

К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ ВЕРСИИ

# ЕГЭ 2020

Г. А. Никулова, А. Н. Москалев

# ФИЗИКА

## ПРАКТИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО

**100**  
**БАЛЛОВ**

- Теоретический материал
- Алгоритмы решения задач
- Решения заданий к каждой теме
- Задачи для самостоятельного решения
- Контрольные работы
- Ответы



Издательство  
**ЭКЗАМЕН**<sup>®</sup>

эффективный тренинг

**Г. А. Никулова  
А. Н. Москалев**

**ЕГЭ 100 БАЛЛОВ**

# **ФИЗИКА**

**ПРАКТИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО**

*Теоретический материал  
Алгоритмы решения задач  
Решения заданий к каждой теме  
Задачи для самостоятельного решения  
Контрольные работы  
Ответы*

*Издательство  
«ЭКЗАМЕН»  
МОСКВА, 2020*

УДК 372.8:53  
ББК 74.262.22  
Н65

**Никулова Г. А.**

Н65 ЕГЭ 2020. 100 баллов. Физика. Практическое руководство / Г. А. Никулова, А. Н. Москалев. — М.: Издательство «Экзамен», 2020. — 558, [2] с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)

ISBN 978-5-377-15012-1

Пособие «Физика. Практическое руководство» подготовлено с учетом потребностей учащихся 10–11 классов средних школ и их преподавателей для активной подготовки к ЕГЭ и другим диагностическим мероприятиям по физике. Использование сжатой формы подачи теоретических материалов в совокупности с разобранными заданиями по каждой теме ориентировано на интенсивное усвоение и повторение основных положений и законов физики, а также на успешное решение задач. Контрольные работы предназначены для тренировки и самопроверки учащихся. Приведенные в пособии методические акценты и указания способствуют формированию базовых алгоритмов и пониманию учащимися принципиальных моментов при решении заданий по физике.

Содержание пособия полностью соответствует Кодификатору ЕГЭ по физике, структура и состав имеют выраженный практико-ориентированный характер, что позволяет рекомендовать его в качестве справочного практического руководства при самостоятельной подготовке.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:53  
ББК 74.262.22

---

Формат 60x90/16.

Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 19,74. Усл. печ. л. 36.  
Тираж 6 000 экз. Заказ № 5249/19.

---

ISBN 978-5-377-15012-1

© Никулова Г. А., Москалев А. Н., 2020  
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2020

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>МЕХАНИКА</b> .....	9
<b>Кинематика</b> .....	9
§ 1. Механическое движение. Материальная точка. Система отсчета. Траектория. Путь и перемещение .....	9
§ 2. Поступательное и вращательное движение. Скорость. Мгновенная скорость. Средняя скорость прохождения пути. Ускорение .....	13
§ 3. Равномерное прямолинейное движение. Сложение скоростей. Относительность движения .....	19
§ 4. Равнопеременное прямолинейное движение .....	29
§ 5. Ускорение свободного падения. Движение тела, брошенного вертикально вверх и под углом к горизонту .....	40
§ 6. Движение материальной точки по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центробежное ускорение .....	58
<b>Динамика</b> .....	67
§ 7. Инерция. Инертность тел. Масса тела. Сила. Сложение сил. Инерциальная система отсчета. Принцип относительности Галилея .....	67
§ 8. Законы Ньютона .....	72
§ 9. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела. Невесомость. Движение искусственных спутников .....	77
§ 10. Силы трения, коэффициент трения скольжения. Силы упругости. Закон Гука. Движение тел и систем тел под действием нескольких сил .....	88
§ 11. Импульс тела. Импульс силы. Закон сохранения импульса. Реактивное движение .....	101
§ 12. Механическая работа. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Работа силы тяжести, силы упругости и гравитационной силы .....	110
§ 13. Закон сохранения энергии в механике. Мощность. Коэффициент полезного действия механизма (КПД) .....	121

<b>Статика. Гидростатика. Гидродинамика</b> .....	134
§ 14. Условия равновесия тел. Момент силы. Центр тяжести. Виды равновесия. Условие равновесия рычага.....	134
§ 15. Простые механизмы. Коэффициент полезного действия механизма.....	141
§ 16. Давление. Атмосферное давление и его измерение.....	144
§ 17. Закон Паскаля для жидкостей и газов. Гидравлический пресс. Давление внутри жидкости. Архимедова сила. Условие плавания тел.....	147
§ 18. Закон постоянства потока жидкости в трубе. Зависимость давления жидкости от скорости ее течения.....	154
 <b>МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА</b> .....	157
<b>Молекулярная физика</b> .....	157
§ 19. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Масса и размеры молекул.....	157
§ 20. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно- кинетической теории идеального газа.....	161
§ 21. Тепловое равновесие. Температура и ее измерение. Закон Дальтона. Уравнение состояния идеального газа .....	164
§ 22. Изопроцессы в газах .....	171
 <b>Термодинамика</b> .....	180
§ 23. Внутренняя энергия. Закон сохранения энергии в термодинамике. Два способа изменения внутренней энергии: теплопередача и работа .....	180
§ 24. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам .....	187
§ 25. Тепловые двигатели. Второй закон термодинамики. Цикл Карно .....	196
§ 26. Уравнение теплового баланса .....	203
§ 27. Испарение и конденсация. Насыщенные и ненасыщенные пары. Кипение. Влажность воздуха.....	210
§ 28. Модели газа, жидкости и твердