборот по окружности в вертикальной плоскости?

1.237. Люстра висит на цепи. Цепь может выдерживать нагрузку T=1 кН. Масса люстры m=50 кг. Определить, на какой наибольший угол α можно отклонить люстру без разрыва цепи во время колебаний. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

1.238. Брусок соскальзывает без трения по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиусом R. С какой высоты h брусок должен начать движение, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке петли?

*1.239. Небольшое тело без трения соскальзывает с вершины сферы радиусом R с очень малой начальной скоростью. На какой высоте h от вершины тело оторвется от поверхности сферы?

1.4. Статика. Гидростатика

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Условие равновесия материальной точки

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F} = 0;\ (\vec{\upsilon} = \text{const или } \upsilon = 0)$$

или в координатном виде

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0\ ;\ \sum_{i=1}^{n} F_{yi} = 0\ ;\ \sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0\ .$$

Момент силы $\vec{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{\perp} \cdot l\ ,$$

где $F_{\perp}$ – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы $\vec{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Условие равновесия тела с неподвижной осью вращения:

$$\sum_{i=1}^{n} M_{zi} = 0;\ (\omega = \text{const} \text{ или } \omega = 0),$$

где M_{zi} – алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, относительно оси z.

Давление $p = \dfrac{F_{\text{н}}}{S}$, где $F_{\text{н}}$ – модуль силы нормального давления, S – площадь плоской поверхности, на которую действует сила.

Гидростатическое давление однородной жидкости, находящейся в поле силы тяжести, на глубине h:

$$p = p_0 + \rho g h\ ,$$

где p_0 – атмосферное давление; ρ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения.

Закон Архимеда:

$$F_A = \rho g V\ ,$$

где F_A – выталкивающая сила, ρ – плотность жидкости (газа); V – объем вытесненной жидкости (газа).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П 1.12 Однородный стержень *AB* (рис. 1.23), длина которого l=2 м и масса m=6 кг, может вращаться вокруг горизонтальной оси *O*, отстоящей от конца *A* стержня на расстоянии l_1=0,4 м. К точке *A* подвешен груз, масса которого m_1=12 кг. Какую горизонтальную силу *F* надо приложить к точке *B,* чтобы стержень в состоянии равновесия составлял с горизонтом угол $\alpha = 30°$?

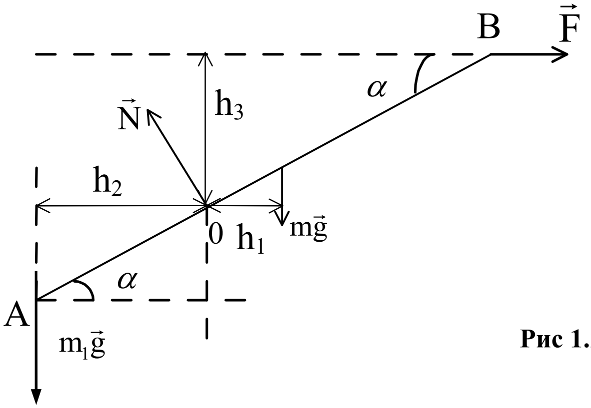


Рис 1.23

Решение: На стержень *AB* действуют силы: $m\vec{g}$ – сила тяжести стержня, приложенная к середине стержня, $m_1\vec{g}$ – сила тяжести груза, $\vec{N}$ – реакция оси, $\vec{F}$ – внешняя сила. Для вычисления моментов сил определим плечи h_1, h_2 и h_3 относительно оси *O*. Как видно из рисунка:

$h_1 = (l/2 - l_1)\cos\alpha$;

$h_2 = l_1\cos\alpha$;

$h_3 = (l - l_1)\sin\alpha$.

Плечо силы *N*, а следовательно, и момент этой силы, равны нулю. Таким образом, условие равновесия стержня записывается в виде:

$$F(l - l_1)\sin\alpha + mg(l/2 - l_1)\cos\alpha - m_1 g l_1 \cos\alpha = 0, \text{ или}$$

$$F = \frac{g\left[m_1 l_1 - m(l/2 - l_1)\right]\cos\alpha}{(l - l_1)\sin\alpha} = 12{,}7\,н.$$

П 1.13. Определить центр тяжести однородной прямоугольной пластины шириной a=8 см и длиной b=16 см (рис. 1.24), из которой вырезан круг радиусом r=3 см. Центр круга находится на оси пластины на расстоянии c=4 см от края.

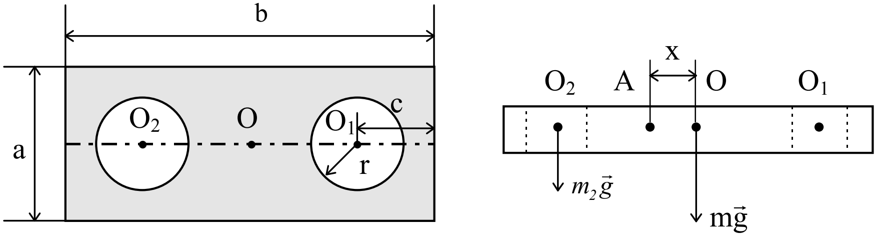


Рис. 1.24

Решение: Пусть O – центр целой пластины, O_1 – центр вырезанного круга. Тогда центр тяжести пластины без круга лежит в точке A на линии OO_1, расположенной на некотором расстоянии x левее от точки O. Представим, что наша пластина состоит из двух частей: круга радиуса r, центр тяжести которого O_2 лежит на линии OO_1 на расстоянии c от левого края пластины, с массой $m_2=hr^2\pi\rho$ и пластины, из которой вырезаны два круга, центр тяжести которой находится в точке O и ее масса $m=h\rho(ab-2\pi r^2)$ (из массы целой пластины вычли массы двух кругов). Здесь ρ – плотность материала пластины, h – ее толщина. Так как точка A является центром тяжести нашей пластины, для масс m_2 и m, которые составляют массу пластины, можем записать условие равновесия относительно точки A

$$mgAO - m_2gAO_2 = 0. \quad (1)$$

Из рис. 1.24 ясно, что $AO=x$, $AO_2=b/2-c-x$.

Тогда условие (1) примет вид:

$$h\rho(ab-2\pi r^2)x=hr^2\pi\rho(b/2-(c+x)).$$

Решив уравнение, находим $x = \dfrac{r^2\pi((b/2)-c)}{ab-r^2\pi} = 1{,}13$ см.

П 1.14. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе количества ртути и воды. Общая высота столба жидкостей h (рис. 1.25). Чему равно суммарное давление p жидкостей на дно сосуда? Плотность ртути $\rho_р$ и воды $\rho_в$ считать известными.

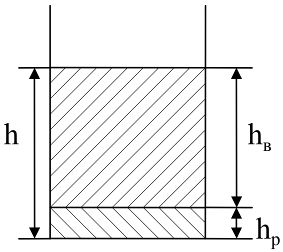


Рис. 1.25

Решение: Суммарное гидростатическое давление жидкостей

$$p = \rho_p g h_p + \rho_в g h_в\,, \ (1)$$

где $h_в$ и $h_р$ высоты столбов воды и ртути соответственно, причем $h=h_в+h_р$. По условию задачи массы жидкостей равны, т.е. $\rho_в h_в S = \rho_р h_р S$ (здесь S – площадь дна сосуда). Итак, имеем систему

$$\begin{cases} h = h_p + h_в, \\ \rho_в h_в = \rho_p h_p, \end{cases}$$

решив которую определяем:

$$h_p = h\frac{\rho_в}{\rho_p + \rho_в}; \ h_в = \frac{\rho_p}{\rho_p + \rho_в}.$$

Следовательно, из (1): $p = \dfrac{2\rho_p \rho_в}{\rho_p + \rho_в} gh.$

П 1.15. Надводная часть айсберга имеет объем $V_н$ = 500 м^3. Определить объем айсберга V, если плотность льда $\rho_л$ = 920 кг/м^3, плотность морской воды $\rho_в$ = 1030 кг/м^3.

Решение: По условию плавания тел сила тяжести айсберга $mg = \rho_л V g$ равна силе Архимеда. Сила Архимеда равна силе тяжести воды, вытесненной айсбергом :

$F_A = \rho_в g V_п$ (здесь $V_п=V-V_н$ – подводная часть айсберга).

Тогда $\rho_л V g = \rho_в g(V - V_н)$, или $V = \dfrac{V_н \rho_в}{(\rho_в - \rho_л)} = 4680 м^3$.

П 1.16. Вес тела в воде в k=3 раза меньше, чем в воздухе. Определить плотность тела ρ.

Решение: Вес тела в воздухе $P_0=mg$. В воде на тело действуют три силы (рис. 1.26) : $m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{F}_A$ – сила Архимеда, $\vec{T}$ – сила натяжения нити. Из условия равновесия тела в воде $T+F_A-mg=0$. Из третьего закона Ньютона вес тела в воде P равен по величине силе натяжения T. Таким образом, $P=T=mg-F_A$. По условию $P_0=kP$, т.е.

$mg=kmg-kF_A$, $kF_A=mg(k\text{-}1)$. Сила Архимеда $F_A=\rho_в gV$, сила тяжести $mg=\rho gV$ (здесь V – объем тела). Тогда $k\rho_в gV=(k\text{-}1)\rho Vg$ или

$$\rho=\frac{k\rho_B}{k-1}=1500 \text{ кг/м}^3.$$

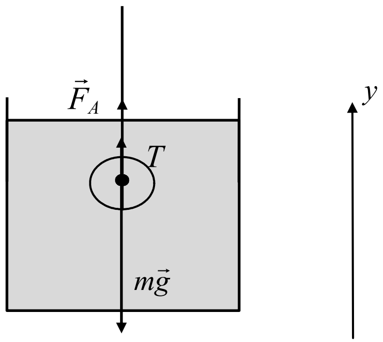


Рис. 1.26

ЗАДАЧИ

1.240. С помощью каната, перекинутого через неподвижный блок, укрепленный под потолком, человек массой m = 80 кг удерживает груз массой m_1 = 30 кг. Найти силу P давления человека на пол, если канат, который держит человек, направлен под углом $\alpha = 60°$ к горизонту.

1.241**.** Две силы по F_1=10 *Н* каждая приложены к одной точке под углом $\alpha_1 = 90°$. Под каким углом α_2 друг к другу нужно приложить две силы по F_2=8 Н, чтобы они уравновесили первые две?

1.242**.** Фонарь, масса которого m=10 кг, подвешен между столбами на двух одинаковых тросах, угол между которыми α=90°. Найти силу натяжения T тросов.

1.243. Груз массой m = 100 кг подвешен к горизонтальной балке на двух тросах, длины которых l_1 = 3 м и l_2 = 4 м. Определить натяжения T_1 и T_2 тросов, если расстояние между точками подвеса на балке l = 5 м.

1.244. Груз (масса m=20 кг) висит на тросах (рис. 1.27). Угол α=60°. Определить силы T_1, T_2, T_3, растягивающие тросы *СД, АС* и *СВ*.

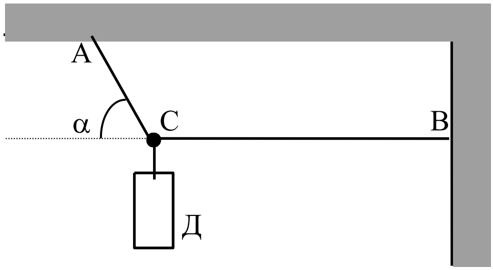


Рис. 1.27

1.245. Брусок, масса которого m=2кг, лежит на наклонной плоскости с углом наклона α=60°. Коэффициент трения μ=0,4. С какой минимальной силой F нужно прижимать брусок перпендикулярно наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое?

1.246. На наклонной плоскости с углом наклона α=30° лежит цилиндр. Цилиндр удерживается в состоянии покоя с помощью огибающей его нити, один конец которой закреплен на наклонной плоскости, а другой натянут вертикально с силой F (рис. 1.28). Определить силу F. Масса цилиндра m=3 кг.

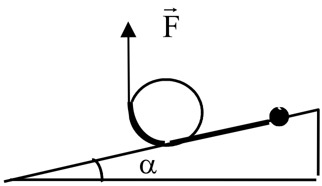


Рис. 1.28

1.247. Рабочий удерживает за один конец бревно массой m так, что бревно образует с горизонтом угол α. С какой силой F, направленной перпендикулярно бревну, удерживает рабочий бревно в этом положении? Какими будут силы F_1 и F_2, если они соответственно направлены горизонтально и вертикально вверх?

1.248. На столе лежит стержень так, что $k=1/3$ его длины выступает за край стола. Какую минимальную силу F надо приложить к концу стержня, находящемуся на столе, чтобы оторвать его от поверхности? Масса стержня $m=0{,}4$ кг.

1.249. Рельс, длиной $l=10$ *м*, массой $m=900$ кг, поднимают вертикально на двух параллельных тросах, сохраняя его горизонтальное положение. Найдите силу натяжения тросов T_1 и T_2 , если первый из них укреплен на конце рельса, а второй – на расстоянии $l_1=1$ *м* от другого конца.

1.250. На две опоры, расстояние между которыми $l_0 = 6$ м, положили горизонтальную балку длиной $l = 8$ м и массой $m = 200$ кг так, что часть балки длиной 2 м выступает за правую опору. Определить силы давления балки на левую (F_1) и правую (F_2) опоры.

1.251. На концах однородного горизонтального стержня, масса которого $m=1$ кг и длина $l=0{,}6$ м, подвешены грузы. На каком расстоянии x от точки подвеса второго груза надо подпереть стержень, чтобы он находился в равновесии? Массы грузов: первого $m_1=1$ кг, второго $m_2=2$ кг.

1.252. Труба, масса которой $m=40$ кг и длина $l=6$ м лежит на опоре, находящейся на расстоянии $l_1=1$ *м* от конца трубы. Она удерживается в горизонтальном положении с помощью некоторой силы F, приложенной к другому концу трубы и составляющей угол $\alpha=30°$ с трубой. Определить величину F этой силы.

1.253. Стержень AB прикреплен к вертикальной стенке следующим образом: нижний конец B скреплен со стеной шарнирно, а верхний конец A связан со стеной невесомой и нерастяжимой нитью. Углы, образованные нитью и стержнем с вертикальной стеной, равны $\alpha= 30°$. Масса стержня $m=1$ кг. Найти силу натяжения нити T.

1.254. Однородный стержень согнут в виде прямого угла так, что одна сторона в $k = 1{,}5$ раза длиннее другой, и подвешен на горизонтально натянутую струну. Какой угол α образует короткая сторона с вертикалью в положении равновесия?

*1.255. Квадрат из однородной проволоки, в котором отрезана одна сторона, подвешен за одну из вершин. Какой угол α образует средняя сторона с вертикалью?

1.256. Прямоугольный параллелепипед с квадратным основанием и цилиндр имеют одинаковую высоту h и одинаковую площадь основания S. Какое тело более устойчиво?

1.257. Высота ящика, стоящего на горизонтальной поверхности, h=2 *м*, площадь квадратного дна l^2=1 м^2, масса m=100 кг. Что будет с ящиком при действии ветра, производящего давление p=300 Н/м^2, если коэффициент трения равен *а*) μ_1=0,5; *б*) μ_2=0,7? Направление ветра перпендикулярно к боковой грани ящика.

1.258. Дверь, высота которой H=2 м, ширина l=1 м и масса m=32 кг, подвешена на двух петлях, находящихся на расстоянии a=20 см от верхнего и нижнего краев двери. С какой силой F дверь тянет верхнюю петлю в горизонтальном направлении?

1.259. К гладкой стене приставлен однородный стержень массой m = 24 кг под углом $\varphi = 60°$ к горизонту. Какую горизонтальную силу F надо приложить к стержню на расстоянии одной трети (α = 1/3) длины сверху, чтобы давление верхнего торца стержня на стену уменьшилось вдвое (k = 2)?

1.260. Лестница массой m = 40 кг приставлена к вертикальной стене под углом $\varphi = 60°$ к горизонту. Центр масс лестницы находится на расстоянии α = 1/3 длины от ее нижнего конца. Какую минимальную силу F надо приложить к середине лестницы, чтобы верхний конец ее не оказывал давления на стену? Какой будет сила F_1, если она направлена горизонтально?

1.261. Лестница длиной l=3 *м* приставлена к гладкой стене под углом α=60° к полу. Максимальная сила трения между лестницей и полом $F_{тр}$=200 *Н*. На какую высоту h может подняться человек, масса которого m=60 кг, прежде чем лестница начнет скользить? Массой лестницы пренебречь.

1.262. На бревне, сечение которого одинаково, а длина l=3 м, сидят три человека, массы которых и расстояния от левого края бревна равны соответственно: m_1=50 кг, l_1=1 м; m_2=65 кг, l_2=1,5 м; m_3=70 кг, l_3=2 м. На каком расстоянии l_c от левого края бревна расположен центр тяжести бревна и сидящих на нем людей? Масса бревна m=100 кг.

1.263. К концу однородного стержня длиной l = 1 м и радиусом поперечного сечения r = 3 см прикреплен шар радиуса R = 10 см, изготовленный из того же материала. На каком расстоянии x от свободного конца стержня будет находиться центр тяжести системы?

1.264. Найти положение центра тяжести однородной пластины, размеры которой указаны на рис. 1.29.

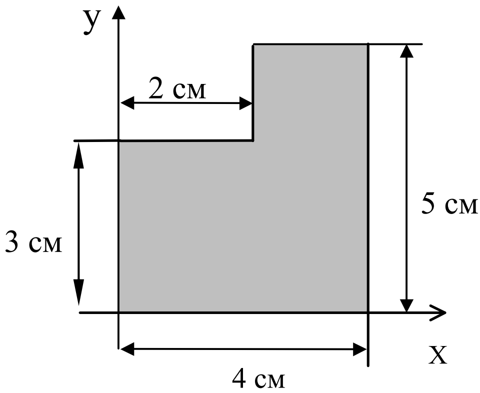


Рис. 1.29

1.265. Два шара одинакового радиуса R=10 см, стальной и алюминиевый, касаются друг друга. На каком расстоянии x от центра стального шара находится центр тяжести? Плотность стали и алюминия принять равными ρ_c =8,1 г/см^3 и ρ_a =2,7 г/см^3.

1.266. Из однородной круглой пластины, радиус которой R, вырезан круг вдвое меньшего радиуса, касающийся первого круга. На какое расстояние x сместится положение центра тяжести?

1.267. Из однородной круглой пластины, радиус которой R=10 см вырезан квадрат со стороной a=8 см. Середина одной из сторон квадрата совпадает с центром круга. Определить положение центра тяжести полученной фигуры (отсчет вести от центра тяжести круга).

1.268. Дайте определение давления. В каких единицах оно измеряется? Запишите размерность давления через основные единицы измерения в системе СИ.

1.269. В подводной части судна на глубине h=5 м образовалось отверстие площадью S=0,6 м^2 . Отверстие закрыли металлическим листом. Какая минимальная сила F необходима, чтобы удержать лист изнутри?

1.270. В бочке имеется вода, а поверх нее масло высотой h_1 = 20 см. Найти давление p жидкостей на глубине h = 50 см от поверхности. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, масла – $\rho_м$ = 900 кг/м^3.

1.271. Сосуд кубической формы с ребром a до краев наполнен водой. Определить силу давления воды на дно $F_д$ и на боковую грань $F_б$.

1.272. Аквариум на две трети (α = 2/3) заполнен водой. С какой силой F давит вода на стенку аквариума длиной l = 60 см, если высота стенок аквариума h = 30 см?

1.273. Какое давление p должен создавать насос, находящийся на первом этаже на высоте h_0=2 м над поверхностью Земли, чтобы подать воду на последний этаж здания на высоту h=52 м?

1.274. В цилиндрическое ведро диаметром d=20 см налили воды объемом V=9,1 л. Какое давление p оказывает вода на стенку ведра на высоте h=10 см от дна?

1.275. На какую максимальную высоту h_{max} может подняться вода из колодца с помощью вакуумного насоса, выкачивающего воздух из шланга, опущенного в колодец? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

1.276. Какова должна быть площадь S поршня гидравлического пресса, чтобы он развивал силу давления $F=25\cdot10^4$ Н, когда давление в жидкости достигает величины $p=5$ МПа?

1.277. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на $h_1=2$ дм, а большой поршень поднимается на высоту $h_2=1$ см. С какой силой F действует пресс на находящееся в нем тело, если на малый поршень действует сила $F_1=500$ Н, а коэффициент полезного действия пресса $\eta=80\%$?

1.278. При подъеме груза массой $m = 0{,}5$ т с помощью гидравлического пресса совершена работа $A = 400$ Дж. При этом малый поршень сделал $n = 10$ ходов, перемещаясь за один ход на $l = 10$ см. Во сколько раз площадь большого поршня S_1 больше площади малого поршня S_2?

1.279. В сообщающийся сосуд налита ртуть, поверх которой в одной из двух трубок находится вода. Разность уровней ртути в трубках равна h = 2 см. Найти высоту h_1 столба воды. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, ртути $\rho_р = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

1.280. В сосуд с водой вертикально вставлена трубка сечением $S=2$ см^2. В трубку налили $m=72$ г масла, плотность которого $\rho_м=900$ кг/м^3. Найдите разность уровней h масла и воды. Считать, что часть трубки, находящаяся в воде, достаточно длинная.

1.281. Две трубки диаметрами $d=4$ см представляют собой сообщающийся сосуд. В одно колено сосуда наливают воду с $V=0{,}25$ л воды, а в другое $V=0{,}25$ л ртути. Какова будет высота жидкостей в обоих коленах? Объемом изогнутой части пренебречь. Плотность воды $\rho_в=10^3$ кг/м^3, ртути $\rho_р=13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

1.282. В сообщающийся сосуд, диаметр одной трубки которого в k раз больше диаметра второй трубки, налита ртуть. В сосуд меньшего диаметра сверху налили воды высотой h. На сколько изменится уровень ртути в сосуде большего диаметра? Плотность воды $\rho_в$ и ртути $\rho_р$ известны. Считать, что ртуть остается и в трубке меньшего диаметра.

1.283. В пяти (k=5) сообщающихся сосудах, имеющих одинаковое поперечное сечение S=5 см^2, находится ртуть. В один из сосудов поверх ртути наливают V =102 см^3 воды. На какое расстояние h переместится уровень ртути в остальных сосудах? Плотность ртути ρ_p=13,6 г/см^3.

1.284. Как изменится осадка парохода при переходе из Днепра в Черное море?

1.285. В стакане с пресной водой плавает кусок льда, часть которого находится над поверхностью воды. Как изменится уровень воды в стакане, когда лед растает?

1.286. Пробковый спасательный круг имеет массу m=4 кг. Определить подъемную силу $F_П$ этого круга в воде. Плотность пробки $\rho_П$ = 200 кг/м^3.

1.287. Определить наименьшую площадь S плоской льдины толщиной d=50 см, способной удержать на воде двух человек. Плотность льда $\rho_л$=0,9·10^3 кг/м^3. Масса каждого человека m=75 кг.

1.288. Поплавок для понтонного моста, имеющий вид прямого цилиндра с площадью основания S=1 м^2 и высотой h=1 м, в отсутствии нагрузки погружается на l=25 см. Какую максимальную нагрузку F может выдержать поплавок?

1.289. Определите объем V тела, которое полностью погружено в бензин и выталкивается с силой F=28 Н. Плотность бензина $\rho_б$=700 кг/м^3.

1.290. Тело массой m=8 кг в воде весит P=60 Н. Определите плотность тела ρ.

1.291. Алюминиевый цилиндр, масса которого m=540 г подвешен на нити и полностью погружен в жидкость. Определить плотность жидкости $\rho_ж$, если сила натяжения нити T=3,4 Н. Плотность алюминия ρ_a=2,7·10^3 кг/м^3.

1.292. Какая необходима сила F, чтобы пробковый спасательный круг массой m=3,6 кг удержать в воде так, чтобы k=3/4 часть его была погружена в воду? Плотность пробки $\rho_П$=200 кг/м^3.

1.293. Деревянный шар массой m = 1,2 кг лежит на дне сосуда, на одну треть объема (k = 1/3) погруженный в воду, и давит на дно сосуда с силой F = 6 Н. Какая часть объема k_1 шара будет погружена в воду, если этот шар свободно плавает?

1.294. Полый цинковый шар, наружный объем которого V=200 см^3, плавает в воде так, что k=3/4 его объема погружается в воду. Найти объем полости $V_П$ шара. Плотность цинка $\rho_ц$=7,15·10^3 кг/м^3.

1.295. Тело массой m=2,5 кг, подвешенное на длинной пружине с коэффициентом жесткости k=250 Н/м, погружают в жидкость. При этом удлинение пружины уменьшается на Δl=4 см. Определите отношение плотности тела к плотности жидкости $\rho_т/\rho_ж$.

1.296. Тело, подвешенное на нити и полностью погруженное в жидкость, плотность которой ρ_1, натягивает нить с силой F_1. Если же использовать жидкость с плотностью ρ_2, сила натяжения станет равна F_2. Вес тела в воздухе P. Выразить ρ_2 через ρ_1, F_1, F_2, P.

1.297. Тело кубической формы плавает на поверхности ртути так, что в ртуть погружена k = 0,25 его объема. Какая часть тела k_1 будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающий тело? Плотность ртути $\rho_р$=13,6·10^3 кг/м^3.

1.298. Кусок стекла падает в воде с ускорением a=6 м/с^2 . Найти плотность стекла $\rho_с$. Трением стекла о воду пренебречь.

1.299. Шар равномерно падает в жидкости, испытывая силу сопротивления, равную $F_с$= 1,3 Н. Какова масса m шара? Плотность материала шара в 3 раза (k = 3) больше плотности жидкости.

1.300. Тело всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в k = 4 раза больше плотности материала тела. Каково отношение силы сопротивления $F_с$, действующей на всплывающее тело, к силе тяжести mg?

*1.301. Два шара одинакового объема, полностью находящиеся в жидкости, соединены нитью и поднимаются равномерно и вертикально один над другим. Определить силу натяжения нити T, если массы шаров $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг. Силы сопротивления, действующие на тела, одинаковы.

*1.302. Алюминиевый шар массой $m = 0{,}2$ кг падает в воде с постоянной скоростью. С какой силой F нужно тянуть его вверх, чтобы он поднимался с вдвое большей скоростью ($k = 2$)? Плотность алюминия $\rho_а = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3. Сила сопротивления воды прямо пропорциональна скорости шара.

1.303. Какую работу A надо совершить, чтобы медленно поднять камень объемом $V = 2$ дм^3 с глубины $h = 80$ см до поверхности воды? Плотность камня $\rho_к = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

*1.304. Цилиндрическое тело массой m и высотой h плавает в жидкости (ось цилиндра вертикальна). Какую минимальную работу A надо совершить, чтобы: 1) вытащить тело из жидкости; 2) погрузить тело полностью в жидкость? Плотность тела равна ρ, жидкости $\rho_ж$.

*1.305. Шарик массой $m = 8$ г и радиусом $r = 2$ см погрузили в воду на некоторую глубину и отпустили. Шарик всплыл и подпрыгнул на высоту $h_1 = 50$ см над поверхностью воды. На какую глубину h был погружен шарик? Сопротивлением воды и силами поверхностного натяжения пренебречь.

*1.306. Шарик массой m=20 г погружен в воду на глубину h_1=40 см. Когда шарик отпустили он выпрыгнул из воды на высоту h_2=30 см. Какое количество энергии при этом перешло в теплоту Q из – за трения шарика о воду? Плотность материала шарика ρ =500 кг/м^3.

*1.307. Тонкая однородная палочка шарнирно закреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в воду. Равновесие достигается, когда палочка расположена наклонно и в воде находится k=2/3 длины. Определить плотность материала ρ , из которого сделана палочка.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

2.1. Основы молекулярно – кинетической теории

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Количество вещества системы (тела)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (атомов, молекул и т.д.), составляющих систему (тело); $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро.

Молярная масса вещества

$$\mu = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса однородной системы (тела); ν – ее количество вещества.

Масса молекулы – $m_0 = \dfrac{\mu}{N_A}$.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \left\langle \upsilon^2 \right\rangle}{2} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \upsilon^2_{\text{ср.кв.}}}{2} = \frac{1}{3} \rho \left\langle \upsilon^2 \right\rangle,$$

где n – концентрация молекул, p – давление газа, ρ – плотность газа, $\upsilon_{\text{ср.кв.}}$ – средняя квадратичная скорость молекул.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$\left\langle E_{\text{к}} \right\rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана, равная $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; T – температура по термодинамической (абсолютной) шкале, градуированной в кельвинах (К).

Переход от Международной практической (в градусах Цельсия – t) в термодинамическую шкалу температур

$$T = t + 273{,}15.$$

Число молекул в единице объема определяется формулой

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Закон Дальтона

$$p = \sum_{i=1}^{k} p_i ,$$

где p – давление смеси газа; p_i – парциальное давление i-го компонента смеси; k – число компонентов смеси.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П2.1. Найти количество вещества, концентрацию молекул и плотность газообразного кислорода, находящегося в объеме $V = 100$ м^3. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль. Масса кислорода $m = 2$ кг.

Решение: В международной системе единиц количество вещества ν выражается в молях, следовательно $\nu = m/\mu = 62{,}5$ моль. Общее число молекул кислорода равно $N=N_A\nu$ (здесь N_A – постоянная Авогадро), откуда концентрация молекул определяется как $n = N_A \nu/V = 3{,}76 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$.
Плотность газообразного кислорода $\rho = m/V = 0{,}02$ кг/м^3.

П2.2. Поршень выдвигается из цилиндра с постоянной скоростью υ. Молекула газа, масса которой m, летит перпендикулярно к поршню со скоростью $u > \upsilon$ и упруго ударяется о него. На сколько изменится кинетическая энергия и импульс молекулы? Как меняется температура газа?

Решение: В системе отсчета, связанной с поршнем скорость молекулы равна $(u\text{-}\upsilon)$. После упругого удара она равна – $(u\text{-}\upsilon)$. Возвращаясь в неподвижную относительно стенок цилиндра систему отсчета имеем скорость молекулы после удара равную – $(u\text{-}2\upsilon)$.

В результате находим изменение кинетической энергии молекулы (газ охлаждается) $\Delta E_к = mu^2/2 - m(u - 2\upsilon)^2/2$.

Модуль изменения импульса молекулы $\left|\Delta \vec{p}\right| = mu - \{- m(u\text{-}2\upsilon)\} = 2m(u - \upsilon)$.

П2.3. Цилиндрический замкнутый сосуд, заполненный кислородом, разделен на две части непроницаемым горизонтальным поршнем, масса которого m = 1 кг и площадь основания S=9,81·10^{-3} м^2 (рис. 2.1). Давление кислорода в верхней части сосуда p_1=1,34·10^5 Па. Определить среднюю квадратичную скорость молекул кислорода $\upsilon_{ср.кв.}$ в нижней части сосуда, где плотность газа составляет ρ = 2 кг/м^3. Трением между стенками сосуда и поршнем пренебречь.

Решение: Из условия равновесия определим связь давления газа в верхней p_1 (рис. 2.1) и нижней p_2 части сосуда:

$$p_2 = p_1 + mg/S. \qquad (1)$$

Давление p_2 связано со средней квадратичной скоростью молекул соотношением

$$p_2 = \frac{1}{3}\rho\langle\upsilon^2\rangle. \qquad (2)$$

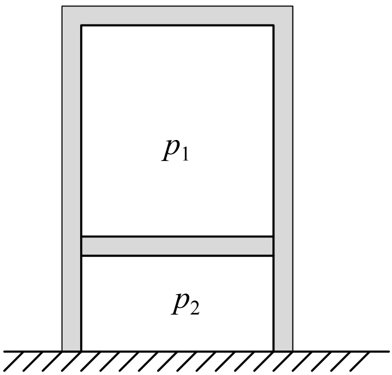


Рис. 2.1

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$\upsilon_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3(p_1 S + mg)}{\rho S}} = 4,5\cdot 10^2 \text{ м/с}.$$

ЗАДАЧИ

2.1. Вычислить массу одной молекулы m_1 углекислого газа CO_2. Молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

2.2. Сколько атомов N содержится в $m = 1$ кг алюминия? Молярная масса алюминия $\mu = 0{,}027$ кг/моль.

2.3. Сколько молекул N содержится в $V = 1$ л воды? Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль, плотность воды $\rho = 1$ г/см^3.

2.4. За время $t_1 = 1$ *ч* полностью испарилась вода, масса которой $m = 10$ г. Сколько молекул N вылетело с поверхности воды за время $t_2 = 2$ с? Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

2.5. В сосуде находятся $m_1 = 2$ кг азота и $m_2 = 1$ кг водорода. Определить молярную массу μ полученной смеси. Молярная масса азота $\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль, водорода $\mu_2 = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

2.6. В сосуде находятся $m_1 = 0{,}56$ кг азота и $\nu_2 = 30$ моль кислорода. Определить молярную массу μ полученной смеси. Молярная масса азота $\mu_1 = 28$ г/моль, кислорода $\mu_2 = 32$ г/моль.

2.7. Найти концентрацию молекул газа n при нормальных условиях.

2.8. Концентрация молекул газа $n = 10^{21}$ м$^{-3}$, температура $t = 27^oC$. Чему равно давление p в газе?

2.9. В сосуде находится газ с молярной массой $\mu = 28$ г/моль. Определить концентрацию молекул газа n в сосуде, если плотность газа $\rho = 1{,}4$ кг/м^3.

2.10. Давление газа в современной телевизионной трубке при комнатной температуре ($t = 20^oC$) составляет $p = 10^{-9}$ атм. Каково число молекул N в $V = 1$ см^3? 1 атм = 10^5 Па.

2.11. Найти среднее расстояние a между молекулами идеального газа, находящегося при температуре t = 27°C и давлении $p = 10^5$ Па.

2.12. Какие молекулы в атмосфере движутся быстрее и во сколько раз: азота (молярная масса $\mu_1 = 0{,}028$ кг/моль) или водорода ($\mu_2 = 0{,}002$ кг/моль)?

2.13. В объеме V = 9 $м^3$ находится газ при давлении p = 100 кПа. Вычислить среднюю квадратичную скорость $\upsilon_{ср.кв}$ молекул. Масса газа m = 2 кг.

2.14. Водород с концентрацией молекул $n = 10^{24}$ $м^{-3}$ находится при давлении $p = 10$ кПа. Определить среднюю квадратичную скорость $\upsilon_{ср.кв}$ молекул. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

2.15. При повышении температуры газа на $\Delta t_1 = 180^o C$ среднеквадратичная скорость молекул возросла от $\upsilon_1 = 400$ м/с до $\upsilon_2 = 500$ м/с. На сколько градусов Δt_2 надо нагреть газ, чтобы увеличить среднеквадратичную скорость молекул с $\upsilon_2 = 500$ м/с до $\upsilon_3 = 600$ м/с?

2.16. Молекула кислорода, летящая под углом $\alpha = 30^o$ к плоской стенке сосуда со скоростью $\upsilon = 500$ м/с испытывает при столкновении абсолютно упругий удар. Найти изменение импульса $\left|\Delta\vec{p}\right|$ молекулы. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль.

2.17. В течение $\Delta t = 0{,}1$ c на стенку перпендикулярно ее поверхности со скоростью $\upsilon = 800$ м/с падает пучок молекул азота, количество вещества в котором $\nu = 1$ моль. Молекулы отскакивают перпендикулярно стенке без потери энергии. Определить силу давления F пучка на стенку. Молярная масса азота $\mu = 0{,}028$ кг/моль.

2.18. Молекулярный пучок направлен перпендикулярно к плоской «зеркальной» стенке. Определить давление p оказываемое на стенку, если скорость молекул в пучке $\upsilon = 10^3$ м/с, масса молекулы $m = 5{,}3\cdot10^{-26}$ кг, их концентрация $n = 10^{17}$ $м^{-3}$. Рассмотреть два варианта: 1) стенка неподвижна; 2) стенка движется навстречу молекулам со скоростью u = 40 м/с.

2.19. В опыте Ламмерта ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии l = 0,5 м друг от друга, вращается с частотой ν = 1600 об/мин. Молекула, летящая вдоль оси попадает в прорези дисков, смещенные друг относительно друга на угол φ = 12°. Найти скорость молекулы.

2.20. Определить толщину слоя серебра d, нанесенного на стеклянную подложку за время t = 25 мин, при использовании для этой цели атомарного пучка с плотностью потока атомов $j = 3{,}9\cdot10^{20}$ с$^{-1}$м$^{-2}$. Молярная масса серебра μ = 0,108 кг/моль, плотность $\rho = 10{,}5\cdot10^{3}$ кг/м^3.

2.2. Уравнение состояния идеального газа Газовые законы

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Уравнение состояния Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT ,$$

где p – давление газа; V – его объем; T – абсолютная температура, m – масса газа; μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/моль·К $(R = k \cdot N_A)$.

Закон Бойля-Мариотта

$$pV = \text{const} \text{ или } p_1V_1 = p_2V_2$$

при m = const и T = const.

Закон Гей-Люссака

$$V = V_0 \alpha T \text{ или } \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} ,$$

при m = const и p = const (V_0 – объем газа при T = 273,15К = 0°С, $\alpha = \dfrac{1}{273{,}15}$ – коэффициент объемного расширения газа).

Закон Шарля

$$p = p_0 \alpha T \text{ или } \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

при m = const и V = const (p_0 – давление газа при 273,15К, $\alpha = \dfrac{1}{273{,}15}$ – температурный коэффициент давления газа).

Объединенный газовый закон

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

при m = const.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П2.4. Газообразный кислород, находящийся под давлением $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па при температуре $T_1 = 283$ *К*, после нагревания при постоянном давлении занял объем $V_2 = 0{,}01$ м^3. Определить изменение объема, плотности и температуры газа. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль, газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/моль·*К*. Масса кислорода $m = 0{,}01$ кг.

Решение: Запишем уравнение состояния идеального газа до расширения

$$p_1 V_1 = RT_1 m/\mu,$$

откуда $V_1 = mRT_1/(\mu\, p_1) = 3{,}67 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3} и $\Delta V = V_2 - V_1 = 6{,}33 \cdot 10^{-3}$ м^3. Плотность до расширения $\rho_1 = m/V_1 = 2{,}72$ кг/*м*^{3}, плотность после расширения $\rho_2 = m/V_2 = 1$ кг/м^3, поэтому $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2 = 1{,}72$ кг/м^3. Согласно изобарическому процессу $V_1 / V_2 = T_1/T_2$, в результате $T_2 = V_2 T_1/V_1 = 771$ *К* и $\Delta T = T_2 - T_1 = 488$ *К*.

П2.5. Под невесомым поршнем в цилиндрическом сосуде находится газ при температуре T_1, образуя столб высотой H (рис. 2.2). Над поршнем, герметично прилегающим к гладким стенкам цилиндра, до краев сосуда налит тонкий слой ртути. Толщина этого слоя ртути h.

На сколько градусов следует медленно изменить температуру газа под поршнем, чтобы ртуть из цилиндра вылилась? Атмосферное давление p_0, плотность ртути ρ.

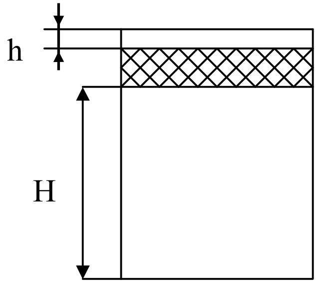


Рис. 2.2

Решение: Начальной ситуации, изображенной на рис. 2.2, соответствует давление газа под поршнем $p_1 = p_0 + \rho gh$. Когда ртуть выльется в результате нагревания газа под поршнем, его давление p_2 станет равным атмосферному давлению p_0, т.е. $p_2 = p_0$. Применяя уравнение Клапейрона $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$, имеем $p_1H/T_1 = p_0 (H + h)/T_2$, откуда

$T_2 = \dfrac{T_1 p_0 (H + h)}{H (p_0 + \rho gh)}$.

Изменение температуры

$$\Delta T = \frac{T_1 p_0 (H + h)}{H(p_0 + \rho gh)} - T_1 .$$

П2.6. Два сосуда, заполненных воздухом при давлениях $p_1 = 0{,}8$ МПа и $p_2 = 0{,}6$ МПа, соединяют тонкой трубкой, объемом которой можно пренебречь по сравнению с объемами сосудов. Во сколько раз объем второго сосуда V_2 больше первого V_1 , если установившееся давление p в сосудах равно 0,675 МПа? Температуру считать постоянной.

Решение: В результате соединения сосудов воздух из каждого сосуда распространится по объему двух сосудов. Этот процесс можно описать с помощью закона Бойля-Мариотта:

$$\left.\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_1'(V_1+V_2); \\ p_2 V_2 &= p_2'(V_1+V_2); \end{aligned}\right\} , \qquad (1)$$

где p_1' и p_2' – парциальное давление газа из каждого сосуда. По закону Дальтона установившееся давление $p = p_1' + p_2'$. Таким образом, объединяя уравнения (1) имеем $p(V_1 + V_2) = p_1V_1 + p_2V_2$. Искомое отношение объемов $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{p_1 - p}{p - p_2} = 1{,}67$.

П2.7. В горизонтально расположенной трубке, запаянной с одного конца, находится столбик воздуха, запертый столбиком ртути высотой h = 16 см. Трубку поставили вертикально, запаянным концом вниз. При этом величина столба воздуха уменьшилась на $к$ = 16%. Какое было атмосферное давление p_0? Плотность ртути $\rho = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

Решение: В этой задаче для воздуха имеет место изотермический процесс и по закону Бойля-Мариотта $p_1V_1 = p_2V_2$. В горизонтально расположенной трубке $p_1 = p_0$, а в вертикально расположенной трубке давление возрастает на величину давления столбика ртути, т.е. $p_2 = p_0 + \rho gh$. По условию $V_2 = V_1 - V_1\dfrac{16\%}{100\%} = 0{,}84V_1$.

Таким образом: $p_0V_1 = (p_0 + \rho gh)\cdot 0{,}84V_1$.

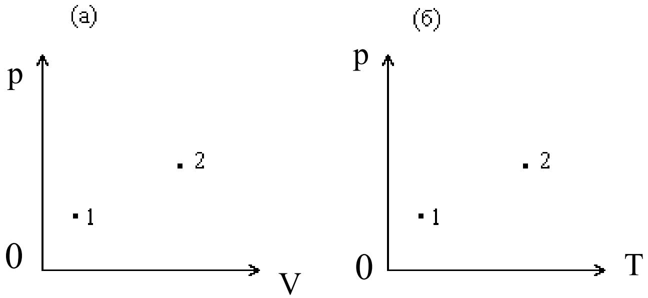
Отсюда $p_0 = \dfrac{0{,}84\rho gh}{0{,}16} = 1{,}12\cdot10^5$ Па.

ЗАДАЧИ

2.21. Точки 1 и 2 на рис. 2.3 *а, б* и *в* изображают состояния одинаковой массы идеального газа. Выяснить, в каком из указанных состояний (1 или 2) больше давление, объем, температура.

2.22. Точки 1 и 2 на рис.2.4 изображают состояния одинаковой массы газа. Определить графически все состояния газа, в которых давление p, температура T и объем V одновременно удовлетворяют условиям:

$$p_2 < p < p_1,\ V > V_1,\ T < T_2.$$



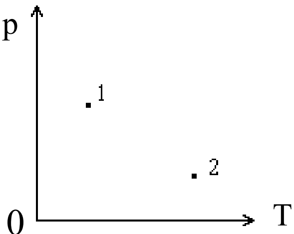


Рис. 2.4

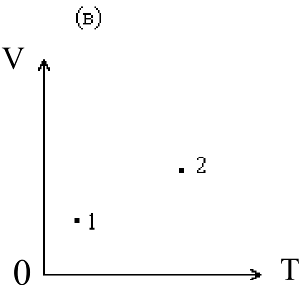


Рис. 2.3

2.23. Цикл, показанный на рис. 2.5 в координатах *p* от *V* для некоторой массы газа, изобразить в координатах *V, T* и *p, T*. Процесс (1-2) – изотерма.

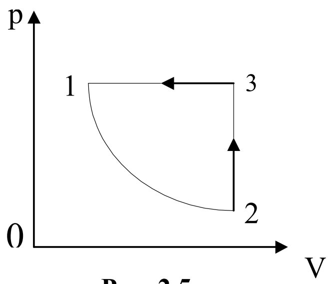


Рис. 2.5

2.24. Дан цикл в координатах *p, V* (рис. 2.6). Построить его в координатах *V, T* и *p, T*. Определить, положительную или отрицательную работу совершает газ при выполнении цикла.

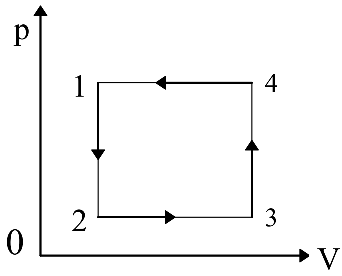


Рис. 2.6

2.25. Цикл, изображенный на рис.2.7 в координатах *V, T* , построить в координатах *p, T* и *p, V*.

2.26. На рис.2.8 изображен график термодинамического процесса в координатах *p, T*. Изобразить график этого процесса в координатах *p, V* и *V, T*.

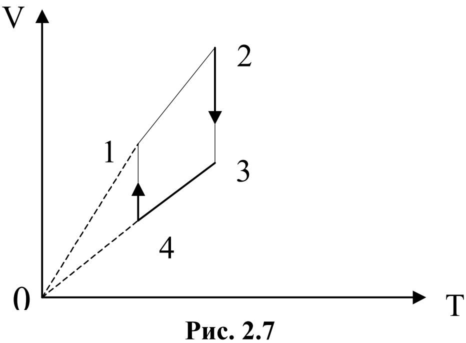


Рис. 2.7

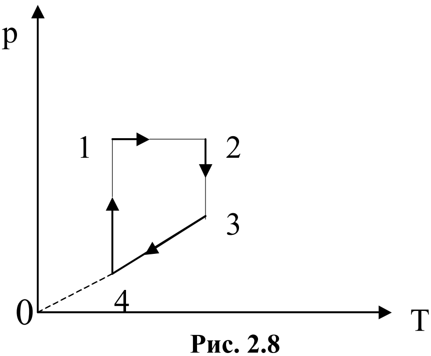


Рис. 2.8

*2.27. Цикл, изображенный на рис. 2.9 в координатах p, V, построить в координатах V, T и p, T. (Продолжение процесса 1-3 проходит через начало координат).

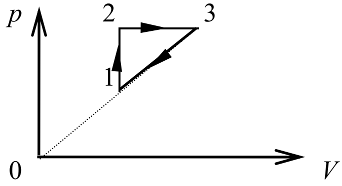


Рис. 2.9

2.28. Идеальный газ совершает процесс, показанный на рис. 2.10. Укажите все состояния, в которых газ имеет массу больше, чем в точке 1. Объем газа постоянен.

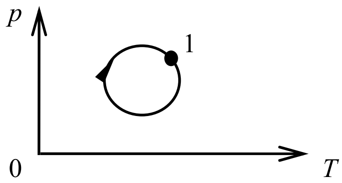


Рис. 2.10

2.29. В малом и большом сосудах поочерёдно нагревают одинаковую массу газа. Будут ли отличаться графики зависимости давления от температуры? Зависят ли указанные графики от типа газа? Перед нагревом газы находятся в одинаковом состоянии.

2.30. На сколько градусов ΔT необходимо нагреть при неизменном давлении V_1 = 5 л газа, находящегося при температуре $t_1 = 27^oC$, чтобы его объем стал равным V_2 = 6 л?

2.31. Газ, образующийся при сгорании угля, при выходе из печной трубы имеет температуру T_2 = 350 К. При этом его объем уменьшается в n = 2 раза, по сравнению с объемом топки. Определить первоначальную температуру газа T_1. Считать, что давление газа не изменяется.

2.32. При какой температуре T_1 находился газ, если при нагревании его на Δt = 60°С при постоянном давлении объем газа увеличился на a = 15% ?

2.33. Открытую пробирку с воздухом при атмосферном давлении медленно нагрели до некоторой температуры T_1, затем герметически закрыли и охладили до t_2 = 14°С. Давление воздуха при этом упало на a = 30%. До какой температуры была нагрета пробирка?

2.34. Определить плотность воздуха ρ при стандартных условиях p_0 = 10^5 Па и T = 273 К. Молярная масса воздуха μ= 0,029 кг/моль, газовая постоянная R = 8,31 Дж/моль·K.

2.35. При какой температуре T кислород (μ = 0,032 кг/моль) имеет плотность ρ = 1,2 кг/м^3? Давление газа принять равным $p = 0{,}2\cdot10^6$ Па.

2.36. Изобразите график зависимости плотности водяных паров ρ от температуры T в изобарном процессе. Получите соответствующее аналитическое выражение, считая водяной пар идеальным газом.

2.37. Один моль кислорода находится в объеме V = 11,2 л и имеет температуру t = 0°С. Чему равно давление p газа?

2.38. Газ массой m = 16 г при давлении $p = 5\cdot10^5$ Па и температуре t = 112°С занимает объем V = 3,2 л. Определить молярную массу μ газа.

2.39. Сколько молекул воздуха вылетает из помещения объемом V = 60 $м^3$, если температура в нем повысилась от T_1 = 288 К до T_2 = 298 К? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.40. Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд делится на две части подвижным поршнем. Каково отношение объемов цилиндра, разделенных поршнем, если одну часть сосуда заполнили кислородом, а другую часть такой же массой водорода (температура T = const)? При каком отношении температур кислорода T_1 и водорода T_2 поршень будет делить цилиндр на равные части? Молярные массы кислорода и водорода соответственно μ_1 = 0,032 кг/моль и μ_2 = 0,002 кг/моль.

2.41. Сосуд, имеющий объем V = 10 дм^3, закрыт поршнем. Масса поршня m = 0,7 кг, его площадь S = 50 см^2. Какой объем V_1 займет воздух в сосуде, если на поршень положить гирю массой M = 10 кг? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.42. Вычислить давление p_2 рабочей смеси, которое установится в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания к концу такта сжатия. В начале процесса давление $p_1 = 10^5$ Па, температура повысилась с T_1 = 330 К до T_2 = 660 К, объем уменьшился от $V_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3 до V_2 = $0{,}25 \cdot 10^{-3}$ м^3.

2.43. Металлический баллон с кислородом хранится в помещении, где температура воздуха t_1 = 24°С. При этом манометр показывал давление p_1 = 0,23 МПа. Когда баллон вынесли на улицу, где температура t_2 = -12°С, манометр показал p_2 = 0,19 МПа. Определить, произошла ли утечка газа за время, прошедшее между двумя измерениями давления. Атмосферное давление p_0 = 0,1 МПа.

2.44. В сосуде при температуре T_1 находится газ под давлением p_1 = $1{,}6 \cdot 10^6$ Па. Определить давление p_2 газа в сосуде после того, как три четверти массы газа выпущено из сосуда, а температура возросла в 2 раза ($T_2 = 2T_1$).

2.45. В процессе хирургической операции дыхание больного поддерживалось с помощью кислорода, находящегося в баллоне, объем которого V = 50 л. Первоначальное давление кислорода $p_1 = 10^6$ Па, а температура t = 27°С. К концу операции давление уменьшилось вдвое (k = 2), а температура осталась прежней. На сколько Δm уменьшилась масса кислорода в баллоне? Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

*2.46. В цилиндре, закрепленном под углом $\alpha = 30°$ к горизонту может без трения, герметично прилегая к стенкам цилиндра, передвигаться поршень массой m = 0,5 кг и площадью S = 6 см^2. Верхний конец цилиндра открыт, а нижний закрыт, под поршнем находится воздух. Поршень выдвигают так, чтобы объем воздуха, находящегося под ним, увеличился вдвое, и отпускают. Определить ускорение поршня в этот момент. Атмосферное давление p_0 = 101 кПа. Температура воздуха постоянна.

2.47. Два одинаковых сосуда заполнены воздухом при давлениях p_1 = 0,6 МПа и p_2 = 0,4 МПа. Температуры сосудов соответственно t_1 = 7°С и t_2 = 47°С. После соединения сосудов тонкой трубкой температура воздуха установилась равной t = 10°С. Каким стало давление p воздуха?

2.48. Сосуд разделен перегородкой на две части, объемы которой V_1 и V_2. В них находится одинаковый газ, давление и температура которого соответственно P_1, T_1 и P_2, T_2. Какое давление P установится в сосуде, если перегородку убрать, а температуру газа сделать равной T?

2.49. Закрытый цилиндр разделен на две равные части подвижным теплонепроницаемым поршнем. В обеих половинах находятся равные массы одного и того же газа при температуре T_1 = 275 К и давлении $p_1 = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па. Какое давление p установится, если газ в одной из частей нагреть до T_2 = 330 К, а температуру в другой части оставить прежней?

*2.50. Сосуд с идеальным газом разделен на две части подвижным теплонепроницаемым поршнем V_1 = 100 см^3 и V_2 = 200 см^3. Начальная температура газа T = 300 К, его давление равно $p = 10^5$ Па. Затем меньшую часть сосуда охладили до T_1 = 273 К, а бóльшую нагрели до T_2 = 373 К. Какое давление p_1 после этого установится в обеих частях сосуда?

*2.51. Определить плотность ρ смеси, состоящей из m_1 = 4 г водорода и m_2 = 32 г кислорода, при температуре t = 27°С и давлении $p = 10^5$ Па. Молярные массы водорода и кислорода соответственно равны μ_1 = 0,002 кг/моль и μ_2 = 0,032 кг/моль.

*2.52. Определить долю H_2 в смеси H_2 и N_2, если известно, что эта смесь при температуре T и давлении p имеет плотность ρ.

2.53. На какой глубине h пузырьки воздуха имеют диаметр вдвое меньший чем у поверхности воды, если атмосферное давление на уровне воды $p_0 = 10^5$ Па? Температуру воды на любой глубине считать постоянной.

2.54. Сосуд цилиндрической формы опускают в воду отверстием вниз на глубину H = 20 м. На какую высоту x поднимется вода в сосуде, если его высота h = 0,6 м? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/$м^3$, атмосферное давление $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па. Температуру воды и воздуха считать одинаковой.

2.55. Из сосуда вместимостью V откачивают воздух при помощи насоса с объемом рабочей камеры V_1. Каким будет давление p воздуха в сосуде после n качаний насоса? Начальное давление в сосуде равно p_0, изменением температуры пренебречь.

2.56. Автомобильную камеру вместимостью V = 20 *л*, содержащую воздух при нормальном атмосферном давлении p_0 = 101,3 кПа, накачивают с помощью поршневого насоса. Определить количество рабочих ходов n поршня, необходимых для создания давления в камере $p = 1{,}8 \cdot 10^5$ Па, если объем цилиндра насоса V_1 = 0,5 л.

2.57. Определить давление в сосуде объемом V_1 = 0,004 м^3, в который нагнетают воздух в результате n = 50 качаний поршневого насоса. При каждом качании насос захватывает из атмосферы объем воздуха $V_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ м^3. Первоначально давление воздуха в сосуде равно атмосферному давлению $p_0 = 10^5$ Па.

2.58. Стеклянная трубка, внутренний объем которой V = 15 см^3, была нагрета до T_1 = 723 К, после чего ее горизонтально опустили в ртуть, имеющую температуру T_2 = 290 К на небольшую глубину так, что воздух остается внутри трубки. Определить массу ртути m, вошедшей внутрь трубки. Плотность ртути $\rho = 1{,}36 \cdot 10^4$ кг/м^3.

2.59. Запаянную с одного конца цилиндрическую трубку длиной l = 2,4 м опускают в воду вертикально так, что запаянный конец трубки находится на уровне поверхности воды. Во сколько раз уменьшился объем, занимаемый воздухом в трубке? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

*2.60. Открытую стеклянную трубку длиной l = 1 м наполовину вертикально погружают в ртуть. Затем верхнее отверстие закрывают и вынимают. Какой длины x столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность ртути $\rho = 1{,}36 \cdot 10^4$ кг/м^3.

2.61. Посередине откачанной до давления p = 50 кПа и запаянной с обеих сторон горизонтально расположенной трубки длиной L = 1 м находится столбик ртути длиной h = 0,2 м. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути сместится на расстояние l = 0,1 м. Определить плотность ρ ртути.

*2.62. Закрытый цилиндр радиуса R = 2 см разделен на две равные части подвижным поршнем, имеющим массу m = 1 кг. При горизонтальном положении цилиндра давление газа по обе стороны поршня p = 80 кПа. При неизменной температуре цилиндр поставили вертикально. Найти давление газа над поршнем (p_1) и под поршнем (p_2).

*2.63. В герметичной оболочке воздушного шара находится водород массой m_H. Определить подъемную силу F шара. Считать, что оболочка сделана из неупругого материала и может свободно растягиваться. Молярная масса воздуха $\mu_В$, водорода $\mu_Н$. Массой оболочки пренебречь.

*2.64. Какая масса гелия m_{He} потребуется для наполнения воздушного шара, чтобы он мог поднять груз, масса которого m = 100 кг? Молярные массы воздуха и гелия равны $\mu_В$ = 0,029 кг/моль, μ_{He} = 0,004 кг/моль. Массой оболочки и объемом груза пренебречь. Считать, что оболочка сделана из неупругого материала и может свободно растягиваться.

2.3. Внутренняя энергия. Количество теплоты. Работа в термодинамике. Первый закон термодинамики. Тепловые двигатели

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT ,$$

где i – число степеней свободы молекулы (i = 3 для одноатомного газа, i = 5 для двухатомной молекулы; i = 6 для молекулы, состоящей из трех и более атомов).

Связь между молярной и удельной теплоемкостями

$$c_{\mu} = c\mu ,$$

где c – удельная теплоемкость газа, μ – молярная масса газа.

Количество теплоты, переданное при изменении температуры

$$Q = cm(T_2 - T_1) = cm\Delta T ,$$

где c и m – соответственно удельная теплоемкость и масса вещества.

Количество теплоты, переданное жидкости для ее испарения при постоянной температуре

$$Q_{\text{п}} = rm ,$$

где r – удельная теплота парообразования (при конденсации пара такое же количество теплоты выделяется).

Количество теплоты, переданное кристаллическому телу для его плавления при постоянной температуре

$$Q_{\text{пл.}} = \lambda m ,$$

где λ – удельная теплота плавления (при кристаллизации такое же количество теплоты выделяется).

Количество теплоты, выделяющееся при сжигании топлива

$$Q_{\text{сж}} = qm,$$

где q – удельная теплота сгорания.

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A ,$$

где Q – количество теплоты, подводимое системе; ΔU – изменение внутренней энергии газа; A – работа, совершаемая газом против внешних сил (при p = const, $A = p\Delta V$).

Термический коэффициент полезного действия (к.п.д.) цикла теплового двигателя:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура охладителя.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П2.8. При адиабатическом сжатии m = 5 г гелия совершается работа A = 249,3 Дж. Какой стала температура T_2 гелия, если начальная температура была T_1 = 293К? Молярная масса гелия μ = $4\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение. По первому закону термодинамики $Q=\Delta U-A$ (здесь А-работа внешних сил, ΔU – изменение внутренней энергии газа). Для адиабатического процесса Q = 0, а для одноатомного газа $\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1)$. Таким образом, $\Delta U=A$ или $\frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = A$.

Отсюда $T_2 = \frac{2\mu A}{3mR} + T_1 = 309K$.

П2.9. Кислород находится в вертикальном цилиндре под тяжелым поршнем. Какое количество теплоты Q необходимо сообщить кислороду для повышения его температуры от T_1 = 303 K до T_2 = 313 К (удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении c_p = 917 Дж/кг·K). Определить работу A, совершаемую газом при расширении, увеличение его внутренней энергии ΔU и удельную теплоемкость кислорода при постоянном объеме c_v. Поршень в любой момент времени находится в равновесии, то есть процесс происходит при постоянном давлении. Масса кислорода m = 0,32 кг.

Решение. Определим количество теплоты Q, сообщенное системе:

$$Q = c_p m \Delta T = 2934 \text{ Дж}.$$

Работа расширения кислорода при постоянном давлении p определяется как $A = p(V_2 - V_1)$ (здесь V_1 и V_2 – начальный и конечный объем).

Используя уравнение состояния идеального газа $pV = RT\,m/\mu$, можем записать, что $A = R\Delta Tm/\mu$ = 831 Дж. Согласно первому началу термодинамики

$$\Delta U = Q - A = 2103 \text{ Дж}$$

Найдем удельную теплоемкость кислорода при постоянном объеме

$$c_V = \Delta U/(m\Delta T) = 657 \text{ Дж} \cdot \text{кг/К}$$

Для нахождения c_v можно также воспользоваться и известным соотношением

$$c_p = c_V + R/\mu .$$

П2.10. Воду, имеющую температуру T_1 = 283 К, помещают в холодильник. Найти отношение времени превращения воды в лед ко времени охлаждения воды до T_2 = 273 К. Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда λ =3,34·10^5 Дж/кг.

Решение. Количество тепла Q, которое отбирает холодильник в единицу времени у воды в процессе ее охлаждения и замерзания одинаково, поэтому

$$Q = \frac{cm(T_1 - T_2)}{\tau_1} = \frac{\lambda m}{\tau_2},$$

где m – масса воды, τ_1 – время охлаждения воды до температуры T_2; τ_2 – время превращения воды в лед.

Имеем

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\lambda}{c(T_1 - T_2)} = 7{,}95.$$

П2.11. Кусок льда (масса m_1 = 5 кг) при температуре t_1 = -20°С опустили в воду (масса m_2 = 20 кг). Температура воды до помещения в нее льда t_2 = 50°С. Когда весь лед растает, при нормальном давлении впускается водяной пар, масса которого m_3 = 1 кг, температура t_3 = 120°С. Какая температура воды установится в сосуде (влиянием изменения температуры стенок сосуда пренебречь)? Удельная теплоемкость льда c_1 = 2,1 кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда λ = 0,33 МДж/кг, удельная теплоемкость воды c_2 = 4,2 кДж/кг·К, удельная теплоемкость водяного пара c_3 = 1,97 кДж/кг·К, удельная теплота парообразования водяного пара r = 2,26 МДж/кг.

Решение. Уравнение теплового баланса при помещении куска льда в воду имеет вид $m_1c_1(0°\text{C} - t_1) + m_1\lambda + m_1c_2\theta_1 = m_2c_2(t_2 - \theta_1)$, где слева от знака равенства стоят слагаемые, соответствующие количеству теплоты, полученному льдом при его нагревании до 0°С и при таянии льда, а также количеству теплоты, сообщенному талой воде при ее нагревании до установившейся температуры θ_1 (масса талой воды равна массе льда). Справа – количество теплоты, отданное водой, находящейся в сосуде. Находим температуру θ_1 воды после того, как лед растает

$$\theta_1 = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 - m_1\lambda}{m_1c_2 + m_2c_2} = 22{,}3°\text{C}.$$

Уравнение теплового баланса после впуска пара запишется как

$$m_3c_3(t_3 - t_4) + m_3r + m_3c_2(t_4 - \theta_2) = (m_1 + m_2)c_2(\theta_2 - \theta_1)$$

и отражает: количество теплоты, отданной паром при его охлаждении до температуры конденсации t_4=100°C и при конденсации, количество теплоты, отданное сконденсированной водой при ее охлаждении до температуры θ_2 и количество теплоты, полученное водой, имевшейся в сосуде, и талой водой при ее нагревании до температуры θ_2. Тогда находим окончательно установившуюся температуру воды

$$\theta_2 = \frac{m_3c_3(t_3 - t_4) + m_3r + m_3c_2t_4 + (m_1 + m_2)c_2\theta_1}{(m_1 + m_2)c_2 + m_3c_2} = 46{,}3°\text{C}.$$

ЗАДАЧИ

2.65. Будет ли изменяться внутренняя энергия воздуха в комнате с открытой форточкой, если включить нагреватель?

2.66. Во сколько раз изменится внутренняя энергия одноатомного идеального газа, если при увеличении давления в $k_1 = 3$ раза его объем уменьшается в $k_2 = 2$ раза?

2.67. Закрытый сосуд с некоторой массой гелия движется со скоростью $\upsilon = 100$ м/с. На какую величину Δt изменится температура гелия при внезапной остановке сосуда? Молярная масса гелия $\mu = 4$ г/моль.

2.68. Один моль ($\nu = 1$ моль) одноатомного идеального газа занимает объем $V = 20$ л при температуре $t = 27°$C. На какую величину ΔU увеличится внутренняя энергия газа, если его нагревают до состояния, в котором объем составляет $V_1 = 25$ л, а давление увеличится на 20% ($\alpha = 0{,}2$)?

2.69. Воздушный шарик при постоянном давлении $p = 1{,}2 \cdot 10^5$ Па надули от объема $V_1 = 1$ л до объема $V_2 = 3$ л. Какая работа A при этом была совершена?

2.70. Поршень с грузом, масса которых $m = 50$ кг, а площадь основания $S = 0{,}01$ м^2, находится в цилиндре, газ в котором нагревают. Поршень медленно поднимается и объем газа возрастает на $\Delta V = 2$ л. Рассчитать работу A, совершаемую газом. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

2.71. При изобарическом нагревании $\nu = 0{,}5$ моля идеального газа его объем увеличивается в $k = 1{,}2$ раза. При этом газом совершается работа $A = 249{,}3$ Дж. Определите начальную температуру газа t в градусах Цельсия.

2.72. Один моль идеального газа изохорически перевели из состояния 1 в состояние 2, при этом давление уменьшилось в $n = 1{,}5$ раза. Затем газ изобарически нагрели до первоначальной температуры $T_1 = 300$ К. Какую работу A совершил газ в результате совершенных переходов?

2.73. Определите работу A, которую совершает идеальный газ за цикл, изображенный на рис. 2.11.

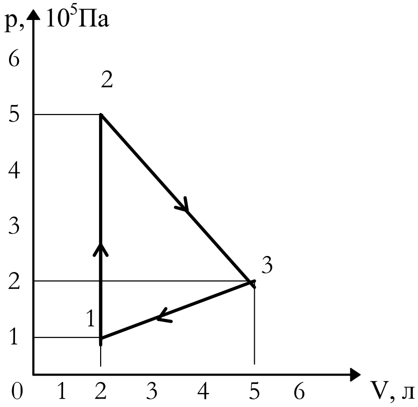
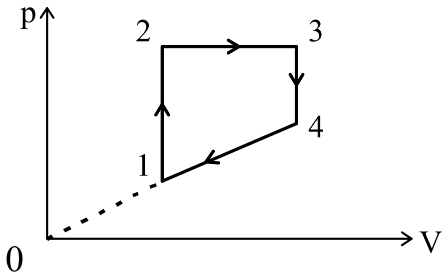


Рис. 2.11

*2.74. Дан цикл в координатах p, V (рис. 2.12). $p_1 = 10^5$ Па, $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 5$ л, $T_2 = T_4$. Определить работу A, совершаемую газом в данном цикле.

Рис. 2.12



*2.75. Газообразный азот массой m = 10 г (молярная масса μ = 28 г/моль) нагревают под поршнем так, что его температура, изменяясь пропорционально квадрату давления, возрастает на ΔT = 56 К. Определите работу A, совершенную газом.

2.76. При изотермическом расширении идеальный газ совершил работу A = 25 Дж. Какое количество теплоты Q сообщено газу?

2.77. При нагревании идеального газа k = 30% теплоты ушло на увеличение внутренней энергии газа. Какое количество теплоты Q передали газу, если работа газа при данном процессе A = 21 Дж?

2.78. Определить количество теплоты Q, необходимое для увеличения объема одноатомного идеального газа на $\Delta V = 0{,}04$ м^3 при постоянном давлении $p = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па.

2.79. В цилиндре компрессора при адиабатическом сжатии одноатомного идеального газа за один ход поршня температура газа поднялась на ΔT = 20 К. При этом была совершена работа A = 750 Дж. Определить количество вещества ν в газе.

2.80. На нагревание газа, сопровождавшееся его расширением при постоянном давлении $p = 3 \cdot 10^4$ Па, затрачена энергия Q = 180 Дж. Объем газа при нагревании увеличился на ΔV = 1,5 л. Как изменилась внутренняя энергия ΔU газа?

2.81. Для изобарного нагревания ν = 800 молей газа на ΔT = 500 К ему сообщили количество теплоты Q = 9,4 МДж. Определите изменение внутренней энергии ΔU газа.

2.82. В изотермическом процессе газ совершил работу A_1 = 1000 Дж. На какую величину ΔU увеличится внутренняя энергия этого газа, если ему сообщить количество теплоты, вдвое большее (k=2), чем в первом случае, а процесс проводить изохорически?

2.83. Для каждого из процессов 1-2, 1-3, 1-4, 1-5 (изотерма), 1-6 (адиабата), изображенных на рис. 2.13, определить: положительную или отрицательную работу A совершает газ; увеличится или уменьшится внутренняя энергия U газа; получает или отдает газ теплоту Q?

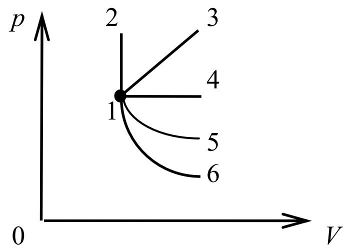


Рис. 2.13

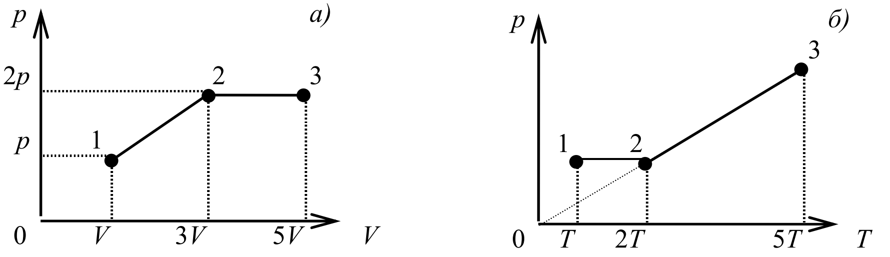


Рис. 2.14

2.84. Одноатомный идеальный газ совершает процесс 1-2-3, изображенный на рис. 2.14 *а*, *б*. Определить: а) изменение внутренней энергии ΔU газа, если количество сообщенной теплоты Q = 82 Дж; б) количество сообщенной газу теплоты Q, если работа газа A = 8 Дж.

*2.85. При нагревании в определенных условиях одноатомный идеальный газ совершает процесс 1-2, показанный на рис. 2.15. Какая часть полученной газом теплоты Q идет на увеличение внутренней энергии газа ΔU ?

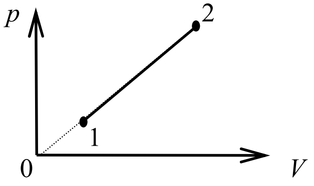


Рис. 2.15

2.86. В цилиндре под поршнем массой M = 60 кг находится кислород. Какое количество теплоты Q надо подвести, чтобы поршень приподнялся на h = 0,5 м? Процесс происходит при постоянном давлении, теплоемкостью цилиндра и атмосферным давлением пренебрегаем. Удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении c_p = 917 Дж/кг·K, молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.87. Кислород массы m = 0,02 кг, находящийся при давлении p = 600 кПа и температуре T_1 = 283 К, нагревается при постоянном давлении и занимает после нагревания объем V = 10 л. Определить увеличение температуры газа, количество теплоты Q, полученное газом, изменение ΔU его внутренней энергии и работу A, совершенную газом при расширении. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль, удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении c_p = 917 Дж/кг·К.

2.88. Какое количество теплоты Q выделится при замерзании воды массой m = 10 кг при 0°С? Удельная теплота плавления льда λ = $3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

2.89. Какое количество теплоты Q потребуется для превращения льда массой m = 0,1 кг, взятого при температуре t_1 = -10°С в воду, температура которой t_2 = 20°С? Удельная теплоемкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг·К, льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·К, удельная теплота плавления льда λ = $3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

2.90. Определите количество теплоты Q, выделившееся при конденсации водяного пара массой m = 400 г и охлаждении воды от температуры t_1 = 100°С до t_2 = 40°С. Удельная теплота парообразования воды r = 2,2 МДж/кг, удельная теплоемкость воды $c_в$ = 4,2 кДж/кг·К.

2.91. Чтобы охладить m_1 = 4 кг воды от t_1 = 80°С до t_2 = 60°С в нее добавляют воду при t_3 = 10°С. Какое количество холодной воды m_2 нужно добавить?

2.92. В сосуд, содержащий V_1 = 4 л воды при температуре t_1 = 70°С налили V_2 = 2 л воды при температуре t_2 = 10°С. Какой станет температура воды t в сосуде? Теплоемкостью сосуда пренебречь.

2.93. В сосуде смешиваются три химически не взаимодействующие жидкости массами m_1, m_2, m_3, имеющие температуры t_1, t_2, t_3. Какой станет конечная температура смеси t, если удельные теплоемкости жидкостей соответственно равны c_1, c_2 и c_3?

2.94. Кузнец охлаждает железную болванку, масса которой m = 400 г, а температура t_1 = 500°С, опустив ее в сосуд, содержащий воду массой M = 10 кг при температуре t_2 = 20°С. Определить конечную температуру воды и болванки t (пренебречь теплотой, полученной сосудом и паром). Удельная теплоемкость железа c_1 = 450 Дж/кг·К, воды c_2 = 4200 Дж/кг·К.

2.95. Какой будет температура воды и болванки t в предыдущей задаче, если учесть, что при этом m_1 = 20 г воды превратилось в пар, а теплоемкость сосуда C = 900 Дж/К? Удельная теплота парообразования воды r = 2,2 МДж/кг.

2.96. В водонагревателе нагрели $V = 50$ л воды, имевшей температуру $t_1 = 20°C$, до температуры $t_2 = 80°C$ и сожгли для этого $m = 6,3$ кг дров. Найти коэффициент полезного действия водонагревателя η. Удельная теплота сгорания дров $q = 10$ МДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/кг·К, ее плотность $\rho = 10^3$ кг/м^3.

2.97. Сколько алюминия M можно нагреть от $T_0 = 273$ К до температуры плавления $T_1 = 932$ К в плавильной печке, коэффициент полезного действия которой $\eta = 0,2$, если сжечь $m = 20$ кг нефти? Удельная теплота сгорания нефти $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг, удельная теплоемкость алюминия $c = 880$ Дж/кг·К.

2.98. Какое количество фреона M должно испариться для замораживания $V = 0,5$ л воды с начальной температурой $T_1 = 288$ К, если коэффициент полезного действия холодильной установки $\eta = 0,8$? Температура кристаллизации воды $T_2 = 273$ *К*, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,32 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота испарения фреона $r = 1,68 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/кг·К, плотность воды $\rho = 10^3$кг/м^3.

2.99. В печке с коэффициентом полезного действия $\eta = 0,2$, в результате сгорания $m_1 = 22$ кг дров, из снега (масса $m_2 = 100$ кг, температура $t_1 = -10°C$), получена вода с температурой $t_2 = 20°C$. Определить удельную теплоту сгорания дерева q. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,2$ кДж/кг·К, удельная теплоемкость льда $c_2 = 2,1$ кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг.

2.100. Какая масса воды m окажется в смеси если лед массой $m_1 = 150$ г и воду массой $m_2 = 200$ г, находящиеся в состоянии теплового равновесия, нагреть до $t_1 = 100°C$ путем пропускания пара, имеющего температуру 100°C? Удельная теплота парообразования воды $r = 2,2$ МДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,32 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К.

2.101. В калориметр с водой при температуре $T_0 = 273$ К вливается расплавленный алюминий, масса которого $m = 1$ кг, а температура равна температуре плавления T_1 = 933 К. При этом температура воды в калориметре повышается до T_2 = 278 К, а часть ее выкипает. Определить массу выкипевшей воды M_1, если вначале в калориметре находилось M = 10 кг воды. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/кг·К, удельная теплоемкость алюминия c_2 = 0,9 кДж/кг·К, удельная теплота плавления алюминия λ = 0,38 МДж/кг, удельная теплота парообразования воды r = 2,2 МДж/кг, температура кипения воды T_3 = 373 K.

2.102. В сосуде смешиваются три жидкости массами m_1, m_2 и m_3. Удельные теплоемкости жидкостей соответственно равны c_1, c_2, c_3. Определить удельную теплоемкость полученной смеси c.

2.103. Температура сосуда с водой t_0 = 30°С. В сосуд наливают кружку воды при температуре t = 100°С. При этом температура воды в сосуде повысилась до t_1 = 40°С. Какой станет температура воды t_2, если в сосуд налить еще одну кружку воды при температуре 100°С? Теплоемкостью сосуда пренебречь.

2.104. Когда в стакан с водой при температуре t_1= 80°С опустили ложку, имевшую температуру t_0= 15°С, температура воды понизилась до t_2= 75°С. Какой станет температура воды t, если в стакан опустить вторую ложку, имеющую температуру t_0= 15°С? Теплоемкость стакана сравнима с теплоемкостью воды.

2.105. Термометр с теплоемкостью C = 2 Дж/К показывает температуру помещения t_1 = 10°С. При погружении термометра в воду массой m = 0,1 кг, он показал температуру t_2 = 31°С. Какова была температура воды t_3? Теплоемкостью сосуда пренебречь, удельная теплоемкость воды c_1 = 4,2 кДж/кг·К.

*2.106. В сосуд с водой с общей теплоемкостью C = 1670 Дж/К при температуре t_1 = 20°С поместили m = 0,1 кг льда при температуре t_2 = -8°С. Какая температура $t_с$ установится в сосуде? Удельная теплоемкость воды и льда соответственно составляет $c_в$ = 4200Дж/кг·К и $c_л$ = 2100 Дж/кг·К, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

2.107. Пуля, масса которой m_1 = 9 г, вылетает из ствола со скоростью υ = 915 м/с. Определить массу m_2 порохового заряда, если КПД выстрела η = 0,25. Удельная теплота сгорания пороха $q = 3\cdot10^6$ Дж/кг.

2.108. С какой скоростью υ летела свинцовая пуля, если при ударе о стенку она расплавилась наполовину? Температура пули до удара T_1 = 400 К, во внутреннюю энергию пули превращается η = 0,8 ее кинетической энергии. Удельная теплоемкость свинца c = 130 Дж/кг·К, удельная теплота плавления свинца $\lambda = 2{,}4\cdot10^4$Дж/кг, температура плавления T_2 = 600 К.

2.109. Две свинцовые пули одинаковой массы летят по взаимно перпендикулярным направлениям со скоростями υ_1 = 300 м/с и υ_2 = 400 м/с. На сколько изменится их температура (Δt) после абсолютно неупругого соударения? До удара температура была одинаковой. Удельная теплоемкость свинца c = 130 Дж/(кг·К). Считать, что на нагревание пули идет 52% (η = 0,52) выделяемой теплоты.

2.110. С какой высоты h падает стоячая вода, если в результате падения она нагревается на ΔT = 0,02 К? Считать что только 30% (η = 0,3) кинетической энергии падающей воды превращается в ее внутреннюю энергию. Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/кг·К.

2.111. Паровой молот падает с высоты h = 3 м на латунную болванку. Сколько раз n он должен упасть, чтобы температура болванки поднялась на ΔT = 19,87 К? На нагревание болванки расходуется 60% теплоты (η = 0,6), выделенной при ударах. Удельная теплоемкость латуни c = 400 Дж/кг·К. Масса молота M = 5 т, масса болванки m = 200 кг.

2.112. Свинцовая пуля имела скорость υ_0 = 300 м/с. Пробив доску, она нагрелась на Δt = 50°С. Какова скорость пули υ после вылета из доски, если считать, что все выделенное количество теплоты израсходовано на нагревание пули? Удельная теплоемкость свинца c = 120 Дж/кг·К.

*2.113. Определить вращающий момент сил M, действующий на ворот при нарезании резьбы в стальной круглой гайке с шагом l = 0,75 мм, если в процессе нарезания резьбы гайка нагрелась на ΔT = 25 К. Диаметр гайки d = 40 мм, диаметр резьбы d_1 = 12 мм. Удельная теплоемкость стали c = 460 Дж/кг·К, плотность стали ρ = $7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3. Потери тепла не учитывать.

2.114. Определить мощность N двигателя автомобиля с КПД η = 0,3 если при скорости υ = 20 м/с двигатель потребляет объем V = 10 л бензина на пути S = 100 км. Удельная теплота сгорания бензина q = 44 МДж/кг, его плотность $\rho = 7\cdot10^2$ кг/м^3.

2.115. Двигатель дизельного трактора с КПД η = 60% при движении со скоростью υ = 36 км/ч развивает силу тяги F = 60 кН. Определить расход топлива (массу топлива m) за время t = 1 ч работы. Удельная теплота сгорания топлива $q = 4{,}2\cdot10^7$ Дж/кг.

2.116. Вместимость бензобака автомобиля V = 40 л. Масса автомобиля m = 2 т, КПД двигателя η = 0,3. Сколько километров сможет проехать автомобиль до следующей заправки, если коэффициент трения μ = 0,05? Плотность бензина ρ = 700 кг/м^3, удельная теплота сгорания бензина $q = 4{,}6\cdot10^7$ Дж/кг. Движение автомобиля считать равномерным, силой сопротивления воздуха пренебречь.

2.117. На электроплите мощностью N = 600 Вт, имеющей коэффициент полезного действия 45% (η = 0,45) нагрели m = 1,5 кг воды, взятой при t_1 = 10°С до кипения и 5% (η_1 = 0,05) ее обратили в пар. Удельная теплота парообразования воды r = 2,2 МДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/кг·К. Найти время процесса τ.

2.118. Вода в чайнике, поставленном на электроплитку, закипает через время τ_1 = 5 мин. За какое время τ_2 она затем полностью испарится, если первоначальная температура воды была t = 20°С? Удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/кг·К, удельная теплота парообразования воды r = 2,2 МДж/кг.

2.119. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за цикл от нагревателя количество теплоты Q_1 = 2 кДж. Температура нагревателя T_1 = 500 К, холодильника – T_2 = 300 К. Определить работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

2.120. В идеальной тепловой машине, работающей по циклу Карно, за счет каждых Q_1 = 2000 Дж теплоты, получаемой от нагревателя, совершается работа A = 600 Дж. Найти температуру нагревателя T_1, если температура холодильника T_2 = 280 К.

2.121. В двигателе внутреннего сгорания при работе образуются газы, температура которых t_1 = 727°C. Температура отработанного газа t_2 = 127°C. Двигатель за время τ = 30 мин расходует m = 18 кг топлива, удельная теплота сгорания которого $q = 4{,}2 \cdot 10^7$ Дж/кг. Найти полезную мощность двигателя N. Считать, что двигатель работает по идеальному циклу Карно.

2.122. Коэффициент полезного действия тепловой машины $\eta = 0{,}25$. В результате усовершенствования количество теплоты, отдаваемое за каждый цикл холодильнику, уменьшилось на k = 10%, а количество теплоты, получаемое от нагревателя, осталось без изменения. Каким стал КПД η_1 тепловой машины.

2.123. Определить КПД η тепловой машины, работающей по циклу, показанному на рис. 2.16. Рабочее тело – одноатомный идеальный газ.

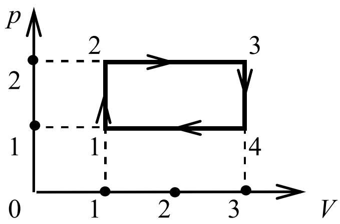


Рис. 2.16

*2.124. Коэффициент полезного действия тепловой машины, работающей по циклу 1-2-3-1 (рис. 2.17), равен η_1. Определить КПД η_2 тепловой машины, работающей по циклу 1-2-3-4-1 и КПД η_3 тепловой машины, работающей по циклу 1-3-4-1. Какие значения могут принимать η_1, η_2 и η_3, если газ одноатомный?

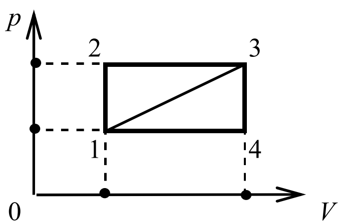


Рис. 2.17

2.4. Влажность воздуха. Поверхностное натяжение жидкостей. Капиллярные явления. Свойства твердых тел. Упругие деформации

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Относительная влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{\text{нас}}} 100\%,$$

где ρ – плотность водяного пара при данной температуре (абсолютная влажность воздуха); $\rho_{\text{нас}}$ – плотность насыщенного пара при той же температуре.

Коэффициент линейного расширения

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t},$$

где l_0 и l_t – соответственно длина тела при температуре 0°C и t°C.

Коэффициент объемного расширения

$$\beta = \frac{V_t - V_0}{V_0 t},$$

где V_0 и V_t – соответственно объем тела при температуре 0°C и t°C.

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\sigma = \frac{F}{l},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, который ограничивает поверхность жидкости.

Закон Гука для продольного растяжения или сжатия

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0},$$

где F – упругая сила, перпендикулярная поперечному сечению тела, S – площадь поперечного сечения; E – модуль Юнга, l_0 – первоначальная длина тела, Δl – удлинение или сжатие.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П2.12. Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде при температуре t_1 = 20°С равна φ_1 = 0,3. Определить относительную влажность воздуха при температуре t_2 = 8°С. При t_1 давление насыщенных паров воды $p_{н1}$ = 2,33 кПа, при t_2 оно равно $p_{н2}$ = 1,07кПа.

Решение. Из выражения для относительной влажности воздуха $\varphi_1 = p/p_{н1}$, имеем

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\varphi_1 p_{H1}}{\varphi_2 p_{H2}},$$

откуда, воспользовавшись законом Шарля, получаем

$$\varphi_2 = \frac{p_{H1}T_2}{p_{H2}T_1}\varphi_1 = 0{,}63$$

П2.13. Температура воздуха T_1 = 293 К, точка росы T_2 = 281 К. Определить абсолютную и относительную влажность воздуха a и φ, если давление насыщенных паров при T_1 равно $p_{н1}$ = 2,33 кПа и при T_2 оно равно $p_{н2}$ = 1,07 кПа.

Решение. Абсолютная влажность воздуха равна количеству насыщенного пара в 1 м^3 при температуре точки росы. Воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона, получаем

$$a = m/V = (p_{H2}\mu / RT_2) = 8{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3,$$

где μ – молярная масса воды (0,018 кг/моль);

R – газовая постоянная.

Давление насыщенных паров воды в точке росы равно парциальному давлению водяного пара при температуре T_1, поэтому

$$\varphi = \frac{p_{H2}}{p_{H1}}100\% = 46\%.$$

П2.14. На сколько градусов t нужно нагреть медную проволоку с площадью поперечного сечения S = 1 мм^2, чтобы она приняла ту же длину, что и под действием растягивающей нагрузки F = 50 Н? Начальная температура проволоки t_0 = 0°С, модуль Юнга $E = 1{,}1\cdot10^{11}$ Н/м^2, коэффициент линейного расширения $\alpha = 16{,}7\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

Решение. По закону Гука для деформации растяжения $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}$, где E – модуль Юнга, l_0 – первоначальная длина проволоки, Δl – удлинение. С другой стороны, длина твердого тела l при температуре t определяется его длиной при 0°C l_0, температурой t и коэффициентом линейного расширения α : $l = l_0(1+\alpha t)$. Таким образом, удлинение $\Delta l = l - l_0 = l_0\alpha t$. Тогда из закона Гука $\frac{F}{S} = E\frac{l_0\alpha t}{l_0}$, или $t = \frac{F}{SE\alpha} = 27{,}2°$ C.

ЗАДАЧИ

2.125. В комнате объемом V = 40 м^3 относительная влажность воздуха φ_1 = 0,4. Если испарить дополнительную воду массой m = 50 г, относительная влажность станет равной φ_2 = 0,5. Какой при этом будет абсолютная влажность воздуха a?

2.126. Смешали $V_1 = 2$ м^3 воздуха влажностью $\varphi_1 = 20\%$, $V_2 = 3$ м^3 воздуха влажностью $\varphi_2 = 30\%$ и $V_3 = 5$ м^3 воздуха влажностью $\varphi_3 = 40\%$. При этом все три порции были взяты при одинаковой температуре. Определите относительную влажность смеси φ.

2.127. В запаянном сосуде объемом V = 0,6 л находится водяной пар под давлением p_1 = 2 кПа и при температуре T_1 = 293 К. Сколько водяного пара m конденсируется на стенках сосуда при охлаждении воды до температуры T_2 = 275К? Давление насыщенных паров воды при T_2 = 275К равно $p_{н2}$ = 0,704 кПа, молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

2.128. Воздух при температуре T_1 = 293 К имел относительную влажность φ_1 = 0,6. Сколько воды m в виде росы выделится из каждого кубического метра воздуха, если температура понизится до T_2 = 275 К? Давление насыщенных паров воды при T_1 равно $p_{н1}$ = 2,33 кПа, при T_2 равно $p_{н2}$ = 0,704 кПа. Молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

2.129. В закрытом помещении объемом V = 4м^3 находится воздух при температуре T_1 = 293 К с относительной влажностью φ_1 = 0,55. Сколько воды m надо дополнительно испарить в помещении, чтобы относительная влажность стала $\varphi_2 = 0,8$. Появится ли роса, если воздух в помещении охладить до $T_2 = 283$ К? Плотность насыщенных паров воды при T_1 равна $\rho_{н1} = 17,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3, при T_2 равна $\rho_{н2} = 9,4 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3.

2.130. Соломинка длиной $l = 10$ см плавает на поверхности воды. По одну сторону от соломинки наливают мыльный раствор, и соломинка приходит в движение. В какую сторону? Какова сила F, движущая соломинку? Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma_1 = 0,072$ Н/м, мыльного раствора $\sigma_2 = 0,04$ Н/м.

2.131. Определить массу воды m, поднявшейся по капиллярной трубке с внутренним диаметром $d = 0,4$ мм. Коэффициент поверхностного натяжения воды принять равным $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

2.132. В дне бака с водой, изготовленного из несмачивающегося материала, имеется отверстие. Каким должен быть наибольший радиус R отверстия при высоте столба воды $h = 14,6$ см, чтобы вода не выливалась из бака? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, ее коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

2.133. Две одинаковые химические пипетки заполнены до одного уровня водой: одна холодной, другая – горячей. Пипетки опорожняют, считая при этом капли. Из какой пипетки упадет больше капель за одинаковое время?

2.134. Платиновая проволока длиной $l = 1,6$ м находится при температуре $t_0 = 0$°С. При пропускании тока она раскалилась и удлинилась на $\Delta l = 9$ мм. До какой температуры t была нагрета проволока? Коэффициент линейного расширения $\alpha = 9 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$.

2.135. Какой должен быть оставлен зазор Δl между рельсами, уложенными при температуре $t_1 = -30$°С, если максимальная летняя температура $t_2 = 40$°С? Длина рельса при 0°C определяется как $l = 25$ м, коэффициент линейного расширения $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

2.136. Длины алюминиевой и железной линеек при 0°С соответственно равны $l_1 = 40$ см и $l_2 = 40,2$ см. При какой температуре t их длины сравняются? Температурные коэффициенты линейного расширения алюминия $\alpha_1 = 24\cdot10^{-6}$ 1/град, а железа $\alpha_2 = 12\cdot10^{-6}$ 1/град.

2.137. В железнодорожную цистерну погрузили нефть объемом V_1 = 50 м^3 при температуре t_1 = 40°С. Какой объем нефти V_2 выгрузили, если на станции назначения температура воздуха была t_2 = -40°С? Коэффициент объемного расширения нефти $\beta = 9{,}2\cdot10^{-4}$ К$^{-1}$.

2.138. Диаметр стеклянной пробки, застрявшей в горлышке пузырька при t_0=0°С составляет d = 60 мм. Чтобы вынуть пробку, горлышко нагрели на Δt_1 = 120°С. При этом сама пробка нагрелась на Δt_2 = 20°С. Определить размеры зазора между пробкой и горлышком Δ. Коэффициент линейного расширения стекла $\alpha = 9\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

2.139. Колесо электровоза имеет радиус R = 0,5 м при t_0 = 0°С. Определить разницу в числе оборотов колеса ΔN летом при температуре t_1 = 25°С и зимой при температуре t_2 = -25°С на пути пробега электровоза в S = 100 км. Коэффициент линейного расширения материала колеса $\alpha = 1{,}2\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

*2.140 Две линейки из меди и железа соединены последовательно. Определить коэффициент линейного расширения α полученной линейки, если известно, что при температуре $0°C$ медная линейка в k = 2 раза длиннее железной. Коэффициенты линейного расширения меди и стали соответственно составляют $\alpha_м = 18\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, $\alpha_{ж} = 12\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

2.141. Абсолютное и относительное удлинение стержня Δl = 1 мм и $\varepsilon = 10^{-3}$ соответственно. Какой была длина недеформированного стержня l_0?

2.142. К проволоке был подвешен груз. Затем проволоку сложили втрое (k = 3) и подвесили тот же груз. Во сколько раз изменилось абсолютное $\dfrac{\Delta l}{(\Delta l)_0}$ и относительное $\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ удлинение проволоки?

2.143. Найти радиус R алюминиевой проволоки, если она, имея длину l = 4 м, под действием силы F = 20 Н удлиняется на Δl = 2 мм. Модуль Юнга для алюминия $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па.

2.144. Концы стального перекрытия площадью поперечного сечения S = 150 cм^2 наглухо закреплены при 0°С в двух опорах, препятствующих удлинению балки. На сколько (ΔT) должна повыситься температура балки, чтобы сила давления на опору не превысила $F = 1{,}6 \cdot 10^6$ Н? Модуль Юнга стали $E = 2{,}2 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

3.1. Электростатика

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон Кулона в скалярной форме

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между взаимодействующими зарядами; ε – диэлектрическая проницаемость среды; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф; ε_0 – электрическая постоянная, равная $8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, образующих электрически изолированную систему; n – число зарядов.

Напряженность электрического поля в точке

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q, помещенный в данную точку поля.

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом *q* на расстоянии *r* от него

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

Принцип суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i,$$

где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, созданного n точечными зарядами.

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{E_\text{п}}{q},$$

где $E_\text{п}$ – потенциальная энергия точечного заряда, помещенного в данную точку поля (его потенциальная энергия в бесконечности равна нулю).

Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом *q* на расстоянии *r* от него

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Потенциал электрического поля, созданного системой *n* точечных зарядов, в данной точке поля равен

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i .$$

Напряженность однородного электрического поля

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d – расстояние между этими поверхностями вдоль электрической силовой линии.

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда *q* из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1, в другую, с потенциалом φ_2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Электрическая емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где q – заряд проводника; φ – его потенциал.

Электроемкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где ($\varphi_1 - \varphi_2$) – разность потенциалов на обкладках конденсатора,
q – заряд конденсатора.

Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом *R*, находящейся в бесконечно протяженной среде с диэлектрической проницаемостью ε :

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R .$$

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} ,$$

где S – площадь пластин; d – расстояние между ними; ε – диэлектрическая проницаемость среды между пластинами конденсатора.

Электрическая емкость при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} ,$$

где n – число конденсаторов.

Электрическая емкость *n* параллельно соединенных конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i .$$

Энергия конденсатора емкостью *C*

$$W = \frac{q^2}{2C} ,$$

где q – заряд на обкладках конденсатора.

Плотность энергии однородного электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε :

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} ,$$

где E – напряженность электрического поля.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П.3.1. В вершинах квадрата расположены одинаковые положительные точечные заряды q = 10 нКл. Какой заряд Q противоположного знака надо поместить в центр квадрата, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

Решение: Рассмотрим все кулоновские силы, действующие на один из зарядов *q,* помещенный в вершине квадрата (рис. 3.1).

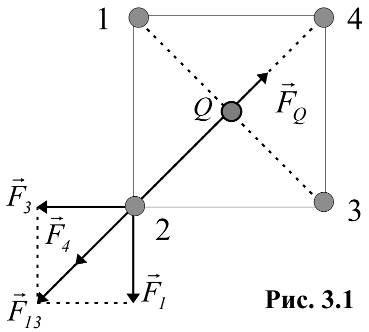


Рис. 3.1

В равновесной ситуации: $\vec{F}_1 + \vec{F}_Q + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$, где $\vec{F}_1, \vec{F}_3, \vec{F}_4$, $\vec{F}_Q$ – силы

взаимодействия рассматриваемого заряда (2) с зарядами, обозначенными на рисунке как 1, 3, 4, Q. Рассмотренное условие равновесия перепишем в виде проекции на направление диагонали квадрата.

$F_1\sqrt{2} + F_4 = F_Q$, где $F_{13} = F_1\sqrt{2} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2}$.

Обозначим сторону квадрата через a, тогда предыдущее равенство приобретет вид

$$k\sqrt{2}\, q^2/a^2 + kq^2/(2a^2) = kq|Q|2/a^2,$$

откуда $|Q| = (q/4)(2\sqrt{2} + 1) = 9{,}6$ нКл или с учетом знака $Q = -9{,}6$ нКл.

П.3.2. Заряды, равные по абсолютной величине $|q| = 10$ нКл, расположены в вершинах правильного треугольника со стороной $a = 20$ см. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре треугольника, если $q_1 = q_2 = -q_3$.

Решение: Напряженность поля в центре треугольника (рис. 3.2) является векторной суммой напряженностей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

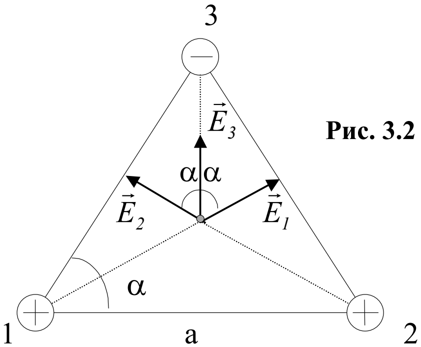


Рис. 3.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3,$$

где $E_1 = E_2 = E_3 = k|q| / r^2 = 3k|q| / a^2$ ($k = 9\cdot10^9$ Н·м²/Кл²; расстояние от заряда до центра треугольника $r = a / \sqrt{3}$, так как треугольник равносторонний, то есть $\alpha = 60°$).

Результирующая напряженность $\vec{E}$ направлена по биссектрисе угла между сторонами треугольника и составляет с этими сторонами $\alpha / 2 = 30°$. Ее модуль $E = 2E_1 = 6k|q| / a^2 = 13,5$ кВ/м. Потенциал в центре треугольника равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых всеми зарядами системы в рассматриваемой точке:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = (q_1 + q_2 + q_3)k/r =$$
$$= (q_1 + q_2 + q_3)\sqrt{3}k/a = 779 \text{ В}.$$

П.3.3. Определить минимальное расстояние R, на которое приблизится к первоначально покоившемуся ядру кислорода α – частица, имеющая кинетическую энергию $W_{k1} = 1,15\cdot10^{-15}$ Дж. Относительные атомные массы гелия и кислорода: A_1(гелий) = 4, A_2(кислород) = 16; порядковые номера $Z_\alpha = 2$, $Z_0 = 8$. Взаимодействием α – частицы с электронами атома кислорода пренебречь. Считать, что в момент наибольшего сближения ядра и α – частицы их скорости будут одинаковыми и равными υ.

Решение: Запишем закон сохранения импульса для нашей системы:

$$m_\alpha\upsilon_\alpha = (m_\alpha + m_0)\upsilon. \qquad (1)$$

С другой стороны выполняется и закон сохранения энергии, который с учетом энергии электростатического взаимодействия имеет вид:

$$W_{k1} = m_\alpha\upsilon^2_\alpha/2 = (m_\alpha + m_0)\upsilon^2/2 + kq_\alpha q_0 / R, \qquad (2)$$

где $m_\alpha = A_1 m'$ (m' – атомная единица массы); $m_0 = A_2 m'$; $q_\alpha = Z_\alpha|e|$; $q_0 = Z_0|e|$ (e – заряд электрона); $k = 9\cdot10^9$Н·м²/Кл².

Из соотношений (1) и (2) находим:

$$R = (k Z_\alpha Z_0 e^2(A_1 + A_2)) / A_2 W_{k1} = 4\cdot10^{-12} \text{ м}.$$

П.3.4. Точечный заряд $q = 2$ нКл находится на расстоянии $r_1 = 45$ см от поверхности шара радиусом $R = 5$ см, заряженного до потенциала $\varphi = 2400$ В. Какую работу надо совершить, чтобы заряд q располагался от поверхности шара на расстоянии $r_2 = 25$ см?

Решение: Работа по перемещению заряда q в электрическом поле шара

$$A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Потенциал поля, созданного заряженным шаром определяется таким же образом как и потенциал поля точечного заряда, расположенного в центре шара и численно равного заряду шара Q:

$$\varphi_1 = Q\,/\,(4\pi\varepsilon_0\,(R + r_1));\;\; \varphi_2 = Q\,/\,(4\pi\varepsilon_0\,(R + r_2));$$

где $Q = \varphi\, C_ш = 4\,\varphi\,\pi\varepsilon_0 R$ ($C_ш$ – емкость шара).

Тогда имеем

$A = q\,\varphi\, R[1/\,(R + r_1) - 1/\,(R + r_2)] = -\,0{,}32$ мкДж.

Знак минус указывает, что электрическая сила препятствует перемещению заряда.

П.3.5. Сколько (n) одинаковых заряженных капель воды радиусом r = 1 мм и зарядом $q = 2\cdot 10^{-10}$ Кл смогут образовать одну большую каплю с потенциалом φ = 3,74 кВ? Найти потенциал малых капель.

Решение: Выражение для потенциала большой капли имеет вид

$$\varphi = Q\,/\,(4\pi\varepsilon_0\,R\,),\ (1)$$

где $Q = nq$; R – радиус большой капли. $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Из закона сохранения массы $M = nm$ запишем:

$4\pi\rho R^3/3 = 4\pi\rho r^3 n\,/3$, откуда $R = r\sqrt[3]{n}$ (ρ – плотность воды). В результате уравнение (1) примет вид $\varphi^3 = n^2 q^3/(4\pi\varepsilon_0\, r)^3$ и можно рассчитать число капель

$$n = \sqrt{\frac{\varphi^3\,(4\pi\varepsilon_0 r)^3}{q^3}} = 3.$$

Потенциалы малых капель равны

$$\varphi_0 = q\,/\,(4\pi\varepsilon_0\, r\,) = 1{,}8\ к\text{В}.$$

П.3.6. К пластинам плоского конденсатора, расположенным на расстоянии d = 6 мм друг от друга, приложена разность потенциалов $\Delta\varphi$ = 120 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка стекла (ε_1 = 7), толщиной d_1=2 мм. Определить напряженности E_1 и E_2, электрического поля в воздухе и стекле. Линейный размер пластин намного превышает зазор между ними.

Решение: Поле двух параллельных бесконечных плоскостей, образующих конденсатор и заряженных разноименно с одинаковой по величине постоянной поверхностной плотностью σ, можно найти как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Поэтому результирующая напряженность в стеклянном и воздушном зазоре равна соответственно

$$E_1 = \sigma/(\varepsilon_1 \varepsilon_0),\ E_2 = \sigma/(\varepsilon_2 \varepsilon_0), \text{ откуда } \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2,\ \varepsilon_2 = 1.$$

С другой стороны разность потенциалов между обкладками

$$\Delta\varphi = E_1 d_1 + E_2 (d - d_1).$$

Объединяя записанные выражения имеем

$$E_1 = \frac{\Delta\varphi}{\varepsilon_1 d + (1 - \varepsilon_1) d_1} = 4\,кВ/м \text{ и}$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 = 28\,кВ/м.$$

П.3.7. Плоский конденсатор с диэлектриком, емкость которого C_0 = 6 м*кФ*, заряжен до напряжения U_0 = 200 В и отключен от источника. Какую работу A надо совершить, чтобы вытащить из конденсатора диэлектрик? Диэлектрическая проницаемость ε = 3, силой трения пренебречь.

Решение: Работа внешней силы A равна разности энергий конденсатора: $A = W_к - W_н$, где $W_н = C_0 U_0^2/2$ – начальная энергия конденсатора, $W_к = CU^2/2$ – конечная энергия конденсатора, а $C = C_0/\varepsilon$ – емкость конденсатора без диэлектрика. Так как конденсатор отключен от источника, заряд на его обкладках сохраняется. Следовательно

$C_0 U_0 = CU$ и $U = C_0 U_0 / C = \varepsilon U_0$.

Таким образом

$A = \varepsilon C_0 U_0^2/2 - C_0 U_0^2/2 = C_0 U_0^2(\varepsilon - 1)/2 = 0{,}24$ Дж.

ЗАДАЧИ

3.1. Определить силы взаимодействия двух точечных зарядов q_1 = 4 нКл и q_2 = 8 нКл в вакууме F_1 и в керосине F_2 (диэлектрическая проницаемость керосина ε = 2) на расстоянии r = 20 см.

3.2. Два одинаковых шарика, массой m = 10 г, расположены в вакууме на расстоянии значительно превышающем их размеры. Какие равные заряды q необходимо поместить на шариках, чтобы сила их кулоновского отталкивания уравновесила силу гравитационного притяжения?

3.3. Два заряженных шарика, находящихся в вакууме, на расстоянии r_1 = 4 см, отталкиваются друг от друга с некоторой силой. На каком расстоянии r_2 сила взаимодействия уменьшится в k = 8 раз, если их поместить в керосин? Диэлектрическая проницаемость керосина ε =2.

3.4. Какое ускорение a получит капелька жидкости, потерявшая N = 100 электронов, если на расстоянии r = 3 см от нее поместить заряд $q = 2\cdot10^{-6}$ Кл? Масса капельки m = 32 мг.

3.5. Два одинаковых проводящих шарика с зарядами q_1=20 нКл и q_2 = – 4 нКл соприкоснулись и разошлись на расстояние r = 2 см. Найти заряд q каждого шарика после соприкосновения и силу взаимодействия F между ними в вакууме.

3.6. Два одинаковых шарика массами m = 3 г и с одинаковыми зарядами соединили нитью длиной l = 10 см и подвесили за один из шариков сверху на другой нити. Какой заряд q на каждом из шариков, если сила натяжения нижней нити в k = 4 раза больше силы натяжения верхней нити?

3.7. Три одинаковых точечных заряда q находятся в вершинах равностороннего треугольника, при этом на каждый заряд действует сила F. Найти длину a стороны треугольника.

3.8. Четыре одинаковых заряженных ($q = 10^{-9}$ Кл) шарика массами m = 1 г каждый находятся в вершинах квадрата со стороной l = 3 см. Три шарика закреплены, а четвертый может двигаться. С каким ускорением a начинает двигаться незакрепленный шарик?

3.9. В вершинах правильного треугольника помещены положительные точечные заряды $q_1 = q_2 = q_3 = q$. Какой отрицательный заряд Q надо поместить в центре треугольника, чтобы вся система находилась в равновесии?

3.10. На расстоянии r = 30 см от поверхности Земли находится точечный заряд $q = 1 \cdot 10^{-3}$ Кл, который индуцирует в ней заряды противоположного знака. Определить силу F электрического притяжения заряда к Земле.

3.11. Электрон вращается в вакууме по круговой орбите радиуса r вокруг частицы с положительным зарядом q. Определить скорость и период вращения T электрона. Силой гравитационного притяжения частиц пренебречь.

3.12. Два одинаковых маленьких шарика с зарядом q каждый подвешены в вакууме на непроводящих нитях длиной l в одной точке. Под действием электрического отталкивания они разошлись на расстояние r. Определить массы шариков, если угол отклонения нити можно считать малым.

*3.13. Два шарика с плотностью материала $\rho = 1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, имеющие одинаковые массы, радиусы и заряды, подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины и опущены в керосин ($\rho_к = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3). Определить диэлектрическую проницаемость ε керосина, если угол расхождения нитей в воздухе и керосине одинаков.

3.14. В некоторой точке электрического поля на заряд q = 5 нКл действует сила $F = 4 \cdot 10^{-7}$ Н. Найти напряженность поля E в данной точке.

3.15. Какая напряженность электрического поля E создается зарядом ядра неона (Ne) $q = 1{,}6 \cdot 10^{-18}$ *Кл* на расстоянии $r = 10^{-10}$ м от центра ядра?

3.16. Полый металлический шар, радиус которого R = 20 см, несет заряд q = 6 нКл. Определить напряженность электрического поля в центре шара E_0, на расстоянии от центра, равном половине радиуса $E_1 (k_1 = 1/2)$, и на расстоянии $2R$ $(k=2)$ от центра шара E_2.

3.17. В одну из вершин квадрата помещен точечный заряд. Напряженность его поля в центре квадрата E_0 = 8 В/м. Определить напряженность поля в трех остальных вершинах квадрата.

3.18. В трех вершинах А, В, С квадрата АВСД находятся одинаковые по величине (q = 10^{-9} Кл) заряды. Сторона квадрата l = 10 см. Определить напряженность E поля в вершине Д, если заряды, находящиеся в вершинах А и В, имеют положительный знак, а в вершине С – отрицательный.

3.19. На расстоянии r = 5 см друг от друга в вакууме расположены противоположные по знаку заряды величиной $|q|$ = 7 нКл. Найти напряженность электрического поля E в точке, находящейся на расстоянии a = 3 см от положительного заряда и в b = 4 см от отрицательного заряда.

3.20. Имеется прямоугольный треугольник АВС ($\angle$ВАС = 90°, АВ = 4 см, АС = 3 см). В вершинах А и В находятся положительные заряды q_1 = 3 и q_2 = 5 нКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого этими зарядами в вершине С треугольника.

*3.21. Два точечных заряда величиной q, имеющие противоположный знак, расположены на оси x на расстоянии $2a$ друг от друга в воздухе. Получить выражение для расчета величины напряженности E электрического поля вдоль оси x и построить график зависимости $E(x)$.

3.22. Напряженность электрического поля точечного заряда на расстоянии r_1 = 10 см от заряда равна E_1 = 1 В/м. Этот заряд внесли в однородное электрическое поле с напряженностью E_2 = 3 В/м. Какой будет напряженность результирующего поля E в точке, находящейся на расстоянии r_2 = 5 см от точечного заряда на линии, перпендикулярной к силовым линиям однородного поля?

3.23. Шарик массой m = 10 г, несущий заряд $q = 5\cdot10^{-7}$ Кл, помещен в масло. Определить напряженность E направленного вверх электрического поля, если шарик плавает, полностью погружаясь. Плотность масла ρ_1 = 900 кг/м^3, шарика ρ_2 = 3600 кг/м^3.

3.24. Электрон, двигавшийся с начальной скоростью $\upsilon_0 = 5\cdot10^5$ м/с, попадает в однородное электрическое поле с напряженностью E = 10 В/м ($\vec{E}\perp\vec{\upsilon}_0$) и двигается в этом поле в течение $\Delta t = 2{,}84\cdot10^{-7}$ с. Найти величину скорости υ электрона и ее направление в конце заданного промежутка времени.

3.25. В воздухе около заряженной вертикальной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ = 10 мкКл/м^2 находится шарик с массой m = 0,4 г и зарядом q = 7 нКл. Определить угол α, который образует с плоскостью нить, на которой висит шарик.

*3.26. Шарик массой m = 5 г и зарядом q = 10^{-5} Кл бросили под углом α к горизонту. Напряженность горизонтально направленного однородного электрического поля E = 5·10^3 В/м. Найти α, если в верхней точке траектории кинетическая энергия шарика равна нулю (g = 10 м/с^2).

*3.27. Шарик массой m с зарядом $+q$, подвешенный на нити длиной l, равномерно вращается в горизонтальной плоскости в однородном электростатическом поле напряженностью E, линии напряженности которого направлены вертикально вниз. Угол отклонения нити от вертикали равен α. Определить силу натяжения нити $F_н$ и скорость υ вращения шарика.

*3.28. Определить зависимость вращательного момента сил M, действующих на диполь, помещенный в однородное электрическое поле от величины вектора напряженности поля E, зарядов образующих диполь q, расстояния между зарядами l и угла α между направлением $\vec{E}$ и осью диполя.

3.29. Электрическое поле в вакууме образовано точечным зарядом q. На расстоянии r от заряда напряженность поля E = 9 В/м, а на расстоянии 3r (k=3) потенциал поля φ = 6 В. Чему равна величина заряда q? На каком расстоянии l друг от друга расположены две эквипотенциальные поверхности с потенциалами φ_1 = 45 В и φ_2 = 30 В?

3.30. В одной из вершин квадрата находится электрический заряд. Напряженность поля этого заряда в противоположной вершине квадрата E = 4 В/м, а потенциал в соседней вершине квадрата φ = 6 В. Чему равна величина заряда q?

3.31. Найти напряженность электрического поля E и потенциал φ в середине отрезка между двумя одинаковыми по величине точечными зарядами q = 10 нКл, находящимися на расстоянии l = 0,6 м, если: а) оба заряда положительны; б) заряды разного знака.

3.32. Расстояние между зарядами q_1 = 10 нКл и q_2 = -1 нКл r = 1,1 м. Определить напряженность поля E в такой точке на прямой, соединяющей заряды, в которой потенциал равен нулю.

3.33. В двух вершинах правильного треугольника со стороной a = 30 см расположены равные по величине заряды $|q_1| = |q_2|$ = 10 нКл. Найти напряженность E и потенциал φ электрического поля в третьей вершине треугольника, если: а) $q_1 = q_2$; б) $q_1 = -q_2$.

*3.34. Металлическое кольцо радиусом R = 1 см в воздухе имеет заряд q = 10 нКл. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля в центре кольца и на расстоянии x = 1 см от центра вдоль оси, перпендикулярной к плоскости кольца.

3.35. Электрическое поле создается зарядом q, находящимся на проводящем шаре радиуса R в воздухе. Построить график зависимости напряженности E и потенциала φ электрического поля от расстояния r от центра шара.

3.36. Определить потенциал φ поверхности заряженного металлического шара, если в точках, удаленных от его поверхности в вакууме на расстояние r_1 = 2 см и r_2 = 4 см потенциал электрического поля равен φ_1 = 200 В и φ_2 = 150 В соответственно.

3.37. Два шара, радиусы которых отличаются в 4 раза ($R_2 = 4R_1$), равномерно заряжены с одинаковой поверхностной плотностью заряда. Найти отношение зарядов (q_2 / q_1) и потенциалов (φ_2 / φ_1) шаров.

3.38. Проводящая сфера радиуса R = 10 см имеет заряд q_1 = –2 нКл. В центре сферы находится точечный заряд q_2 = 6 нКл. Найти потенциал φ электрического поля: а) внутри сферы на расстоянии R/2 от ее центра; б) на поверхности сферы; в) в точке, находящейся на расстоянии 2R от поверхности сферы.

*3.39. Два одинаковых металлических шарика, заряженных до потенциалов φ_1 и φ_2 соединили тонкой проволокой. Каким стал потенциал φ шаров?

*3.40. Внутри шарового металлического слоя, внутренний и внешний радиусы которого соответственно равны R и $2R$, на расстоянии $R/2$ от центра находится заряд q. Найти потенциал φ в центре сферы.

*3.41. Металлический шар радиусом R_1 = 5 см, поверхность которого имеет потенциал φ = 2400 В, окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиусом R_2 = 10 см. Каким станет потенциал φ_1 поверхности шара после того, как он будет соединен проводником с оболочкой?

3.42. В однородном электрическом поле расстояние между двумя точками вдоль силовой линии r = 0,5 м, а разность потенциалов между ними $\Delta\varphi$ = 100 В. Определите напряженность поля E.

3.43. На рис. 3.3. приведен график зависимости потенциала $\varphi(x)$ от координаты x. Постройте график зависимости от x проекции напряженности электрического поля $E_x(x)$.

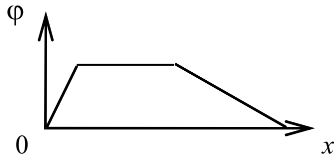


Рис. 3.3

3.44. Напряженность однородного электрического поля E = 200 В/м. Какую работу A совершает поле при перемещении пылинки, имеющей заряд $q = 3\cdot10^{-8}$ *Кл*, на расстояние r = 10 см вдоль силовой линии?

3.45. Электрон движется со скоростью $\upsilon_0 = 1{,}5\cdot10^6$ м/*с*. На сколько изменится скорость электрона ($\Delta\upsilon$), если он в направлении первоначального движения ускорится разностью потенциалов $\Delta\varphi$ = 100 В?

3.46. Электрон влетает в тормозящее электрическое поле и в точке с потенциалом φ = 100 В имеет скорость $\upsilon = 5\cdot10^6$ м/с. Определить потенциал φ_1 в точке, в которой скорость электрона равна $\upsilon/2$.

*3.47. Поток электронов, получивших скорость в результате прохождения разности потенциалов U_0 = 5 кВ, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно им. Длина пластин конденсатора $l = 5$ см, напряжение на нем $U = 400$ В. Каково должно быть расстояние между пластинами конденсатора d, чтобы электроны не вылетали из него?

3.48. Вычислить отклонение луча на экране электронного осциллографа S в случае, если ускоряющее анодное напряжение $U_а = 900$ В, напряжение на отклоняющих пластинах $U = 100$ В, их длина $l = 5$ см, расстояние между пластинами $d = 1$ см, расстояние от рассмотренных пластин до экрана $L = 10$ см.

*3.49. Металлический шарик массой $m = 10$ г и с зарядом $q = 10^{-4}$ Кл подвешен на нити в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 500$ В/м, направленной вертикально вниз. Шарик отводят в сторону до горизонтального уровня и отпускают. Определить натяжение нити T в нижней точке траектории шарика ($g = 10$ м/с^2).

3.50. В однородном электрическом поле, напряженность которого $E = 2\cdot10^5$ В/м и направлена вертикально вверх, находится маленький шарик с зарядом $q = 10^{-7}$ Кл и массой $m = 10$ г, подвешенный на изолирующей нити длиной $l = 1$ м. В положении равновесия шарику сообщают горизонтальную начальную скорость $\upsilon_0 = 2$ м/с. Определить силу натяжения T нити при ее максимальном отклонении.

3.51. Два заряда одного знака q_1 и q_2 находятся на расстоянии r. Какую работу A надо совершить, чтобы уменьшить расстояние между зарядами в 3 раза ($k = 3$)?

3.52. Заряд $q_1 = 3\cdot10^{-8}$ Кл закреплен на высоте $h_1 = 9$ см от поверхности Земли. С высоты $h_2 = 6$ см от поверхности Земли падает частица массой $m = 10$ г и зарядом $q_2 = 6\cdot10^{-7}$ Кл, находившаяся на одной вертикали с первым зарядом. Определить скорость υ частицы у поверхности Земли.

3.53. Частица массой m = 10 г и положительным зарядом $q = 6 \cdot 10^{-7}$ Кл скатывается по наклонной плоскости из точки А (рис. 3.4). Определить скорость частицы υ в точке В, если в точке С закреплен заряд $q_1 = -10^{-7}$ Кл. АВ = 10 см, АС = 6 см. Трением пренебречь.

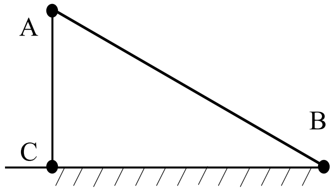


Рис. 3.4

*3.54. Две материальные точки, имеющие одинаковые массы и заряженные равными по величине, но противоположными по знаку зарядами, движутся по окружности вокруг своего неподвижного центра масс. Действуют только кулоновские силы. Найти отношение потенциальной энергии электрического взаимодействия этих частиц к их суммарной кинетической энергии $W_п/W_к$.

3.55. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 1 см находятся одинаковые точечные заряды (q = 10 нКл). Какую работу A надо совершить, чтобы поместить один из зарядов на середину противоположной стороны?

3.56. В вершинах квадрата со стороной a = 5 см находятся одинаковые заряды q = 10 нКл. Чему равна потенциальная энергия W этой системы зарядов? Определить работу A внешних сил по перемещению заряда Q = 8 нКл из центра квадрата на середину одной из сторон.

3.57. Протон, ускоренный разностью потенциалов U = 27 $к$В движется в вакууме навстречу неподвижному точечному заряду $q = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить минимальное расстояние r, на которое протон сможет приблизиться к заряду.

3.58. Два шарика массами m_1 = 4 г и m_2 = 12 г, имеющие одинаковые заряды по $q = 10^{-8}$ Кл, расположены на горизонтальной поверхности и соединены нитью длиной l_1 = 10 см. Нить пережигают, и шарики под действием электрических сил расходятся вдоль прямой. Определить скорости шариков υ_1 и υ_2 в тот момент, когда расстояние между ними составляет l_2 = 30 см. Трение не учитывать.

*3.59. В вакууме из бесконечности вдоль одной прямой навстречу друг к другу со скоростями υ и 3υ движутся два электрона. На какое минимальное расстояние r они могут сблизиться? Силы трения и гравитационного взаимодействия не учитывать.

*3.60. Три маленьких одноименно заряженных одинаковых шарика удерживаются в вакууме на горизонтальной поверхности вдоль прямой на расстоянии l друг от друга двумя нитями. Заряды крайних шариков $2q$, а среднего q. Какую максимальную кинетическую энергию $E_к$ приобретут крайние шарики, если обе нити одновременно пережечь? Силы трения не учитывать.

*3.61. Два одинаковых заряженных тела (точечные заряды) находятся в вакууме на горизонтальной поверхности на расстоянии r_0 друг от друга. Под действием электрических сил они движутся в противоположные стороны. При каком расстоянии r между ними их скорости максимальны? На какое максимальное расстояние r_1 разойдутся тела? Массы тел m, заряды q. Коэффициент трения между телами и поверхностью μ.

3.62. Рассчитать электрическую емкость С воздушного плоского конденсатора, площадь пластин которого $S = 0{,}1$ м^2, а расстояние между ними $d = 1$ мм.

3.63. Вывести формулу для расчета емкости C сферического конденсатора в зависимости от радиусов внутренней R_1 и внешней R_2 сферы, а также площади пластин S и расстояния между обкладками d при условии $d \ll R_1, R_2$.

3.64. Источник постоянного напряжения подсоединен к плоскому конденсатору, имеющему небольшое расстояние между протяженными пластинами. Будет ли меняться напряженность электрического поля внутри конденсатора, если заполнить пространство между обкладками диэлектриком?

3.65. Заряд на обкладках плоского конденсатора увеличили в 2 раза (конденсатор отключен от источника напряжения). Изменится ли и во сколько раз его электроемкость C и запасенная энергия W?

3.66. Площадь пластин заряженного плоского конденсатора увеличили в 3 раза. Во сколько раз изменится заряд на обкладках q, разность потенциалов U, напряженность электрического поля E и запасенная энергия W? Рассмотреть случаи, когда конденсатор: *а*) отключен от источника постоянного напряжения; *б*) присоединен к источнику постоянного напряжения.

3.67. Вычислить энергию W, которой обладает плоский заряженный конденсатор, заполненный диэлектриком с объемом V=0,005 м^3 и диэлектрической проницаемостью ε =5. Напряженность электрического поля в диэлектрике E = 10^5 В/м.

3.68. Определить количество теплоты Q, выделяющейся при заземлении шара радиусом R = 10 см, обладающего зарядом q = 26 нКл, если вся запасенная в заряженном шаре энергия расходуется на нагревание.

3.69. Какой заряд q нужно передать плоскому конденсатору, чтобы пылинка, потерявшая N = 20 электронов, могла находиться в равновесии в поле этого конденсатора? Расстояние между пластинами конденсатора d = 4 мм, его емкость C = 0,016 мкФ. Масса пылинки m = 10^{-11} г.

3.70. С какой силой F притягиваются друг к другу пластины заряженного до напряжения U плоского конденсатора, емкость которого равна C? Расстояние между пластинами равно d.

3.71. Конденсатор емкостью C = 10 мкФ, заряженный до напряжения U = 200 В, подключают через сопротивление к батарее с э.д.с. ε = 250 В. Какую работу A совершит батарея при дозарядке конденсатора?

3.72. Два конденсатора соединили последовательно. Емкость одного C_1 = 6 мкФ. Определить емкость второго C_2, если она в три раза больше емкости батареи.

3.73. Имеются три различных конденсатора. Когда конденсаторы соединены последовательно, электроемкость соединения C_0 = 1 мкФ, а когда параллельно, $C_а$ = 11 мкФ. Электроемкость одного из конденсаторов C_1

= 2 мкФ. Определить электроемкость C_2 и C_3 двух неизвестных конденсаторов.

3.74. Найти общую емкость цепей C_0, изображенных на рис. 3.5 *а, б, в*.

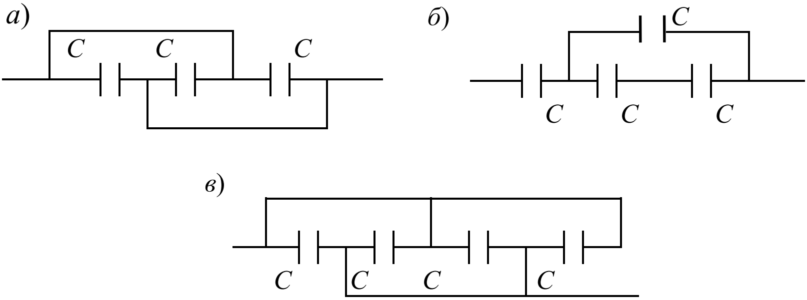


Рис. 3.5

3.75. Общая электроемкость батареи конденсаторов, изображенной на рис. 3.6 *а, б*, $C_0 = 10$ пФ. Все конденсаторы одинаковы. Чему равна электроемкость C каждого из них.

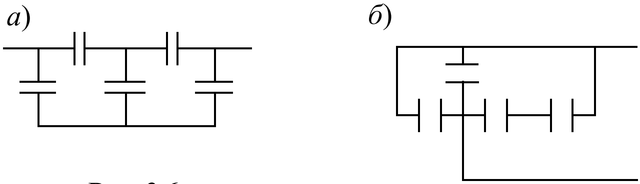


Рис. 3.6

3.76. Пространство между обкладками плоского конденсатора с емкостью C_0 заполнили двумя диэлектрическими пластинами равной толщины с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Площади обкладок и пластин одинаковы. Найти емкость C полученного конденсатора.

3.77. Во сколько раз по отношению к первоначальной изменится емкость плоского воздушного конденсатора C_1 / C_0, если в него вставить металлическую пластину толщиной в 1/5 (k = 1/5) расстояния между обкладками?

3.78. Решите предыдущую задачу в случае, если пластина из диэлектрика (диэлектрическая проницаемость ε = 6).

3.79. Пространство между пластинами плоского конденсатора с зарядом q=10 нКл и площадью S=0,04 м^2 заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 8. Определить работу A, затраченную на удаление диэлектрика из конденсатора, если расстояние между пластинами равно d = 0,004 м. Силой трения диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

3.80. Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 6 мкФ заряжен до разности потенциалов U = 100 В и отключен от источника напряжения. Какую работу A надо совершить, чтобы втрое (k = 3) увеличить расстояние между обкладками?

3.81. Два последовательно соединенных конденсатора с емкостями C_1 = 0,1 мкФ, C_2 = 0,2 мкФ и расстоянием между обкладками d = 1 мм подключены к аккумулятору с напряжением U = 20 В. Найти напряжение (U_1, U_2) и напряженность (E_1, E_2) электрического поля в конденсаторах.

3.82. Определить заряд, который необходимо сообщить двум параллельно соединенным конденсаторам с емкостями C_1 = 2 мкФ и C_2 = 3 мкФ, чтобы зарядить их до разности потенциалов U = 30 В. Какой будет разность потенциалов U_1 на конденсаторах, если отключить источник постоянного напряжения и пространство между пластинами второго конденсатора заполнить парафином (диэлектрическая проницаемость ε = 2)?

3.83. Имеются два конденсатора емкостью C. Один из них заряжен до разности потенциалов U, другой не заряжен. Определить изменение энергии ΔW системы после параллельного соединения конденсаторов.

3.84. Конденсатор емкостью $C_1 = 6$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 200$ В, соединяют параллельно одноименно заряженными пластинами с конденсатором емкостью $C_2 = 4$ мкФ, разность потенциалов между обкладками которого $U_2 = 400$ В. Определить емкость соединенных конденсаторов C, разность потенциалов на их зажимах U и запасенную в них энергию W.

3.85. На двух конденсаторах, емкости которых $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 3$ мкФ, находятся электрические заряды $q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл и $q_2 = 9 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно. Определить заряд каждого конденсатора q_1^* и q_2^* после их параллельного соединения разноименно заряженными обкладками.

3.86. Два одинаковых конденсатора, соединенные параллельно, зарядили до напряжения $U_0 = 100$ В и отключили от источника. Каким окажется напряжение U на конденсаторах, если в один из них ввести диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

3.87. Два одинаковых плоских конденсатора, один из которых воздушный, а другой заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$, соединены параллельно, заряжены до напряжения $U = 100$ В и отключены от источника. Какую работу A надо совершить, чтобы вытащить диэлектрическую пластинку из конденсатора? Емкость воздушного конденсатора $C = 4$ мкФ.

3.88. Два одинаковых конденсатора, соединенных последовательно, подключены к источнику напряжения. Во сколько раз изменится разность потенциалов на одном из конденсаторов (U_1/U_{10}), если другой погрузить в жидкость с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$?

3.89. Два конденсатора емкостью $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ соединены последовательно. При этом суммарная разность потенциалов $\Delta\varphi = 90$ В. Чему будет равна разность потенциалов $\Delta\varphi_1$ после параллельного соединения конденсаторов одноименно заряженными пластинами? От внешнего источника напряжения конденсаторы отключены.

3.90. Три конденсатора $C_1 = 4$ мкФ, $C_2 = 6$ мкФ и $C_3 = 12$ мкФ соединены последовательно и подключены к напряжению $U = 44$ В. После отключения от источника конденсаторы соединяют параллельно одноименно заряженными пластинами. На какую величину Δq и как изменится заряд на втором конденсаторе?

3.91. Два шара радиусом $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см, имеющие каждый заряд, равный $q = 20$ нКл, соединяют проволокой. В каком направлении перемещаются заряды? Каков общий потенциал φ и заряды шаров q_1 и q_2 после соединения? Чему равна емкость C системы? Шары расположены далеко друг от друга в воздухе.

*3.92. Два удаленных изолированных сферических проводника емкостью C_1 и C_2 заряжены до потенциалов φ_1 и φ_2 соответственно. Чему равно изменение энергии ΔW системы после их соединения тонким проводником?

*3.93. На обкладках плоского конденсатора поддерживается постоянное напряжение $U = 10$ кВ. Каждая обкладка представляет собой квадрат с длиной стороны $l = 0{,}1$ м, расстояние между обкладками $d = 1$ см. Диэлектрическую пластину с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$ частично выдвигают из зазора между обкладками. С какой силой F она будет втягиваться обратно? Воздушным зазором между обкладками и пластиной, а также трением пренебречь.

3.2. Постоянный электрический ток

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – заряд (количество электричества), прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока

$$\vec{j} = \frac{I}{S}\vec{n},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника; $\vec{n}$ – единичный вектор, совпадающий с направлением движения носителей положительного заряда.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление проводящего материала; l – длина проводника.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при температуре t и 0°C; t – температура по шкале Цельсия; α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление *n* последовательно соединенных проводников

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i.$$

Сопротивление *n* параллельно соединенных проводников

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи (участка цепи, содержащего ЭДС)

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon_{12}}{R} = \frac{U}{R},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; U – напряжение на участке цепи; R – его сопротивление.

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{R} = \frac{U}{R}.$$

Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{внеш}} + r},$$

где ε – ЭДС всех источников тока замкнутой цепи, $R_{\text{внеш}}$ – внешнее сопротивление цепи, r – внутреннее сопротивление всех источников тока цепи.

Работа электростатических и сторонних сил на участке цепи постоянного тока за время *t*:

$$\text{A} = IUt,$$

при этом **мощность тока** $P = IU$.

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t = IUt,$$

где Q – количество теплоты, выделяемой в участке цепи за время t.

Закон Фарадея для электролиза

$$m = kq,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при электролизе; q – заряд, прошедший через электролит; k – электрохимический эквивалент вещества.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П3.8. Вычислить силу тока, создаваемого вращением электрона вокруг ядра в атоме водорода, если радиус его основной орбиты равен r = 0,053 нм.

Решение. Сила тока определяется выражением $I = e\nu = e\upsilon/(2\pi r)$ (здесь ν – частота вращения, e – заряд электрона, υ – его скорость). Скорость находим из второго закона Ньютона, в котором роль центростремительной силы играет кулоновская сила взаимодействия электрона с ядром $m\upsilon^2/r = e^2/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$. В результате $I = e^2/(4\pi r\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm}\,) = 1{,}1$ мА.

П3.9. На два последовательно соединенных плоских слюдяных (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 6$, удельное сопротивление $\rho = 10^{11}$ Ом·м) конденсатора общей емкостью $C = 0{,}02$ мкФ подают постоянное напряжение $U = 100$ В. Определить силу тока утечки через конденсаторы при подключенном источнике постоянного напряжения.

Решение. Емкость C и сопротивление R двух последовательно соединенных конденсаторов определяется как

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S_1 S_2}{S_1 d_2 + S_2 d_1}, \qquad (1)$$

$$R = R_1 + R_2 = \rho \frac{S_1 d_2 + S_2 d_1}{S_1 S_2}, \qquad (2)$$

где C_1, C_2; R_1, R_2; d_1, d_2; S_1, S_2 – соответственно емкости, сопротивления, расстояния между обкладками и площади пластин первого и второго конденсаторов.

Умножая (1) на (2), получим:

$$R = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \rho}{C},$$

откуда ток утечки $I = U/R = \dfrac{UC}{\varepsilon_0 \varepsilon \rho} = 0{,}4$ мкА.

П3.10. Параллельно амперметру, имеющему сопротивление $R_{\text{А}} = 1$ Ом, включен медный провод (шунт) длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 1$ мм. Определить величину тока в цепи, если амперметр показывает силу тока $I_{\text{А}} = 0{,}2$ А. Удельное сопротивление меди $\rho = 0{,}017$ мкОм·м.

Решение. Падения напряжения на шунте и амперметре равны, т.е.

$$I_A R_A = I_1 \rho l/S.$$

Ток шунта $I_1 = I_A R_A \pi d^2/(4\rho l)$ и ток в цепи $I = I_A + I_1 = = I_A + I_A R_A \pi d^2/(4\rho l) = 46{,}4$ А.

П3.11. Сколько времени τ необходимо для нагревания V = 4 л воды в электрическом чайнике до температуры кипения (t_k = 100°С), если его мощность P = 2500 Вт, а КПД η = 0,85? Начальная температура воды t_0 = 15°С. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2\cdot10^3$ Дж/кг·К, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

Решение. Теплота, необходимая для нагревания воды $Q_1 = cm(t_k - t_0)$. Масса воды $m = \rho V$. Энергия, выделяемая кипятильником за время τ, $Q_2 = P\tau$. По определению КПД $\eta = Q_1/Q_2$, отсюда $\eta Q_2 = Q_1$ или $\eta P\tau = c\rho V(t_k - t_0)$.

Следовательно, $\tau = \dfrac{c\rho V(t_k - t_0)}{\eta P} = 672$ c.

П3.12. За какое время t израсходуется полностью медный анод размером 100·25·4 мм^3, если сила тока в электролитической ванне равна I = 3А? Электрохимический эквивалент меди $k = 3{,}294\cdot10^{-7}$ кг/Кл, плотность меди $\rho = 8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3.

Решение. По условию задачи объем медного анода V = 100·25·4 мм^3 = 10^4 мм^3 = 10^{-5}м^3, а его масса $m = \rho V$. По закону Фарадея для электролиза масса выделившегося вещества $m = kIt$. Следовательно, $\rho V = kIt$ и $t = \dfrac{\rho V}{kI} = 0{,}9\cdot10^5 c \approx 25$ часов.

ЗАДАЧИ

3.94. Через электронную лампу протекает ток I=16мА. Сколько электронов N попадет на анод лампы за время t = 1 мин?

3.95. Концентрация свободных электронов в проводнике $n = 10^{28}$ м$^{-3}$, поперечное сечение проводника S = 1 мм^2, сила тока в нем I = 1 А. Чему равна скорость направленного движения электронов?

3.96. По медному проводу с площадью поперечного сечения S = 20 мм^2 течет ток I = 5 А. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов, полагая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости. Плотность и молекулярную массу меди принять равными $\rho = 8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3, $\mu = 63{,}5\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.97. По проводнику длиной l = 1 м течет ток силой I = 2 А. Чему равен суммарный импульс p электронов в проводнике?

3.98. Дайте определение электрического напряжения. В каких единицах оно измеряется? Запишите единицу напряжения через основные единицы измерения в системе СИ.

3.99. Введите понятие электрического сопротивления проводника. В каких единицах оно измеряется? Запишите единицу измерения сопротивления проводника через основные единицы измерения в системе СИ.

*3.100. В электронно-лучевой трубке сила тока в электронном пучке I = 600 мкА, ускоряющее напряжение U = 10 *кВ*. Определить силу давления F электронного пучка на экран трубки, считая, что электроны поглощаются экраном.

3.101. Определить напряжение U на проводнике сопротивлением R = 20 Ом, если по проводнику за время t = 1 мин прошел заряд q = 180 Кл.

3.102. Предположим, что при прокатке проволоки ее длина удвоилась (k = 2). Как при этом изменяется сопротивление?

3.103. Во сколько раз отличаются сопротивления двух проволочных проводников из одинакового материала одинаковой массы, если диаметр первого из них вдвое больше (k = 2), чем у второго?

3.104. Общее сопротивление двух проводников при последовательном соединении равен R_0 = 50 Ом, а при параллельном соединении R_a = 12 Ом. Найти сопротивления отдельных проводников R_1 и R_2.

3.105. Провод, имеющий сопротивление R_1 = 49 Ом, разрезали на несколько одинаковых частей, которые соединили параллельно. Общее сопротивление параллельного соединения проводов R_2 = 1 Ом. На сколько частей n разрезали провод?

3.106. Найти общее сопротивление R цепи, изображенной на рис. 3.7. R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 30 Ом.

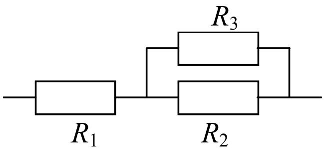


Рис. 3.7

3.107. Найти общее сопротивление R проводников, соединенных по схеме, приведенной на рисунке 3.8. ($R_1 = R_2$ = 4 Ом, R_3 = 5 Ом, R_4 = 3 Ом, R_5 = 1,5 Ом, R_6 = 2 Ом).

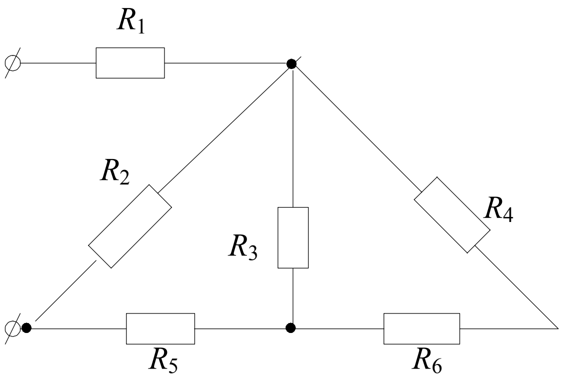
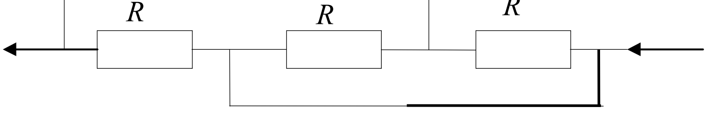


Рис. 3.8

3.108. Найти общее сопротивление цепи $R_{об}$, изображенной на рис. 3.9 *а, б*.

а)



б)

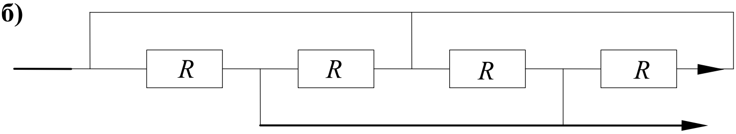


Рис. 3.9

3.109. Общее сопротивление цепей, изображенных на рис. 3.10 а, б, равно $R_{об}$ = 30 Ом. Считая все сопротивления одинаковыми, найти величину сопротивления R.

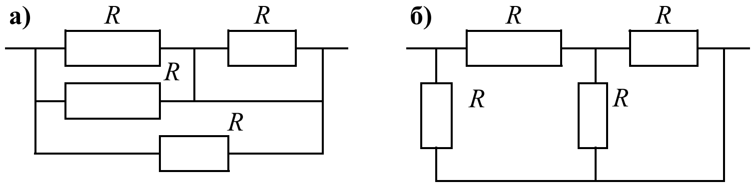


Рис. 3.10

3.110. Найти общее сопротивление $R_{об}$ проводников, соединенных по схеме, изображенной на рис. 3.11, в случаях:

1) $R_3 = 0$, $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R$;
2) $R_3 >> R$, $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R$;
3) $R_1 = R_5 = 0$, $R_2 = R_3 = R_4 = R$;
4) $R_1 = R_5 >> R$, $R_2 = R_3 = R_4 = R$;
5) $R_3 >> R$, $R_5 = 0$, $R_1 = R_2 = R_4 = R$;
6) $R_3 = 0$, $R_5 >> R$, $R_1 = R_2 = R_4 = R$;
7) $R_5 = 0$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$;
8) $R_5 >> R$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$;
9) $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$;
10) $R_1 = R_4 = 2R$, $R_2 = R_3 = R_5 = R$;
11) $R_1 = 2R$, $R_2 = 6R$, $R_3 = 4R$, $R_4 = R$, $R_5 = 3R$;
12)* все сопротивления разные.

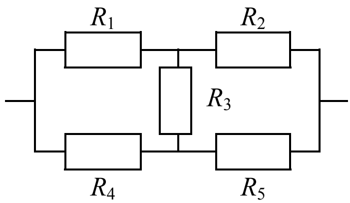


Рис. 3.11

*3.111. Определить сопротивление R проволочной сетки относительно точек: 1) AB; 2) AC; 3) EF (рис. 3.12), если каждый ее элемент имеет сопротивление r.

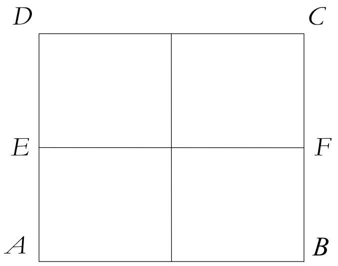


Рис. 3.12

3.112. Определить сопротивление R проволочной фигуры относительно точек AB (рис. 3.13), если каждая ее сторона имеет сопротивление r.

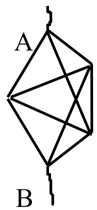


Рис. 3.13

3.113. Три сопротивления $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом и $R_3 = 10$ Ом соединены параллельно. Определите общий ток в цепи I, если через второе сопротивление проходит ток $I_2 = 0{,}2$ А.

3.114. К аккумулятору, напряжение на клеммах которого U, через сопротивление r подсоединены десять лампочек, соединенных параллельно. Найти напряжение на каждой лампочке, если сопротивление каждой из них равно R.

3.115. Какое дополнительное сопротивление R необходимо присоединить к вольтметру с сопротивлением $R_в = 1{,}5$ кОм с тем, чтобы цена деления его шкалы увеличилась в пять ($k = 5$) раз?

3.116. Какое количество теплоты Q выделилось в резисторе, сопротивление которого R = 6,0 Ом, если за время t = 10 мин через него прошел электрический заряд q = 600 Кл?

3.117. Какое количество теплоты Q выделяется в единице объема проводника в единицу времени при плотности тока j = 1 мА/мм^2? Удельное сопротивление проводника $\rho = 10^{-7}$ Ом·м.

3.118. Найти сопротивление лампы R с маркировкой: напряжение U = 220 В, мощность P = 100 Вт.

3.119. Что должен сделать человек, имеющий лампу с маркировкой U = 120 В, P = 100 Вт, чтобы включить ее в сеть с напряжением U_0 = 240 В?

3.120. Какая мощность P потребляется дуговой сталеплавильной печью, работающей от источника с напряжением U = 220 В при силе тока I = 30 кА? Сколько энергии W будет израсходовано за t = 8 часов работы? Ответ выразить в кВт-час.

3.121. Конденсатор емкостью C = 100 мкФ, заряженный до напряжения U = 200 В, подключили к концам соединенных параллельно сопротивлений (R_1 = 60 Ом и R_2 = 30 Ом). Какая энергия W была запасена в конденсаторе? Каково отношение количества тепла Q_1 / Q_2, выделившегося в первом и втором сопротивлении?

3.122. Участок электрической цепи состоит из трех сопротивлений: R_1 = 10 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 30 Ом. Первое сопротивление соединено последовательно с параллельно соединенными вторым и третьим (см. рис. 3.7). Определить мощность P_3, которая выделяется на третьем сопротивлении, если на первом выделяется мощность P_1 = 25 Вт.

3.123. Два различных сопротивления подключают в сеть, сначала соединяя последовательно, а затем параллельно. Во сколько раз отличаются друг от друга величины этих сопротивлений, если выделяющаяся мощность тока во втором случае была в 6,25 раз больше, чем в первом случае?

3.124. Электрический нагреватель имеет две обмотки. При включении одной из них в сеть вода в чайнике закипает через t_1 = 30 мин, а при включении другой – через t_2 = 10 мин. Через какое время закипит вода при включении этих обмоток последовательно ($t_{посл}$) и параллельно ($t_{пар}$)? Считать, что все тепло, выделенное в обмотках, расходуется на нагрев воды.

3.125. Электродвигатель токарного станка, сопротивление обмотки которого R = 0,6 Ом, работает от сети с напряжением U = 220 В. Определить энергию W, израсходованную за t = 6 часов работы станка, количество теплоты Q, выделившееся в обмотке двигателя, выполненную механическую работу A, КПД электродвигателя η. Сила тока I = 50 А.

3.126. Электродвигатель, имеющий сопротивление обмотки R = 3 Ом, подключен к генератору с ЭДС ε = 250 В и внутренним сопротивлением r = 5 Ом. Найти к.п.д. η электродвигателя, если при его работе по обмотке протекает ток I = 10 А.

3.127. Сила сопротивления движению электромобиля при скорости υ = 30 км/час равна F = 1200 H, при этом двигатель потребляет ток I = 140 А от аккумуляторной батареи с напряжением U = 120 В. Определить КПД двигателя η.

3.128. Какова сила тяги электровоза при скорости движения υ = 36 км/час, если его двигатель, имеющий КПД η = 0,6, работает при напряжении U = 1 кВ и силе тока I = 500 А.

3.129. На электровозе установлено n = 8 тяговых двигателей, обмотки которых включенны по схеме, представленной на рис. 3.14. КПД двигателя η = 0,95. Напряжение контактной сети U = 3 кВ, сила тока в обмотке двигателя I = 400 А. Определить скорость движения электровоза υ, если среднее тяговое усилие на валу каждого двигателя F = 50 кН.

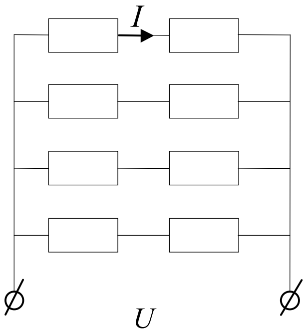


Рис. 3.14

3.130. Кабина лифта, масса которой вместе с пассажирами $m = 2{,}5$ т, поднимается равномерно на высоту $h = 50$ м за $t = 3$ мин. КПД электродвигателя, приводящего в движение лифт, $\eta = 0{,}9$, напряжение на его зажимах $U = 220$ В. Определить силу тока I в двигателе, потребляемую им мощность P и израсходованную энергию W за время подъема. ($g = 10$ м/с^2).

3.131. Электрический нагреватель работает от сети с напряжением $U = 220$ В при силе тока $I = 5$ А и за $t = 20$ мин нагревает $V = 1{,}5$ л воды от $T_1 = 10^{\circ}$C до $T_2 = 100^{\circ}$C. Определить КПД нагревателя. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2\cdot 10^3$ Дж/кг·К, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

3.132. Металлическая кастрюля содержит $m = 0{,}6$ кг воды. В нее опускают электрический нагреватель, сопротивление которого $R = 3$ Ом. В течение какого времени t следует нагревать воду, чтобы температура повысилась на $\Delta T = 2{,}5$ К? Теплоемкость кастрюли $C = 491{,}4$ Дж/К, удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2\cdot 10^3$ Дж/кг·К. Сила тока в цепи равна $I = 2$ А. Потерями тепла пренебречь.

3.133. Вода массой $m_1 = 200$ г, находящаяся в алюминиевой кастрюле массой $m_2 = 300$ г, нагревается с помощью электронагревателя, подключенного к сети с напряжением $U = 220$ В и имеющего сопротивление $R = 180$ Ом. На сколько градусов ΔT нагреется вода за $t = 3$ мин, если КПД электронагревателя $\eta = 0{,}7$? Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4200$ Дж/кг·К, алюминия $c_2 = 880$ Дж/кг·К.

*3.134. Источник тока с напряжением на зажимах U = 220 В передает во внешнюю цепь мощность N = 15 кВт. Какое минимальное сечение S должны иметь медные провода линии передачи, чтобы потери напряжения в ней не превышали бы η = 2% от исходного уровня? Длина проводов l = 50 м. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м.

*3.135. Сопротивление линии $R_л$. Какое постоянное напряжение U следует приложить к концам линии, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности P потери в линии составили α переданной потребителю мощности?

3.136. Замкнутая электрическая цепь содержит батарейку с ЭДС ε = 10 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом. Найти напряжение на батарейке U, если величина внешнего сопротивления R = 9 Ом.

3.137. Замкнутая электрическая цепь содержит батарейку с ЭДС ε = 10 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом. Найти напряжение U на батарейке, если сила тока в цепи I = 1 А.

3.138. Источником ЭДС, замкнутым на сопротивление R_1 = 20 Ом, во внешней цепи создается ток силой I_1 = 3 А. Если же он замкнут на сопротивление R_2 = 34 Ом, сила тока I_2 = 1,8 А. Определить внутреннее сопротивление r источника ЭДС.

3.139. Два сопротивления R_1 = 10 Ом и R_2 = 40 Ом соединены параллельно и подключены к источнику с ЭДС ε = 10 В. Найти внутреннее сопротивление источника r , если сила тока, протекающего через второе сопротивление I_2 = 0,2 А.

3.140. Проводник подключен к источнику с ЭДС ε = 120 В. Сила тока в проводнике при этом равна I_1 = 1,5 А. Последовательно с проводником включают дополнительный резистор. Сила тока в цепи стала I_2 = 1,2 А. Найти сопротивление R_2 дополнительного резистора. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

3.141. Напряжение на зажимах гальванического элемента составляет U_1 = 1,5 В при силе тока I_1 = 0,5 А. Когда сила тока изменилась до

I_2 = 1 А напряжение на зажимах стало равным U_2 = 1 В. Определить ЭДС элемента ε, его внутреннее сопротивление r и величину тока короткого замыкания $I_{к.з.}$

3.142. Проводник с переменным сопротивлением подключен к источнику ЭДС. При уменьшении величины сопротивления на 20% сила тока в цепи возросла на 20%. Во сколько раз увеличится сила тока, если величину сопротивления уменьшить на 40%?

3.143. Источник ЭДС ε = 2,8 В включен по схеме, представленной на рис. 3.15 (R_1 = 1,6 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 3 Ом). Амперметр показывает силу тока I = 0,48 А. Вычислите внутреннее сопротивление r источника. Сопротивлением амперметра пренебречь.

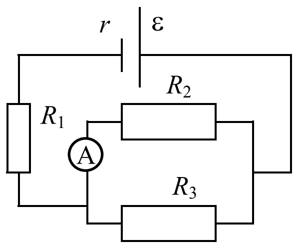


Рис. 3.15

3.144. Участок цепи состоит из батарейки с ЭДС ε = 4 В (рис. 3.16) с внутренним сопротивлением r = 0,3 Ом, а также двух резисторов R_1 = 10 Ом и R_2 = 20 Ом. Разность потенциалов между точками 1 и 2 $\Delta\varphi$ = 1 В. Найти силу тока I.

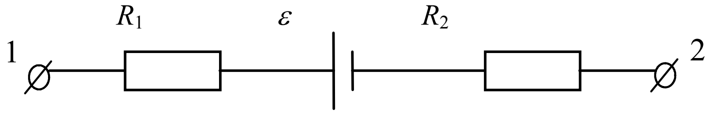


Рис. 3.16

3.145. Электрическая лампочка мощностью P = 60 Вт, рассчитанная на напряжение U = 110 В, подключена к источнику с ЭДС ε = 120 В и внутренним сопротивлением r = 60 Ом. Рассчитать сопротивление лампочки R и выяснить будет ли она гореть полным накалом при таком включении.

3.146. В электрическую цепь включена лампочка, сопротивление которой $R_л$ = 100 Ом (рис. 3.17). Найти мощность лампочки P, если ЭДС источника тока ε = 120 В, его внутреннее сопротивление r = 2 Ом. Внешнее сопротивление R_1 = 50 Ом.

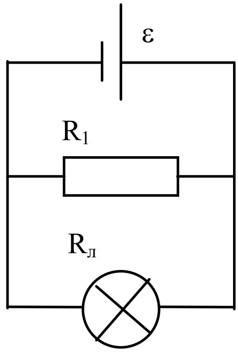


Рис. 3.17

3.147. Источник тока с внутренним сопротивлением r = 0,1 Ом при токе I_1 = 4 А отдает во внешнюю цепь мощность P_1 = 12 Вт. Какую мощность P_2 отдает он при токе I_2 = 6 А?

3.148. Чему равно внутреннее сопротивление r источника ЭДС, если при замыкании его поочередно на внешние сопротивления R_1 и R_2 количество теплоты, выделяющееся в них в единицу времени оказывается одинаковым?

*3.149. Два резистора сопротивлениями R = 100 Ом каждый подключаются к источнику ЭДС сначала последовательно, а затем параллельно. В обоих случаях тепловая мощность, выделяемая на каждом резисторе, оказывается одинаковой. Найти ЭДС источника ε, его внутреннее сопротивление r, если сила тока, протекающего в цепи при последовательном включении резисторов I_1 = 1А.

3.150. Несколько одинаковых резисторов соединены в комбинацию, показанную на рис. 3.18. ЭДС источника ε = 100 В, внутреннее сопротивление r = 36 Ом, КПД η = 0,5. Найти величину сопротивления R и полезную мощность P.

R

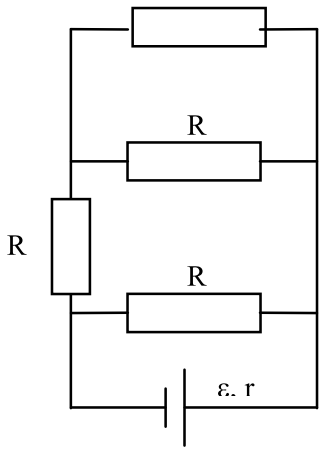


Рис. 3.18

3.151. Электрическая плитка с КПД η = 0,86 включена в цепь генератора с ЭДС ε = 120 В и внутренним сопротивлением r = 60 Ом. Амперметр, включенный последовательно с плиткой, показывает силу тока I = 0,2 А. За какое время τ на этой плитке можно вскипятить воду с массой m = 0,2 кг и начальной температурой t_0 = 20°С? Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2\cdot10^3$ Дж/кг·К. Сопротивлением амперметра пренебречь.

3.152. В представленной на рис. 3.19 схеме известны: ЭДС источника ε, его внутреннее сопротивление r, внешние сопротивления R_1, R_2, R_3 и емкости конденсаторов C_1 и C_2. Найти заряды q_1 и q_2 на обкладках конденсаторов.

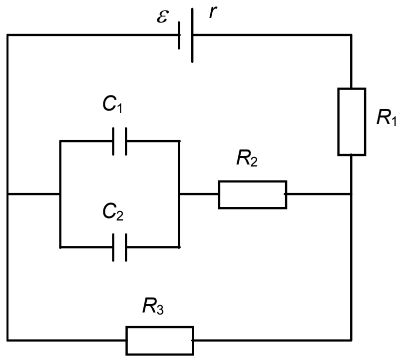


Рис. 3.19

3.153. На рис. 3.20 изображена электрическая цепь, состоящая из источника с ЭДС ε = 5 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом, резистора сопротивлением R = 4 Ом и четырех одинаковых конденсаторов емкостью C = 3 мкФ. Определить заряд q на обкладках каждого конденсатора.

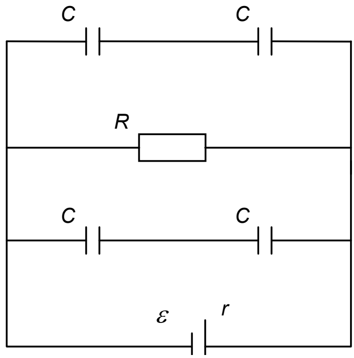


Рис. 3.20

3.154. В электрической цепи ε = 12 В, R_1 = 5 Ом, R_2 = 15 Ом, R_3 = 5 Ом, C_1 = 1 мкФ, C_2 = 4 мкФ. Определить напряжение U_1, U_2 на обкладках конденсаторов C_1, C_2 (рис. 3.21). Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

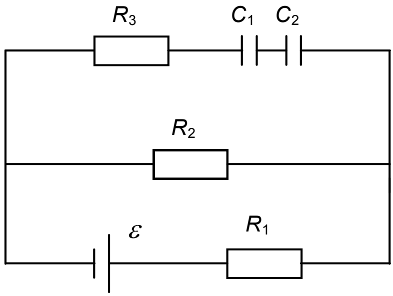


Рис. 3.21

*3.155. Определите заряд q конденсатора емкостью C = 2 мкФ в электрической цепи, показанной на рис. 3.22, если $R_1 = R_2 = R_3$ = 20 Ом, R_4 = 40 Ом. ЭДС источника ε = 15 В, а его внутреннее сопротивление r = 6 Ом.

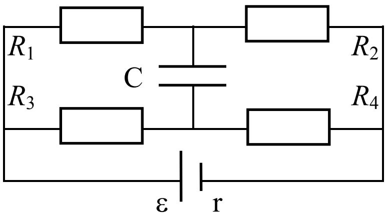


Рис. 3.22

*3.156. Плоский конденсатор с квадратными обкладками подсоединен к источнику постоянного напряжения U = 100 В. Из зазора между обкладками в направлении перпендикулярном одной из сторон квадрата с постоянной скоростью υ = 0,03 м/с выдвигают пластину диэлектрика с проницаемостью ε = 6. Толщина пластины равна зазору между обкладками и в n = 100 раз меньше стороны квадрата. Определить силу тока I, текущего по соединительным проводам.

*3.157. Плоский конденсатор включен в цепь постоянного тока, как показано на рис. 3.23. Длина пластин конденсатора l, расстояние между пластинами d, ЭДС источника ε, внутреннее сопротивление источника r. В конденсатор параллельно пластинам посередине влетает электрон со скоростью υ_0. Какое сопротивление должен иметь резистор R подключенный параллельно конденсатору, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Силой тяжести пренебречь.

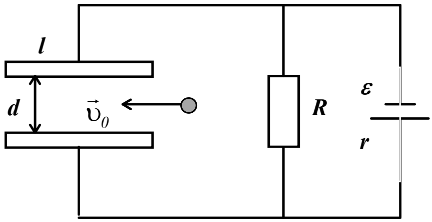


Рис. 3.23

3.158. Две батарейки, ЭДС каждой из которых равна ε = 1,5 В, а внутреннее сопротивление r = 0,5 Ом соединяют сначала последовательно, а затем параллельно и подключают к лампочке сопротивлением R = 1 Ом. Определите силу тока I_1 и I_2 в обоих случаях. В каком случае лампочка будет светиться более ярко?

3.159. Электрический фонарь состоит из трех (n = 3) последовательно соединенных элементов (каждый из которых имеет ЭДС ε = 1,5 В и внутреннее сопротивление r = 0,2 Ом) и лампочки накаливания, сопротивление которой R = 10 Ом. Определить силу тока в цепи I и напряжение U на лампе.

3.160. Два источника с ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и внутренним сопротивлением r_1 = 5 Ом и r_2 = 4 Ом соединяют последовательно и замыкают на внешнее сопротивление. Определить величину внешнего сопротивления R, при котором разность потенциалов на зажимах первого источника будет равна нулю.

3.161. Два элемента с ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 3$ В с внутренними сопротивлениями $r_1 = 1{,}0$ Ом и $r_2 = 1{,}5$ Ом соединены согласно рис. 3.24. Чему равно напряжение U_{AB}?

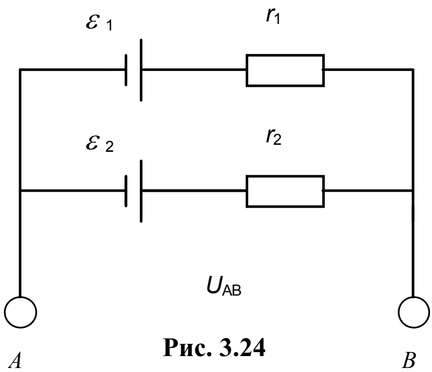


Рис. 3.24

3.162. Два элемента с ЭДС $\varepsilon_1 = 1{,}5$ В и $\varepsilon_2 = 2$ В, с внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом $r_2 = 1{,}5$ Ом соединены как показано на рис. 3.25 и подключены к внешнему сопротивлению $R = 1$ Ом. Определить силу тока во внешней цепи и тепловую мощность P, выделяемую на резисторе R.

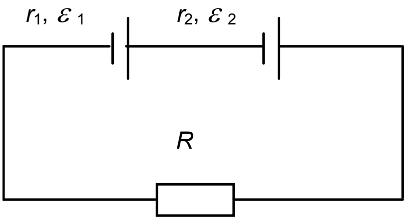


Рис. 3.25

3.163. Пять одинаковых источников с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r включены в батарею как показано на рис. 3.26 Определить ЭДС батареи $\varepsilon_б$ и ее внутреннее сопротивление $r_б$.

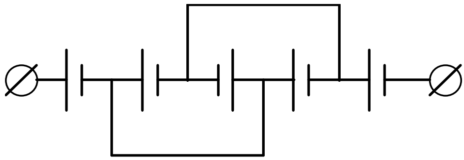


Рис. 3.26

3.164. Как нужно соединить (последовательно или параллельно) пять (n = 5) гальванических элементов с ЭДС ε = 1,5 В и внутренним сопротивлением r = 0,15 Ом, чтобы при сопротивлении нагрузки R = 0,5 Ом сила тока в ней была наибольшей?

3.165. Шесть элементов с ЭДС ε = 1,25 В и внутренним сопротивлением r = 0,15 Ом каждый включены в батарею как показано на рис. 3.27 Определить силу тока во внешней цепи, если ее сопротивление R = 2,4 Ом.

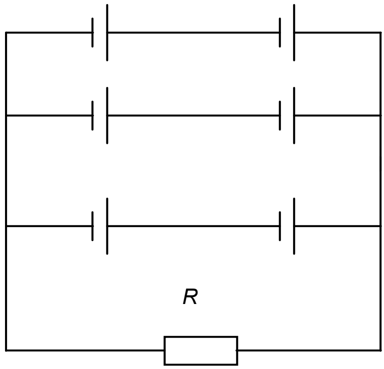


Рис. 3.27

3.166. На сопротивлении внешней нагрузки аккумулятора выделяется мощность P_1 = 10 Вт. Когда параллельно ему присоединили второй такой же аккумулятор, мощность на той же нагрузке стала P_2 = 14,4 Вт. Какой будет мощность P_3, если так же присоединить еще и третий (такой же) аккумулятор? Каждый раз соединяются одноименные клеммы.

3.167. Электрический заряд аккумуляторной батареи равен q = 6 *к*Кл. Напряжение на зажимах батареи U = 12 В. Определить КПД аккумулятора η, если для его зарядки потребовалась энергия, равная W = 0,1 *М*Дж.

3.168. Гальванический элемент, ЭДС которого $\varepsilon = 12$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,2$ Ом подсоединен к зарядному устройству. Ток зарядки $I = 5$ А. Каково показание вольтметра U, подключенного к полюсам источника? Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

3.169. Аккумулятор заряжается от сети с напряжением $U = 24$ В. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 1$ Ом. Какова ЭДС этого аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток силой $I = 1$ А?

3.170. Аккумуляторная батарея с ЭДС $\varepsilon = 10,2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,9$ Ом подключена для зарядки к источнику тока с напряжением $U = 14$ В. Какое дополнительное сопротивление R нужно включить последовательно с батареей, чтобы сила зарядного тока не превышала $I = 2$ А? Определить количество теплоты Q, выделенной в батарее за $t = 40$ мин.

3.171. Электролизом получено $m_1 = 2$ кг серебра. Какую массу меди m_2 можно получить, если количество электричества, пропущенное через электролит не изменилось? Электрохимический эквивалент серебра $k_с = 1,118 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл, электрохимический эквивалент меди $k_м = 3,3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

3.172. Для получения электрохимическим способом $m = 200$ кг серебра используется источник тока, напряжение на клеммах которого $U = 4,5$ В. Определить стоимость израсходованной энергии C при тарифе $T = 18$ коп/кВт·час. Электрохимический эквивалент серебра $k = 1,118 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

3.173. Систематическая ошибка в показании амперметра, включенного последовательно с электролитической ванной составляет $\Delta I = 0,2$ А. Какой ток I покажет амперметр, если за время $t = 20$ мин на катоде выделилось $m = 0,6$ г меди? Электрохимический эквивалент меди $k = 3,3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

3.174. Показания амперметра, включенного в цепь электролитической ванны, I_A = 170 мА. Соответствует ли сила тока I_0 в цепи показаниям амперметра, если за t = 30 мин в процессе электролиза выделилось m = 0,1 г меди? Электрохимический эквивалент меди k = 3,3·10^{-7} кг/Кл. Относительная погрешность амперметра $\Delta I/I$ = 1,5%.

3.175. При никелировании пластинки ее поверхность покрывается слоем никеля толщиной d = 50 мкм. Определить среднюю плотность тока j, если процесс длится t = 2 часа. Электрохимический эквивалент никеля k = 0,304·10^{-6} кг/Кл, плотность никеля ρ = 8,8·10^{3} кг/м^{3}.

3.176. В электролитической ванне с раствором нитрата серебра течет ток I=4 мА. Сколько атомов N выделится на катоде за t=1 c?

3.177. Аэростат вместимостью V = 300 м^{3} нужно заполнить водородом при t = 27°C и давлении p = 0,2 МПа. Какое количество электричества q нужно пропустить через раствор серной кислоты, чтобы получить требуемую массу водорода? Электрохимический эквивалент водорода k = 1,044·10^{-8} кг/Кл.

3.178. Вычислить наименьшую скорость υ электрона, необходимую для ионизации атомов гелия. Потенциал ионизации атома гелия φ = 24,5 В.

3.179. Плотность тока насыщения в газоразрядной трубке j_H = 0,64 пА/м^{2}, расстояние между электродами l = 10 см. Какова концентрация n одновалентных ионов, возникающих ежесекундно для поддерживания заданной плотности тока?

3.3. Магнетизм

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Сила Лоренца (сила $\vec{F}$, действующая на заряд q, который движется со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$):

$$\vec{F}_{\text{Л}} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}] \text{ или } F_{\text{Л}} = B\,|\,q\,|\,\upsilon \sin\alpha,$$

где α – угол, образованный вектором скорости $\vec{\upsilon}$ движущейся частицы и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Сила Ампера:

Сила, которая действует на элемент dl проводника с током I в магнитном поле:

$$d\vec{F}_{\text{А}} = I[\overrightarrow{dl}, \vec{B}] \text{ или } dF_{\text{А}} = BIdl \sin\alpha,$$

где α – угол, образованный векторами $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{B}$.

Сила, которая действует на прямолинейный отрезок проводника в однородном магнитном поле:

$$\vec{F}_{\text{А}} = I[\vec{l}, \vec{B}] \text{ или } F_{\text{А}} = BIl \sin\alpha.$$

Модуль вектора магнитной индукции

$$B = \frac{F_{\text{Л}}}{|\,q\,|\,\upsilon} = \frac{F_{\text{А}}}{Il}$$

при $\alpha = 90°$ или

$$B = \frac{M_{\max}}{IS},$$

где $M_{\max}$ – максимальный момент сил, действующих со стороны магнитного поля на контур с током I при площади контура S.

Сила взаимодействия параллельных проводов с токами I_1 и I_2:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r},$$

где l – длина провода; r – расстояние между проводами; μ – магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Гн}}{\text{м}}$.

Магнитный поток Ф через плоский контур в случае однородного поля

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$, S – площадь плоского контура.

Магнитный поток через соленоид

$$\Phi = N\Phi_1,$$

где Φ_1 – магнитный поток через один виток; N – число витков соленоида.

Работа по перемещению проводника с током *I* в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi.$$

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея-Ленца):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -N\frac{d\Phi_1}{dt} \text{ или } \langle\varepsilon_i\rangle = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где ε_i – электродвижущая сила индукции; N – число витков контура; Ф – магнитный поток через контур.

Разность потенциалов *U* на концах прямолинейного проводника длиной *l*, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$ **в однородном магнитном поле**

$$U = Bl\upsilon\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов скорости $\vec{\upsilon}$ и магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитный поток Ф через контур с током *I*

$$\Phi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Электродвижущая сила самоиндукции ε_i, проявляющаяся в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt} \text{ или } \langle\varepsilon_i\rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

П3.13. На прямой проводник длиной $l = 0{,}5$ м, расположенный перпендикулярно индукции $\vec{B}$ однородного магнитного поля, при протекании по нему электрического тока действует сила $F = 0{,}15$ Н. Найти величину максимального момента сил M, действующего на круговой контур, изготовленный из рассмотренного провода, при протекании по нему такого же тока.

Решение. Исходя из определения магнитной индукции имеем:

$$B = M_{max}/(IS) = F/(Il)$$

(здесь $S = \pi(l/2\pi)^2$– площадь контура).

Откуда $M_{max} = \dfrac{FS}{l} = \dfrac{Fl}{4\pi} = 6 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

П3.14. Проводящий стержень массой $m = 200$ г находится на горизонтальных рельсах, расстояние между которыми $l = 1$ м. Вся система расположена в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленной вертикально ($B = 0{,}5$ Тл), стержень перпендикулярен рельсам. При пропусканию по стержню тока $I = 4$ *A*, он движется поступательно с ускорением $a = 6$ м/с^2. Определить коэффициент трения μ между стержнем и рельсами.

Решение. Используя второй закон Ньютона при движении тела в горизонтальном направлении, закон сухого трения и закон Ампера имеем: F_A-$F_{тр} = ma$, $F_{тр} = \mu mg$ (так как нормальная реакция со стороны рельс $N = mg$), $F_A = BIl$. В результате:

$$\mu = \frac{BIl - ma}{mg} = 0{,}4 .$$

П3.15. Квадратная рамка помещена в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 0{,}08$ Тл. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями индукции магнитного поля угол $\alpha = 60°$. Определить длину стороны a рамки, если в рамке индуцируется ЭДС $\varepsilon = 6$ мВ при исчезновении поля в течение времени $\Delta t = 0{,}02$ *с.* Магнитным полем индукционного тока пренебречь.

Решение. Начальный поток через рамку $\Phi_1 = BS\cos\alpha$ (здесь $S = a^2$ – площадь рамки). Конечный поток $\Phi_2 = 0$. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_2$-$\Phi_1 = -BS\cos\alpha$. Тогда

$$\varepsilon = -\Delta\Phi/(\Delta t) = Ba^2\cos\alpha/(\Delta t).$$

В результате $a = \sqrt{\dfrac{\varepsilon\Delta t}{B\cos\alpha}} = 5{,}5$ см.

ЗАДАЧИ

3.180. Дайте определение магнитной индукции. В каких единицах она измеряется? Запишите единицу магнитной индукции через основные единицы измерения в системе СИ.

3.181. Тонкое кольцо радиусом R = 10 см равномерно заряжено электрическим зарядом. Кольцо равномерно вращается с частотой ν = 1200 об/мин вокруг оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости. Определить заряд q на кольце, если в центре кольца индукция магнитного поля $B = 3,8\cdot10^{-9}$ Тл.

3.182. Два параллельных проводника длиной l = 5 м каждый расположены на расстоянии b = 10 см друг от друга. По проводникам пропускают одинаковые токи силой I = 30 А. Определить силу взаимодействия F проводников.

3.183. Квадратная рамка с током помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл так, что две стороны рамки перпендикулярны к направлению $\vec{B}$, а нормаль к плоскости рамки образует с направлением $\vec{B}$ угол $\alpha = 30°$. Длина стороны рамки l = 1 см, момент сил, действующих на рамку $M = 10^{-7}$ Н·м. Найти силу тока I в рамке.

3.184. Прямолинейный проводник, по которому идет ток силой I = 10 А, помещен в однородное магнитное поле, индукция которого B = 0,3 Тл. Угол между направлением тока и вектором $\vec{B}$ равен $\alpha = 30°$. С какой силой F действует магнитное поле на участок проводника длиной l = 0,4 м?

3.185. С какой силой F действует однородное магнитное поле с индукцией B = 0,15 Тл на проводник длиной l = 0,2 м, имеющий сопротивление R = 0,01 Ом? По проводнику идет ток, при этом мощность тепловых потерь P = 4 Вт. Линии индукции перпендикулярны проводнику.

3.186. На прямолинейный проводник с площадью сечения S = 0,2 см^2 в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл действует максимально возможная сила Ампера, равная по величине силе тяжести проводника. Определить плотность ρ материала проводника, если сила тока в нем I = 5,4 А.

3.187. Проводник длиной l = 0,2 м и массой m = 1 кг подвешен горизонтально на двух вертикальных пружинах. В окружающем проводник пространстве создается горизонтальное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ (B = 1 Тл), перпендикулярной проводнику. Определить силу тока I через проводник, при которой он не будет растягивать пружины.

3.188. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,5 Тл (линии индукции направлены вертикально вверх) подвешен на двух вертикальных нитях горизонтальный проводник массой m = 30 г и длиной l = 49 см. По проводнику пропускают ток силой I = 1,2 А. На какой угол α от вертикали отклонятся нити, поддерживающие проводник?

3.189. На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α =30°, лежит квадратная рамка со стороной a = 30 см так, что две стороны расположены горизонтально. Рамка находится в вертикальном магнитном поле с индукцией B = 1,2 Тл. Масса рамки m = 40 г. Какой минимальный ток I надо пропустить по рамке, чтобы она перевернулась? Считать, что трение не позволяет ей скользить по плоскости.

3.190. Электрон движется в вакууме со скоростью $\upsilon = 3 \cdot 10^6$ м/с в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл. Чему равна сила F, действующая на электрон, если угол между направлением скорости и линиями магнитной индукции равен α = 90°?

3.191. Найти угловую скорость ω обращения электрона по окружности, которую он описывает в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл.

3.192. Электрон движется в однородном магнитном поле магнитная индукция которого B = 0,5 Тл. Вектор скорости электрона перпендикулярен вектору $\vec{B}$. Сколько оборотов N сделает электрон за время t = 1 с?

3.193. Частица с зарядом $q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл движется в магнитном поле по окружности со скоростью $\upsilon = 20$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 0{,}3$ Тл. Радиус окружности $R = 10$ см. Найти энергию частицы W. Векторы $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$ перпендикулярны.

3.194. Во сколько раз заряд q частицы, движущейся со скоростью $\upsilon = 10^6$ м/с в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл по окружности радиуса $R = 4$ см, больше элементарного электрического заряда? Энергия частицы $W = 12$ кэВ.

3.195. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 500$ В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл и начинает двигаться по окружности. Найти радиус окружности R и модуль изменения импульса электрона $|\Delta\vec{p}|$ при повороте его на 180°.

3.196. Заряженная частица пролетает область однородного магнитного поля шириной d. Индукция магнитного поля равна B. Скорость υ частицы перпендикулярна как линиям индукции, так и границе области. Под каким углом α к первоначальному направлению движения частица вылетит из области поля? Заряд q и массу m частицы считать известными.

3.197. Протон и α-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Сравните радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковы: а) скорости; б) импульсы; в) энергии; г) ускоряющие разности потенциалов.

3.198. Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью $\upsilon = 10^6$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к вектору индукции $\vec{B}$ ($B = 10^{-3}$ Тл). Найти радиус R и шаг винтовой линии h, по которой будет двигаться электрон.

3.199. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60°$ к линиям магнитной индукции и движется по спирали. Определить радиус R спирали, если за один оборот частица смещается вдоль линий магнитной индукции на расстояние $h = 7{,}25$ см.

*3.200. Определить ускорение a электрона, если его скорость равна $\upsilon = 10^5$м/с и направлена под углом $\alpha = 60°$ к векторам индукции магнитного поля $\vec{B}$ и напряженности электрического поля $\vec{E}$, параллельным друг к другу ($E = 10^3$ В/м, $B = 2\cdot10^{-2}$ Тл).

3.201. Однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/см перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией $B = 2\cdot10^{-2}$ Тл. В эти поля влетает электрон, вектор скорости которого перпендикулярен векторам $\vec{B}$ и $\vec{E}$. Определить начальную скорость υ электрона, при которой он будет двигаться прямолинейно в этих полях.

*3.202. Электрон движется в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}01$ Тл, по окружности, радиус которой $R = 1$ мм. Параллельно вектору $\vec{B}$ создается однородное электрическое поле, напряженность которого $E = 100$ В/м. За какое время t кинетическая энергия электрона возрастет вдвое?

*3.203. Электрон с начальной скоростью, равной нулю, ускоряется в однородном электрическом поле. Через время $t = 10$ мс он попадает в магнитное поле с индукцией $B = 10^{-7}$ Тл. Вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен вектору напряженности электрического поля $\vec{E}$. Определить отношение нормального и тангенциального ускорений для указанного момента времени.

3.204. Дайте определение магнитного потока. В каких единицах он измеряется? Запишите единицу магнитного потока через основные единицы измерения в системе СИ.

3.205. Магнитная индукция однородного магнитного поля $B = 0{,}4$ Тл. Определите поток магнитной индукции Ф через поверхность, площадь которой $S = 25$ cм^2, если поверхность образует угол $\alpha = 30^0$ с направлением вектора $\vec{B}$.

3.206. Проводник с током перемещается в магнитном поле, индукция которого равна $B = 0{,}6$ Тл. Движение происходит перпендикулярно линиям индукции. Какая работа A совершается при перемещении проводника на расстояние S = 0,5 м, если его длина равна l = 0,2 м, а сила тока I = 42 А?

3.207. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл перпендикулярно направлению поля перемещается с постоянной скоростью υ = 10 см/с проводник длиной l = 10 см. По проводнику течет ток силой I = 2 А. Учитывая, что направление перемещения проводника перпендикулярно к направлению тока, определить работу A перемещения проводника за t = 5 с движения и мощность P, затрачиваемую при перемещении.

3.208. Квадратная рамка со стороной a = 10 см находится в однородном магнитном поле индукцией B = 0,2 Тл и может вращаться вокруг оси OO' (рис. 3.28). По контуру течет постоянный ток I = 3 A. Определить работу A, совершенную при повороте рамки на 180^0, если вначале плоскость рамки была перпендикулярна индукции магнитного поля и расположена так, как показано на рис. 3.28.

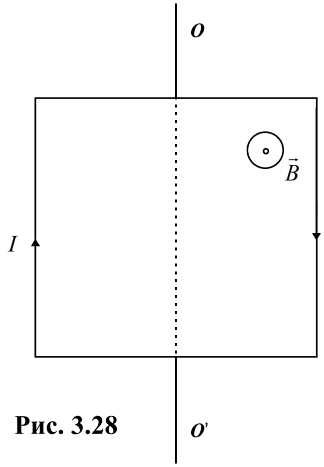


Рис. 3.28

3.209. Неподвижный виток площадью S = 20 см^2 расположен перпендикулярно к линиям индукции однородного магнитного поля. Какая ЭДС ε возникнет в витке, если магнитная индукция поля будет равномерно возрастать за время Δt = 0,02 c от значения B_1 = 0,2 Тл до значения B_2 = 0,6 Тл?

3.210. Проволочная рамка, имеющая форму равнобедренного прямоугольного треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,05 Тл так, что линии индукции составляют угол $\alpha = 60°$ с перпендикуляром к плоскости рамки. При равномерном уменьшении поля до нуля за время t = 0,02 с в рамке индуцируется ЭДС ε = 30 мВ. Определить длину проволоки l, из которой изготовлена рамка.

3.211. Квадратная проводящая рамка площадью S = 75 см^2 за время t = 5 мс вносится в магнитное поле, индукция которого $\vec{B}$ ($B = 10^{-3}$ Тл) перпендикулярна плоскости рамки. Сопротивление рамки R = 1 Ом. Определить среднюю силу индукционного тока I, возникающего в рамке.

3.212. В разрыв проволочного кольца радиусом R = 12 *с*м включен конденсатор емкостью C = 12 мкФ. Кольцо расположено в однородном магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Индукция магнитного поля равномерно изменяется со скоростью $(\Delta B/\Delta t) = 5\cdot 10^{-2}$ Тл/с. Определить заряд q конденсатора.

3.213. В магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл помещена катушка, содержащая n = 200 витков проволоки и имеющая сопротивление R = 30 Ом. Площадь сечения катушки S = 12 см^2. Катушка помещена так, что ее ось составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 60°$. Какое количество электричества q протечет по катушке при исчезновении магнитного поля?

3.214. Проволочный виток в виде окружности радиусом R = 0,1 м находится в однородном магнитном поле, индукция которого B = 0,2 Тл, и образует угол $\varphi = 30°$ с плоскостью витка. Какой заряд q пройдет по витку, если поле выключить? Площадь поперечного сечения проволоки $S = 10^{-6}$ м^2, удельное сопротивление $\rho = 2\cdot 10^{-8}$ Ом·м.

3.215. В магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл помещена катушка, содержащая n = 200 витков проволоки и замкнутая через гальванометр. Общее сопротивление цепи R = 30 Ом, площадь сечения катушки S = 12 см^2. Катушка расположена так, что ее ось совпадает с направлением магнитного поля. Какой заряд q протечет по цепи катушки, если ее плавно повернуть на $\alpha = 180°$? Индуктивностью катушки пренебречь.

3.216. Квадратную рамку, изготовленную из проволоки длиной l = 0,6 м и помещенную в магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл перпендикулярно линиям индукции, преобразуют в окружность в той же плоскости. Какой заряд q потечет по рамке? Площадь поперечного сечения проволоки $S = 10^{-6}$ м^2, удельное сопротивление $\rho = 2\cdot10^{-8}$ Ом·м.

3.217. В магнитном поле, индукция которого равна B = 0,2 Тл, вращается с постоянной частотой стержень длиной l = 10 см. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна линиям индукции магнитного поля. Найти частоту вращения ν стержня, если на его концах возникает ЭДС $|\varepsilon|$ = 0,01 В. Стержень расположен перпендикулярно линиям индукции магнитного поля.

3.218. Найти ЭДС индукции ε в проводнике длиной l = 0,2 м, который перемещается перпендикулярно самому себе со скоростью υ = 5 м/с в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл под углом α = 30° к направлению линиям индукции. Проводник расположен перпендикулярно линиям индукции магнитного поля.

3.219. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$, возникающую между концами крыльев самолета, летящего горизонтально со скоростью υ = 900 км/ч. Размах крыльев самолета l = 16 м, а вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5\cdot10^{-5}$ Тл.

3.220. Проводящий стержень массой m находится на гладких горизонтальных параллельных рельсах, расстояние между которыми l, перпендикулярно к ним. Рельсы замкнуты конденсатором с электроемкостью C и расположены в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B. Найти работу A, которую приходится совершить, чтобы разогнать стержень до скорости υ.

*3.221. По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести медный брусок массы m. В окружающем шины пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярной к плоскости, в которой перемещается брусок. Вверху шины зашунтированы резистором с большим сопротивлением R (рис. 3.29). Найти установившееся значение скорости бруска υ. Коэффициент трения между шинами и бруском μ ($\mu < \text{tg}\alpha$), расстояние между шинами l. Сопротивлением шин пренебречь.

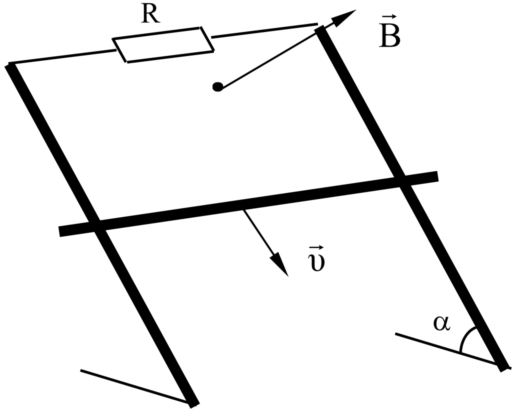


Рис. 3.29

3.222. Дайте определение индуктивности. В каких единицах она измеряется? Запишите единицу индуктивности через основные единицы измерения в системе СИ.

3.223. При увеличении силы тока в контуре с $I_1 = 4$ А до $I_2 = 10$ А поток магнитной индукции через поперечное сечение контура изменился на $\Delta\Phi = 0{,}03$ Вб. Определить индуктивность контура L.

3.224. Сила тока в проволочной катушке изменяется так, как показано на рис. 3.30. Изобразите качественно зависимость ЭДС ε самоиндукции, возникающей в катушке от времени.

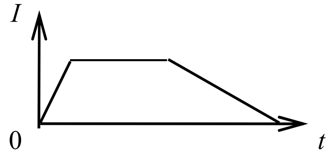


Рис. 3.30

3.225. Какую электродвижущую силу самоиндукции ε возбуждает в обмотке электромагнита изменение силы тока на $\Delta I = 1$ *А* в течение времени $\Delta t = 0{,}02$ с? Индуктивность обмотки $L = 0{,}2$ Гн.

3.226. В контуре, индуктивность которого $L = 0{,}1$ Гн, при равномерном изменении тока в нем за время t на $\Delta I = 0{,}2$ *А* возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 4$ В. Определить время t.

3.227. В цепи имеется участок, содержащий сопротивление $R = 1$ Ом (рис. 3.31) и индуктивность $L = 0{,}1$ Гн. Ток изменяется по закону $I = 2t$ (*А*). Найти закон изменения разности потенциалов между точками *А* и *В*.

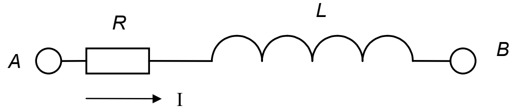


Рис. 3.31

3.228. По цилиндрической катушке, имеющей $N = 120$ витков, течет ток $I = 10$ А. При этом магнитный поток через один виток $\Phi = 0{,}005$ Вб. Определить энергию магнитного поля W в катушке.

3.229. Определить индуктивность соленоида L, в котором при равномерном изменении силы тока на $\Delta I = 4$ А энергия магнитного поля изменяется на $\Delta W = 0{,}1$ Дж. Средняя сила тока в катушке $I = 10$ А.

3.230. Конденсатор емкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф, заряженный до $U = 500$ В, разряжается через катушку с индуктивностью $L = 4$ мГн и сопротивлением $R = 1$ Ом. Через некоторое время конденсатор разрядился до напряжения $U_1 = 200$ В, а ток в катушке достиг $I_1 = 10$ А. Какое количество теплоты Q выделилось к этому времени в катушке? Чему равна мощность P выделения тепла в конце процесса?

4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. Механические колебания и волны

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)\ ,$$

где x – смещение колеблющейся точки из положения равновесия; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t; $A,\ \omega, \varphi_0$ – соответственно амплитуда, циклическая частота и начальная фаза колебаний ($\omega = 2\pi\nu$; $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, где ν и T – частота и период колебаний).

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0\,.$$

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ ,$$

где m – масса колеблющегося тела; k – жесткость пружины.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ,$$

где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения.

Уравнение плоской бегущей волны

$$\psi(x,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right),$$

где $\psi(x,t)$ – смещение точки с координатой x в момент времени t; ω – циклическая частота; υ – скорость распространения колебания.

Длина волны

$$\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu}\ ,$$

где T – период колебаний (ν – частота колебаний).

Разность фаз колебаний двух точек, расстояние между которыми Δx :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x .$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П4.1. На длинном нерастяжимом невесомом стержне длиной l подвешен шар массой M, который может совершать колебания вокруг положения равновесия. В неподвижный шар попадает пуля, скорость которой υ = 500 м/с и масса $m = M/n$ (n = 1000), и застревает в нем. Попадание пули приводит к отклонению шара от положения равновесия на угол $\alpha = 10°$. Найти частоту колебаний шара. Размерами шара, трением в подвесе и сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение: При ударе пули о шар выполняется закон сохранения импульса: $m\upsilon = (M+m)u$ (u – скорость шара). Откуда $u = \upsilon/(n+1)$.

Удар пули о шар приводит к изменению высоты шара на величину h, которую можно найти из закона сохранения энергии:

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gh.$$

Используя оба закона, получаем $h = \upsilon^2/((n+1)^2 2g)$. Из геометрии следует (нарисуйте чертеж), что длина стержня $l = h/(1\text{-}\cos\alpha) = \upsilon^2 / ((n+1)^2(1\text{-}\cos\alpha)2g)$. Считая шар со стержнем математическим маятником, находим частоту колебаний:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{g(n+1)\sqrt{1-\cos\alpha}}{\pi\upsilon\sqrt{2}} = 0{,}5\ \text{c}^{-1}.$$

П4.2. Жидкость налита в изогнутую трубку, колена которой перпендикулярны горизонтальной плоскости. Длина столбика жидкости l. Если вывести жидкость из положения равновесия, то начнутся колебания. Определить их период. Потерями энергии пренебречь.

Решение: Введем ось x, направленную вертикально вниз с началом на поверхности спокойной воды. Если смещение ее уровня равно x, то согласно второму закону Ньютона имеем

$$\rho g 2xS = -\rho lSa = -\rho lSx''$$

где ρ – плотность жидкости, S – площадь поперечного сечения трубки, $a = x''$ – ускорение, с которым движется столбик жидкости.

Сопоставляя с дифференциальным уравнением гармонических колебаний

$$x'' + \omega^2 x = 0$$

получаем

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$$

П4.3. Монохроматическая поперечная волна с длиной волны $\lambda = 18$ *м* распространяется в направлении оси x. Период колебания частиц в волне $T = 1$ с, амплитуда $A = 4$ см. При $x = 0$ и $t = 0$ фаза волны и перемещение точки равны нулю. Найти скорость распространения волны, фазу и перемещение точки, отстоящей на $x = 40$ м от источника колебаний, в момент времени $t = 3$ с.

Решение: Уравнение монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси x имеет вид:

$$y = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right).$$

Скорость волны $\upsilon = \lambda/T = 18$ м/с, а фаза

$$\varphi = \omega(t\text{-}x/\upsilon) = 2\pi\,(t\text{-}x/\upsilon)/T = 4{,}88 \text{ рад.}$$

Перемещение заданной точки $y = 4\cdot10^{-2}\sin 4{,}88 = -3{,}94\cdot10^{-2}$м.

ЗАДАЧИ

4.1. Маятник представляет собой дырявое ведро, наполненное водой и прикрепленное к концу веревки. Будет ли меняться период колебаний маятника по мере вытекания воды? Массой ведра, его размерами, а также массой и деформацией веревки пренебречь.

4.2. Найти длину l математического маятника, который совершает $N = 10$ колебаний за время $t = 15{,}7$ с.

4.3. Два математических маятника одновременно начинают совершать колебания. При этом за время первых $n_1 = 20$ колебаний первого маятника второй маятник сделает только $n_2 = 10$ колебаний. Найти отношение длин этих маятников l_1/l_2.

4.4. Два математических маятника, длины которых отличаются на Δl = 16 см, совершают в одном и том же месте за некоторое время один n_1 = 10 колебаний, другой – n_2 = 6. Найти длины маятников l_1 и l_2.

4.5. Два математических маятника имеют периоды колебаний T_1 и T_2. Определить период колебаний T маятника, длина которого равна сумме длин первых двух маятников.

4.6. Найти период T полного колебания математического маятника длиной l (рис. 4.1), если точка перегиба нити С расположена на одной вертикали с точкой подвеса, на расстоянии $l/4$ от нее.

4.7. Математический маятник, период колебаний которого в обычных условиях T = 1 с, подвешен к потолку лифта, который поднимается с ускорением a = 2 м/с^2. Найти период колебаний T_1 маятника в этом случае.

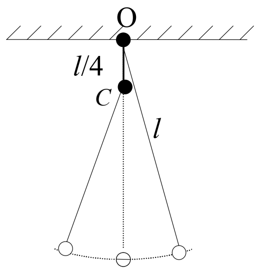


Рис. 4.1

4.8. Как изменится период колебаний математического маятника при переносе его с Луны на Землю? Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а радиус Земли в 3,7 раза больше радиуса Луны.

4.9. Математический маятник на латунной нити при температуре t_0 = 0°С имеет период колебаний T_0. На сколько времени τ отстанут часы с таким маятником за сутки при температуре окружающей среды t_1 = 30°С? Коэффициент линейного расширения латуни α = 0,000019 К$^{-1}$.

4.10. Шарик массы m, имеющий положительный заряд q, подвешен на тонкой нити длиной l внутри плоского конденсатора с горизонтально ориентированными пластинами. Напряженность электрического поля конденсатора равна E, силовые линии направлены вниз. Найти период колебаний T такого маятника.

4.11. Найти жесткость пружины k, на которой груз массой $m = 2$ кг совершает $N = 30$ колебаний за время $t = 15{,}7$ с.

4.12. Период математического маятника длиной $l = 0{,}4$ м в два раза ($n = 2$) больше периода пружинного маятника с массой $m = 0{,}6$ кг. Определить коэффициент жесткости пружины k.

4.13. К пружине подвешен груз массой $m = 5$ кг. Учитывая, что под влиянием силы $F = 5$ Н пружина растягивается на $l = 4$ см, найти период T вертикальных колебаний груза.

4.14. Стеклянный и деревянный шары, подвешенные на одинаковых пружинах, совершают свободные колебания в вертикальной плоскости. Определить отношение периода колебаний стеклянного шара к деревянному ($T_с$ / $T_д$), если радиус первого в 4 раза меньше второго. Плотность стекла $\rho_с = 2{,}4$ см^3, $\rho_д = 0{,}6$ г/см^3.

4.15. Для того, чтобы удлинить пружину на $x_1 = 5$ см, надо совершить на $\Delta A = 0{,}12$ Дж больше работы, чем при сжатии этой же пружины на $x_2 = 1$ см. Чему равен период колебаний T груза массой $m = 250$ г, подвешенного на пружине?

4.16. Максимальная кинетическая энергия пружинного маятника $E_{кm} = 2$ Дж. Амплитуда колебаний $A = 4$ см. Найти коэффициент жесткости пружины k.

4.17. Во сколько раз изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

4.18. Груз, подвешенный на резиновой жгуте, совершает колебания в вертикальном направлении. Во сколько раз изменится период T колебаний, если отрезать треть длины жгута ($k = 1/3$) и подвесить груз на оставшуюся часть жгута?

4.19. На середине горизонтально натянутой струны, длина которой l = 2 м, закреплен шарик, имеющий массу m = 40 г. Определить период малых вертикальных колебаний T шарика. Силу натяжения струны считать постоянной и равной F = 20 Н.

*4.20. Цилиндр, масса которого m = 10 кг и площадь основания S = 0,01 м^2, свободно плавает в воде (плотность $\rho = 10^3$ кг/м^3). Его погрузили ниже положения равновесия и отпустили. Определить период свободных колебаний T цилиндра. Сопротивлением среды пренебречь.

4.21. Два точечных заряда по q закреплены на горизонтальной поверхности на расстоянии $2a$ друг от друга. По непроводящей нити, натянутой между зарядами, может без трения двигаться бусинка массой m и зарядом q. Найти период T малых колебаний бусинки около положения равновесия.

*4.22. В сквозной туннель, прорытый через центр Земли, отпустили тело. За какое время t это тело достигнет противоположной точки Земли? Радиус Земли – $R_З = 6{,}37 \cdot 10^6$ м, плотность Земли считать постоянной, сопротивлением воздуха пренебречь.

4.23. Балка, на которой установлен мотор, прогибается под действием его собственного веса на l = 1 см. При какой частоте вращения вала мотора ν наступает резонанс? Массой балки пренебречь.

4.24. К потолку вагона на нити длиной l_1 = 1 м подвешен небольшой шарик (математический маятник). При какой скорости вагона υ шарик сильнее всего раскачивается под действием ударов колес о стыки рельсов? Длина рельса l = 25 м.

4.25. Уравнение колебаний маятника имеет вид $x=6\cdot\sin(\omega t+\pi/2)$, (м). Чему равна фаза колебаний φ в момент времени t = 1/2 *с,* если период колебаний маятника T = 1 *с*?

4.26. За какое время t точка, совершающая колебательное движение с угловой частотой $\omega = 0{,}5\,\pi$ рад/с, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

*4.27. Два малых шарика подвешены на нерастяжимых нитях одинаковой длины. Один из них поднимают до точки подвеса, второй – при натянутой нити отклоняют на малый угол так, что его колебания можно считать гармоническими. Шарики одновременно отпускают. Какой из них раньше достигнет нижнего положения?

4.28. Запишите выражение для перемещения материальной точки, совершающей синусоидальные колебания с амплитудой A = 10 см, если за время t_1 = 1 мин совершается N = 60 колебаний и начальная фаза колебаний $\varphi_0 = \pi/4$. Начертите график этого движения.

4.29. Запишите выражение для перемещения материальной точки, совершающей синусоидальные гармонические колебания, если максимальная сила, действующая на точку F_m = 2 мН, ее полная энергия E = $4\cdot10^{-5}$ Дж, период колебания T = 2 с и начальная фаза φ_0 = 30°.

4.30. Материальная точка совершает синусоидальные гармонические колебания с периодом T = 12 *с.* Амплитуда колебаний A = 4 см. Определите смещение точки x спустя t = 4 с после начала колебаний. Начальная фаза равна $\varphi_0 = \pi/3$.

4.31. Уравнение колебаний тела описывается выражением $x = A\sin(\omega t - \pi/2)$. В какой момент времени t (в долях периода) смещение тела в первый раз после начала движения составит половину амплитудного значения?

4.32. Математический маятник отклонили на малый угол и отпустили с нулевой начальной скоростью. За какое время t угол его отклонения уменьшится вдвое? Длина нити маятника l= 1 м.

4.33. Тело совершает синусоидальные гармонические колебания начальной фазой $\varphi = \pi/4$. Период колебаний T = 12 с. Определить смещение x тела от положения равновесия через t = 5,5 с после начала движения, если начальное смещение было x_0 = 4 см.

4.34. Амплитуда незатухающих колебаний точки вдоль оси x: A = 0,5 мм, частота ν = 1 кГц. Какой путь S пройдет точка за время t = 1 мин?

*4.35. Амплитуда синусоидальных гармонических колебаний точки A = 10 см, угловая частота $\omega = 0{,}5\,\pi$ рад/с. Определить путь S, пройденный точкой за t = 3,5 с. Начальная фаза равна нулю.

4.36. Груз массой m = 0,1 кг, прикрепленный к пружине жесткостью k = 1000 Н/м, совершает гармонические колебания в горизонтальной плоскости с амплитудой A = 5 см. Определить скорость υ и ускорение a в момент времени, когда смещение x = 3 см.

*4.37. Какой станет амплитуда A гармонических колебаний груза массой M = 10 кг на качелях, если в момент прохождения качелями положения равновесия добавили груз массой m = 2 кг? Начальная амплитуда колебаний качелей равна A_0 = 60 см.

*4.38. Груз массой M = 490 г совершает гармонические колебания на пружине в горизонтальной плоскости. Во сколько раз (A / A_0) изменится амплитуда колебаний, если в момент прохождения грузом положения равновесия на него положили дополнительный груз массой m = 150 г?

4.39. Груз массой m = 0,2 кг, подвешенный на пружине жесткостью k = 20 Н/м, лежит на подставке так, что пружина не деформирована. Подставку убирают, и груз начинает двигаться. Найдите его максимальную скорость υ_{max}.

4.40. Маленький шарик на пружине совершает гармонические колебания в горизонтальной плоскости. В положении равновесия скорость шарика υ_0 = 1 м/с, а при смещении от положения равновесия на x = 6 см, скорость шарика υ = 40 см/с. Определить период T колебаний шарика.

4.41. Покоящемуся математическому маятнику сообщили горизонтальную скорость υ_0 = 0,06 м/с. Найти потенциальную энергию $E_п$ маятника в момент времени $t = \pi/6$ с. Длина нити l = 2,5 м, масса маятника m = 0,1 кг. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

4.42. Пружинный маятник, выведенный из положения равновесия, стал совершать гармонические колебания. При каком значении фазы колебаний φ кинетическая энергия системы будет в 3 раза ($n = 3$) больше потенциальной?

4.43. Груз, прикрепленный к горизонтально расположенной пружине, совершает гармонические колебания. Найти отношение кинетической энергии груза $E_к$ к его потенциальной энергии $E_п$ в момент времени, когда смещение груза от положения равновесия равно трети ($\alpha = 1/3$) амплитуды колебаний.

4.44. Металлический стержень массы $m = 80$ г подвешен на пружине с жесткостью $k = 200$ Н/м и совершает колебания в вертикальной плоскости, скользя без трения по параллельным вертикальным проводам, расстояние между которыми $l = 20$ см (рис. 4.2). Система находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}15$ Тл, перпендикулярной проводам и стержню. Найти амплитуду переменного напряжения $U_{\max}$, возникающего между проводами, если амплитуда колебаний стержня $A = 4$ см.

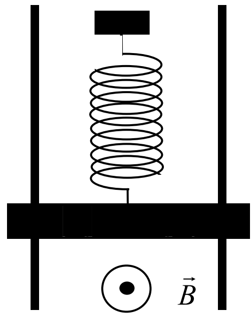


Рис. 4.2

*4.45. Груз массой $M = 500$ г висит на пружине с жесткостью $k = 100$ Н/м. На него положили дополнительный груз массой $m = 200$ г. Определить скорость υ грузов в тот момент, когда они под действием дополнительного груза опустились на $x = 1$ см. В начальный момент оба груза покоились.

*4.46. С какой средней скоростью $\upsilon_{ср}$ опустится до нижней точки траектории груз массы $M = 300$ г, висящий на пружине с жесткостью $k = 80$ Н/м, если на него положить дополнительный груз массой $m = 150$ г? В начальный момент оба груза покоились.

4.47. Определить длину звуковой волны λ в стальном рельсе, вызываемой источником колебаний с частотой $\nu = 200$ Гц, если скорость звука в стали равна $\upsilon = 5000$ м/с.

4.48. Дорожный мастер, приложив ухо к рельсу, услышал звук начавшегося движения поезда, а через $t = 2$ с до него донесся гудок локомотива при отправлении. На каком расстоянии S от станции отправления находился мастер? Скорость звуковых волн в воздухе и стали принять равными соответственно $\upsilon_1 = 330$ м/с и $\upsilon_2 = 5000$ м/с.

4.49. Рыболов заметил, что за время $t = 10$ *с* поплавок совершил на волнах $N = 20$ колебаний, а расстояние между соседними горбами волн $l = 1{,}2$ м. Какова скорость распространения волн υ?

4.50. Волны от катера, проплывающего по озеру, дошли до берега через $t = 2$ мин. Расстояние между соседними гребнями в волне $l = 1{,}5$ м, время между двумя последовательными ударами волн о берег $t_1 = 2$ с. На каком расстоянии S от берега проплывал катер? Считать, что волновой фронт параллелен берегу.

4.51. Плоская волна, возбуждаемая вибратором, колеблющимся согласно уравнению $y = 0{,}2\sin \omega t$, (*м*), распространяется вдоль оси x со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Запишите уравнение плоской волны.

4.52. Монохроматическая волна распространяется со скоростью $\upsilon = 6$ м/с при частоте, равной $\nu = 5$ Гц. Чему равна разность фаз $\Delta\varphi$ двух точек, отстоящих друг от друга на $l = 20$ см?

4.53. Поперечная монохроматическая волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\upsilon = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с, амплитуда колебаний $A = 2$ см. Найти длину волны λ, фазу φ и перемещение точки y, отстоящей на $x = 45$ м от источника колебаний, через $t = 4$ с. При $x = 0$ и $t = 0$, $y = 0$.

4.2. Электромагнитные колебания и волны. Передача электроэнергии

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Период собственных колебаний электрического контура (формула Томсона):

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре

$$q = q_{\max}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $q_{\max}$ – максимальный заряд конденсатора.

Длина электромагнитной волны в вакууме:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = cT,$$

где c – скорость света ($3\cdot 10^8$ м/с).

Коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_1}{U_2},$$

где U_1 и U_2 – напряжение на зажимах соответственно первичной и вторичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода.

Действующее (эффективное) значение напряжения и силы тока:

$$U_д = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \text{ и } I_д = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}},$$

где $U_{\max}$ и $I_{\max}$ – амплитудные значения напряжения и силы тока.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П4.4. К батарее с напряжением U = 250 В подсоединен конденсатор емкостью C = 600 пФ, затем его мгновенно отсоединяют и подключают к катушке с индуктивностью L = 75 мГн. Найти начальный заряд конденсатора, максимальную силу тока в контуре, частоту и период колебаний, полную энергию колебаний.

Решение. Начальный заряд конденсатора $q_0 = CU = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ Кл. При подключении конденсатора к катушке заряд на нем меняется с течением времени согласно уравнению $q = q_0 \cos \omega t$.
Сила тока также совершает гармонические колебания:

$$i = q_t^{'} = -\omega\, q_0 \sin\omega\, t = i_0 \cos(\omega\, t + \pi/2),$$

поэтому максимальное значение силы тока

$$i_0 = \omega\, q_0 = q_0 / \sqrt{LC} = 22{,}4 \text{ мА}.$$

Согласно формуле Томсона период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC} = 42{,}1$ мкс, а частота колебаний $\nu = 1/T = 23{,}7$ кГц.
Полная энергия колебаний соответствует максимальной энергии электрического поля, сосредоточенного внутри конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = 1{,}875 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

П4.5. В сеть переменного тока с частотой $\nu = 100$ Гц включены последовательно конденсатор емкостью $C = 50$ мкФ, катушка индуктивности L=200 мГн и активное сопротивление $R = 4$ Ом. Найти действующее напряжение в сети, если амплитуда силы тока $i_0 = 1{,}65$ A. При какой частоте сила тока достигнет максимального значения?
Решение. По закону Ома амплитуда напряжения $U_0 = i_0\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$, поэтому, с учетом связи между действующим и амплитудным значением напряжения $U_д = U_0/\sqrt{2}$ и соотношения $\omega = 2\pi\nu$, имеем

$$U_д = \frac{i_0\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}}{\sqrt{2}} = 109{,}6 \text{ В}.$$

Сила тока достигнет максимального значения при резонансе:

$$\nu_р = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 50{,}35 \text{ Гц}.$$

ЗАДАЧИ

4.54. В колебательном контуре без активного сопротивления индуктивность катушки увеличили в $n_1 = 8$ раз, емкость конденсатора уменьшили в n_2 = 2 раза. Как изменилась частота электромагнитных колебаний контура?

4.55. Во сколько раз изменится период электромагнитных колебаний в контуре, если к конденсатору контура присоединить параллельно еще один конденсатор, емкость которого в k = 8 раз больше?

4.56. Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при электроемкости C = 2 мкФ получить колебания с периодом $T = 10^{-3}$ с?

4.57. За какое время t в колебательном контуре с индуктивностью L = 1 мГн и емкостью C = 9 мкФ совершается $N = 7\cdot 10^4$ колебаний?

4.58. Входной контур радиоприемника состоит из катушки, индуктивность которой L = 2,0 мГн, и плоского слюдяного конденсатора, площадь пластин которого S = 15 см^2. Расстояние между пластинами d = 2 мм. Диэлектрическая проницаемость слюды ε = 7,5. На какую частоту ν настроен приемник?

4.59. Сила тока в колебательном контуре изменяется со временем по формуле $I = I_0 \cos\omega t$. Найти индуктивность контура L и максимальное значение заряда на обкладках конденсатора q_0, если его емкость C.

4.60. Максимальный заряд на обкладках конденсатора (C = 1 пФ) входного колебательного контура радиоприемника q = 1 пКл, а максимальная сила тока в контуре I = 100 мкА. Определить индуктивность L катушки контура.

4.61. Колебательный контур состоит из двух последовательно соединенных одинаковых конденсаторов емкостью C = 4 мкФ и катушки индуктивностью L = 12,8 мГн. Найти период свободных колебаний в контуре T и максимальный заряд q на каждом конденсаторе, если максимальная сила тока в цепи I = 0,1 А.

4.62. Действующее напряжение на конденсаторе колебательного контура $U_д$ = 80 В, а его емкость C = 20 пФ. Определить максимальные значения электрической $Wэ$ и магнитной энергии $Wм$ в контуре (наличием активного сопротивления пренебречь).

4.63. Конденсатор емкостью C = 10 мкФ зарядили до напряжения U_0 = 400 В и подключили к катушке индуктивности. Какое количество теплоты Q выделится в контуре за время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается вдвое (k = 2)?

4.64. Колебания тока в контуре происходят по закону (ток в амперах): $I = 1 \cos(4\cdot 10^6 t + \varphi)$. Найти величину заряда q_1 на обкладках конденсатора в момент, когда сила тока в контуре I_1 = 0,6 А.

4.65. Колебания тока в колебательном контуре происходят с периодом $T = 3\cdot 10^{-6}$ с. Когда сила в контуре I_1 = 0,6 А, величина заряда на конденсаторе $q_1 = 3\cdot 10^{-7}$ Кл. Найти величину заряда q_2 на конденсаторе в тот момент, когда сила тока I_2 = 0,4 А.

4.66. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 8\cdot 10^{-11}$ Ф и индуктивности $L = 10^{-7}$ Гн в виде единственного витка, сопротивление которого мало. Действующее значение напряжения в контуре U = 6 В. Каково максимальное значение магнитного потока Ф, пронизывающего виток?

4.67. Радиоприемник настроен на прием радиоволн длиной λ = 25 м. Во сколько раз надо изменить расстояние d между пластинами плоского конденсатора, включенного в колебательный контур приемника, чтобы он мог принимать радиоволну частотой ν = 1,5 МГц?

4.68. Определить длину волны λ, на которую настроен входной контур радиоприемника, если амплитуда заряда на обкладках конденсатора равна $q_0 = 10^{-12}$ Кл, а амплитуда силы тока в контуре составляет $I_0 = 10^{-5}$ А.

4.69. Найти частоту зеленого цвета излучения ν с длиной волны λ = 500 нм.

4.70. Электромагнитная волна распространяется в однородной среде со скоростью $\upsilon = 1{,}5\cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны λ имеют электромагнитные колебания в этой среде, если их частота ν = 1 МГц?

4.71. Скорость распространения электромагнитных волн с частотой $\nu = 7\cdot10^{14}$ Гц в воде $\upsilon = 2{,}23\cdot10^{8}$ м/с. На сколько изменяется длина волны λ света при переходе из воды в вакуум?

4.72. Рамка площадью S = 200 см^2 имеет N = 200 витков. Она вращается в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл, причем период вращения T = 0,1 с. Определить максимальное значение ЭДС ε, возникающей в рамке, если ось вращения перпендикулярна к линиям магнитной индукции.

4.73. Мгновенное значение ЭДС синусоидального тока для фазы φ = 30^0 равно ε = 140 В. Каково значение действующей ЭДС $\varepsilon_Д$?

4.74. Эффективное напряжение в сети переменного тока равно $U_д$ = 120 В. Найти время Δt, в течение которого горит неоновая лампа в каждый полупериод, если лампа зажигается и гаснет при напряжении U = 84 В.

4.75. На конденсатор, емкость которого C = 0,001 мкФ, подается переменное напряжение, амплитудное значение которого $U_м$ = 10 В, а частота f = 50 Гц. Найти амплитудное значение силы тока $I_м$.

4.76. На катушку, индуктивность которой L = 2 мГн, подается переменное напряжение, амплитудное значение которого $U_м$ = 12 В, а частота f = 500 Гц. Найти амплитудное значение силы тока $I_м$.

4.77. К катушке сопротивлением R = 2 Ом и индуктивностью L = 0,4 Гн приложено напряжение: *а*) U = 100 В постоянного тока; *б*) U = 100 В (действующее значение) переменного тока с частотой ν = 50 Гц. Найти силу тока в катушке в обоих случаях.

4.78. Последовательный контур – *RCL*, имеющий R = 20 Ом, C = 12 мкФ и L = 40 мГн, подключен к источнику переменного напряжения U = 100 В (действующее значение) с частотой ν = 500 Гц. Рассчитайте силу тока $I_д$ в цепи и показания вольтметра на каждом элементе цепи.

4.79. Электропечь, имеющая сопротивление R = 20 Ом, подключена к генератору переменного тока. Найти количество теплоты Q, выделяемое печью за t = 2 ч, если амплитуда силы тока I_0 = 10 А.

4.80. В сеть переменного тока с действующим напряжением U = 100 В подключен кипятильник. При температуре $t_0 = 20^0$С сопротивление спирали R = 25 Ом. Какая масса кипящей воды m превращается в пар за время τ = 1 мин? Удельная теплота парообразования воды r = 2,3 МДж/кг. Температурный коэффициент сопротивления спирали $\alpha = 2\cdot10^{-2}$ К$^{-1}$.

*4.81. В цепь переменного тока с действующим напряжением U = 220 В включена схема, состоящая из двух идеальных диодов и трех одинаковых резисторов с сопротивлением R = 5 кОм каждая (рис. 4.3). Какая суммарная мощность P выделяется на резисторах?

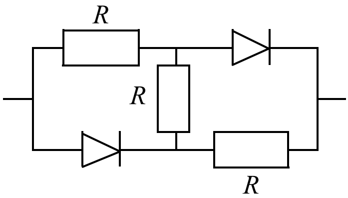


Рис. 4.3

4.82. В первичной обмотке трансформатора сила тока I_1 =1 А, напряжение на ее концах U_1 = 220 В. Сила тока во вторичной обмотке трансформатора I_2 = 10 А, напряжение на ее концах U_2 = 20 В. Найти η – КПД трансформатора.

4.83. К первичной обмотке понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации k = 6 приложено переменное напряжение U_1 = 240 В. Сопротивление вторичной обмотки r = 1 Ом, ток в ней I = 4 А. Найти напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки и КПД трансформатора η.

4.84. Первичная обмотка трансформатора имеет ω_1 = 10000 витков провода и включена в сеть переменного тока с напряжением U_1 = 100 В. Найти число витков вторичной обмотки ω_2, если ее сопротивление r = 1 Ом, напряжение на концах U_2 = 4 В, а сила тока в ней I = 1 А.

4.85. К первичной обмотке понижающего трансформатора подключен источник переменного напряжения с U_1 = 200 В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки U_2 = 16 В, ее сопротивление r = 1 Ом, ток в ней I = 4 А. Найти КПД трансформатора η и коэффициент трансформации k.

5. ОПТИКА, ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

5.1. Оптика

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон преломления света

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21},$$

где α – угол падения; β – угол преломления; $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй сред соответственно.

Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \frac{c}{\upsilon},$$

где c – скорость света в вакууме, υ – скорость света в данной среде.

Предельный угол полного отражения $\alpha_{\text{пр}}$ при переходе света из оптически более плотной среды в среду оптически менее плотную

$$\sin\alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (n_1 > n_2).$$

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где F – фокусное расстояние линзы; $n_{\text{л}}$ – абсолютный показатель преломления материала линзы; $n_{\text{ср}}$ – абсолютный показатель преломления окружающей линзу среды; R_1 и R_2 – радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу.

Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

где d – расстояние от оптического центра линзы до предмета;
f – расстояние от оптического центра линзы до изображения. Если изображение мнимое, то f имеет отрицательный знак. Если линза рассеивающая (фокус мнимый и имеет отрицательный знак), то величина F отрицательна.

Условие максимума и минимума при интерференции света

$$\max : \Delta l = 2k\frac{\lambda}{2},$$

$$\min : \Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

где Δl – оптическая разность хода интерферирующих лучей;
λ – длина волны; k – целое число.

Условие главных максимумов интенсивности при дифракции света на дифракционной решетке при нормальном падении света

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots),$$

где d – постоянная решетки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к плоскости решетки и направлением дифрагированных волн.

Энергия кванта света (фотона)

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda},$$

где ν – частота электромагнитного излучения; h – постоянная Планка.

Импульс фотона

$$p = h\frac{\nu}{c}.$$

Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона; A – работа выхода электрона из металла; $\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

П.5.1. Построить изображение светящейся точки *O* в системе из двух взаимноперпендикулярных плоских зеркал (рис. 5.1).
Решение: Воспользуемся законом отражения света и найдем точки пересечения отраженных лучей. В результате получим три мнимых изображения точки *O* (рис. 5.2).

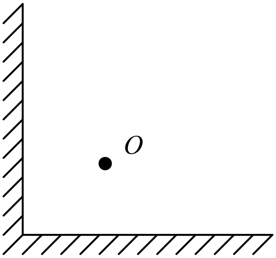


Рис. 5.1

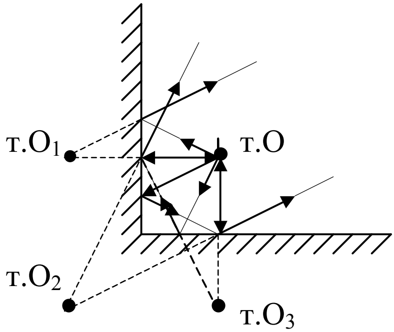


Рис. 5.2

П.5.2. На нижнюю грань плоскопараллельнои стеклянной пластины толщиной d = 7,5 см нанесена царапина. На каком расстоянии от верхней грани пластинки h видит эту царапину наблюдатель, глядя на пластину сверху? Абсолютный показатель преломления стекла n = 1,5.

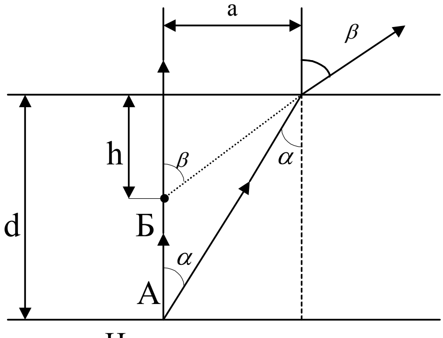


Рис. 5.3

Решение: Царапина расположена в точке *A* (рис. 5.3) нижней поверхности стеклянной пластинки. Построим изображение точки *A*, которое видит наблюдатель (углы α и β считать малыми). Из построения можно сделать вывод, что точка *Б* будет мнимым изображением точки *A*.

Тогда $d\,tg\,\alpha = a = h\,tg\,\beta$.

Следовательно, $h = d\,tg\,\alpha / tg\,\beta$ или с учетом малых углов $h = d\sin\alpha / \sin\beta = d/n$.

$$\text{В результате } h = \frac{7{,}5}{1{,}5} \text{ см} = 5 \text{ см}.$$

П.5.3. Лупа, ограниченная выпуклыми сферическими поверхностями радиусами $R_1 = 5{,}9$ см и $R_2 = 8{,}2$ см, «отодвигает» рассматриваемый предмет на $l = 2$ см. Во сколько раз она его увеличивает? Показатель преломления стекла линзы $n = 1{,}6$.

Решение: Определим фокусное расстояние лупы

$$1/F = (n-1)\,(1/R_1 + 1/R_2), \text{ или}$$

$$F = R_1 R_2 / ((n-1)\,(R_1 + R_2)) = 5{,}7 \text{ см}.$$

Согласно формуле линзы $1/F = 1/d - 1/f$.

Откуда, учитывая $f = d + l$, находим $F = d\,(d + l)/l$ или $d^2 + dl - Fl = 0$.

После расчетов имеем $d = 2{,}5$ см и $f = 4{,}5$ см, а, следовательно, $k = f/d = 1{,}8$.

П.5.4. На дифракционную решетку нормально к ней падает свет от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию λ_1 в спектре второго порядка k_1 накладывается синяя линия гелия с длиной волны $\lambda_2 = 4{,}46 \cdot 10^{-5}$см спектра третьего порядка k_2?

Решение: При наложении спектров совпадают углы отклонения накладывающихся лучей, поэтому из условия максимума при дифракции на решетке имеем

$$d \sin\alpha = k_1\lambda_1;\; d \sin\alpha = k_2\lambda_2,$$

где d – постоянная решетки.

В результате $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$. Окончательно:

$$\lambda_1 = \frac{k_2\lambda_2}{k_1} = 6{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

ЗАДАЧИ

5.1. Уличный фонарь висит на высоте $H = 4$ м. Какой длины тень x отбросит палка высотой $h = 1$ м, если ее установить вертикально на расстоянии $l = 6$ м от основания столба, на котором укреплен фонарь?

5.2. Человек, рост которого $h = 1{,}7$ м, идет со скоростью $\upsilon = 1$ м/с в направлении к уличному фонарю. В некоторый момент времени длина тени человека была равна $l_1 = 1{,}8$ м, а через $t = 2$ с, $l_2 = 1{,}3$ м. На какой высоте H висит фонарь?

5.3. Точечный источник света находится над непрозрачным шаром на расстоянии $h_1 = 1$ м от его центра. Расстояние от центра шара до горизонтальной плоскости $h_2 = 0{,}8$ м. Определить радиус шара R, если диаметр тени шара на плоскости $d = 2{,}7$ м. Источник света и центр шара расположены на одной вертикали.

5.4. Источник света в виде светящегося диска радиусом $R = 0{,}3$ м подвешен на высоте $H = 5$ м над полом. Под ним на высоте $h = 1$ м от пола держат непрозрачный диск радиусом $r = 0{,}1$ м. Определить радиус полной тени R_1 и радиус полутени R_2. Плоскости дисков параллельны поверхности пола, а центры дисков расположены на одной вертикали.

5.5. Человек, стоящий перед плоским зеркалом, висящем на стене, отошел от него на расстояние $l = 1$ м. На сколько изменится расстояние между человеком и его изображением?

5.6. У окна с двойными рамами стоит горящая свеча. В окне видны два ее изображения. На какое расстояние x удалены друг от друга эти изображения, если расстояние между стеклами рам $l = 10$ см?

5.7. Увидит ли человек свое изображение в ситуации, показанной на рис. 5.4.

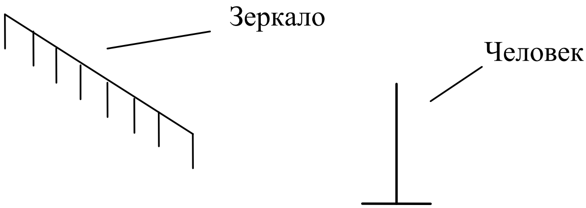


Рис. 5.4

5.8. Человек смотрит на себя в параллельное ему зеркало, верхний край которого расположен на уровне его темени. Какова должна быть минимальная высота l зеркала, чтобы человек видел себя во весь рост, равный $L = 180$ см?

5.9. Плоское зеркало со столом образует двугранный угол $\alpha = 30^\circ$. На столе, на расстоянии $l = 20$ см от ребра двугранного угла лежит маленький предмет. Определить расстояние x между предметом и его изображением.

5.10. Луч света падает на систему из двух взаимно перпендикулярных зеркал в плоскости, перпендикулярной ребру двугранного угла, образованного зеркалами. Угол падения луча на первое зеркало $\alpha = 25°$. Отражаясь от первого зеркала, луч падает на второе. Определить угол отражения луча от второго зеркала β.

5.11. Два плоских зеркала образуют двугранный угол $\alpha = 60°$. Произвольно выбранный луч света, лежащий в плоскости, перпендикулярной плоскостям зеркал, падает на них и поочередно отражается (рис. 5.5). Определить угол β между направлениями падающего луча 1 и отраженного луча 2.

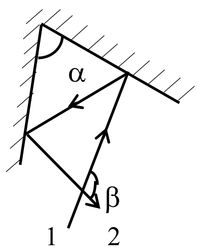


Рис. 5.5

5.12. На одном берегу пруда стоит человек, рост которого $h = 1{,}7$ м. На другом берегу на столбе высотой $H = 5{,}1$ м висит фонарь. Определить расстояние l от столба до точки, в которой отраженные от поверхности воды лучи попадают в глаз наблюдателя. Ширина пруда $S = 30$ м.

5.13. Высота Солнца над горизонтом составляет угол $\beta = 50°$. Каким должен быть угол падения α солнечных лучей на плоское зеркало, чтобы отраженные от него лучи пошли вертикально вверх?

5.14. Под каким углом α к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы осветить дно вертикального колодца отраженными от зеркала солнечными лучами? Солнечные лучи составляют с поверхностью Земли угол $\beta = 30°$.

5.15. Луч, направленный горизонтально, падает на вертикальный экран. Когда на пути луча поместили небольшое зеркало, то светлое пятно на экране сместилось вверх на расстояние, равное расстоянию от зеркала до экрана. Найти угол падения α луча на зеркало.

5.16. Плоское зеркало вращается вокруг горизонтальной оси, лежащей в плоскости зеркала. Луч света падает на зеркало под углом α к нормали к плоскости зеркала. Падающий луч и нормаль находятся в плоскости, перпендикулярной оси вращения. На какой угол φ повернется отраженный луч, если зеркало повернется на угол β?

5.17. Плоское зеркало равномерно вращается вокруг оси, лежащей в плоскости зеркала. Вокруг той же оси, в ту же сторону что и зеркало, вращается некоторый предмет. Угловая скорость вращения предмета вдвое больше скорости вращения зеркала. Как движется изображение предмета в зеркале?

5.18. Каков показатель преломления n среды, если на пути длиной S = 2,4 мм, проходимого лучом монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц, укладывается N = 6000 длин волн λ?

5.19. Определите относительный показатель преломления n стекла относительно воды, если абсолютный показатель преломления стекла $n_с$ = 1,5, а воды $n_в$ = 1,34.

5.20. Как относятся показатели преломления двух жидкостей (n_2 / n_1) со слоями толщиной d_1 = 1,2 см и d_2 = 1 см, если время распространения луча в них одинаково?

5.21. Луч света переходит из воздуха в стекло, показатель преломления которого n = 1,5. Угол падения луча составляет α = 60°. Найти угол преломления β.

5.22. Луч света переходит из среды, показатель преломления которой $n = \sqrt{3}$ в воздух. Определить угол падения α, если угол преломления в два раза больше угла падения.

5.23. Луч света переходит из воздуха в воду, показатель преломления которой n = 1,33. Определить угол преломления луча β, если угол между преломленным и отраженным лучами равен 90°.

5.24. Солнечный луч падает на окно с двойными стеклами под углом β = 60^o к поверхности. Считая показатель преломления стекла n = 1,5, рассчитать угол преломления луча в первом (γ_1) и втором (γ_2) стекле. С чем связана неточность в определении угла преломления?

5.25. Часть столба, вбитого в реку, возвышается над водой h_1 = 1,5 м. Определить длину тени столба на поверхности l_1 и на дне реки l_2, если высота солнца над горизонтом α = 40^o, а глубина реки h_2 = 3 м. Показатель преломления воды n = 1,33.

5.26. На дне ручья лежит камешек. Мальчик хочет в него попасть палкой. Прицеливаясь, мальчик держит палку в воздухе под углом α = 45° к поверхности воды. На каком расстоянии l от камешка палка воткнется в дно ручья, если его глубина h = 32 см? Показатель преломления воды n = 1,33.

5.27. Банка лежит в воде (показатель преломления n = 1,33) на глубине H = 1 *м*. Будем смотреть на нее сверху по вертикали. На какой глубине h мы увидим банку?

5.28. Пучок параллельных лучей света шириной b = 10 см из стеклянной пластины выходит в воздух через ее плоскую грань. Определить ширину пучка d в воздухе, если угол падения лучей на границу стекло – воздух α = 30^o, а показатель преломления стекла n = 1,5.

5.29. Луч света попадает на стеклянную пластинку с параллельными гранями толщиной d = 5 см и показателем преломления n = 1,5. Определить величину смещения h луча, вышедшего из пластины. Угол падения α = 30^o.

5.30. Найти преломляющий угол α призмы из стекла с показателем преломления n = 1,6, если луч, падающий нормально на одну из ее граней, выходит вдоль другой.

5.31. Синус и косинус преломляющего угла трехгранной призмы соответственно равны 0,81 и 0,59. Определить предельное значение синуса угла падения α луча на одну из граней призмы, при котором луч не выходит во внешнюю среду. Показатель преломления материала призмы $n = \sqrt{2}$.

*5.32. На вершину стеклянного полушара радиуса R падает узкий пучок света от точечного источника S, расположенного на расстоянии l от поверхности полушара (рис. 5.6). Определить показатель преломления n стекла, если из полушара выходит параллельный пучок света.

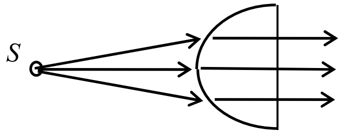


Рис. 5.6

5.33. Предельный угол полного внутреннего отражения светового луча в некоторой среде равен $\alpha_{п} = 30^{o}$. Определите показатель преломления n данной среды.

5.34. Лучи света выходят из жидкости в воздух. Угол полного внутреннего отражения этих лучей равен $\alpha_{п} = 45^{o}$. Определите скорость распространения света υ в этой жидкости.

5.35. На дне озера, имеющего глубину H = 4 м, находится точечный источник света. Найти минимальный радиус r пенопластового диска, плавающего на поверхности воды над источником, чтобы при аэросъемках нельзя было обнаружить этот источник света. Показатель преломления воды n = 1,33.

*5.36. На шар радиусом R, изготовленный из материала с меньшим показателем преломления n_2, чем показатель преломления n_1 окружающей среды, падает пучок параллельных лучей. Определить радиус светового пучка r, который может проникнуть в шар.

5.37. Построить изображение предмета в собирающей линзе (рис. 5.7). Что произойдет, если половину линзы закрыть непроницаемым экраном?

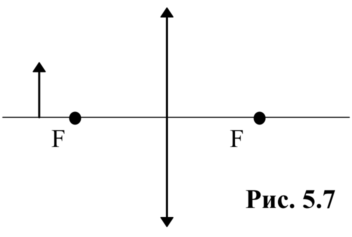


Рис. 5.7

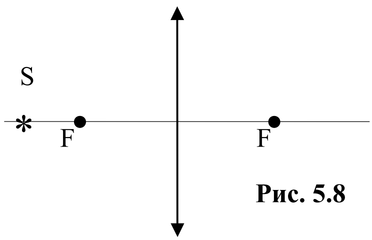


Рис. 5.8

5.

5.39. Построить изображение предмета в рассеивающей линзе (рис. 5.9).

5.40. На главной оптической оси линзы между фокусом и линзой расположена светящаяся точка S. Расположение главных фокусов линзы задано. Определить построением положение изображения S' этой точки, если линза: а) собирающая; б) рассеивающая.

5.41. На линзу падает световой луч АВ, не параллельный главной оптической оси. Положение главных фокусов задано. Определить построением ход луча после линзы, если линза: а) собирающая; б) рассеивающая.

5.42. Построить изображение предмета (рис. 5.10).

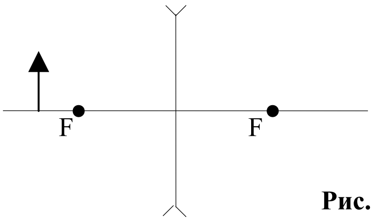


Рис. 5.9

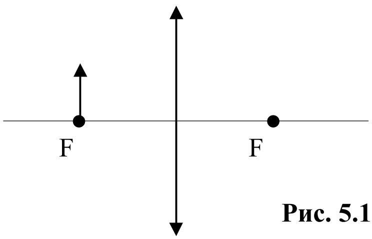


Рис. 5.10

5.43. Построить ход верхнего луча после его прохождения через собирающую линзу. Известен ход нижнего луча в этой линзе (рис. 5.11).

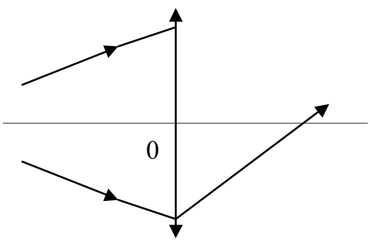


Рис. 5.11

5.44. Светящаяся точка *А* расположена перед рассеивающей линзой (рис. 5.12), положение оптического центра О которой известно. Известен ход одного из лучей *АВС*. Построить ход второго луча *АД*.

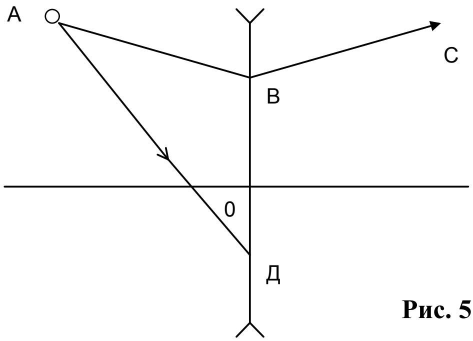


Рис. 5.12

5.45. Определить построением положение главных фокусов собирающей (рис. 5.13, а) и рассеивающей (рис. 5.13, б) линз.

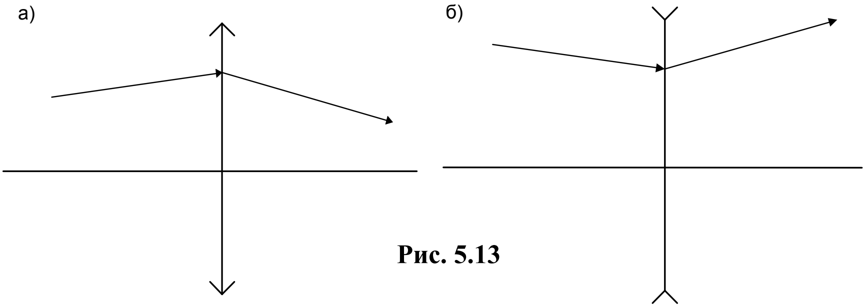


Рис. 5.13

5.46. Постройте изображение треугольника АВС в собирающей линзе (рис. 5.14).

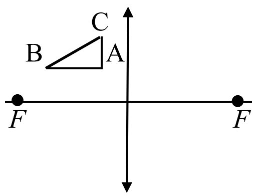


Рис. 5.14

5.47. Постройте изображение предмета AB в собирающей линзе (рис. 5.15).

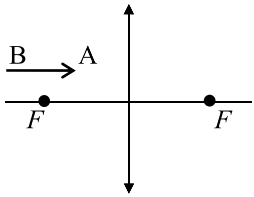


Рис. 5.15

5.48. Из стекла с показателем преломления n = 1,6 изготовили двояковыпуклую линзу с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей. Оптическая сила линзы D = 2 дптр. Найти радиусы кривизны поверхностей R.

5.49. Найти фокусное расстояние F_1 стеклянной линзы с оптической силой на воздухе D, если она погружена в воду. Показатель преломления стекла и воды соответственно $n_с$ и $n_в$.

5.50. На каком расстоянии d от собирающей линзы надо поместить предмет, чтобы его изображение было в два раза меньше (k = 2) предмета? Фокусное расстояние линзы F = 40 см.

5.51. Определить, какого размера h получится на экране изображение предмета высотой H = 15 мм, если его поместить от линзы на расстоянии в k = 1,75 раза большем, чем фокусное расстояние собирающей линзы.

5.52. Расстояние от предмета до собирающей линзы в пять раз (k = 5) больше фокусного расстояния линзы. Во сколько раз (m) изображение меньше предмета?

5.53. На каком расстоянии d от тонкой линзы с фокусным расстоянием F = 30 см следует поместить предмет, чтобы его изображение было мнимым и увеличенным в три (k = 3) раза?

5.54. Светящийся предмет находится на расстоянии l = 2 м от экрана. На каком расстоянии d от предмета надо поставить собирающую линзу с фокусным расстоянием F = 37,5 см, чтобы на экране получить увеличенное изображение предмета?

5.55. Светящаяся точка находится на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии d = 30 см от линзы. Световой луч, исходящий из точки под углом $\alpha = 30°$ к главной оптической оси, после прохождения линзы пересекает главную оптическую ось под углом $\beta =$ 45°. Найти фокусное расстояние F линзы. Под каким углом β_1 луч, исходящий из точки под углом $\alpha_1 = 45°$ к главной оптической оси, пересекает главную оптическую ось после прохождения им линзы?

*5.56. На каком расстоянии d от собирающий линзы надо поместить предмет, чтобы расстояние между предметом и его действительным изображением было минимальным? Фокусное расстояние линзы F.

5.57. Предмет расположен в фокальной плоскости рассеивающей линзы. Во сколько раз k линза уменьшает размеры предмета?

5.58. На каком расстоянии f от рассеивающей линзы получится изображение предмета, если он находится на расстоянии, равном трем (k = 3) фокусным расстояниям линзы F = 20 см?

5.59. Мнимое изображение предмета, даваемое тонкой линзой с фокусным расстоянием F = 16 см, в четыре раза (k = 4) меньше предмета. Найти расстояние l между предметом и его изображением.

5.60. На сколько необходимо изменить расстояние между объективом фотоаппарата и фотопластинкой при переходе от съемки очень удаленных предметов к съемкам объекта, расположенного на расстоянии d от объектива? Главное фокусное расстояние объектива F.

5.61. Фотоаппарат, имеющий объектив с главным фокусным расстоянием F = 5 см, заряжен фотопленкой с размером кадра 3x4 см^2. Требуется фотографировать чертеж, имеющий размер 30x30 см^2. На каком расстоянии d от объектива следует поместить чертеж? Найти линейное уменьшение чертежа на фотопленке.

5.62. Определить увеличение диапозитива k с помощью проекционного фонаря с фокусным расстоянием объектива F, если экран удален от объектива на расстояние f.

5.63. Расстояние от предмета до экрана l = 105 см. Тонкая линза, помещенная между ними, дает на экране увеличенное изображение предмета. Если линзу переместить на x = 32 см, то на экране появляется уменьшенное изображение. Найти фокусное расстояние F линзы.

5.64. Расстояние от предмета до собирающей линзы и от линзы до изображения одинаковы и равны $d_1 = f_1$ = 0,5 м. Во сколько раз увеличится изображение, если предмет поместить на расстоянии d_2 = 0,23 м от линзы?

5.65. С помощью тонкой линзы получается увеличенное в два раза (Γ_1 = 2) действительное изображение плоского предмета. Если предмет сместить на a = 1 см в сторону линзы, то изображение будет увеличенным в три раза (Γ_2 = 3). Чему равно фокусное расстояние F линзы?

5.66. Предмет поочередно помещают в точки А и В, находящиеся на главной оптической оси собирающей линзы, и получают два действительных изображения с увеличениями Γ_1 = 5 и Γ_2 = 3 соответственно. Найти расстояние S между изображениями, если расстояние между точками А и В l = 4 см.

5.67. Тонкий стержень, имеющий длину l = 4 см, лежит на главной оптической оси собирающей линзы таким образом, что его середина находится на расстоянии d = 18 см от линзы. Чему равна длина S изображения стержня в линзе? Фокусное расстояние линзы F = 12 см.

*5.68. На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке, лежащей на главной оптической оси на расстоянии a = 15 см от линзы. Если линзу убрать, то точка пересечения лучей приблизится на l = 5 см к линзе. Определить оптическую силу линзы D.

*5.69. Цилиндрический пучок лучей падает на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, имея диаметр d = 5 см. Пройдя через линзу, пучок дает на экране пятно диаметром d_1 = 7 см. Каков будет диаметр светлого пятна d_2, если рассеивающую линзу заменить собирающей с тем же фокусным расстоянием?

5.70. Предмет движется по дуге окружности со скоростью $\upsilon = 0{,}04$ м/с вокруг оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной оси и отстоящей от линзы на расстояние $d = 60$ см. С какой скоростью υ_1 движется изображение предмета, если фокусное расстояние линзы $F = 50$ см? Размерами предмета пренебречь.

5.71. Небольшому шарику, находящемуся на поверхности горизонтально расположенной тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 0{,}5$ дптр, сообщают вертикальную начальную скорость $\upsilon_0 = 10$ м/с. Сколько времени t будет присутствовать мнимое изображение шарика в линзе? Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

*5.72. Небольшая линза с фокусным расстоянием F подвешена в точке O на нитях так, что плоскость линзы горизонтальна и расстояние от точки подвеса до центра линзы равно h ($h>F$). Подвес отклоняют до горизонтального положения и отпускают. С какой скоростью υ_1 и ускорением a движется изображение точки O в линзе в момент, когда линза проходит нижнее положение?

5.73. Найти оптическую силу очков D, ликвидирующих недостаток глаз дальнозоркого человека с расстоянием наилучшего зрения $l = 1$ м (расстояние наилучшего зрения нормального глаза $d = 0{,}25$ м).

*5.74. Предмет находится на расстоянии d_1 от собирающей линзы. Вплотную к линзе приложили другую (насадочную) линзу с оптической силой D. Каким будет новое расстояние d_2 от линзы до предмета, чтобы положение изображения не изменилось?

*5.75. Две тонкие одинаковые собирающие линзы с общей главной оптической осью и фокусным расстоянием $F = 20$ см расположены на расстоянии $a = 75$ см друг от друга. Предмет находится на расстоянии $d = 30$ см от первой линзы. Найти линейное увеличение Γ системы.

*5.76. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 30$ см и плоского зеркала, находящегося на расстоянии $l = 20$ см за линзой. Предмет находится на расстоянии $d = 10$ см перед линзой. Определите расстояние S между предметом и изображением, даваемым этой системой.

5.77. При контактном способе печатания фотографии лампа располагается на расстоянии r_1 от снимка, а экспозиция длится время t_1. Найти время экспозиции t_2, если заменить лампу с силой света I_1 на другую с уменьшенной силой света I_2 и поместить ее на более близкое расстояние r_2 от снимка.

5.78. В некоторую точку пространства приходят когерентные лучи с оптической разностью хода $\Delta = 2$ мкм. Определите, усилится или ослабится свет в этой точке, если в нее приходят: а) красные лучи с длиной волны $\lambda_1 = 760$ нм; б) фиолетовые лучи с длиной волны $\lambda_2 =$ 400 нм.

5.79. Рассчитайте минимальную толщину пленки h (показатель преломления $n = 1{,}3$), покрывающей плоскопараллельную пластину из стекла с целью устранения отражения зеленого света с длиной волны $\lambda = 520$ нм (просветление оптики). Свет падает перпендикулярно поверхности стекла.

*5.80. На прозрачную плоскопараллельную тонкую пластинку толщиной d под углом α к нормали к поверхности пластины падает плоская световая волна с длиной λ.Получите условие максимума при интерференции лучей, отразившихся от верхней и нижней поверхности пластины (лучи сходятся после прохождения через собирающую линзу). Показатель преломления равен n.

5.81. Найти число штрихов N, приходящихся на единицу длины дифракционной решетки, если линия ртути с длиной волны λ в спектре первого порядка наблюдается под углом φ.

5.82. Найти длину волны λ света, падающего на дифракционную решетку с периодом $d = 6$ мкм, если угол между двумя максимумами первого порядка $\varphi = 10°$.

5.83. При помощи дифракционной решетки с периодом d = 0,02 мм на экране получен первый (k = 1) дифракционный максимум на расстоянии l = 3,6 см от центрального максимума и на расстоянии L = 1,8 м от решетки. Определить длину световой волны λ.

5.84. Определить наибольший порядок k спектра для линии излучения с λ = 600 нм, если постоянная дифракционной решетки d = 2 мкм.

*5.85. На дифракционную решетку с периодом d = 0,01 мм падает перпендикулярно ей свет с длиной волны λ = 0,5 мкм. Сколько дифракционных максимумов интенсивности N наблюдается на экране шириной a = 72 см, находящемся от решетки на расстоянии l = 1 м? Экран имеет форму узкого прямоугольника, центр которого расположен на продолжении светового луча, а плоскость параллельна плоскости решетки.

5.86. Найдите энергию E и импульс p фотона, если соответствующая ему длина волны равна λ = 3,2 нм.

5.87. Найдите абсолютный показатель преломления среды n, в которой свет с энергией фотона $E = 4{,}4\cdot 10^{-19}$ Дж имеет длину волны λ = 300 нм.

5.88. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость $\upsilon_0 = 10^6$ м/с и ускоренного разностью потенциалов U = 4 В. Найти длину волны фотона λ.

5.89. Лазер мощностью P = 10 Вт испускает $n = 10^{20}$ фотонов в секунду. Определить длину волны излучения λ.

5.90. Сколько фотонов N в минуту (t = 1 мин) падает на сетчатку глаза человека, если глаз воспринимает свет длиной волны λ = 0,5 мкм при мощности светового потока $P = 2\cdot 10^{-17}$ Вт?

5.91. Мощность точечного источника монохроматического света на длине волны λ = 500 нм составляет P = 10 Вт. На каком максимальном расстоянии S этот источник заметил бы человек, если поглощением и рассеянием света в среде пренебречь? Глаз реагирует на световой поток, соответствующий излучению n = 60 фотонов в секунду. Радиус зрачка r = 2,5 мм.

5.92. Определить наибольшую длину волны света, при которой может происходить фотоэффект для цезия. Работа выхода электронов из цезия A = 2 эВ.

5.93. Определить работу выхода A электронов из катода фотоэлемента, если известно, что кинетическая энергия фотоэлектронов E = $5\cdot10^{-19}$Дж, а энергия кванта света, вырвавшего фотоэлектрон, на 50% больше работы выхода электронов из катода.

5.94. При какой разности потенциалов U между электродами в фотоэлементе прекратится электрический ток электронов, если катод освещается излучением с длиной волны λ = 0,4 мкм? Работа выхода электронов из катода $A = 3{,}2\cdot10^{-19}$ Дж. Определить полярность приложенной к электродам разности потенциалов.

5.95. Электроны, вырываемые с поверхности металла излучением, частота которого $\nu_1 = 2\cdot10^{15}$ Гц, полностью задерживаются электрическим полем при разности потенциалов U_1 = 7 В. Какой разностью потенциалов U_2 задерживаются электроны, вырываемые излучением с частотой $\nu_2 = 4\cdot10^{15}$ Гц?

5.96. Плоская алюминиевая пластина освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны λ = 100 нм. На какое максимальное расстояние $d_{\max}$ от поверхности пластины сможет удалиться появляющийся при фотоэффекте электрон, если вне пластины существует задерживающее электрическое поле с напряженностью E = 8 В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны λ_0 = 330 нм.

5.97. Кванты света вырывают с поверхности металла, имеющего работу выхода A = 3,05 эВ, электроны, которые описывают в однородном магнитном поле с индукцией $B = 3\cdot10^{-3}$ Тл окружности с максимальным радиусом R = 2 мм. Определить длину волны излучения λ, используемого для получения фотоэффекта.

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ И РЕШЕНИЯ

Числовые значения совпадают с истинными в пределах приведенных значащих цифр, последняя из которых получена округлением. Нули, следующие за значащими цифрами, не указаны. Ускорение свободного падения взято равным g=9,81 м/с^2. При округлении g до 10 м/с^2 ответы могут отличаться на несколько процентов.

Механика

1.1. $S = S_1 + S_2 = 42$ км;

$\Delta r = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} = 30$ км.

1.2. $h = 0{,}6$ м.

1.3. $S = S_1 + 2\pi R\cdot 1/4 + S_2 = 13{,}6$ км;

$\Delta \mathrm{r} = \sqrt{(\mathrm{S_1} + \mathrm{R})^2 + (\mathrm{S_2} + \mathrm{R})^2} = 10{,}8$ км.

1.4. $S = S_1 + S_1\cdot \cos(\pi - \alpha) = 18$ км;

$\Delta r = S_1 \cdot \sin(\pi - \alpha) = 10{,}4$ км.

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_1 \cdot \cos(\pi - \alpha)}{t_1 + S_1 \cdot \cos(\pi - \alpha)/\upsilon} = 20 \text{ км/ч}.$$

Указание: Нарисуйте траекторию движения катера (см. рис. 6.1) и воспользуйтесь определениями понятий «путь», «перемещение» и «средняя скорость».

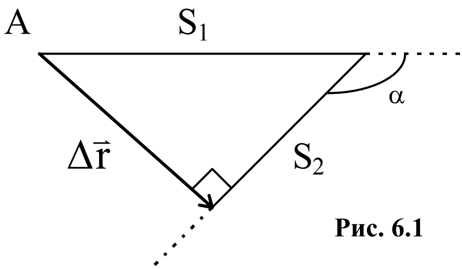


Рис. 6.1

1.5. $\upsilon = 450$ м/с.

1.6. $\upsilon_2 = \dfrac{\mathrm{S} - \upsilon_1 \mathrm{t}}{\mathrm{t}} = 7{,}2$ км/ ч.

1.7. $l = 300$ м.

1.8. $\upsilon_{\text{м}} = l/\mathrm{t} + \sqrt{(l/\mathrm{t})^2 + \upsilon^2} = 25{,}2$ км/ ч.

1.9. $\Delta t = (2l/\upsilon)\dfrac{\upsilon_{в}^2}{\upsilon^2 - \upsilon_{в}^2} = 25{,}1$ с.

1.10. $\upsilon_p = \sqrt{\upsilon_{K2}^2 - \upsilon_{K1}^2} = 3$ м/с .

Решение: Правило сложения векторов скоростей показано на рисунке 6.2. Предполагается, что река течет слева направо. Суммарная скорость катера $\vec{\upsilon}_{K2}$ должна быть направлена под тупым углом к скорости реки $\vec{\upsilon}_P$.

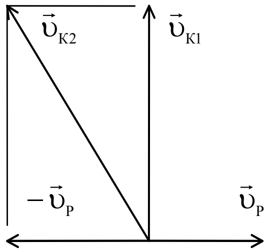


Рис. 6.2

При этом одна из составляющих вектора $\vec{\upsilon}_{K2}$, равная $-\vec{\upsilon}_P$, компенсирует скорость реки, а вторая составляющая $\vec{\upsilon}_{K1}$, обеспечивает передвижение от берега к берегу. Из рисунка видно, что υ_{K1}, υ_{K2} и υ_P образуют прямоугольный треугольник, в котором υ_{K1} и υ_P катеты, а υ_{K2} – гипотенуза. Поэтому $\upsilon_p = \sqrt{\upsilon_{K2}^2 - \upsilon_{K1}^2}$.

1.11. $\upsilon_к = 17{,}3$ м/с.

1.12. $\upsilon_{12} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\upsilon_1\upsilon_2\cos\alpha} = 8{,}82$ м/с.

Указание: Воспользуйтесь законом сложения скоростей и теоремой косинусов.

1.13. $\upsilon_{ср} = \dfrac{S_1 + \upsilon_2 t_2}{t_1 + t_2} = 47$ км / ч.

1.14. $t_p \approx 10{,}6$ мин.

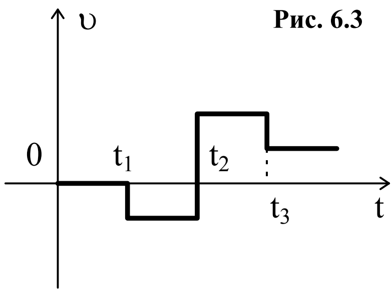
1.15. $\upsilon_{ср} = (\upsilon_1 + \upsilon_2)/2$.

1.16. $\upsilon_{ср} = 2\upsilon_1\upsilon_2/(\upsilon_1 + \upsilon_2)$.

1.17. $\upsilon_1 = \upsilon_{ср}\cdot(1 + k)/2 = 15$ м/с;
$\upsilon_2 = \upsilon_{ср}\cdot(1 + k)/(2k) = 10$ м/с.

1.18. См. рис. 6.3.

Рис. 6.3



1.19. См. рис. 6.4.

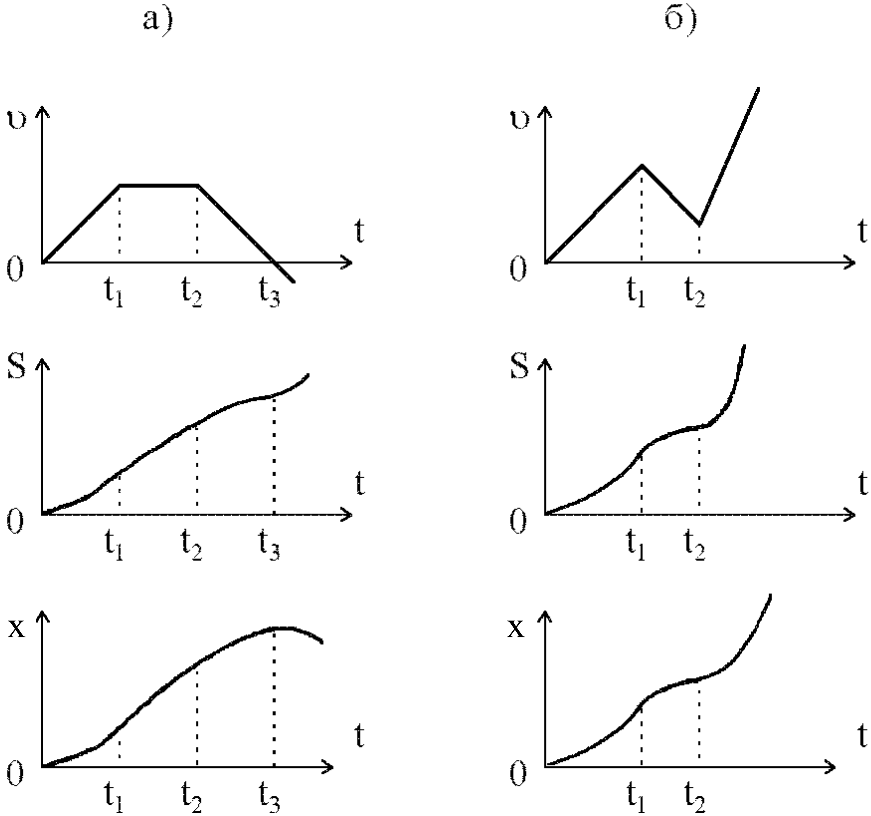


Рис. 6.4

1.20. См. рис. 6.5.

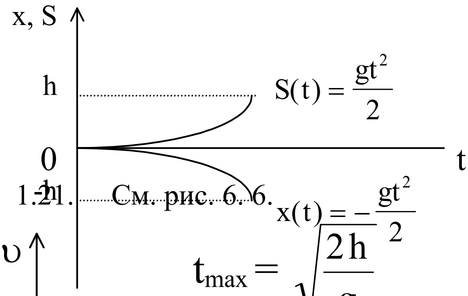
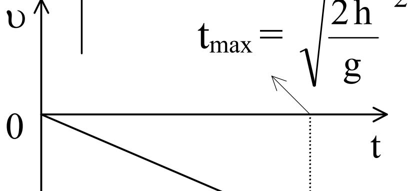


Рис. 6.5

1.21. См. рис. 6.6.



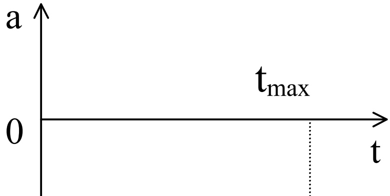
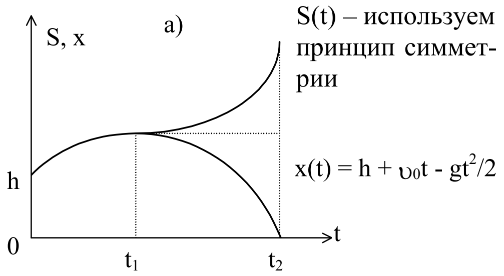


Рис. 6.6

1.22. См. рис. 6.7 а) и б).



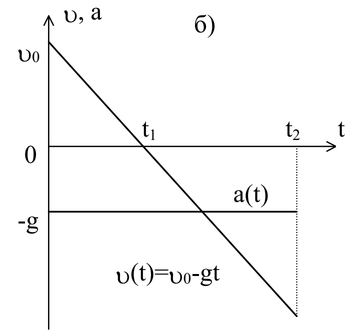


Рис. 6.7.

1.23. $\upsilon_0 = b = 6$ м/с, $\upsilon = x'_t = b + 2ct = 10$ м/с;
$a = 2c = 2$ м/с^2.

1.24. $a = 2$ м/с^2; $S = 25$ м.

1.25. $l = 225$ м.

1.26. $t = 480$ с.

1.27. $\upsilon_0 = 1$ м/с.

1.28. $S = 36$ м.

1.29. $\upsilon_к/\upsilon_с = \sqrt{2}$.

1.30. $S = 0{,}33$ м.

1.31. $S = 47{,}8$ м.

1.32. $S = 225$ м.

Решение:

а) путь пройденный телом, равен площади фигуры под графиком скорости от времени (рис. 6.8). Следовательно, вычислив площадь треугольника, определим путь $S = (\upsilon/a + t)\ \upsilon/2 = 225$ м.

б) $S = S_1 + S_2 = \upsilon^2/2a + [\upsilon t - (\upsilon/t)(t^2/2)] = \upsilon^2/2a + \upsilon t/2 = 225$ м.

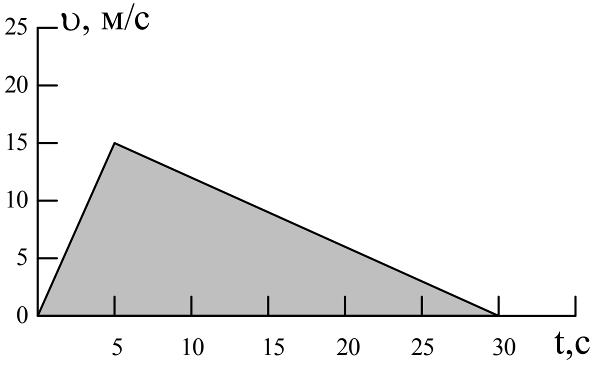


Рис. 6.8

1.33. $S = 20$ м.

1.34. $t_1 = \dfrac{\upsilon_0}{a}\left(1+\sqrt{\dfrac{k-1}{k+1}}\right) = 10{,}24$ с; $t_2 = \dfrac{\upsilon_0}{a}\left(1+\sqrt{\dfrac{k+1}{k-1}}\right) = 14{,}5$ с.

1.35. $\upsilon_{ср} = at/(2 - k) = 16{,}4$ м/с.

1.36. $t = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_2}{a_1}\left[1+\sqrt{1+\dfrac{2la_1}{(\upsilon_2 - \upsilon_1)^2}}\right] = 10$ с.

1.37. $a_2 = \dfrac{2S}{t^2} + a_1 = 5$ м/с^2.

Решение: За время t первый и второй автомобили проходят расстояния $S_1 = \dfrac{a_1 t^2}{2}$ и $S_2 = \dfrac{a_2 t^2}{2}$. Второй автомобиль догонит первый, если $S_2 - S_1 = S$. Подставляя в последнее равенство выражение S_1 и S_2, находим

$$a_2 = \frac{2S}{t^2} + a_1.$$

1.38. $S_1 = 2S_2$.

1.39. $\upsilon_2 = 2\upsilon_1 = 20$ м/с.

Решение: за время t, в течение которого автомобиль догонит велосипедиста, они проедут путь $S = \upsilon_1 t = \dfrac{at^2}{2}$. Откуда $a = \dfrac{2\upsilon_1}{t}$. Так как скорость автомобиля в момент времени t равна $\upsilon_2 = at$, получим $\upsilon_2 = 2\upsilon_1$.

1.40. $\upsilon = \sqrt{2aS}$.

1.41. $t_3 = \dfrac{t_1^2 - t_2^2}{t_2}$.

1.42. $\upsilon_2 = 2\upsilon_0 - \upsilon_1$.

1.43. $\upsilon_0 = (2h - gt^2)/(2t) = 15$ м/с.

1.44. $h = 80{,}4$ м; $\upsilon = 30{,}4$ м/с.

1.45. $h = [(k^2 - 1)/k^2]\,(\upsilon^2_0/2g)$.

1.46. $S = \sqrt{2gh} - 3g/2 = 34{,}8$ м.

1.47. $h = g[t_к/2 + h_к/(gt_к)]^2/2 = 347$ м.

1.48. $S = \dfrac{gt_2^2(1+\sqrt{1-k})^2}{2k^2} = 57{,}2$ м.

Решение: Общий путь, пройденный телом $S = gt^2/2$, откуда общее время полета $t = \sqrt{2S/g}$. Начальный участок пути $S_1 = S - kS = S(1 - k)$. В этом случае время движения по начальному участку пути $t_1 = \sqrt{\dfrac{2S_1}{g}} = \sqrt{\dfrac{2S(1-k)}{g}}$.

Из условия $t_2 = t\text{-}t_1$ имеем: $t_2 = \sqrt{\dfrac{2S}{g}} - \sqrt{\dfrac{2S(1-k)}{g}} = \sqrt{\dfrac{2S}{g}}\,(1 - \sqrt{1-k}\,)$, отсюда $S = \dfrac{gt_2^2}{2(1-\sqrt{1-k})^2} = \dfrac{gt_2^2(1+\sqrt{1-k})^2}{2k^2} = 57{,}2$ м.

1.49. $\upsilon_0 = (h_2 - h_1)\sqrt{g/(2h_1)}$.

1.50. $h = \dfrac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)(\sqrt{\upsilon_2^2 + 2gh_0} - \upsilon_2)}{g}$;

$$\Delta t = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \sqrt{\upsilon_1^2 + 2gh_0} - \sqrt{\upsilon_2^2 + 2gh_0}}{g}.$$

1.51. $\upsilon = l\sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 22{,}2$ м/с.

1.52. $l = h/2 = 10$ м.

1.53. $h = \upsilon_0^2\, tg^2\alpha / 2g = 15{,}3$ м.

1.54. $t = 0{,}59$ с; $\upsilon = 11{,}55$ м/с.

1.55. $\upsilon_0 = gt/\sqrt{k^2-1} = 6{,}94$ м/с.

1.56. $\upsilon = 21{,}4$ м/с.

1.57. См. рис. 6.9. $a_x = 0$; $a_y = -g$; $t = t_1 = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} \approx 61{,}2$ с;

$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha = 520$ м/с; $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha = 300$ м/с;

$$S = x_{\max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g} \approx 31780 \text{ м}; \quad y_{\max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \approx 4590 \text{ м}.$$

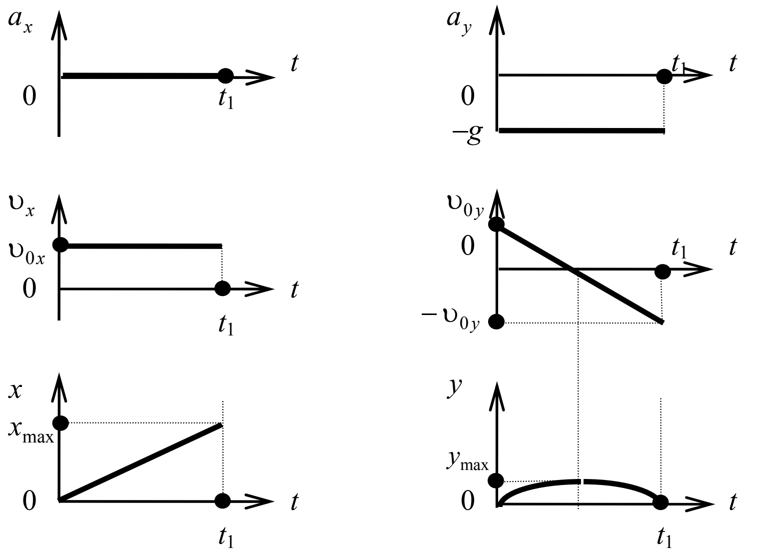


Рис. 6.9

Указание: Воспользуйтесь решенным примером П1.3, полагая $h = 0$.

1.58. $h = gt^2/8 = 4{,}9$ м.

1.59. $\upsilon_{\text{Г}} = gt\cdot ctg\alpha = 29{,}4$ м/с.

1.60. $t = \sqrt{\dfrac{2l\cdot \mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{g}}} = 3$ с.

Решение: Расстояние, которое пролетел диск $l = \upsilon_{\text{г}} t$, где $\upsilon_{\text{г}}$ – горизонтальная составляющая скорости диска. Так как угол, под которым диск был брошен относительно горизонта, $\alpha = 45°$, то вертикальная и горизонтальная скорости диска равны: $\upsilon_в = \upsilon_г$. Поскольку время подъема диска равно времени его падения, то $\upsilon_в = gt/2$. Подставляя выражение для $\upsilon_в$ в формулу для расстояния l, находим $l = gt^2/2$. Откуда $t = \sqrt{2l / g} = 3$ с.

1.61. $\alpha = \arcsin\frac{k}{\sqrt{k^2+1}} = 63{,}44°$; $\beta = \arcsin\frac{1}{\sqrt{k^2+1}} = 26{,}56°$.

1.62. $\upsilon = \sqrt{g\left(H + \sqrt{H^2 + S^2}\right)}$.

1.63. $h = l\,[tg\alpha - gl/2\upsilon_0^2\cos^2\alpha] = 7{,}93$ м;

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{g^2l^2}{\upsilon_0^2 cos^2\alpha} - 2gl\cdot \mathrm{tg}\alpha} = 15{,}6 \text{ м/с}.$$

1.64. $\upsilon_0 = \frac{\sqrt{8gh + g^2t^2}}{2\sin\alpha} = 32{,}2$ м/с; $l = \frac{8h + gt^2}{2tg\alpha} = 91{,}6$ м.

1.65. $R_1 = (\upsilon_0^2\cos^2\alpha)/g = 2{,}55$ м; $R_2 = \frac{\upsilon_0^2}{g\cdot\cos\alpha} = 20{,}4$ м.

Решение: В верхней точке подъема мяч имеет только горизонтальную составляющую вектора начальной скорости (движение вдоль горизонта равномерное), то есть центростремительное ускорение равно $a_ц = \frac{\upsilon_0^2\cdot cos^2\alpha}{R_1}$. Исходя из того, что в верхней точке подъема $a_ц = g$, имеем $R_1 = (\upsilon_0^2\cos^2\alpha)/g = 2{,}55$ м. В точке падения на землю $\upsilon = \upsilon_0$, а $a_ц = g\cos\alpha$. Поэтому $R_2 = \frac{\upsilon_0^2}{g\cos\alpha} = 20{,}4$ м.

1.66. $t = 0{,}38$ с; $2{,}68$ с; $h_{max} = 21{,}5$ м; $l = 94$ м.

1.67. $R = \frac{(\upsilon_0^2 + g^2t^2)^{3/2}}{g\upsilon_0} = 109$ м; $a_n = \frac{g\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2t^2}} = 4{,}45$ м/с^2;

$$a_\tau = \frac{g^2t}{\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2t^2}} = 8{,}74 \text{ м/с}^2.$$

1.68. $t = \sqrt{\upsilon_1\upsilon_2}\,/g = 1{,}22$ с.

1.69. $H = 2\upsilon(\upsilon_1\cos\alpha - \upsilon)tg^2\alpha/g$.

1.70. $\vec{\upsilon}_\text{Г} = -\vec{\upsilon}_\text{В}$.

1.71. $\upsilon = 2\pi\nu l = 25{,}1$ м/с.

1.72. $\nu = 1{,}2$ об/с.

1.73. $\upsilon = \dfrac{2\pi}{T} R_3\cos\alpha = 233$ м/с; $T = 24$ ч.

1.74. а) $a_1/a_2 = 2$; б) $a_1/a_2 = 0{,}5$.

1.75. $R = \dfrac{\upsilon_0 1}{\upsilon_0 - \upsilon} = 1{,}8$ м; $a_n = \upsilon_0(\upsilon_0 - \upsilon)/l = 20$ м/с^2.

1.76. $\upsilon_\text{с}/\upsilon_\text{м} = 15$.

1.77. $N = \nu\sqrt{2h/g} = 20$ об.

1.78. $\upsilon = 2\pi(R_3 + h)/T = 463{,}7$ м/с; $T = 24$ ч.
Направление полета с востока на запад.

1.79. $\upsilon = \pi d\dfrac{N_1}{N_2}\nu = 5{,}86$ м/с.

Указание: Количество зубьев и частота вращения для ведущего зубчатого колеса и ведомого колеса связаны соотношением $N_1\nu_1 = N_2\nu_2$.

1.80. $\upsilon = \dfrac{4\pi^2\nu^2 l - \text{a}}{2\pi\nu} = 3{,}73$ м/с.

1.81. $\Delta r = \dfrac{\sqrt{2}\,at^2}{4\pi^2N^2} = 0{,}287$ м; $S = \dfrac{att_1}{2\pi N} = 4{,}78$ м.

Указание: За 15 с точка проходит 3,75 окружности, т.е. перемещение составляет $\sqrt{2}\,R$.

1.82. $m = 55{,}9$ г.

1.83. $r = 2{,}6$ мм.

1.84. $V = 0{,}34$ см^3.

1.85. $\rho = 1{,}19$ г/см^3.

1.86. $\alpha_1 = 0{,}243$; $\alpha_2 = 0{,}286$.

1.87. $F = 10^4$ Н.

Указание: Горизонтальная сила, действующая на поверхность трассы, по 3 закону Ньютона равна силе, разгоняющей автомобиль.

1.88. $\dfrac{a_a}{a_к} = \dfrac{F_a M}{F_к m} = 2.$

1.89. $m_1 = m\dfrac{a_2}{a_2 - a_1} = 55$ т; $m_2 = m\dfrac{a_1}{a_2 - a_1} = 50$ т.

1.90. $a = 0{,}08$ м/с^2.

1.91. $a = 3{,}6$ м/с^2.

1.92. $F = 10^4$ Н.

1.93. а) $P = 827$ Н; б) $P = 547$ Н.

1.94. $F_с = F_т - m\upsilon/t = 1{,}5\cdot10^5$ Н.

1.95. $F_с = m\,[g - \upsilon^2/(2h)] = 1{,}81$ Н.

1.96. $F = m\,(\sqrt{2gh}\,/t + g) = 4{,}06\cdot10^5$ Н.

1.97. $m = 2(M - F/g) = 122$ кг.

1.98. $x = \mu mg/k = 0{,}039$ м.

1.99. $a = g\dfrac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} = 3{,}27$ м/с^2 или $a = g\dfrac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} = 29{,}4$ м/с^2.

1.100. $a = (\sqrt{F_1^2 + F_2^2} - \mu mg\,)/m = 3{,}04$ м/с^2.

1.101. $F_с = m\sqrt{a^2 - g^2} = 5$ Н.

1.102. $T = m\sqrt{a^2 + g^2} = 2{,}94$ Н; $\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{a}{g} = 1{,}2°$.

1.103. а) $F = mg - \mu F_1 = 166$ Н; б) $F = mg + \mu F_1 = 226$ Н.

1.104. $a = \dfrac{\mathrm{F\cos\alpha - mg - \mu F\sin\alpha}}{m} = 3{,}5$ м/с^2.

1.105. $a = (F\cdot\cos\alpha - F_{тр})/m = 0{,}6$ м/с^2.

1.106. а) $a = \dfrac{F\cdot\cos\alpha - \mu(mg - F\cdot\sin\alpha)}{m} = 3{,}6$ м/с^2;

б) $a = \dfrac{F\cdot\cos\alpha - \mu(mg + F\cdot\sin\alpha)}{m} = 3{,}1$ м/с^2.

1.107. $\alpha = \mathrm{arctg}\mu = 26{,}6°$.

1.108. $F_1 = mg\cdot\sin\alpha = 33{,}9$ Н; $F_2 = mg\cdot\cos\alpha = 19{,}6$ Н.

1.109. $t = 0{,}9$ с.

1.110. $F = mg(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha) = 1{,}04\cdot10^3$ Н.

1.111. а) $m = \dfrac{F_1 + F_2}{2g\sin\alpha}$ =2 кг; б) $m = \dfrac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 2\alpha}}{g\sin 2\alpha}$ =2,02 кг.

1.112. $a = \dfrac{F\cdot\cos\alpha + mg\cdot\sin\alpha - \mu(mg\cdot\cos\alpha - F\cdot\sin\alpha)}{m}$ = 5,1 м/с^2.

1.113. $\mu_2 = (tg\alpha - k\mu_1)/(1 - k) = 0{,}62$.

1.114. $\mu = tg\alpha\cdot(k^2 - 1)/(k^2 + 1) = 0{,}15$.

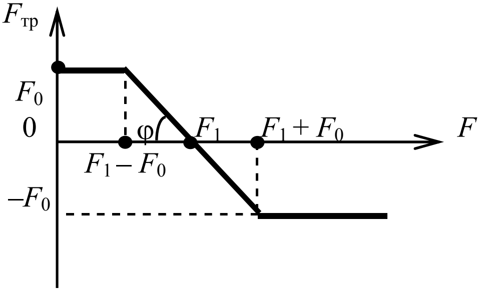
1.115. а) $F_{тр} = mg\cdot\sin\alpha$ = 9,81 Н
(т.к. $mg\cdot\sin\alpha < \mu mg\cdot\cos\alpha$ и скорость тела равна нулю);
б) $F_{тр} = \mu mg\cdot\cos\alpha$ = 6,80 Н
(т.к. $mg\cdot\sin\alpha > \mu mg\cdot\cos\alpha$ и тело перемещается).

1.116. $\mu = tg\alpha_1 = 0{,}58$, $F_{тр} = mg\sin\alpha_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$.

1.117. $\dfrac{F_{тр1}}{F_{тр2}} = \dfrac{\sin\alpha_1}{tg\alpha\cdot\cos\alpha_2} = 0{,}90$.

1.118. а) $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ = 5,10 Н; б) $F_{тр} = mg\sin\alpha - F$ = 1,81 Н;
в) $F_{тр} = F - mg\sin\alpha$ = 4,19 Н; г) $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ = 5,10 Н.

1.119. См. рис. 6.10.



$F_0 = \mu mg\cos\alpha$
$F_1 = mg\sin\alpha$
$\varphi = 45°$

Рис. 6.10

1.120. $T = 2\cdot10^3$ Н.

1.121. $T_1 = T_2\dfrac{m_1 + m_2}{m_2}$ = 15 Н.

1.122. $S = g\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot t^2$ = 5 м; $T = \dfrac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$ = 14,7 Н.

1.123. $a = g\cdot1/4$ = 2,45 м/с^2; $T = mg\cdot3/4$ = 7,36 Н.

1.124. $a = F/4m$; $F_3 = F/4$; $F_2 = F/2$; $F_1 = 3F/4$.

Решение: Согласно второму закону Ньютона: $F - F_1 = m_1a$; $F_1 - F_2 = m_2a$; $F_2 - F_3 = m_3a$; $F_3 = m_4a$. Ускорения всех брусков одинаковы (единая система) и равны $a = F/4m$. Решая систему уравнений получаем: $F_3 = F/4$; $F_2 = F/2$; $F_1 = 3F/4$.

1.125. $a_1 = 2\dfrac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}g = 1{,}57$ м/с^2; $a_2 = \dfrac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}g = 0{,}78$ м/с^2;

$$T = \frac{3m_1m_2}{4m_1 + m_2}g = 14{,}8 \text{ Н}.$$

Указание: Из кинематики следует, что ускорение груза m_2 в два раза меньше ускорения груза m_1, т.к. при перемещении груза m_1 на расстояние l груз m_2 перемещается на расстояние $l/2$. Следует также учесть, что со стороны нити к грузу m_1 приложена сила T, а к грузу m_2 – 2T, направленные вертикально вверх.

1.126. $F = \mu(m + M)g = 23{,}5$ Н.

1.127. $F = (\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)g = 24{,}5$ Н.

1.128. $a = g\dfrac{\mu - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mu\mathrm{tg}\alpha}$.

1.129. $F_{\text{тр}} = mg\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2{,}12$ Н.

1.130. $F = mg/(k + 1)^2 = 307$ Н.

1.131. $h = R_З(\sqrt{2} - 1) = 2{,}64 \cdot 10^6$ м.

1.132. $x = \dfrac{k_1R_З}{\sqrt{k_2} + 1} = 6R_З$.

1.133. $\upsilon = \upsilon_З\sqrt{\dfrac{k_1}{k_2}} = 9{,}7$ км/с.

1.134. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\upsilon_з = 6{,}45$ км/с.

1.135. $\upsilon = R_З\sqrt{\dfrac{g}{R_З + h}} = 7{,}02$ км/с; $\mathrm{T} = 2\pi\dfrac{R_З + h}{R_З} \times \sqrt{\dfrac{R_З + h}{g}} = 2$ ч.

1.136. $P = m(g + \upsilon^2/l) = 872$ Н.

1.137. $F = m(\upsilon^2/R - g) = 343$ Н.

1.138. $P = m(g \cdot \cos\alpha - \upsilon^2/R)$.

1.139. $F_1 = m(\upsilon^2/R - g)$; $F_2 = m(g + \upsilon^2/R)$.

Решение: Сила F, прижимающая летчика к сиденью, по 3 закону Ньютона по модулю равна силе реакции сиденья N. В верхней точке петли сила тяжести mg и реакция сиденья N_1, действующие на летчика, направлены вниз и $N_1 + mg = m\upsilon^2/R$. Поэтому $F_1 = N_1 = m\upsilon^2/R - mg$. В нижней точке петли $N_2 - mg = m\upsilon^2/R$ и $F_2 = N_2 = mg + m\upsilon^2/R$.

1.140. $T_н - T_в = 2mg$.

1.141. $tg\alpha = \upsilon^2/(Rg) = 0{,}076$; $\alpha = 4{,}4°$.

1.142. $h = l\dfrac{\upsilon^2}{\sqrt{\upsilon^4 + R^2g^2}} = 3{,}9$ см.

1.143. $R = \dfrac{\upsilon^2}{g\mathrm{tg}\alpha} = 2{,}8$ км.

1.144. $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu g}{R}} = 0{,}11$ об/с.

1.145. $\mu = \dfrac{\omega^2 R \cdot cos\alpha + g \cdot \sin\alpha}{g \cdot cos\alpha - \omega^2 R \cdot \sin\alpha} = 0{,}43$.

1.146. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(d + 2h \cdot \mathrm{tg}\alpha) \cdot \mathrm{tg}\alpha}{2\mathrm{g}}} = 0{,}93$ с.

1.147. $\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{h/g}$.

1.148. $tg\alpha = \upsilon^2/Rg = 0{,}294$; $\alpha = 16{,}4°$.

1.149. $\rho = \dfrac{3}{(1-k)}\dfrac{\pi}{GT^2}$.

1.150. $p/p_0 = \dfrac{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2aS}}{\upsilon_0} = 2$.

1.151. $p = \sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2} = 5$ кг·м/с.

1.152. $|\Delta\vec{p}|_1 = 2m\upsilon = 4$ кг·м/с; $|\Delta\vec{p}|_2 = 0$.

Решение: Приращение импульса мяча $\Delta\vec{p} = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1$, где $\vec{\upsilon}_1$ – скорость в начальной точке, а $\vec{\upsilon}_2$ – скорость в конечной ситуации. После удара мяча об одну стенку $\vec{\upsilon}_2 = -\vec{\upsilon}_1$ и $|\Delta\vec{p}|_1 = |m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1| = |m\vec{\upsilon}_2 - (-m\vec{\upsilon}_2)| = |2m\vec{\upsilon}_2| = 2m\upsilon = 4$ кг·м/с, так как удар происходит без потери скорости. После ударов о противоположные стенки $\vec{\upsilon}_2$ = $\vec{\upsilon}_1$ и $|\Delta\,\vec{p}\,|_2 = |m\,\vec{\upsilon}_2 - m\,\vec{\upsilon}_1| = 0$.

1.153. $\left|\Delta\vec{p}\right| = m\upsilon = 2\cdot10^4$ кг·м/с.

1.154. $\left|\Delta\vec{p}\right| = \sqrt{2}\, m\pi R/(2t) = 1{,}1$ кг·м/с.

1.155. $F = m\upsilon/\Delta t = 50$ Н.

Решение: По закону сохранения импульса, импульс, полученный ружьем, равен по абсолютной величине импульсу пули: $p_р = p_п = m\upsilon$. По второму закону Ньютона $F_1\cdot\Delta t = m\upsilon$ (F_1 – среднее значение силы, действующей на ружье). Согласно третьему закону Ньютона модули сил F_1=F. Следовательно, $F = F_1 = m\upsilon/\Delta t$.

1.156. $F_с = m\upsilon/\Delta t = 150$ Н.

1.157. $n = F/m\upsilon = 5$ с$^{-1}$.

1.158. $\Delta t = 2m\upsilon\cdot\sin\alpha/F = 0{,}1$ с.

1.159. $p = \sqrt{(m\upsilon)^2 + (F\Delta t)^2} = 0{,}5$ кг·м/с.

1.160. $u = m\upsilon/M$.

1.161. $p = m\upsilon = 2{,}5$ кг·м/с.

Решение: По закону сохранения импульса суммарный импульс всех шаров (включая и тот, которым ударили) равен первоначальному импульсу всей системы до удара, т.е. $p = m\upsilon = 2{,}5$ кг·м/с.

1.162. $\upsilon = 0{,}6$ м/с. В направлении движения второго хоккеиста.

Решение: Применим закон сохранения импульса, приняв направление движения первого хоккеиста совпадающим с направлением оси X. В проекции на эту ось закон запишется в виде: $m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$. Откуда $\upsilon = \dfrac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = -0{,}6$ м/с. Знак «минус» показывает, что после столкновения хоккеисты будут двигаться в направлении движения второго хоккеиста.

1.163. $u = \dfrac{m\upsilon\cdot\cos\alpha}{M} = 7$ м/с; $\left|\Delta\vec{p}\right| = 2m\upsilon\cdot\sin\alpha = 4000$ кг·м/с.

1.164. $u = \dfrac{m\upsilon\cdot\cos\alpha}{m + M} = 0{,}6$ м/с.

1.165. $\upsilon = \dfrac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 - m_2} = 533$ м/с.

1.166. а) $\alpha = 0$, б) $\alpha = \pi$, в) $\alpha = \pi/2$, г) $u_1 = \dfrac{Mu - m(\upsilon \cdot cos\alpha + u)}{M - m}$.

1.167. $\upsilon = \dfrac{\sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2}}{m_1 + m_2} = 1{,}92$ м/с.

1.168. $\upsilon = \dfrac{(m_1 + m_2)\upsilon_0(k-1)}{km_2} = 6{,}5$ м/с.

1.169. $S = \dfrac{Ml}{m+M} = 4$ м.

1.170. $u = \dfrac{m\upsilon \cdot \cos\alpha}{M+m}$

Указание: Согласно закону сохранения импульса, записанному в проекции на горизонтально направленную ось координат, $m(\upsilon\cos\alpha - u) - Mu = 0$.

1.171 $A_1 = \dfrac{F_1^2 S}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = 0{,}9$ Дж; $A_2 = \dfrac{F_2^2 S}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} = 1{,}6$ Дж.

1.172. $A = m\,(g + 2h/t^2)\,h = 4{,}72$ кДж.

1.173. $A = FS\cdot\cos\alpha = 56{,}4$ Дж;

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(FS\cdot\cos\alpha - mgS\cdot\sin\beta)}{m}} = 7{,}4 \text{ м/с.}$$

Решение: Работа силы F, А = $FS\cdot\cos\alpha = 30$ Дж. При этом материальная точка поднимается на высоту $h = S\cdot\sin\beta$ и ее потенциальная энергия изменяется на величину $E_п = mgh$. По закону сохранения механической энергии $A = E_п + m\upsilon^2/2$. Откуда $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2(A - E_•)}{m}} = \sqrt{\dfrac{2(FS\cdot\cos\alpha - mgS\cdot\sin\beta)}{m}} = 7{,}4$ м/с.

1.174. $\mu = \dfrac{A}{mgS - A\cdot tg\alpha} = 0{,}2$.

1.175. $[N] =$ Вт = кг·м²/с³.

1.176. См. рис. 6.11.

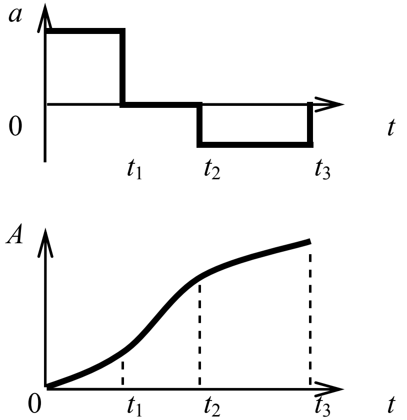


Рис. 6.11

1.177. $t = 900$ с.

1.178. $N = m\upsilon^2/2\Delta t = 600$ Вт.

1.179. $F_c = kN/\upsilon = 100$ Н.

1.180. $N_1 = 290$ Вт; $N_2 = 1440$ Вт.

Решение: Рассмотрим небольшой участок пути Δh, проходимый телом в интервале времени (t, $t+\Delta t$). Скорость тела, считая Δt малой величиной, примем равной $\upsilon = gt$. Тогда $\Delta h = \upsilon\Delta t = gt\Delta t$. Работа, совершаемая за время Δt: $\Delta A = mg\Delta h = mg^2 t\Delta t$, а мощность силы тяжести $N = \Delta A/\Delta t = mg^2 t$.

1.181. $N = mg\,(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha)\,\upsilon = 590$ кВт.

1.182. $N = \mu F\pi\nu d = 25{,}1$ Вт.

1.183. $P = -\,\mu m\upsilon\,(g - \upsilon^2/R) = -\,2{,}3$ Вт.

1.184. $m_2 = m_1\dfrac{\upsilon_2^2 t_2}{\upsilon_1^2 t_1} = 6{,}4$ кг.

1.185. $E = m\,(gh + \upsilon^2/2) = 114$ Дж.

1.186. $E_к = 0{,}4$ Дж.

1.187. $E_к = \dfrac{F^2t^2}{2m} = 6{,}4$ Дж.

1.188. $m = p^2/(2E_к) = 4$ кг.

1.189. $A = (\upsilon^2_2 - \upsilon^2_1)\,m/2 = 8$ Дж.

1.190. См. рис. 6.12

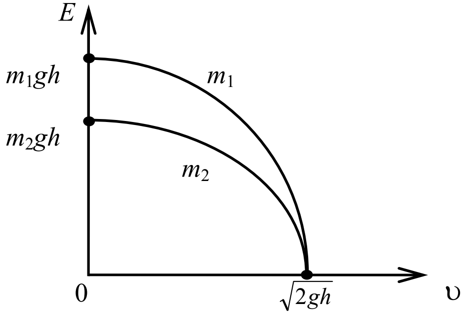


Рис. 6.12

1.191. $A = E_п = mgh = 2{,}1$ МДж.
1.192. $A = 196{,}2$ Дж.
1.193. $A_2 = 3A_1$.
1.194. $N = mgh/t = 34{,}3$ Вт.
1.195. $m = 18{,}3$ т.
1.196. $t = 9{,}81$ с.
1.197. $F = (\upsilon^2{}_1 - \upsilon^2{}_2)m/(2\mathrm{d}) = 2{,}5 \cdot 10^4$ Н.
1.198. $F_с = m[g - \upsilon^2/(2h)] = 2{,}6$ Н.
1.199. $F = m\upsilon^2/2S = 3 \cdot 10^3$ Н.
1.200. $N = m\upsilon^3/4l = 160$ кВт.
1.201. $A = 2mgh$.
1.202. $S = h(1 - \mu \cdot ctg\alpha)/\mu = 49$ м.
1.203. Не зависит от массы.
1.204. $\Delta p = m\sqrt{2(\upsilon_0^2 - gh - \upsilon_0\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh}\cos\alpha} = 4{,}55$ кг·м/с.
1.205. $A = mg(h + mg/2k) = 10{,}8$ Дж.
1.206. $\upsilon = \sqrt{gl/2} = 4{,}95$ м/с.

Решение: Изменение положения центра масс веревки $\Delta h = l/4$. Тогда по закону сохранения энергии $mgl/4 = m\upsilon^2/2$ и $\upsilon = \sqrt{gl/2}$.

1.207. $\mu = \dfrac{m_2(l_1 + l_2)}{m_1(l_2 - l_1)} = 0{,}3$.

1.208. $h = 10{,}1$ м; $\upsilon_1 = 6{,}4$ м/с ; $\upsilon = 14{,}1$ м/с.

1.209. $\Delta h = \upsilon_0^2/2g = 20{,}4$ м.

1.210. $E_к = m(\upsilon^2{}_0 + g^2t^2)/2$.

1.211. $\upsilon = 10$ м/с; $\alpha \geq 45°$.

1.212. $h = \upsilon^2{}_0/4g$, $\alpha \geq 45°$.

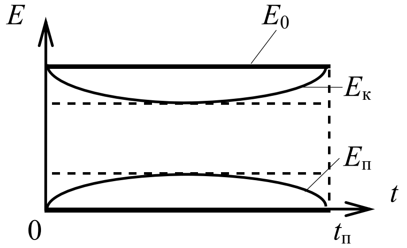
1.213. $h = (3/8)\cdot(\upsilon^2{}_0/g)$, $\alpha \geq 60°$.

1.214. $h = \upsilon_0^2 \sin^2\alpha/2g = 1{,}3$ м.

1.215. $E_п/E_к = \mathrm{tg}^2\alpha = 3$.

1.216. $\cos\alpha = \sqrt{1-k} = \sqrt{3}/2$, $\alpha = 30°$.

1.217. См. рис. 6.13.



$$E_0 = \frac{m\upsilon_0^2}{2} = 3{,}6 \text{ МДж};$$

$$t_п = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = 61 \text{ с}.$$

Рис. 6.13

1.218. $\upsilon = \dfrac{M+m}{m}\sqrt{2gh} = 400$ м/с.

1.219. $x = m\upsilon/\sqrt{k(M+m)}$.

1.220. $\upsilon = m\sqrt{\dfrac{2gh}{M(M+m)}}$.

1.221. $E_1 = \dfrac{(m_1+m_2)^2u^2}{2m_1} = 36$ Дж.

1.222. $\upsilon_1 = \sqrt{2E/mk} = 30$ м/с.

1.223. $E = m(\upsilon^2{}_1 + \upsilon^2{}_2)/4 = 2{,}5$ Дж.

1.224. $\Delta E_к = -\dfrac{mM(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{2(m+M)} = -1{,}45\cdot10^6$ Дж.

Решение: Изменение кинетической энергии $\Delta E_к = (m + M)\upsilon^2/2 - m\upsilon_1^2/2 - M\upsilon_2^2/2$, где υ – скорость тел после столкновения. Согласно закону сохранения импульса, записанному в проекции на горизонтально направленную ось: $m\upsilon_1 - M\upsilon_2 = (m + M)\ \upsilon$ и $\upsilon = \dfrac{m\upsilon_1 - M\upsilon_2}{m+M}$.

Подставляя полученное выражение для υ в формулу для $\Delta E_к$ и проведя несложные преобразования получаем $\Delta E_к = -\dfrac{mM(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{2(m+M)}$.

1.225. $h = 5$ см.

1.226. $\eta = (k-1)/k = 0{,}75$.

Решение: Начальная энергия шаров $E_н = E_1 + E_2 = m\upsilon_1{}^2/2 + km\upsilon_2{}^2/2 = m(\upsilon_1{}^2 + k\upsilon_2{}^2)/2$, где υ_1 и υ_2 – скорости соответствующих шаров до столкновения. Так как направления движения шаров взаимно перпендикулярны, то суммарный импульс системы $p = \sqrt{(m\upsilon_1)^2 + (km\upsilon_2)^2} = m\sqrt{\upsilon_1^2 + k^2\upsilon_2^2}$. При столкновении этот импульс, согласно закону сохранения импульса, не изменяется, и он равен импульсу второго шара. Конечная кинетическая энергия системы $E_к = \dfrac{p^2}{2km} = \dfrac{m^2(\upsilon_1^2 + k^2\upsilon_2^2)}{2km} = \dfrac{m(\upsilon_1^2 + k^2\upsilon_2^2)}{2k}$. Энергия, затраченная на выделение тепла $E_н - E_к = \dfrac{m}{2}(\upsilon_1{}^2 + k\upsilon_2{}^2) - \dfrac{m}{2k}(\upsilon_1{}^2 + k^2\upsilon_2{}^2) = \dfrac{m\upsilon_1^2(k-1)}{2k}$.

Поэтому $\eta = (E_н - E_к)/E_1 = (k-1)/k$.

1.227. $u_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$; $u_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$.

1.228. $M/m = 3$.

1.229. $m_1 = m_2/3 = 0{,}1$ кг.

1.230. $\upsilon = \sqrt{6lg}$.

1.231. $\cos\alpha = 1/\sqrt{3}$, $\alpha = 54°44'$.

Решение: В момент полета (рис. 6.14) на груз будет действовать центростремительная сила $T - mg\cdot\cos\alpha = m\upsilon^2/R$, где T – сила натяжения нити, R – длина нити, υ – скорость груза. Из закона сохранения энергии следует, что $m\upsilon^2/2 = mgR\cdot\cos\alpha$. Решая полученную систему уравнений имеем $T = 3mg\cdot\cos\alpha$. Так как ускорение груза направлено горизонтально, то равнодействующая сил T и mg в вертикальном направлении равна нулю и $T\cdot\cos\alpha = mg$. Из двух последних равенств получаем $\cos^2\alpha = 1/3$, $\cos\alpha = 1/\sqrt{3}$ и $\alpha = 54°42'$.

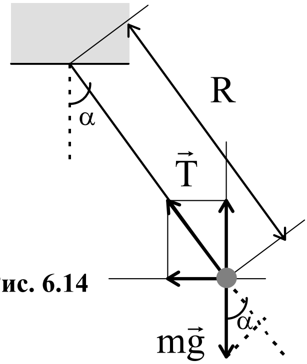


Рис. 6.14

1.232. $\cos\alpha = 0{,}6$, $\alpha = 53°8'$.

Решение: Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси x и y в момент, когда шарик находится в крайнем положении (рис. 6.15):

y: $T - mg\cdot\cos\alpha = 0$

(т.к. скорость равна нулю),

x: $mg\cdot\sin\alpha = ma_1$.

Следовательно, $a_1 = g\sin\alpha$. В момент времени, когда шарик находится в нижней точке траектории:

y: $T_0 - mg = ma_2$, $a_2 = \upsilon^2/l$.

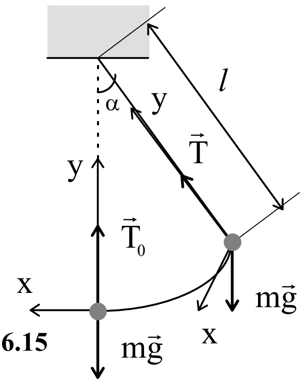


Рис. 6.15

По условию $a_1 = a_2$, следовательно $\upsilon^2 = gl\sin\alpha$. Из закона сохранения энергии $mg(l - l\cdot\cos\alpha) = m\upsilon^2/2$. Из последних двух уравнений имеем $gl\cdot\sin\alpha = 2gl(1 - \cos\alpha)$, или $\sin\alpha = 2 - 2\cos\alpha$. Решив тригонометрическое уравнение (например, возведя обе части равенства во вторую степень) находим, что $\cos\alpha = 0{,}6$.

1.233. $\operatorname{tg}\alpha = 1/\sqrt{2}$, $\alpha = 35{,}26°$.

1.234. а) $T = mg\cos\alpha + \frac{m\upsilon^2}{l} = 8{,}9$ Н; б) $T = mg(3 - 2\cos\alpha) + \frac{m\upsilon^2}{l} =$

$= 24{,}6$ Н; в) $T = mg\cos\alpha - \frac{m\upsilon^2}{2l} = 2{,}9$ Н.

1.235. $\upsilon_0 = 2\sqrt{gl}$.

1.236. $\upsilon_0 = \sqrt{5gl}$.

1.237. $\cos\alpha = \frac{3mg - T}{2mg}$; $\alpha = 60°$.

1.238. $h = R\cdot 5/2$.

1.239. $h = R/3$.

1.240. $P = 530$ Н.

1.241. $\cos(\alpha_2/2) = (F_1/F_2)\cdot\cos(\alpha_1/2)$; $\alpha_2 = 56°$.

1.242. $T = \frac{mg}{2cos\frac{\alpha}{2}} = 69{,}4$ Н.

1.243. $T_1 = 785$ Н; $T_2 = 589$ Н.

1.244. $T_1 = mg = 196$ Н, $T_2 = (mg/\sin\alpha) = 227$ Н,
$T_3 = mg\cdot ctg\alpha = 113$ Н.

1.245. $F = mg(\sin\alpha - \mu\cdot\cos\alpha)/\mu = 32{,}7$ Н.

1.246. $F = mg\cdot\sin\alpha/(1 + \sin\alpha) = 9{,}81$ Н.

1.247. $F = (mg\cdot\cos\alpha)/2$; $F_1 = (mg\cdot ctg\alpha)/2$; $F_2 = mg/2$.

1.248. $F = \frac{mg(1-2k)}{2(1-k)} = 0{,}98$ Н.

1.249. $T_1 = \frac{mg(l-2l_1)}{2(l-l_1)} = 3{,}9$ кН; $T_2 = \frac{mgl}{2(l-l_1)} = 4{,}9$ кН.

1.250. $F_1 = 654$ Н; $F_2 = 1308$ Н.

1.251. $x = l\frac{2m_1 + m}{2(m_1 + m + m_2)} = 22{,}5$ см.

1.252. $F = mg\frac{(l-2l_1)}{2(l-l_1)\sin\alpha} = 314$ Н.

1.253. $T = (mg/4\cos\alpha) = 2{,}83$ Н.

1.254. $\alpha = \mathrm{arctg}\left(k^2\right) = 66°$.

1.255. $\alpha = \mathrm{a}rctg(2/3) = 34°$.

1.256. Цилиндр.

1.257. а) $F = \mathrm{p}hl > \mu_1 mg$; $Fh/2 > mgl/2$ – ящик движется по горизонтали равноускоренно и опрокидывается; б) $F = \mathrm{p}hl < \mu_2 mg$ – ящик не движется по горизонтали, а опрокидывается.

1.258. $F = mgl/[2\cdot(H - 2a)] = 98{,}1$ Н.

1.259. $F = mg(k-1)\mathrm{ctg}\varphi / 2k(1-\alpha) = 51$Н.

1.260. $F = mg2\alpha \cdot \cos\varphi = 131$ Н; $F_1 = mg2\alpha \cdot \mathrm{ctg}\varphi = 151$ Н.

1.261. $h \le \dfrac{F_{\text{тр}} l}{mg} \sin\alpha \cdot tg\alpha = 1{,}53$ м.

1.262. $l_{\text{c}} = \dfrac{m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3 + ml/2}{m_1 + m_2 + m_3 + m} = 1{,}53$ м.

1.263. $x = 0{,}86$ м.

1.264. $x_{\text{c}} = 2{,}25$ см; $y_{\text{c}} = 2{,}125$ см.

1.265. $x = 2R\rho_{\text{a}}/(\rho_{\text{c}}+\rho_{\text{a}}) = 5$ см.

1.266. $x = R/6$.

1.267. $x = \dfrac{a^3}{2(\pi R^2 - a^2)} = 1{,}02$ см.

1.268. $[p] = \text{Па} = \text{кг/м}\cdot\text{с}^2$.

1.269. $F = 29{,}4$ кН.

1.270. $p = 4{,}3\cdot 10^3$ Па.

1.271. $F_{\text{д}} = \rho a^3 g$; $F_{\text{б}} = \rho a^3 g/2$.

1.272. $F = \alpha^2 \rho g l h^2 / 2 = 118$ Н.

1.273. $p = \rho g(h - h_0) = 4{,}9\cdot 10^5$ Па.

1.274. $p = \rho g\left(\dfrac{4V}{\pi d^2} - h\right) = 1{,}86$ кПа.

1.275. $h_{\max} = 10{,}2$ м.

1.276. $S = 0{,}05$ м^2.

1.277. $F = \eta F_1 h_1 / h_2 = 8$ кН.

1.278. $S_1 / S_2 = 12{,}3$.

1.279. $h_1 = 27{,}2$ см.

1.280. $h = m(\rho_в - \rho_м)/S\rho_в\rho_м = 4$ см.

Решение: Высота столба масла в трубке $h_м = \dfrac{m}{S\rho_м}$. Из равенства гидростатических давлений воды и масла на глубине ($h_м - h$) имеем (рис. 6.16): $\rho_в g(h_м - h) = \rho_м g h_м$. Отсюда $h = h_м(\rho_в - \rho_м)/\rho_в = m(\rho_в - \rho_м)/S\rho_в\rho_м$.

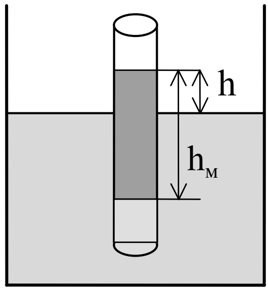


Рис. 6.16

1.281. $h_1 = \dfrac{2V(3\rho_р - \rho_в)}{\pi d^2\rho_р} = 29{,}1$ см; $h_2 = \dfrac{2V(\rho_р + \rho_в)}{\pi d^2\rho_р} = 10{,}7$ см

1.282. $x = \dfrac{\rho_в h}{(1+k^2)\rho_р}$.

1.283. $h = \dfrac{V\rho_в}{kS\rho_р} = 0{,}3$ см.

1.284. Осадка уменьшится.

Решение: Условие плавания тел: $mg = \rho g V_п$ ($V_п$ – объем погруженной части тела). Поэтому чем больше плотность жидкости, тем меньше объем погруженной в воду части тела. Таким образом, при переходе в Черное море осадка уменьшится.

1.285. Не изменится.

1.286. $F_п = mg(\dfrac{\rho_в}{\rho_п} - 1) = 157$ Н.

1.287. $S = 2m/(\rho_в - \rho_л)\cdot d = 3$ м^2.

1.288. $F = \rho_в S(h - l)g = 7{,}36$ кН.

1.289. $V = 4{,}1\cdot10^{-3}$ м^3.

1.290. $\rho = \dfrac{\rho_в}{1 - P/mg} = 4{,}25\cdot10^3$ кг/м^3.

1.291. $\rho_ж = \rho_а(1 - T/mg) = 970$ кг/м^3.

1.292. $F = mg(k\dfrac{\rho}{\rho_п} - 1) = 97{,}1$ Н.

1.293. $k_1 = \dfrac{k}{(1 - F/mg)} = 0{,}68.$

1.294. $V_п = V\dfrac{\rho_ц - k\rho_в}{\rho_ц} = 180$ см^3.

1.295. $\dfrac{\rho_т}{\rho_ж} = mg/k\Delta l = 2{,}45.$

1.296. $\rho_2 = \rho_1 \dfrac{P - F_2}{P - F_1}.$

1.297. $k_1 = \dfrac{\rho_р \mathrm{k} - \rho_в}{\rho_р - \rho_в} = 0{,}19.$

1.298. $\rho_с = \rho_в \dfrac{g}{g - a} = 2{,}57 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.299. $m = \dfrac{kF_с}{(k-1)g} = 0{,}2$ кг.

1.300. $F_с/mg = k - 1 = 3.$

1.301. $T = (m_2 - m_1)g/2 = 4{,}9$ Н.

1.302. $F = (k+1)mg\left(1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_а}\right) = 3{,}7$ Н.

1.303. $\mathrm{A} = (\rho - \rho_в)g\mathrm{V}h = 23{,}5$ Дж.

1.304. $A_1 = \dfrac{mgh\rho}{2\rho_ж}$; $A_2 = \dfrac{mgh(\rho_ж - \rho)^2}{2\rho_ж \rho}.$

1.305. $h = h_1 \Bigg/ \left(\dfrac{4\pi r^3 \rho_в}{3m} - 1\right) = 15{,}7$ см.

1.306. $Q = mg\left(\dfrac{\rho_в}{\rho} h_1 - h_1 - h_2\right) = 19{,}6 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Решение: Работа силы Архимеда, согласно закону сохранения энергии, расходуется на увеличение потенциальной энергии шарика и на работу против сил трения: $F_А \cdot h_1 = mg(h_1 + h_2) + \mathrm{Q}$. Сила Архимеда $F_А$

$= \rho_в g V = \rho_в g m/\rho = mg\rho_в/\rho$. Таким образом, $Q = mg\dfrac{\rho_в}{\rho}h_1 - mg(h_1 + h_2)$

$= mg(\dfrac{\rho_в}{\rho}h_1 - h_1 - h_2)$.

1.307. $\rho = \rho_в k(2 - k) = 889$ кг/м^3.

Молекулярная физика и тепловые явления

2.1. $m_1 = 7{,}3\cdot10^{-26}$ кг.

2.2. $N = 2{,}22\cdot10^{25}$.

2.3. $N = 3{,}33\cdot10^{25}$.

2.4. $N = mt_2N_A/(t_1\mu) = 1{,}85\cdot10^{20}$.

2.5. $\mu = \dfrac{(m_1 + m_2)\mu_1\mu_2}{\mu_1 m_2 + \mu_2 m_1} = 5{,}25\cdot10^{-3}$ кг/моль.

2.6. $\mu = 30{,}4$ г/моль.

2.7. $n = 2{,}7\cdot10^{25}$ м$^{-3}$.

2.8. $p = nk(t+273K) = 4{,}14$ Па.

2.9. $n = 3\cdot10^{25}$ 1/м^3

2.10. $N = \dfrac{pV}{k(t + 273K)} = 2{,}47\cdot10^{10}$.

2.11. $a = 3{,}46\cdot10^{-9}$ м.

2.12. Водорода, $\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 3{,}74$.

2.13. $\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{3pV/m} = 1160$ м/с.

2.14. $\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{3pN_A/(n\mu)} = 3\cdot10^3$ м/с.

2.15. $\Delta t_2 = \Delta t_1\dfrac{\upsilon_3^2 - \upsilon_2^2}{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2} = 220$°C.

2.16. $|\Delta\vec{p}\,| = \upsilon\cdot\sin\alpha\cdot2\mu/N_A = 2{,}7\cdot10^{-23}$ кг·м/с.

2.17. $F = \dfrac{2\nu\mu\upsilon}{\Delta t} = 450$ Н.

2.18. $p_1 = 2m\upsilon^2 n = 1{,}06\cdot 10^{-2}$ Н/м^2;

$p_2 = 2m(\upsilon + u)^2 n = 1{,}15\cdot 10^{-2}$ Н/м^2.

2.19. $\upsilon = l\cdot 2\pi\nu/\varphi = 400$ м/с.

2.20. $d = j\mu t/(\rho N_A) = 10$ мкм.

2.21. а) $p_2 > p_1$, $V_2 > V_1$, $R_2 > T_1$;

б) $p_2 > p_1$, $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$;

в) $p_2 > p_1$, $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$.

2. 22. См. рис.6.17.

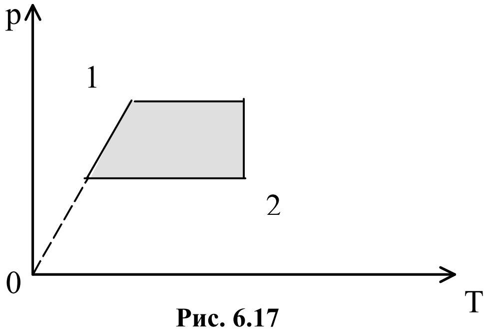


Рис. 6.17

2.23. См. рис.6.18.

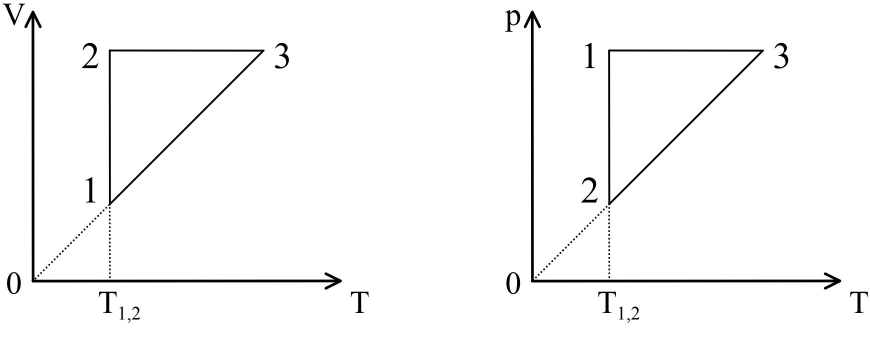


Рис. 6.18

2.24. См. рис. 6.19. Работа отрицательна.

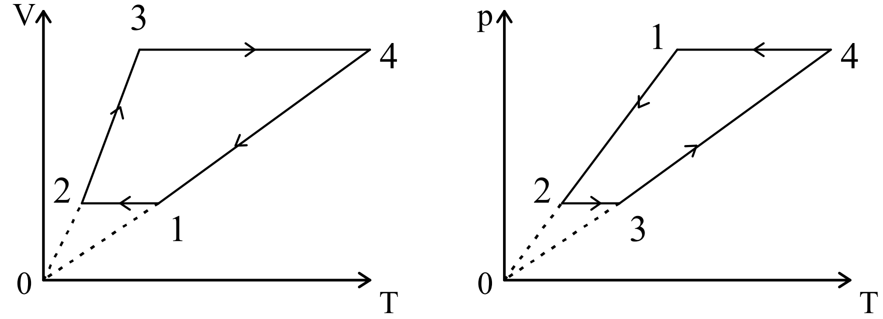


Рис. 6.19

2.25. См. рис.6.20.

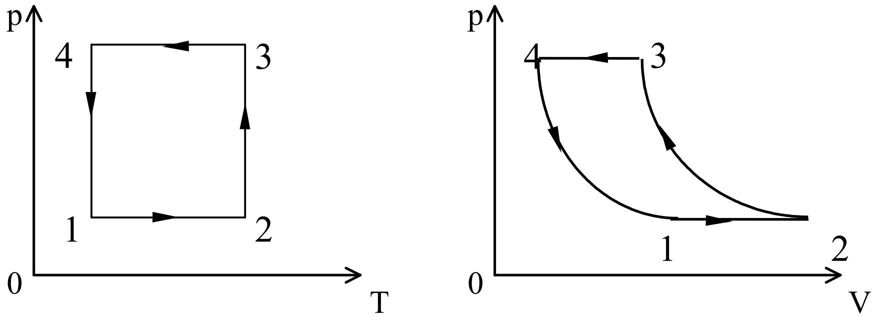


Рис. 6.20

2.26. См. рис. 6.21.

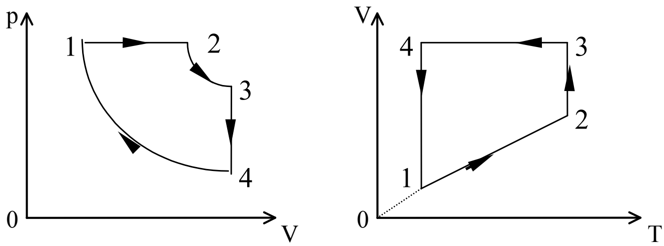


Рис. 6.21

2.27. См. рис. 6.22.

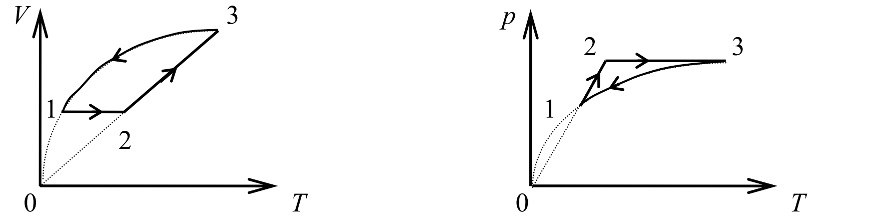


Рис. 6.22

Указание: для процесса 1-3 $p = \alpha V$ (по условию) и $pV/T =$ const (объединенный газовый закон). Исключая из системы поочередно p и V, получаем: $V = \sqrt{\mathrm{const} \cdot T / \alpha}$; $p = \sqrt{\alpha \cdot \mathrm{const} \cdot T}$ (т.е. V от T и p от T – параболы вдоль оси T).

2.28. См. рис. 6.23 (искомые состояния показаны жирной линией).

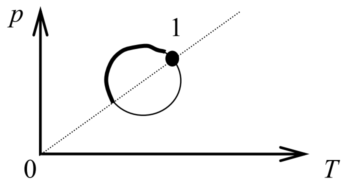


Рис. 6.23

2.29. В случае малого сосуда линейный график зависимости p = f (T) будет иметь больший наклон. Рассмотренный график зависит от μ , а значит и от типа газа.

2.30. ΔT = 60 K.

2.31. $T_1 = n\mathrm{T}_2$ = 700 K.

2.32. $T_1 = \dfrac{\Delta \mathrm{t} \cdot 100\%}{\mathrm{a}}$ = 400 K.

2.33. $T_1 = (t_2 + 273\mathrm{K})/(1 - \dfrac{a}{100\%})$ = 410 K.

2.34. $\rho = p_0\mu/(RT)$ = 1,29 кг/м^3.

2.35. $T = p\mu/(R\rho)$ = 640 K.

2.36. См. рис. 6.24.

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

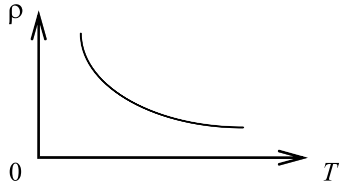


Рис. 6.24

2.37. $p = 2 \cdot 10^5$ Па

Решение: Количество вещества газа и его температура совпадают со стандартными при нормальных условиях, а объем в два раза меньше. Следовательно, давление в два раза больше, чем давление при нормальных условиях, и $p = 2 \cdot 10^5$ Па.

2.38. $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

2.39. $N = p_0 V(T_2 - T_1)N_A/(RT_1T_2) = 5 \cdot 10^{25}$.

2.40. Объем цилиндра, занятого водородом в 16 раз больше объема, заполненного кислородом. При любых температурах, когда выполняется условие $T_1/T_2 = 16$, поршень делит цилиндр на равные части.

2.41. $V_1 = V\dfrac{p_0 S + mg}{p_0 S + (M + m)g} = 8{,}4$ дм^3.

2.42. $p_2 = 1{,}2$ МПа.

2.43. $\dfrac{m_2}{m_1} = \dfrac{(p_2 + p_0)(t_1 + 273K)}{(p_1 + p_0)(t_2 + 273K)} = 1$. Не произошла.

Указание: Манометр показывает давление, превышающее атмосферное.

2.44. $p_2 = \dfrac{p_1 T_2}{4T_1} = 8 \cdot 10^5$ Па.

2.45. $\Delta m = \dfrac{V\mu}{RT} p_1 - \left(\dfrac{k-1}{k}\right) = 0{,}32$ кг.

2.46. $a = (g/2) \cdot (\sin\alpha + p_0 S/mg) = 63$ м/с^2.

2.47. $p = \dfrac{(t + 273K)}{2}\left(\dfrac{p_1}{t_1 + 273K} + \dfrac{p_2}{t_2 + 273K}\right) = 0{,}48$ МПа.

2.48. $p = \left(\dfrac{p_1 V_1}{T_1} + \dfrac{p_2 V_2}{T_2}\right)\dfrac{T}{V_1 + V_2}$.

Решение: После исчезновения перегородки согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $p(V_1+V_2) = (m_1+m_2)RT/\mu$. Применяя уравнение Менделеева – Клапейрона к газу, находящемуся в первой и второй частях сосуда с перегородкой, находим: $m_1+m_2 = \frac{\mu}{R}\left(\frac{p_1V_1}{T_1}+\frac{p_2V_2}{T_2}\right)$. Тогда из первого уравнения: $p = \frac{(m_1+m_2)RT}{\mu(V_1+V_2)} = \left(\frac{p_1V_1}{T_1}+\frac{p_2V_2}{T_2}\right)\frac{T}{V_1+V_2}$.

2.49. $p = \dfrac{p_1(T_1+T_2)}{2T_1} = 1{,}65\cdot 10^5$ Па.

2.50. $p_1 = \dfrac{p(V_1T_1+V_2T_2)}{T(V_1+V_2)} = 1{,}13\cdot 10^5$ Па.

2.51. $\rho = \dfrac{p(m_1+m_2)}{RT} \bigg/ \left(\dfrac{m_1}{\mu_1}+\dfrac{m_2}{\mu_2}\right) = 0{,}48$ кг/м^3.

2.52. $x = \left[\dfrac{p\mu_N\mu_H}{RT\rho} - \mu_H\right]\dfrac{1}{\mu_N-\mu_H}$.

2.53. $h = 7p_0/\rho g = 70$ м.

2.54. $x = \rho gHh/(p_0+\rho gH) = 0{,}4$ м.

2.55. $p = p_0/(1+\dfrac{V_1}{V})^n$.

Решение: Запишем закон Бойля – Мариотта для первого хода поршня: $p_0V = p_1(V+V_1)$, где p_1 – давление воздуха в системе сосуд и рабочая камера насоса. Во время обратного хода насоса давление в сосуде остается равным p_1, а часть воздуха уходит в атмосферу. Для второго хода поршня: $p_1V = p_2(V+V_1)$, где p_2 – давление воздуха после второго хода. Аналогично запишем закон Бойля – Мариотта для остальных (n-2) ходов. Последнее уравнение имеет вид: $p_{n-1}\cdot V = p_n(V+V_1)$. Перемножив полученные n-уравнений, приходим к следующему равенству: $p_0\cdot p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_{n-1}\cdot V^n = p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot\ldots\cdot p_n\cdot(V+V_1)^n$. Сократив обе части уравнения на выражение $p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_{n-1}$ имеем $p_0\cdot V^n = p_n(V+V_1)^n$. Отсюда $p = p_n = p_0/(1+\dfrac{V_1}{V})^n$.

2.56. $n = \dfrac{V(p-p_0)}{V_1 p_0} = \left(\dfrac{p}{p_0} - 1\right)\dfrac{V}{V_1}$.

Решение: После n рабочих ходов насос заберет из атмосферы объем воздуха $V_П = n \cdot V_1$ при давлении p_0. Суммарный объем воздуха, который окажется в камере $V_В = V + nV_1$. Тогда по закону Бойля – Мариотта $V_В \cdot p_0 = V \cdot p$, где p – давление в камере. Отсюда $(V+nV_1)p_0 = V \cdot p$ и $n = \dfrac{V(p-p_0)}{V_1 p_0} = \left(\dfrac{p}{p_0} - 1\right)\dfrac{V}{V_1} = 31$.

2.57. $p = p_0 + \dfrac{nV_2 p_0}{V_1} = 3{,}5 \cdot 10^5$ Па.

2.58. $m = \rho V(1 - T_2/T_1) = 122$ г.

2.59. $l/l_1 = \dfrac{2\rho g l}{p_0(\sqrt{1 + 4\rho g l / p_0} - 1)} = 1{,}2$.

Решение: В начальном состоянии воздух находится при атмосферном давлении p_0.

При опускании трубки в воду давление воздуха увеличивается на величину гидростатического давления воды $p_1 = \rho g l_1$, где l_1 – высота столба воздуха в трубке (см. рис. 6.25). Тогда по закону Бойля – Мариотта $p_0 S l = (p_0 + \rho g l_1) S l_1$, где S – сечение трубки. Решая полученное квадратное уравнение относительно l_1, получаем $l_1 = (\sqrt{p_0^2 + 4p_0\rho g l} - p_0)/2\rho g$ (отрицательный корень отбросили).

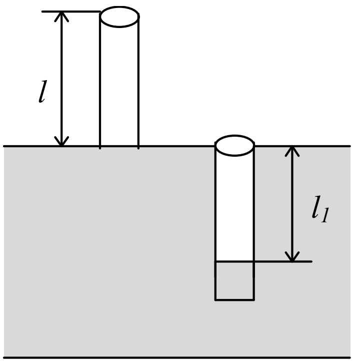


Рис. 6.25

Тогда $l/l_1 = \dfrac{2\rho g l}{p_0(\sqrt{1 + 4\rho g l / p_0} - 1)} = 1{,}2$.

2.60. $x = \dfrac{(p_0 + \rho g l) - \sqrt{{p_0}^2 + (\rho g l)^2}}{2\rho g} = 0{,}25$ м.

2.61. $\rho = \dfrac{4pl(L-h)}{gh[(L-h)^2 - 4l^2]} = 1{,}36 \cdot 10^4$ кг/м^3.

2.62. $p_1 = \frac{1}{2}\left(p - \frac{mg}{\pi R^2} + \sqrt{p^2 + \left(\frac{mg}{\pi R^2}\right)^2} \right) = 76{,}3$ кПа;

$$p_2 = \frac{1}{2}\left(p + \frac{mg}{\pi R^2} + \sqrt{p^2 + \left(\frac{mg}{\pi R^2}\right)^2} \right) = 84{,}1 \text{ кПа.}$$

2.63. $F = m_{\text{H}}g\left(\frac{\mu_{\text{в}}}{\mu_{\text{H}}} - 1 \right)$.

2.64. $m_{\text{He}} = \frac{m\mu_{\text{He}}}{\mu_{\text{в}} - \mu_{\text{He}}} = 16$ кг.

2.65. Не будет.

Указание: При увеличении температуры воздуха уменьшится масса воздуха, находящегося в комнате. Покажите, что внутренняя энергия воздуха в комнате при этом сохраняется.

2.66. $U_2/U_1 = k_1/k_2 = 1{,}5$.

2.67. $\Delta t = \frac{\mu\upsilon^2}{3R} = 1{,}6$°C.

2.68. $\Delta U = 1870$ Дж.

2.69. $A = 240$ Дж.

2.70. $A = (m\text{g}/S + p_0)\,\Delta V = 298$ Дж.

2.71. $t = 27$°C.

2.72. $A = RT_1(1\text{-}1/n) = 0{,}83$ кДж.

2.73. $A = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 600$ Дж.

Указание: Работа газа в замкнутом цикле равна площади фигуры, которая соответствует циклу в координатах p и V.

2.74. $A = \frac{2p_2 - p_1 - \sqrt{p_2 p_1}}{2} V_1 \left(\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} - 1 \right) = 1250$ Дж.

Указание: Из характера процесса 4-1 следует, что $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4}$.

2.75. $A = 83{,}1$ Дж.

2.76. $Q = \Delta U + A = A = 25$ Дж, т.к. при $T = \text{const}$, $\Delta U = 0$.

2.77. $Q = А/(1 - \frac{k}{100\%}) = 30$ Дж.

2.78. $Q = 15$ кДж.

2.79. $\nu = 3$ моль.

2.80. $\Delta U = 135$ Дж.

2.81. $\Delta U = 6{,}1 \cdot 10^6$ Дж.

2.82. $\Delta U = kА_1 = 2000$ Дж.

2.83. См. таблицу:

Процесс	Работа газа	Внутренняя энергия	Теплота
1-2	Равна нулю	Увеличится	Получает
1-3	Положительная	Увеличится	Получает
1-4	Положительная	Увеличится	Получает
1-5	Положительная	Не изменится	Получает
1-6	Положительная	Уменьшится	Без теплообмена

2.84. а) $\Delta U = 54$ Дж; б) $Q = 56$ Дж.

2.85. $\Delta U / Q = 0{,}75$.

2.86. $Q = Mgh\mu c_p/R = 1040$ Дж.

2.87. $\Delta T = (Vp\mu/mR) - T_1 = 872{,}2$ K; $Q = mc_p\Delta T = 16$ кДж;

$$А = \frac{m}{\mu} R\Delta T = 4{,}5 \text{ кДж}; \ \Delta U = Q - A = 11{,}5 \text{ кДж}.$$

2.88. $Q = 3{,}35$ МДж.

2.89. $Q = c_л m(0°C - t_1) + \lambda m + c_в m(t_2 - 0°C) = 44$ кДж.

Указание: Общее количество теплоты складывается из трех слагаемых: 1) тепловой энергии, необходимой для повышения температуры льда от -10° С до 0°С; 2) тепловой энергии, расходуемой на таяние льда; 3) тепловой энергии, нужной для повышения температуры воды от 0°С до 20°С.

2.90. $Q = 981$ кДж.

2.91. $m_2 = m_1 \frac{t_1 - t_2}{t_2 - t_3} = 1{,}6$ кг.

2.92. $t = 50°C$.

2.93. $t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3}$.

2.94. $t = \frac{c_1 m t_1 + c_2 M t_2}{c_1 m + c_2 M} = 22°C$.

2.95. $t = \dfrac{c_1 m t_1 + c_2 M t_2 + C t_2 - c_2 m_1 \cdot 100°\text{C} - r m_1}{c_1 m + c_2 M + C - c_2 m_1} = 20{,}83°\text{C}.$

2.96. $\eta = \dfrac{V\rho c(t_2 - t_1)}{qm} = 0{,}2.$

2.97. $M = \dfrac{mq\eta}{c(T_1 - T_0)} = 317$ кг.

2.98. $M = \dfrac{\rho V[c(T_1 - T_2) + \lambda]}{\eta r} = 0{,}147$ кг.

2.99. $q = [c_2 m_2(0°\text{C}-t_1)+\lambda m_2+c_1 m_2(t_2-0°\text{C})]/(\eta m_1) = 9{,}9$ МДж/кг.

2.100. $m = \dfrac{m_1\lambda + (m_1 + m_2)[r + c(t_1 - 0°C)]}{r} = 0{,}4$ кг.

2.101. $M_1 = \dfrac{m\lambda + mc_2(T_1 - T_2) - Mc_1(T_2 - T_0)}{c_1(T_3 - T_2) + r} = 0{,}29$ кг.

2.102. $c = \dfrac{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$

2.103. $t_2 = \dfrac{2t_1 t - t_0(t + t_1)}{t + t_1 - 2t_0} = 47{,}5°\text{C}.$

2.104. $t = 70{,}7°\text{C}.$

2.105. $t_3 = \dfrac{C(t_2 - t_1) + c_1 m t_2}{c_1 m} = 31{,}1°\text{C}.$

2.106. Так как $c_л m(0°\text{C}-t_2)+\lambda m > \text{C}t_1 > c_л(0°\text{C}-t_2)m$, $t_с = 0°\text{C}$.

2.107. $m_2 = m_1\upsilon^2/(2\eta q) = 5$ г.

2.108. $\upsilon = \sqrt{[2c(T_2 - T_1) + \lambda]/\eta} = 308$ м/с.

2.109. $\Delta t = 125°\text{C}.$

2.110. $h = c\Delta T/(\eta \text{g}) = 28{,}5$ м.

2.111 $n = cm\Delta T/(Mgh\eta) = 18.$

2.112. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2c\Delta T} = 280$ м/с.

2.113. $M = \dfrac{c\rho l(d^2 - d_1^2)\Delta T}{8} = 12{,}2$ Н·м.

Решение: Пусть h – высота гайки. Тогда число оборотов ворота при нарезании резьбы $N = \frac{h}{l}$. Работа силы, вращающей ворот $A = FS$, где $S = 2\pi LN$ – путь, проходимый точкой приложения силы, L – плечо ворота. Эта работа переходит в теплоту: $Q = cm\Delta T$, где $m = h\frac{\pi\rho(d^2 - d_1^2)}{4}$ – масса гайки. Таким образом, $F\cdot 2\pi Lh/l = c\frac{\pi\rho(d^2 - d_1^2)}{4}h\Delta T$. Момент силы $M = FL$. Следовательно, $M = FL = \frac{c\rho l(d^2 - d_1^2)\Delta T}{8}$.

2.114. $N = \eta\rho Vq\upsilon/S = 18{,}5$ кВт.

2.115. $m = F\upsilon t/(q\eta) = 85{,}7$ кг.

2.116. $S = \eta q\rho V/(\mu mg) = 394$ км.

2.117. $\tau = \dfrac{cm(100°C - t_1) + \eta_1 mr}{N\eta} = 45$ мин.

2.118. $\tau_2 = \dfrac{r\tau_1}{c(100°C - t)} = 32{,}7$ мин.

2.119. $A = 0{,}8$ кДж; $Q_2 = 1{,}2$ кДж.

2.120. $T_1 = T_2Q_1/(Q_1\text{-}A) = 400$ K.

2.121. $N = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}\cdot\dfrac{qm}{\tau} = 252$ кВт.

2.122. $\eta_1 = \eta + \dfrac{k}{100\%}(1\text{-}\eta) = 0{,}325$.

2.123. $\eta = 17{,}4\%$.

2.124. $\eta_2 = 2\,\eta_1$; $\eta_3 = \dfrac{\eta_1}{1 - \eta_1}$; $\eta_1 < 0{,}2$; $\eta_2 < 0{,}4$; $\eta_3 < 0{,}25$.

2.125. $a = \dfrac{m\varphi_2}{V(\varphi_2 - \varphi_1)} = 6{,}25$ г/м^3.

2.126. $\varphi = 33\%$.

2.127. $m = (\mu V/R)\cdot(p_1/T_1\text{-}p_{н2}/T_2) = 5{,}54$ мг.

2.128. $m = \left[\frac{\varphi p_{н1}\mu}{RT_1} - \frac{p_{н2}\mu}{RT_2}\right]V = 4{,}8\cdot 10^{-3}$ кг, $V = 1$ м^3.

2.129. $m = \rho_{н1}(\varphi_2-\varphi_1)V = 1{,}73\cdot 10^{-2}$ кг. Роса появится.

2.130. $F = (\sigma_1-\sigma_2)l = 3{,}2\cdot 10^{-3}$ Н. В сторону чистой воды.

2.131. $m = \sigma\pi d/g = 9{,}2$ мг.

2.132. $R = 2\sigma/(\rho g h) = 0{,}1$ мм.

2.133. Из пипетки с горячей водой.

2.134. $t = \Delta l/(\alpha l) = 625$°C.

2.135. $\Delta l = \alpha l(t_2-t_1) \cong 1{,}9$ см.

2.136. $t = 419$°C.

2.137. $V_2 = \frac{V_1(1+\beta t_2)}{1+\beta t_1} = 46{,}5$ м^3.

2.138. $\Delta = \alpha d(\Delta t_1-\Delta t_2)/2 = 27$ мкм.

2.139. $N = \frac{\alpha S(t_1 - t_2)}{2\pi R(1+\alpha t_1)(1+\alpha t_2)} = 19{,}1$.

2.140. $\alpha = (k\alpha_м+\alpha_ж)/(k+1) = 16\cdot 10^{-6}$ K^{-1}.

2.141. $l_0 = 1$ м.

2.142. $\Delta l/(\Delta l)_0 = 1/k^2 = 1/9$, $\varepsilon/\varepsilon_0 = 1/k = 1/3$.

2.143. $R = \sqrt{Fl/(E\Delta l\pi)} = 0{,}43$ мм.

2.144. $\Delta T = F/(ES\alpha) = 40$ K.

Электричество и магнетизм

3.1. $F_1 = 7{,}2$ мкН; $F_2 = 3{,}6$ мкН.

3.2. $q = m\sqrt{\dfrac{G}{k}} = 0{,}86$ пКл, $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9$ Н·м²/Кл².

3.3. $r_2 = r_1\sqrt{\dfrac{k}{\varepsilon}} = 8$ см.

3.4. $a = 10^{-5}$ м/с².

3.5. $q = (q_1+q_2)/2 = 8$ нКл; $F = \dfrac{(q_1+q_2)^2}{16\varepsilon_0\pi r^2} = 1{,}44\cdot10^{-3}$ Н.

3.6. $q = 2l\sqrt{(2k-1)mg\pi\varepsilon_0} = 4{,}8\cdot10^{-7}$ Кл.

3.7. $a = q\sqrt{\dfrac{cos(\alpha/2)}{2\pi\varepsilon_0 F}}$, $\alpha = 60°$.

3.8. $a = 1{,}9$ см/с².

3.9. $|Q| = \dfrac{q}{\sqrt{3}}$.

3.10. $F = \dfrac{kq^2}{4r^2} = 2{,}5\cdot10^4$ Н.

3.11. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{eq}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$; $T = 2\pi r/\upsilon = 2\pi r\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0 mr}{eq}}$.

3.12. $m = \dfrac{2lq^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 g}$.

3.13. $\varepsilon = \rho/(\rho-\rho_к) = 2$.

3.14. $E = 80$ В/м.

3.15. $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 1{,}44\cdot10^{12}$ В/м.

3.16. $E_0 = E_1 = 0$, т.к. электрическое поле внутри заряженного проводника отсутствует; $E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(2R)^2} = 337{,}5$ В/м.

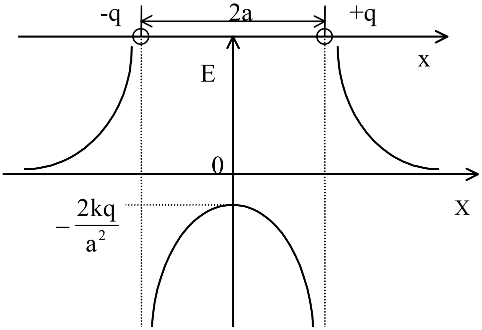
3.17. $E_1 = E_3 = E_0/2 = 4$ В/м; $E_2 = E_0/4 = 2$ В/м.

3.18. $E = 1350$ В/м.

3.19. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\dfrac{q^2}{a^4} + \dfrac{q^2}{b^4}} = 80{,}3$ кВ/м.

3.20. $E = 43{,}3$ кВ/м.

3.21. См. рис.6. 26.



Если $x > a$, то $E = k\dfrac{4qax}{(x^2 - a^2)^2}$.

При $0 < x < a$ $E = -\dfrac{2kq(a^2 + x^2)}{(a^2 - x^2)^2}$.

Для $x < 0$ картина симметрична.

Рис. 6.26

3.22. $E = \sqrt{E_2^2 + E_1^2\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^4} = 5$ В/м.

3.23. $E = \dfrac{mg}{q}\left(1 - \dfrac{\rho_1}{\rho_2}\right) = 147$ кВ/м.

3.24 $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \left(\dfrac{Ee\Delta t}{m}\right)^2} = 7{,}1\cdot 10^5$ м/с и направлена под углом $\alpha =$ $\operatorname{arctg}\dfrac{Ee\Delta t}{m\upsilon_0} = 45°$ к направлению первоначальной скорости $\vec{\upsilon}_0$.

3.25. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg} = 1$; $\alpha = 45°$.

3.26. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{mg}{Eq} = 1$; $\alpha = 45°$.

3.27. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{l\cdot\sin^2\alpha(mg + Eq)}{m\cdot\cos\alpha}}$; $F_{\text{н}} = \dfrac{mg + Eq}{\cos\alpha}$.

3.28. $M = qEl \cdot \sin\alpha$.

3.29. $q = k^2\varphi^2 4\pi\varepsilon_0 / E = 4\cdot 10^{-9}$ Кл; $l = \dfrac{k^2(\varphi_1 - \varphi_2)\varphi^2}{E\varphi_1\varphi_2} = 0{,}4$ м.

3.30. $q = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varphi^2}{E} = 5\cdot 10^{-10}$ Кл.

3.31. а) $E = 0$; $\varphi = \dfrac{q}{\pi\varepsilon_0 l} = 600$ В; б) $E = \dfrac{2q}{\pi\varepsilon_0 l^2} = 2000$ В/м; $\varphi = 0$.

3.32. $E = \dfrac{(q_1 - q_2)^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\dfrac{1}{|q_1|} + \dfrac{1}{|q_2|}\right) = 990$ В/м.

3.33. а) $E = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\cos 30° = 1{,}73$ кВ/м, $\varphi = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 a} = 600$ В;

б) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 1$ кВ/м, $\varphi = 0$.

3.34. В центре кольца: $E = 0$, $\varphi = kq/R = 9$ кВ.

На оси: $E = k\dfrac{qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = 3\cdot 10^5$ В/м. $\varphi = k\dfrac{q}{(x^2 + R^2)^{1/2}} = 6{,}4$ кВ.

3.35. См. рис. 6.27.

При условии $0 \le r < R$:

$E(r) = 0$, $\varphi(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

При условии $r \ge R$ имеем

$\varphi(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

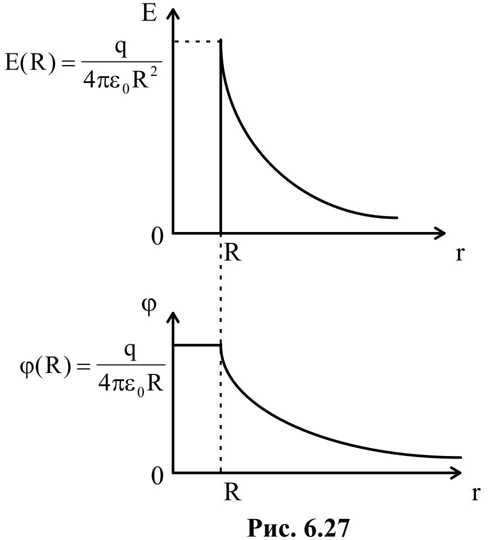


Рис. 6.27

3.36. $\varphi = \varphi_1\varphi_2 \dfrac{r_2 - r_1}{\varphi_2 r_2 - \varphi_1 r_1} = 300$ В.

3.37. $\dfrac{q_2}{q_1} = 16$; $\dfrac{\varphi_2}{\varphi_1} = 4$.

3.38. а) $\varphi = 900$ В; б) $\varphi = 360$ В; в) $\varphi = 120$ В.

3.39. $\varphi = \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

3.40. $\varphi = \dfrac{3q}{8\pi\varepsilon_0 R}$.

Указание: На внутренней поверхности металлического слоя индуцируется заряд $-q$, а на внешней $+q$.

3.41. $\varphi_1 = \varphi R_1/R_2 = 1200$ В.

3.42. $E = 200$ В/м.

3.43. См. рис. 6.28

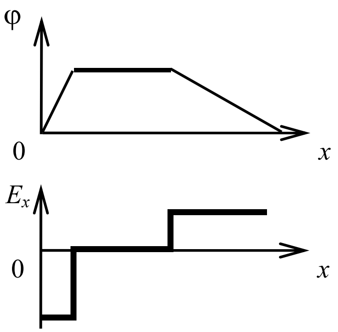


Рис. 6.28

3.44. $A = qEr = 6\cdot10^{-7}$ Дж.

3.45. $\Delta\upsilon = \sqrt{\dfrac{2e\Delta\varphi}{m} + \upsilon_0^2} - \upsilon_0 = 4{,}62\cdot10^6$ м/с.

3.46. $\varphi_1 = 46{,}7$ В.

3.47. $d = l\sqrt{\dfrac{U}{2U_0}} = 1$ см.

3.48. $S = \dfrac{Ul(l+2L)}{4dU_a} = 3{,}5$ см.

3.49. $T = 3(m\mathrm{g}+Eq) = 0{,}45$ Н.

Указание: Запишите второй закон Ньютона для шарика в нижней точке траектории и закон сохранения энергии шарика: кинетическая энергия равна сумме изменения потенциальной энергии шарика и работы электрического поля.

3.50. $T = mg - qE - \dfrac{m\upsilon_0^2}{2l} = 58$ мН.

3.51. $A = \dfrac{q_1 q_2 (k-1)}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

3.52. $\upsilon = \sqrt{2h_2\left(g + \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 h_1 (h_1 - h_2) m}\right)} = 1{,}38$ м/с.

3.53. $\upsilon = \sqrt{2gAC + \dfrac{qq_1}{2\pi\varepsilon_0 m}\cdot\dfrac{BC - AC}{AC\cdot BC}} = 0{,}85$ м/с,

где $BC = \sqrt{(AB)^2 - (AC)^2} = 8$ см

3.54. $\dfrac{|W_\text{п}|}{W_\text{к}} = 2$.

3.55. $A = \dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a} = 180$ мкДж.

3.56. $W = \dfrac{q^2(4+\sqrt{2})}{4\pi\varepsilon_0 a} = 97{,}5$ мкДж; $A = 1{,}9$ мкДж.

3.57. $r = 1$ мм.

3.58. $\upsilon_1 = 4{,}74$ см/с; $\upsilon_2 = 1{,}58$ см/с.

Указание: Запишите законы сохранения импульса и энергии.

3.59. $r = \dfrac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$.

3.60. $E_\text{к} = \dfrac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}$.

3.61. $r = \dfrac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0\mu mg}}$; $r_1 = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\mu mgr_0}$.

3.62. $C = 885$ пФ.

3.63. $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1R_2}{R_2 - R_1}$; при $d \ll R_1$, R_2 считаем $R_1 \cong R_2$ и $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$.

3.64. Не будет.

3.65. $C = \mathrm{const}$, W увеличится в 4 раза.

3.66. а) $q = \mathrm{const}$; U, E, W – уменьшается в три раза;
б) $U = \mathrm{const}$; $E = \mathrm{const}$; W, q – увеличится в три раза.

3.67. $W = \varepsilon\varepsilon_0 VE^2/2 = 1{,}1\cdot 10^{-3}$ Дж.

3.68. $\mathrm{Q} = \dfrac{\mathrm{q}^2}{8\pi\varepsilon_0\mathrm{R}} = 30$ мкДж.

3.69. $q = \dfrac{mgCd}{eN} = 1{,}96$ мкКл.

3.70. $F = q\dfrac{E}{2} = CU\dfrac{U}{2d} = \dfrac{CU^2}{2d}$.

3.71. $A = C\varepsilon(\varepsilon - U) = 0{,}125$ Дж.

3.72. $C_2 = 12$ мкф.

3.73. $C_{2,3} = \dfrac{C_a - C_1}{2} \pm \sqrt{\dfrac{C_a - C_1}{4(C_1 - C_0)}(C_aC_1 - C_1^2 - C_0C_a - 3C_0C_1)}$;
$C_2 = 3$ мкФ, $C_3 = 6$ мкФ (или наоборот).

3.74. а) $C_0 = 3C$; б) $C_0 = \dfrac{3}{5}C$; в) $C_0 = 4C$.

3.75. а) $C = 10$ пф; б) $C = 4$ пф.

3.76. $C = \dfrac{2\varepsilon_1\varepsilon_2 C_0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$.

3.77. $C_1/C_0 = 1/(1-k) = 1{,}25$.

3.78. $C_1/C_0 = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon(1-k) + k} = 1{,}2$.

3.79. $A = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\right) = 5\cdot 10^{-7}$ Дж.

3.80. $A = \frac{CU^2}{2}(k\text{-}1) = 0{,}06$ Дж.

3.81 $U_1 = \frac{C_2U}{C_1 + C_2} = 13{,}3$ В; $U_2 = \frac{C_1U}{C_1 + C_2} = 6{,}7$ В;

$E_1 = U_1/d = 1{,}33\cdot 10^4$ В/м; $E_2 = U_2/d = 6{,}7\cdot 10^3$ В/м.

3.82. $q = (C_1+C_2)U = 1{,}5\cdot 10^{-4}$ Кл; $U_1 = \frac{(C_1 + C_2)U}{C_1 + \varepsilon C_2} = 18{,}75$ В.

3.83. $\Delta W = -\,CU^2/4$.

3.84. $C = C_1 + C_2 = 10$ мкФ; $U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = 280$ В;

$W = \frac{CU^2}{2} = 0{,}4$ Дж.

3.85. $q_1^{\,*} = \frac{C_1(q_2 - q_1)}{C_1 + C_2} = 2\cdot 10^{-6}$ Кл; $q_2^{\,*} = \frac{C_2(q_2 - q_1)}{C_1 + C_2} = 3\cdot 10^{-6}$ Кл.

Решение: При параллельном соединении разноименно заряженными пластинами общий заряд батареи $q = q_2\text{-}q_1$, а емкость $C = C_1+C_2$. Поэтому напряжение на конденсаторах будет $U = q/C = \frac{q_2 - q_1}{C_1 + C_2}$.

В результате $q_1^{\,*} = C_1U$, $q_2^{\,*} = C_2U$.

3.86. $U_1 = 2U_0/(1+\varepsilon) = 25$ В.

3.87. $A = \frac{CU^2}{4}(\varepsilon^2 - 1) = 0{,}48$ Дж.

3.88. $U_1/U_{10} = 2\varepsilon/(\varepsilon+1) = 1{,}5$.

3.89. $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi \frac{2C_1C_2}{(C_1 + C_2)^2} = 40$ В.

3.90. $\Delta q = -16$ мкКл; уменьшается.

3.91. Заряды перемещаются от шара с $R_1 = 5$ см к шару с $R_2 = 10$ см.

$q_1 = \frac{2qR_1}{R_1 + R_2} = 13{,}3$ нКл; $q_2 = \frac{2qR_2}{R_1 + R_2} = 26{,}7$ нКл; $\varphi = q_1/(4\pi\varepsilon_0 R_1) =$

$= 2400$ В; $C = 4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2) = 16{,}7$ пФ.

3.92. $\Delta W = -\dfrac{C_1C_2(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$.

3.93. $F = \dfrac{\varepsilon_0 U^2(\varepsilon - 1)l}{2d}$ = 2,7·10^{-2} Н.

Решение: При выдвижении пластины на некоторое расстояние x в конденсаторе образуются две области. В той области, где диэлектрик есть, плотность энергии электрического поля $w_1 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2$, где $E = U/d$ – напряженность электрического поля. В области, в которой диэлектрика нет, $w_2 = \varepsilon_0 E^2/2$. В объеме $V = l{\cdot}x{\cdot}d$ до и после выдвижения пластины была сосредоточена энергия $W_1 = w_1{\cdot}V$ и $W_2 = w_2{\cdot}V$. Разность энергий W_1 и W_2 равна работе силы, втягивающей диэлектрическую пластину в зазор между обкладками: $F{\cdot}x = W_1 - W_2$. Таким образом, $F{\cdot}x = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}lxd - \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2}lxd$. Отсюда, $F = \dfrac{\varepsilon_0 U^2(\varepsilon - 1)l}{2d}$.

3.94. $N = 6\cdot 10^{18}$.

3.95. $\upsilon = 6{,}25\cdot 10^{-4}$ м/с.

3.96. $\upsilon = \dfrac{I}{S}\dfrac{\mu}{N_a\rho e}$ = 1,86·10^{-5} м/с.

3.97. $p = \dfrac{mIl}{\mathrm{e}}$ = 1,14·10^{-11} кг·м/с.

3.98. $[U] = \text{В} = \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{c^3\cdot A}$.

3.99. $[R] = \text{Ом} = \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{c^3\cdot A^2}$.

3.100. $F = I\sqrt{\dfrac{2Um}{e}}$ = 2·10^{-7} Н.

3.101. $U = 60$ В.

3.102. $R_2/R_1 = k^2 = 4$.

3.103. $R_2/R_1 = k^4 = 16$.

3.104. $R_{1,2} = \dfrac{\mathrm{R}_0}{2} \pm \sqrt{\dfrac{\mathrm{R}_0^2}{4} - \mathrm{R}_0\mathrm{R}_\mathrm{a}}$;

R_1 = 20 Ом, R_2 = 30 Ом (или наоборот).

3.105. $n = \sqrt{R_1 / R_2} = 7$.

3.106. $R = 22$ Ом.

3.107. $R = 6$ Ом.

3.108. а) $R_{об} = R/3$; а) $R_{об} = R/4$.

3.109. а) $R = 3R_{об} = 90$ Ом; б) $R = \frac{5}{3}R_{об} = 50$ Ом.

3.110. 1) $R_{об} = R$; 2) $R_{об} = R$; 3) $R_{об} = R/3$; 4) $R_{об} = 3R$; 5) $R_{об} = \frac{2}{3}R$;

6) $R_{об} = \frac{3}{2}R$; 7) $R_{об} = \frac{3}{5}R$; 8) $R_{об} = \frac{5}{3}R$; 9) $R_{об} = R$; 10) $R_{об} = \frac{3}{2}R$;

11) $R_{об} = \frac{8}{3}R$;

12) $R_{об} = \dfrac{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_3(R_1R_5+R_2R_4)+R_4R_5(R_1+R_2+R_3)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4+R_5)+R_3(R_4+R_5)}$.

3.111. 1) $R = 1{,}25r$; 2) $R = 1{,}5r$; 3) $R = r$.

3.112. $R = \frac{2}{3}r$.

3.113. $I = \dfrac{I_2}{R_1R_3}(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1) = 0{,}8$ А.

3.114. $U_л = \dfrac{UR}{10\left(r + \dfrac{R}{10}\right)}$.

3.115. $R = R_в(k–1) = 6$ кОм.

3.116. $Q = 3{,}6$ кДж.

3.117. $Q = j^2\rho = 0{,}1$ Дж/м^3·с.

3.118. $R = 484$ Ом.

3.119. Т.к. сопротивление лампы $R_л = U^2/P = 144$ Ом, а $U = U_0/2$, то последовательно с имеющейся лампой достаточно соединить сопротивление с $R = R_л = 144$ Ом.

3.120. $P = 6{,}6\cdot10^6$ Вт; $W = 52{,}8\cdot10^3$ кВт-час.

3.121. $W = \dfrac{CU^2}{2} = 2$ Дж; $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_2}{R_1} = 0{,}5$.

3.122. $P_3 = \dfrac{P_1 R_2^2 R_3}{R_1(R_2 + R_3)^2} = 12$ Вт.

3.123. В 4 раза.

3.124. $t_{посл} = t_1 + t_2 = 40$ мин., $t_{пар} = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 7{,}5$ мин.

3.125. $W = 238$ МДж, $Q = 32{,}4$ МДж, $A = 205$ МДж, $\eta = 0{,}86$.

3.126. $\eta = 1 - \dfrac{IR}{\varepsilon - Ir} = 0{,}85$.

3.127. $\eta = 0{,}6$.

3.128. $F = 3 \cdot 10^4$ Н.

3.129. $\upsilon = \dfrac{IU\eta}{2F} = 11{,}4$ м/с.

3.130. $I = \dfrac{mgh}{Ut\eta} = 35$ А, $P = \dfrac{mgh}{t\eta} = 7{,}7$ кВт; $W = mgh/\eta = 1{,}4$ МДж.

3.131. $\eta = \dfrac{\rho V c (T_2 - T_1)}{IUt} = 0{,}43$.

3.132. $t = \dfrac{\Delta T(cm + C)}{I^2 R} = 627$ с $= 10{,}5$ мин.

3.133. $\Delta T = \dfrac{U^2 t\eta}{(c_1 m_1 + c_2 m_2)R} = 30{,}6$ К.

3.134. $S = \dfrac{Pl\rho}{0{,}02U^2} = 13{,}2$ мм^2.

3.135. $U = \sqrt{\dfrac{R_л P}{\alpha}}(\alpha + 1)$.

3.136. $U = 9$ В.

3.137. $U = 9$ В.

3.138. $r = \dfrac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 1$ Ом.

3.139. $r = \dfrac{R_1(\varepsilon - I_2 R_2)}{I_2(R_1 + R_2)} = 2$ Ом.

3.140. $R_2 = \dfrac{\varepsilon(I_1 - I_2)}{I_1 I_2} = 20$ Ом.

3.141. $\varepsilon = \dfrac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1} = 2$ В; $r = \dfrac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 1$ Ом; $I_{\text{к.з.}} = \dfrac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{U_1 - U_2} = 2$ А.

3.142. В 1,5 раза.

3.143. $r = 0,7$ Ом.

3.144. $I = \dfrac{\varepsilon - \Delta\varphi}{r + R_1 + R_2} = 9,9 \cdot 10^{-2}$ А.

3.145. $R = U^2/\text{P} = 200$ Ом; Не будет, т.к. $P' = \left(\dfrac{\varepsilon}{R + r}\right)^2 R = 42,4$ Вт < Р.

3.146. $P = \dfrac{\varepsilon^2 R_1^2 R_{\text{Л}}}{(R_1 R_{\text{Л}} + r(R_1 + R_{\text{Л}}))^2} = 128$ Вт.

3.147. $P_2 = \dfrac{I_2}{I_1} P_1 + (I_1 - I_2) I_2 r = 16,8$ Вт.

3.148. $r = \sqrt{R_1 R_2}$.

3.149. $r = R = 100$ Ом; $\varepsilon = I_1(2R+r) = 300$ В.

3.150. Р = $\dfrac{\varepsilon^2}{4r} = 70$ Вт; $R = \dfrac{5}{3} \dfrac{r\eta}{(1 - \eta)} = 60$ Ом.

3.151. $\tau = \dfrac{cm(t_{\text{кип}} - t_0)}{I(\varepsilon - Ir)\eta} = 3620$ с.

3.152. $q_1 = \dfrac{\varepsilon R_3 C_1}{r + R_1 + R_3}$; $q_2 = \dfrac{\varepsilon R_3 C_2}{r + R_1 + R_3}$.

3.153. $q = \dfrac{\varepsilon RC}{(R + r)2} = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл.

3.154. $U_1 = \dfrac{\varepsilon R_2 C_2}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)} = 7,2$ В; $U_2 = \dfrac{\varepsilon R_2 C_1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)} = 1,8$ В.

3.155. $q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл.

3.156. $I = U\varepsilon_0(\varepsilon-1)n\upsilon = 13$ нА.

3.157. $R = \dfrac{rmd^2\upsilon_0^2}{(el^2\varepsilon - md^2\upsilon_0^2)}$.

3.158. $I_1 = \dfrac{2\varepsilon}{R+2r}$ =1,5 А, $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{R+\dfrac{r}{2}}$ =1,2 А. Лампочка будет светить более ярко при последовательном соединении батареек.

3.159. $I = \dfrac{n\varepsilon}{R+nr}$ = 0,42 А; $U = \dfrac{n\varepsilon R}{R+nr}$ = 4,2 В.

3.160. $R = r_1 - r_2$ = 1 Ом.

3.161. $U_{\text{АВ}} = \dfrac{\varepsilon_2 r_1 + \varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2}$ = 2,4 В.

3.162. $I = \dfrac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R}$ = 1 А; P = 1 Вт.

3.163. $\varepsilon_{\text{б}} = 3\varepsilon$; $r_{\text{б}} = 7r/3$.

3.164. Последовательно.

Указание: При последовательном соединении $I_1 = \dfrac{n\varepsilon}{R+nr}$ = 6 А, а при параллельном $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{R + r/n}$ = 2,8 А.

3.165. $I = \dfrac{\varepsilon_{\text{общ}}}{R + r_{\text{общ}}}$ = 1 А, где $r_{\text{общ}} = 2r/3$, $\varepsilon_{\text{общ}} = 2\varepsilon$.

3.166. P_3 = 16,53 Вт.

3.167. $\eta = qU/W$ = 0,72.

3.168. $U = \varepsilon + Ir$ = 13 В.

3.169. $\varepsilon = U - Ir$ = 23 В.

3.170. $R = \dfrac{U - \varepsilon - Ir}{I}$ = 1 Ом; $Q = I^2 rt$ = 8,64 кДж.

3.171. $m_2 = m_1 k_{\text{м}}/k_{\text{с}}$ = 0,6 кг.

3.172. $C = TUm/k$ = 40 р 25 коп.

3.173. $I = \dfrac{m}{kt} + \Delta I$ = 1,7 А при завышении показаний,

$I = \dfrac{m}{kt} - \Delta I$ = 1,3 А при их занижении.

3.174. В пределах заданной погрешности амперметр дает правильные показания.

Решение: Сила тока в цепи $I_0 = \dfrac{m}{kt} =$ 168,4 мА. Пределы показания амперметра $I = I_А \pm \Delta I = I_А \pm I_А \dfrac{\Delta I}{I}$ = (170 ± 2,6) мА. Таким образом, 167,4 мА < I_0 < 172,6 мА.

3.175. $j = \dfrac{\rho d}{kt} = 201$ А/м^2.

3.176. $N = 2{,}5 \cdot 10^{16}$.

3.177. $q = \dfrac{pV\mu}{RTk} = 4{,}61 \cdot 10^{9}$ Кл.

3.178. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2e\varphi}{m}} = 2{,}9 \cdot 10^{6}$ м/с.

3.179. $n = \dfrac{j_н}{el} = 4 \cdot 10^{7}$ м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$.

3.180. $[B] = \text{Тл} = \dfrac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2}$.

3.181. $q = \dfrac{2BR}{\mu_0 \nu} = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл.

3.182. $F = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{2\pi b} = 9 \cdot 10^{-3}$ Н.

3.183. $I = \dfrac{M}{Bl^2 \sin\alpha} = 0{,}2$ А.

3.184. $F = 0{,}6$ Н.

3.185. $F = 0{,}6$ Н.

3.186. $\rho = \dfrac{BI}{Sg} = 2{,}75 \cdot 10^{3}$ кг/м^3.

3.187. $I = \dfrac{mg}{Bl} = 49$ А.

3.188. $\alpha = 45°$.

3.189. $I \geq \dfrac{mg\,\text{ctg}\alpha}{2Ba} = 0{,}944$ А.

3.190. $F = 4{,}8 \cdot 10^{-14}$ Н.

3.191. $\omega = eB/m = 3{,}52\cdot 10^9$ рад/с.

3.192. $N = \dfrac{eBt}{2\pi m} = 1{,}4\cdot 10^{10}$.

3.193. $W = q\upsilon Br/2 = 4{,}8\cdot 10^{-20}$ Дж.

3.194. $\dfrac{q}{e} = \dfrac{2W}{B\upsilon R} = 2$.

3.195. $R = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mU}{e}} = 0{,}38$ мм; $|\Delta\vec{p}| = \sqrt{8meU} = 2{,}4\cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

3.196. $\alpha = \arcsin\dfrac{qBd}{m\upsilon}$.

3.197. а) $R_p/R_\alpha = 0{,}5$; б) $R_p/R_\alpha = 2$; в) $R_p/R_\alpha = 1$; г) $R_p/R_\alpha = 1/\sqrt{2}$.

3.198. $R = \dfrac{m\upsilon\cdot\sin\alpha}{eB} = 2{,}84$ мм, $h = \dfrac{2\pi m\upsilon\cdot\cos\alpha}{eB} = 3{,}1$ см.

3.199. $R = \dfrac{h\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2\pi} = 2$ см.

3.200. $a = \dfrac{e}{m}\sqrt{E^2 + (B\upsilon\cdot\sin\alpha)^2} = 3{,}5\cdot 10^{14}$ м/с^2.

Указание: Учесть, что силы, действующие на электрон со стороны электрического и магнитного полей направлены под углом 90° друг к другу.

3.201. $\upsilon = E/B = 10^6$ м/с.

3.202. $t = BR/E = 10^{-7}$ с.

3.203. $a_n/a_\tau = eBt/m = 176$.

3.204. $[\Phi] = Вб = \dfrac{кг\cdot м^2}{А^2\cdot с^2}$.

3.205. $\Phi = BS\cdot\cos(\pi/2-\alpha) = 5\cdot 10^{-4}$ Вб.

3.206. $A = IBlS = 2{,}52$ Дж.

3.207. $A = IBl\upsilon t = 0{,}02$ Дж; $P = IBl\upsilon = 4\cdot 10^{-3}$ Вт.

3.208. $A = 2BIa^2 = 0{,}012$ Дж.

3.209. $|\varepsilon| = \dfrac{B_2 - B_1}{\Delta t}S = 0{,}04$ В.

3.210. $l = (2+\sqrt{2})\sqrt{\dfrac{2\varepsilon t}{B\cos\alpha}} = 75$ см.

3.211. $I = \left|\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right| \dfrac{S}{R} = 1{,}5$ мА.

3.212. $q = \left|\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right| \pi R^2 C = 2{,}7 \cdot 10^{-8}$ Кл.

3.213. $q = BSn \cdot \cos\alpha / R = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Кл.

3.214. $q = \dfrac{BSR \cdot \sin\varphi}{2\rho} = 0{,}25$ Кл.

3.215. $q = \dfrac{2BSn}{R} = 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ Кл.

3.216. $q = \dfrac{BSl(4-\pi)}{16\pi\rho} = 0{,}051$ Кл.

3.217. $\nu = \dfrac{\varepsilon}{B\pi l^2} = 1{,}6$ об/с.

3.218. $|\varepsilon| = 0{,}05$ В.

3.219. $\Delta\varphi = 0{,}2$ В.

3.220. $A = \dfrac{\upsilon^2}{2}(m + CB^2 l^2)$.

3.221. $\upsilon = \dfrac{Rmg(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)}{B^2 l^2}$.

3.222. $[L] = \textit{Гн} = \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^2}$.

3.223. $L = 5$ мГн.

3.224. См. рис. 6.29

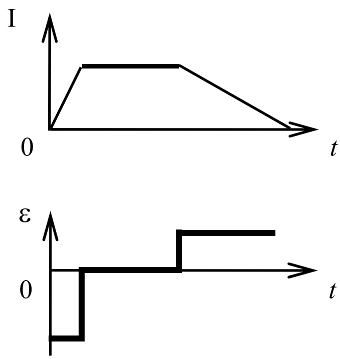


Рис. 6.29

3.225. $|\varepsilon| = 10$ В.

3.226. $t = 5\cdot10^{-3}$ с.

3.227. $\varphi_A - \varphi_B = IR + L\Delta I/\Delta t = (2t+0,2)$ В.

3.228. $W = N\Phi I/2 = 3$ Дж.

3.229. $L = \dfrac{\Delta W}{I\Delta I} = 2,5\cdot10^{-3}$ Гн.

3.230. $Q = \dfrac{1}{2}\left(CU^2 - CU_1^2 - LI_1^2\right) = 1,9$ Дж, $P = I_1^2R = 100$ Вт.

Колебания и волны

4.1. Период колебаний будет увеличиваться, так как в процессе вытекания воды увеличивается расстояние от точки подвеса маятника до центра тяжести ведра с водой.

4.2. $l = \dfrac{gt^2}{4\pi^2N^2} = 61$ см.

4.3. $l_1/l_2 = n_2^2/n_1^2 = 0,25$.

4.4. $l_1 = \dfrac{n_2^2\Delta l}{n_1^2 - n_2^2} = 9$ см; $l_2 = \dfrac{n_1^2\Delta l}{n_1^2 - n_2^2} = 25$ см.

4.5. $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$.

4.6. $T = \pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}\,(1+\sqrt{0,75}\,)$.

4.7. $T_1 = T\sqrt{\dfrac{g}{g+a}} = 0,9$ с.

4.8. $\dfrac{T_л}{T_з} = \sqrt{\dfrac{g_з}{g_л}} = \sqrt{\dfrac{M_зR_л^2}{M_лR_з^2}} = 2,43$.

4.9. $\tau = \tau_0\left(\sqrt{1+\alpha t_1} - 1\right) = 24,6$ с, где $\tau_0 = 86400$ с.

4.10. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + \dfrac{Eq}{m}}}$.

4.11. $k = \dfrac{4\pi^2 N^2 m}{t^2} = 288$ Н/м.

4.12. $k = \dfrac{n^2 mg}{l} = 59$ Н/м.

4.13. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{F}} = 1{,}3$ с.

4.14. $\dfrac{T_{\text{с}}}{T_{\text{д}}} = 0{,}25.$

4.15. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m(x_1^2 - x_2^2)}{2\Delta A}} = 0{,}314$ с.

4.16. $k = 2E_{\text{кm}}/A^2 = 2500$ Н/м.

4.17. Уменьшится в два раза.

4.18. $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{1-k} = 0{,}82.$

4.19. $T = \pi\sqrt{\dfrac{ml}{F}} = 0{,}2$ с.

4.20. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{gS\rho}} = 2$ с.

4.21. $T = \dfrac{2\pi a}{q}\sqrt{\pi\varepsilon_0 ma}$.

4.22. $t = \pi\sqrt{\dfrac{R_3}{g}} = 42$ мин. 10 с.

4.23. $\nu = 5$ об/с.

4.24. $\upsilon = \dfrac{l}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l_1}} = 12{,}5$ м/с.

4.25. $\varphi = \dfrac{2\pi}{T}t + \dfrac{\pi}{2} = 3\pi/2.$

4.26. $t = \dfrac{2\pi}{4\omega} = 1$ с.

4.27. $t_1/t_2 = 2\sqrt{2}/\pi \approx 0{,}9$. Раньше достигнет нижнего положения шарик, поднятый до точки подвеса.

4.28. $x = 10\cdot\sin\left(\dfrac{2\pi N}{t_1}t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ см.

4.29. $x = \dfrac{2E}{F_m}\sin\left(\dfrac{2\pi t}{T} + \varphi_0\right) = 4\cdot10^{-2}\cdot\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ м.

4.30. $x = A\cdot\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = 0$.

4.31. $t = T/6$.

Указание: Решить тригонометрическое уравнение для случаев x = А/2 и $x = -A/2$. Наименьшее время выбрать в качестве ответа задачи.

4.32. $t = \dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{l}{g}} \approx 0{,}33$ с.

Указание: Закон движения маятника имеет вид: $x = x_0\cdot\cos\dfrac{2\pi}{T}t$, где $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

4.33. $x = -2{,}83$ см.

4.34. $S = 4A\nu t = 120$ м.

Указание: Путь, который проходит точка за одно колебание, равен 4А.

4.35. $S = 32{,}9$ см.

4.36. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{(A^2 - x^2)k}{m}} = 4$ м/с; $a = x\dfrac{k}{m} = 300$ м/с^2.

4.37. $A = A_0\dfrac{M}{M+m} = 0{,}5$ м.

4.38. $\dfrac{A}{A_0} = \sqrt{\dfrac{M}{M+m}} = 0{,}875$.

4.39. $\upsilon_{max} = g\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 0{,}98$ м/с.

4.40. $T = \dfrac{2\pi x}{\sqrt{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}}$ = 0,47 с.

4.41. $E_п = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2}\sin^2\sqrt{\dfrac{g}{l}}t$ = $1{,}35\cdot10^{-4}$ Дж.

4.42. $\varphi = \mathrm{arctg}\sqrt{n}$ = 60°.

4.43. $\dfrac{E_к}{E_п} = \dfrac{1-\alpha^2}{\alpha^2}$ = 8.

4.44. U_{max} = 60 мВ.

4.45. $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2mgx - kx^2}{M+m}}$ = 0,2 м/с.

4.46. $\upsilon_{ср} = \dfrac{2mg}{\pi\sqrt{k(M+m)}}$ = 0,156 м/с.

4.47. λ = 25 м.

4.48. $S = \dfrac{\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_2 - \upsilon_1}t$ = 707 м.

4.49. $\upsilon = \dfrac{\mathrm{N}l}{\mathrm{t}}$ = 2,4 м/с.

4.50. $S = \dfrac{t}{t_1}l$ = 90 м.

4.51. $y = 0{,}2\cdot\sin\omega\left(t - \dfrac{x}{10}\right)$ м.

4.52. $\Delta\varphi = 2\pi l\nu/\upsilon = \pi/3$.

4.53. $\lambda = \upsilon T$ = 18 м; $\varphi = \dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{\upsilon}\right)$ = 5,23 рад;

$$y = A\cdot\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) = 2\cdot10^{-2}\cdot\sin 5{,}23 = -1{,}74\cdot10^{-2} \text{ м.}$$

4.54. Уменьшилась в два раза.

4.55. $T_2/T_1 = \sqrt{k+1}$ = 3, увеличится в 3 раза.

4.56. L = 12,8 мГн.

4.57. $t = 41{,}7$ с.

4.58. $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}} = 505$ кГц.

4.59. $L = \dfrac{1}{C\omega^2}$; $q_0 = I_0/\omega$.

4.60. $L = \dfrac{q^2}{cI^2} = 10^{-4}$ гн.

4.61. $T = 10^{-3}$ с; $q = 16$ мкКл.

4.62. В случае максимальных значений $W_э = W_м = CU^2_д = 0{,}128$ мкДж.

4.63. $Q = \dfrac{CU_0^2(k^2-1)}{2k^2} = 0{,}6$ Дж.

4.64. $q_1 = 2\cdot 10^{-7}$ Кл.

4.65. $q_2 = \sqrt{q_1^2 + \dfrac{(I_1^2 - I_2^2)T^2}{4\pi^2}} = 3{,}7\cdot 10^{-7}$ Кл.

4.66. $\Phi = U\sqrt{2LC} = 2{,}4\cdot 10^{-8}$ Вб.

4.67. $d_2/d_1 = \nu^2\lambda^2/c^2 = 1/64$ (с – скорость света).

4.68. $\lambda = \dfrac{2\pi c q_0}{I_0} = 188$ м (с – скорость света).

4.69. $\nu = 6\cdot 10^{14}$ Гц.

4.70. $\lambda = 150$ м.

4.71. $\Delta\lambda = \dfrac{c - \upsilon}{\nu} = 0{,}11$ мкм.

4.72. $\varepsilon = 2\pi NBS/T = 25$ В.

4.73. $\varepsilon_д = \dfrac{\varepsilon}{\sqrt{2}\cdot\sin\varphi} = 200$ В.

4.74. $\Delta t = T/3$ (здесь T период переменного тока).

4.75. $I_м = U_м\cdot 2\pi f C = 3{,}1$ мкА.

4.76 $I_м = \dfrac{U_м}{2\pi f L} = 1{,}9$ А.

4.77. а) $I = U/R = 50$ А; б) $I_д = \dfrac{U}{2\pi\nu L} = 0{,}8$ А, т.к. $2\pi\nu L >> R$.

4.78. $I_д = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \dfrac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} = 1$ А; $U_R = I_д R = 20$ В,

$U_L = I_д \cdot 2\pi\nu L = 126$ В, $U_c = I_д \dfrac{1}{2\pi\nu C} = 26{,}5$ В.

4.79. $Q = \left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 Rt = 7{,}2$ МДж.

4.80. $m = \dfrac{U^2\tau(1+\alpha t_0)}{rR(1+\alpha t)} = 4{,}9$ г, где $t = 100$°C.

4.81. $P = \dfrac{5U^2}{3R} = 16{,}1$ Вт.

Решение: Для положительного полупериода переменного тока сопротивление диодов равно нулю, и резисторы включены в цепь параллельно. Следовательно, $P_1 = \dfrac{U^2}{R/3} = \dfrac{3U^2}{R}$. Для отрицательного полупериода переменного тока сопротивление диодов велико, и резисторы включены в цепь последовательно. Следовательно, $P_2 = \dfrac{U^2}{3R}$. Тогда $P = \left(P_1\dfrac{T}{2} + P_2\dfrac{T}{2}\right)/T = \dfrac{5U^2}{R/3}$ (T – период переменного тока).

4.82. $\eta = \dfrac{I_2U_2}{I_1U_1} = 0{,}91$.

4.83. $U_2 = U_1/k - Ir = 36$ В, $\eta = U_2k/U_1 = 0{,}9$.

4.84. $\omega_2 = (U_2 + Ir)\omega_1/U_1 = 500$.

4.85. $\eta = \dfrac{U_2}{U_2 + Ir} = 0{,}8$; $k = \dfrac{U_1}{U_2 + Ir} = 10$.

Оптика, элементы специальной теории относительности и строение вещества

5.1. $x = \dfrac{hl}{H-h} = 2$ м.

5.2. $H = \dfrac{h(l_1 - l_2 + \upsilon t)}{l_1 - l_2} = 8{,}5$ м.

5.3. $R = \dfrac{dh_1}{\sqrt{d^2 + 4(h_1 + h_2)^2}} = 0{,}6$ м.

5.4. $R_1 = \dfrac{Hr - hR}{H-h} = 0{,}05$ м; $R_2 = \dfrac{Hr + hR}{H-h} = 0{,}2$ м.

5.5. $\Delta = 2l = 2$ м.

5.6. $x = 2l = 20$ см.

5.7. Не увидит (постройте изображение человека в плоском зеркале).

5.8. $l = L/2 = 90$ см.

5.9. $x = 2l\cdot \sin\alpha = 20$ см.

5.10. $\beta = \pi/2 - \alpha = 65°$.

5.11. $\beta = 2\alpha = 120°$.

5.12. $l = \dfrac{Hs}{H+h} = 22{,}5$ м.

5.13. $\alpha = \dfrac{\pi - 2\beta}{4} = 20°$.

5.14. $\alpha = \pi/4 + \beta/2 = 60°$.

5.15. $\alpha = 67°30'$.

5.16. $\varphi = 2\beta$.

5.17. Изображение останется на месте.

5.18. $n = \dfrac{cN}{s\nu} = 1{,}5$; где c – скорость света в вакууме.

5.19. $n = n_с/n_в = 1{,}12$.

5.20. $n_2/n_1 = d_1/d_2 = 1{,}2$.

5.21. $\beta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = 35°16'$.

5.22. $\alpha = 30°$.

5.23. $\beta = \mathrm{arcctg}\, n = 37°$.

5.24. $\gamma_1 = \gamma_2 = 19{,}47°$; неточность в определении угла преломления связана с дисперсией света.

5.25. $l_1 = h_1 \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1{,}8$ м; $l_2 = h_1 \cdot \mathrm{ctg}\alpha + h_2 \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}} = 3{,}9$ м.

5.26. $l = h\left(\mathrm{ctg}\alpha - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}}\right) \approx 0{,}12$ м.

5.27. $h = H/n = 0{,}75$ м.

5.28. $d = \frac{b\sqrt{1 - n^2 \sin^2\alpha}}{\cos\alpha} = 7{,}6$ см.

5.29. $h = d \cdot \sin\alpha\left[1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\mathrm{n}^2 - \sin^2\alpha}}\right] = 0{,}97$ см.

5.30. $\alpha = \arcsin\frac{1}{\mathrm{n}} = 38{,}7°$.

5.31. $\sin\alpha = 0{,}22$.

5.32. $n = \frac{l + R}{l}$.

Указание: учесть, что для малых углов ($\varphi << 1$) $\mathrm{tg}\varphi = \sin\varphi = \varphi$.

5.33. $n = 1/\sin\alpha_n = 2$.

5.34. $\upsilon = \mathrm{c} \cdot \sin\alpha_n = 2{,}12 \cdot 10^8$ м/с.

5.35. $r = \frac{\mathrm{H}}{\sqrt{\mathrm{n}^2 - 1}} = 4{,}56$ м.

5.36. $r = Rn_2/n_1$.

5.37 См. рис. 6.30

При наличии экрана яркость изображения уменьшится в два раза.

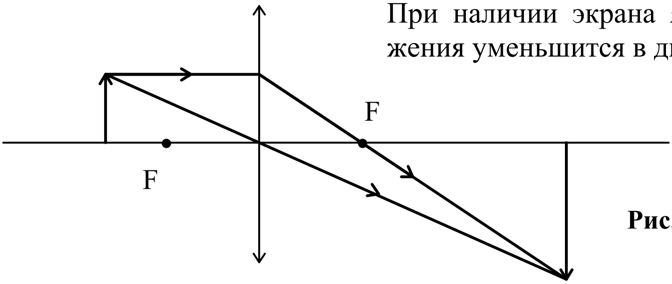


Рис. 6.30

5.38. См. рис. 6.31

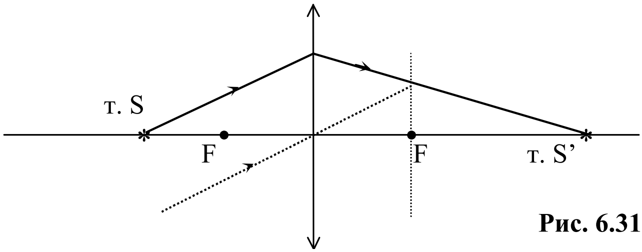


Рис. 6.31

5.39. См. рис. 6.32

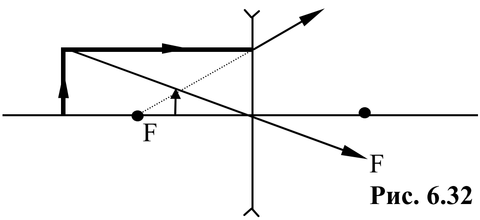
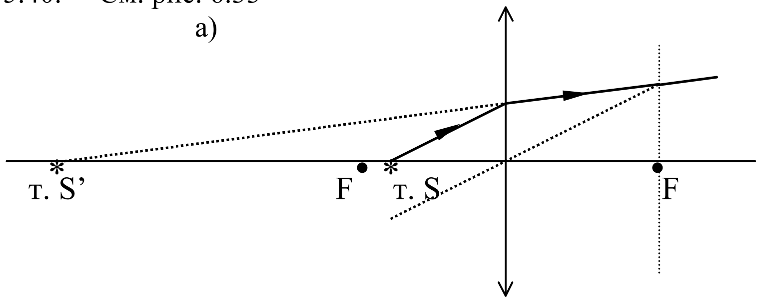


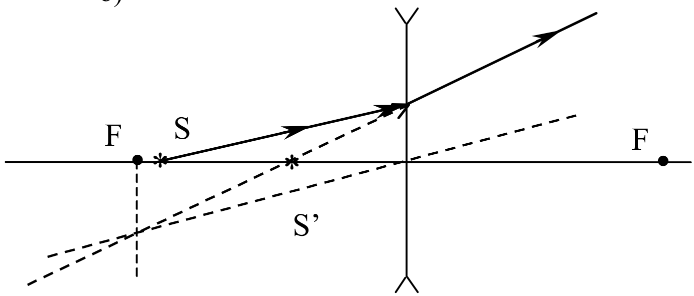
Рис. 6.32

5.40. См. рис. 6.33

а)



б)



5.41. См. рис. 6.34

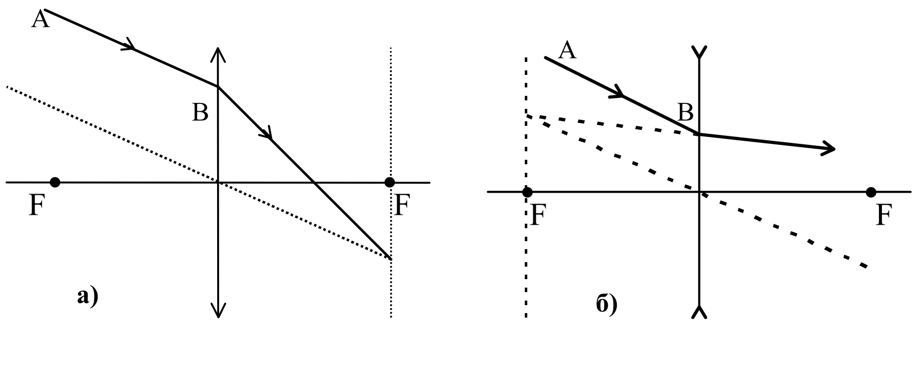


Рис. 6.34

5.42. Изображения не удастся построить, т.к. оно получается в бесконечности.

5.43. См. рис. 6.35

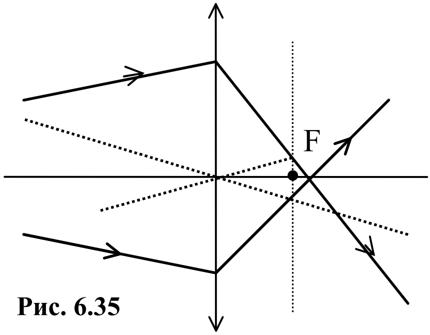


Рис. 6.35

5.44. См. рис. 6.36

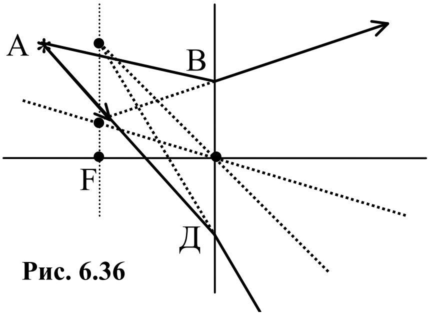


Рис. 6.36

5.45. См. рис .6. 37

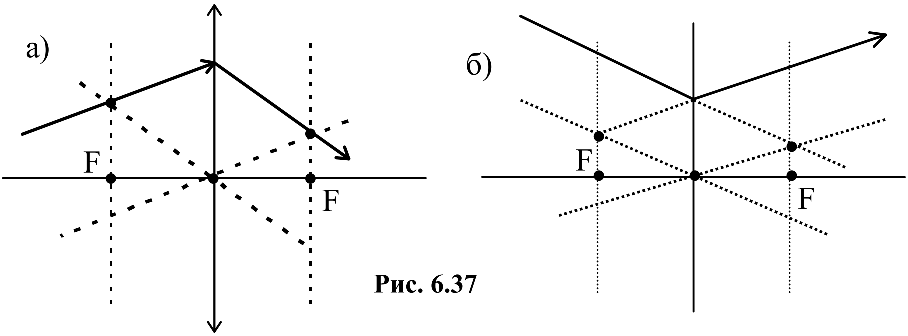


Рис. 6.37

5.46. См. рис. 6.38.

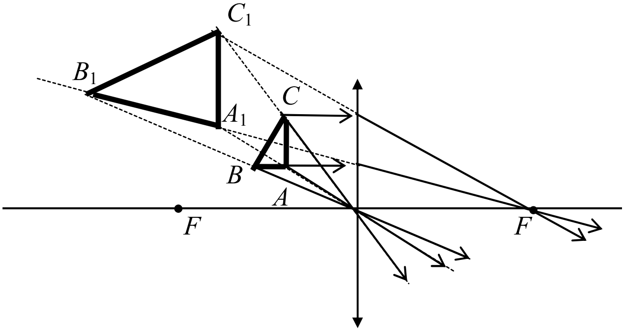


Рис. 6.38

5.47. См. рис. 6.39.

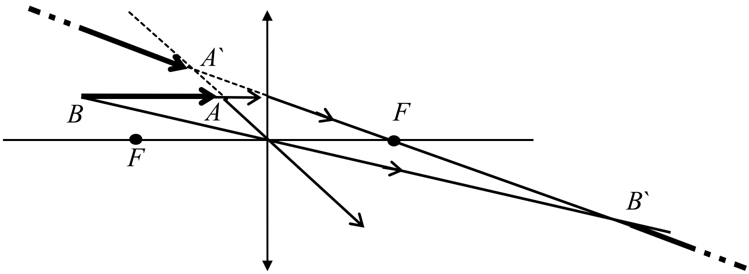


Рис. 6.39

5.48. $R = 2(n\text{-}1)/D = 0{,}6$ м.

5.49. $F_1 = \dfrac{n_в(n_с - 1)}{D(n_с - n_в)}$.

5.50. $d = (k{+}1)F = 1{,}2$ м.

5.51. $h = \dfrac{H}{k-1} = 20$ мм.

5.52. $m = k - 1 = 4$.

5.53. $d = F\dfrac{k-1}{k} = 0{,}2$ м.

5.54. $d = \dfrac{l - \sqrt{l(l-4F)}}{2} = 0{,}5$ м.

5.55. $F = \dfrac{d}{1 + \mathrm{tg}\beta / \mathrm{tg}\alpha}$; $\beta_1 = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\mathrm{tg}\alpha_1 \cdot \mathrm{tg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha}\right) = 60°$.

5.56. $d = 2F$.

Решение: Из формулы для собирающей линзы $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$ выразим $f = \dfrac{dF}{d-F}$, (так как изображение действительное, то необходимо, чтобы $d > F$). Расстояние между предметом и его изображением $l = d+f = d + \dfrac{dF}{d-F} = \dfrac{d^2}{d-F}$. По условию это расстояние минимальное. Вычислим производную от l по d и приравняем нулю: $\left(\dfrac{d^2}{d-F}\right)' = \dfrac{d^2 - 2dF}{(d-F)^2} = 0$. Отсюда $d = 2F$ (решение $d = 0$ не подходит).

5.57. $k = 2$.

5.58. $f = -\dfrac{Fk}{k+1} = -15$ см (знак ``-`` означает, что изображение мнимое).

5.59. $l = F\dfrac{(k-1)^2}{k} = 0{,}36$ м.

5.60. $\Delta = \dfrac{F^2}{d-F}$.

5.61. $d = F(k+1)/k = 55$ см; $k = 0{,}1$.

5.62. $k = f/F - 1$.

5.63. $F = \dfrac{l^2 - \mathrm{x}^2}{4l} = 24$ см.

5.64. $h_2/h_1 = \dfrac{d_1}{|2d_2 - d_1|} = 12{,}5$.

5.65. $F = \dfrac{a\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_2 - \Gamma_1} = 6$ см.

5.66. $S = \Gamma_1\Gamma_2 l = 60$ см.

5.67. $S = \dfrac{4lF^2}{4(d-F)^2 - l^2}$ = 18 см.

5.68. $D = -\dfrac{l}{a(a-l)}$ = – 3,3 дптр.

5.69. $d_2 = |2d\text{-}d_1|$ = 3 см.

5.70. $\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon F}{d-F}$ = 0,2 м/с.

Указание: Если предмет движется в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси, $\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon} = \dfrac{f}{d}$.

5.71. $t = \dfrac{2\upsilon_0}{g}(1 - \sqrt{1 - 2g/D\upsilon_0^2}$ = 0,45 с.

5.72. $\upsilon_1 = \dfrac{\sqrt{2gh}\cdot h}{h-F}$; $A = \dfrac{2gh}{h-F}$.

Решение: Согласно закону сохранения энергии $m\upsilon^2/2 = mgh$ и скорость линзы в нижнем положении $\upsilon = \sqrt{2gh}$, а ее угловая скорость вращения $\omega = \upsilon/h = \sqrt{2gh}/h$. Изображение точки О находится на расстоянии f от линзы. Определим его из формулы линзы $\dfrac{1}{h} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$, $f = \dfrac{hF}{h-F}$.

Радиус окружности, по которой движется изображение: $r = h+f = \dfrac{h^2}{h-F}$. Скорость движения изображения $\upsilon_1 = \omega r = \dfrac{\sqrt{2gh}\cdot h}{h-F}$. Так как в нижней точке траектории тангенциальное ускорение равно нулю, то ускорение изображения равно центростремительному: $A = \dfrac{\upsilon_1^2}{r} = \dfrac{2gh}{h-F}$.

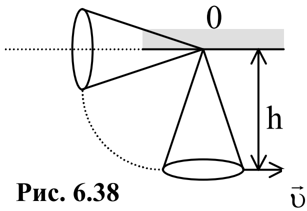


Рис. 6.38

5.73. $D = \dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{l}$ = 3 дптр.

5.74. $d_2 = \dfrac{d_1}{1 + d_1 D}$.

5.75. $Г = \dfrac{F^2}{\left|F^2 + ad - aF - 2dF\right|} = 8$.

5.76. $S = 2l + d + \dfrac{dF}{F - d}$ = 65 см.

5.77. $t_2 = \dfrac{I_1}{I_2}\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 t_1$.

5.78. а) $k_1 = \dfrac{\Delta}{\lambda_1 / 2}$ = 5,26 ≈ 5, ослабится, так как разность хода приблизительно соответствует нечетному числу полуволн;

б) $k_2 = \dfrac{\Delta}{\lambda_2 / 2}$ = 10, усилится, так как разность хода соответствует четному числу полуволн.

5.79. $h = \dfrac{\lambda}{4n}$ = 100 нм.

5.80. $2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$, где m = (0, 1, 2, 3, ...).

5.81. $N = \dfrac{\sin\varphi}{\lambda}$.

5.82. $\lambda = d\sin\dfrac{\varphi}{2}$ = 523 нм.

5.83. $\lambda = \dfrac{dl}{L} = 4\cdot10^{-7}$ м.

5.84. $k = d/\lambda \approx 3{,}3$, т.е. $k = 3$.

5.85. $N = 2\left[\dfrac{ad}{2l\lambda\sqrt{1 + (a/2l)^2}}\right] + 1 = 13$, где квадратные скобки обозначают целую часть числа.

5.86. $E = hc/\lambda = 6{,}2\cdot10^{-17}$ Дж;

$p = h/\lambda = 2{,}07\cdot10^{-25}$ кг·м/с.

5.87. $h = \dfrac{hc}{E\lambda} = 1{,}5.$

5.88. $\lambda = \dfrac{2hc}{m\upsilon_0^2 + 2eU} = 1{,}8\cdot 10^{-7}$ м.

5.89. $\lambda = nhc/P = 2\cdot 10^{-6}$ м.

5.90. $N = \dfrac{P\lambda t}{hc} = 3\cdot 10^3.$

5.91. $S = r\sqrt{\dfrac{P\lambda}{4nhc}} = 810$ км.

5.92. $\lambda = 6{,}2\cdot 10^{-7}$ м.

5.93 $A = E/0{,}5 = 10^{-18}$ Дж.

5.94. $U = \dfrac{hc - \lambda A}{\lambda e} = 1{,}1$ В.

5.95. $U_2 = h(\nu_2 - \nu_1)/e + U_1 = 15{,}3$ В.

5.96. $d_{\max} = \dfrac{hc}{eE}\left(\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{1}{\lambda_0}\right) = 1{,}1$ см.

5.97. $\lambda = \dfrac{hc}{A + \dfrac{(eBR)^2}{2m}} = 2\cdot 10^{-7}$ м.

5.98. $\upsilon = \dfrac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} = 2{,}6\cdot 10^8$ м/с.

5.99. $S = c\sqrt{\tau^2 - \tau_0^2} = 8{,}5$ м.

5.100. $p = 3{,}64\cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

5.101. $c - \upsilon = \dfrac{c}{2}\left(\dfrac{E_0}{E}\right)^2 = 17{,}5$ м/с.

Решение: Полная энергия электрона $E = \dfrac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{\upsilon}{c}\right)^2}}$, где $E_0 = m_0c^2 = 0{,}512$ МэВ – энергия покоя электрона. Отсюда $1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2} = \left(\dfrac{E_0}{E}\right)^2$, или c^2-υ^2 = (c-υ)(c+υ) = $c^2\left(\dfrac{E_0}{E}\right)^2$. Примем, что c+υ ≈ 2 с ($\upsilon \approx c$, т.к. $E \gg E_0$). В результате получаем c-υ = $\dfrac{c}{2}\left(\dfrac{E_0}{E}\right)^2$.

5.102. $\upsilon = \dfrac{c}{k+1}\sqrt{k(k+2)} = 2{,}2\cdot10^8$ м/с.

Указание: Учесть, что в релятивистской механике кинетическая энергия частицы E_k равна разности между полной энергией $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}}$ и энергией покоя $E_0 = m_0c^2$.

5.103. $A = 0{,}417\ m_0c^2$.

5.104. $\Delta m = \dfrac{E}{c^2}\,86400\ c = 3{,}5\cdot10^{14}$ кг.

5.105. $\Delta m = \dfrac{eU}{c^2} = 1{,}6\cdot10^{-33}$ кг.

5.106. $\nu = 3{,}38\cdot10^{15}$ Гц.

5.107. $\upsilon = 2{,}21\cdot10^6$ м/с.

5.108. $n_2 = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1^2}-\dfrac{1}{\lambda R}}} = 5$.

5.109. а) на вторую; б) на четвертую.

5.110. Числом нейтронов.

5.111. $x = 1$.

5.112. $Z = (A-k)/2 = 84$.

5.113. $A = 234$.

5.114. $m = 4{,}5$ мг.

5.115. $N = 8mN_A/\mu = 8\cdot10^{25}$.

5.116. $\Delta m = Zm_p+(A-Z)m_n-m = 6{,}725\cdot10^{-29}$ кг.

5.117. $E = [Zm_p+(A-Z)m_n-m]c^2 = 2{,}49\cdot10^{-11}$ Дж.

5.118. ${}^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{234}_{91}\mathrm{Pa}$.

5.119. $^{40}_{20}\text{Ca}$.

5.120. α – радиоактивность.

5.121. $^{87}_{36}\text{Kr}$.

5.122. 8 α – распадов и 6 β – распадов.

5.123. $N = 3{,}3\cdot 10^{18}$.

5.124. t = 1,5 час.

5.125. $\alpha = 1/16$.

5.126. $\eta = \dfrac{Nt\mu}{E_1 m N_A} = 0{,}39$.

5.127. 88 нейтронов.

5.128. $^{27}_{13}\text{Al}+^{4}_{2}\alpha\rightarrow^{1}_{1}\text{p}+^{30}_{14}\text{Si}$

5.129. $^{10}_{5}\text{B}+^{1}_{0}n\rightarrow^{4}_{2}\alpha+^{7}_{3}\text{Li}$.

5.130. $\Delta m = \dfrac{E}{c^2} = 3{,}13\cdot 10^{-29}$ кг; $^{2}_{1}\text{D}+^{3}_{1}\text{T}\rightarrow^{4}_{2}\text{He}+^{1}_{0}n$.

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1

ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В СИ

Величина	**Единица**	
	наименование	**обозначение**
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н (кг·м/с^2)
Давление	паскаль	Па (Н/м^2)
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж (Н·м)
Мощность	ватт	Вт (Дж/с)
Частота колебаний	герц	Гц (1/с)
Термодинамическая температура, разность температур	кельвин	К
Теплота (количество теплоты)	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл (А·с)
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В (Вб/с)
Напряженность электрического поля	вольт на метр	В/м
Электрическая емкость	фарад	Ф (Кл/В)
Электрическое сопротивление	ом	Ом (В/А)
Электрическая проводимость	сименс	См (А/В)
Магнитная индукция	тесла	Тл (Н/А·м)
Магнитный поток	вебер	Вб (Тл·м^2)
Индуктивность	генри	Гн (Вб/А)
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк (лм/м^2)
Поток излучения	ватт	Вт
Доза излучения (поглощенная доза излучения)	грей	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 2

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ВНЕСИСТЕМНЫМИ ЕДИНИЦАМИ И ЕДИНИЦАМИ СИ

Единицы пространства и времени. Единицы механических величин. Единицы молекулярной физики и термодинамики.

Длина	1 ангстрем ($\mathring{A}$) = 10^{-10} м = 10^{-8} см
Время	1 сут = 86400 с
	1 год = 365,25 сут = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ с
Плоский угол	$1° = (\pi/180)$ рад = $1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад
	$1' = (\pi/108)\ 10^{-2}$ рад = $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад
	$1'' = (\pi/648)\ 10^{-3}$ рад = $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объем, вместимость	1 л = 10^{-3} м^{3} = 10^{3} см^{3}
Масса	1 т = 10^{3} кг
	1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Работа, энергия	1 кгс·м = 9,81 Дж
	1 Вт·ч = $3{,}6 \cdot 10^{3}$ Дж
	1 эВ = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Мощность	1 л.с. = 736 Вт
Давление	1 кгс/см^{2} = $9{,}81 \cdot 10^{4}$ Па
	1 мм рт.ст. = 133 Па
	1 бар = 10^{5} Па
	1 атм = $1{,}01 \cdot 10^{5}$ Па
Напряжение (механическое)	1 кгс/мм^{2} = $9{,}81 \cdot 10^{6}$ Па
Частота вращения	1 об/с = 1 с$^{-1}$
	1 об/мин = 1/60 с$^{-1}$
Концентрация частиц	1 см$^{-3}$ = 10^{6} м$^{-3}$
Теплота (количество теплоты)	1 кал = 4,19 Дж
	1 ккал = $4{,}19 \cdot 10^{3}$ Дж

Приложение 3

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг$\cdot$с^2
Постоянная Авогадро	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	8,31 Дж/К$\cdot$моль
Стандартный объем/молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Постонная Фарадея	$9{,}65\cdot10^{4}$ Кл/моль
Элементарный заряд	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Масса протона	$1{,}672648\cdot10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$1{,}674954\cdot10^{-27}$ кг
Атомная единица массы	$1{,}6605655\cdot10^{-27}$ кг
Скорость света в вакууме	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Планка	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
Электрическая постоянная	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Ридберга	$1{,}097\cdot10^{7}$ м$^{-1}$

Приложение 4

НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ

Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1.74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
То же до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Период вращения Луны вокруг Земли	27,3 сут = $2{,}36\cdot10^{6}$ с

Приложение 5

СКОРОСТЬ ЗВУКА

Вода	1450 м/с
Воздух (сухой, при нормальных условиях)	332 м/с

Приложение 6

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ТЕЛ

Вода	81
Масло трансформаторное	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

Приложение 7

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Алмаз	2,42
Вода	1,33
Масло коричное	1,60
Сероуглерод	1,63
Стекло	1,50

Приложение 8

РАБОТА ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА

Металл	А, эВ	А, 10^{-19} Дж	Металл	А, эВ	А, 10^{-19} Дж
Калий	2,2	3,5	Платина	6,3	10,1
Литий	2,3	3,7	Серебро	4,7	7,5
Натрий	2,5	4,0	Цинк	4,0	6,4

Приложение 9

МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ, КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ И ИХ НАИМЕНОВАНИЙ

Множитель	Приставка		Пример	Множитель	Приставка		Пример
	Наим.	Обозн.			Наим.	Обозн.	
10^{18}	экса	Э	эксаметр Эм	10^{-1}	деци	д	дециметр дм
10^{15}	пэта	П	пэтагерц ПГц	10^{-2}	санти	с	сантиметр см
10^{12}	тера	Т	тераджоуль ТДж	10^{-3}	милли	м	миллиампер мА
10^{9}	гига	Г	гиганьютон ГН	10^{-6}	микро	мк	микровольт мкВ
10^{6}	мега	М	мегаом Мом	10^{-9}	нано	н	нанометр нм
10^{3}	кило	к	километр км	10^{-12}	пико	п	пикофарад пФ
10^{2}	гекто	г	гектоватт гВт	10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм фг
10^{1}	дека	да	декалитр дал	10^{-18}	атто	а	аттокулон аКл

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурский И. П. Элементарная физика с примерами решения задач. М.: Наука, 1989.

2. Бендриков Г. А., Буховцев Б. Б. и др. Задачи по физике для поступающих в вузы. М.: Наука, 1998.

3. Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач иа физике. М.: Высшая школа, 1973.

4. Мясников С. П., Осанова Т. Н. Пособие на физике. М.: Высшая школа 1988.

5. Светозаров В. В., Руденко А. И., Архипов В. И. Сборник задач по физике. М.: МИФИ, 1986.

6. Гофман Ю. В. Законы, формулы, задачи по физике, Киев: Наукова думка, 1977.

7. Тарасов Л. В., Тарасова А. Н. Вопросы и задачи по физике. М.: Высшая школа, 1990.

8. Буховцев Б. Б., Кривченков В. Д. и др. Сборник задач по элементарной физике. М.: Наука, 1974.

9. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1985.

10. Орир Дж. Физика. М.: Мир, 1981.

11. Воробьев И. И., Зубков П. И. и др. Задачи по физике. М.: Наука, 1988.

12. Павленко Ю. Г. Начала физики. М.: МГУ, 1988.

13. Яворский Б. М., Селезнев Ю. А. Справочное руководство по физике. М.: Наука, 1979.

14. Баканина Л.П., Белонучкин В.Е. и др. Сборник задач по физике. М.: Наука, 1975.

15. Сборник задач и вопросов по физике / Под общ. ред. Р.А. Гладковой. М.: Наука, 1988.

16. Ландау Л. Д., Ахиезер А. И., Лившиц Е. М. Курс общей физики. М.: Наука, 1969.

17. Роуэлл Г., Герберт С. Физика. М.: Просвещение, 1994.

18. Денисов Ф.П., Ильин С.И., Никитенко В.А., Прунцев А.П. Теория и решение задач по физике. М., 1993.

19. Никитенко В.А., Прунцев А.П. Конспект лекций по физике для поступающих в вуз. М., 1999.

20. Ильин С.И., Никитенко В.А., Прунцев А.П. Сборник задач по физике. М.: Высшая школа, 2001.

ИЛЬИН Станислав Иванович
НИКИТЕНКО Владимир Александрович
ПРУНЦЕВ Александр Петрович

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

для довузовской подготовки

Печать офсетная. Бумага офсетная. Формат 60x90/16
Объем 13,7 печ. листов. Тир. 500 экз.

Подписано в печать 30.10.13.
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Заказ № 1595.1. Тираж 500.

КнигоГрад — издательство, типография.
426034, г. Ижевск, ул. Коммунаров, 244.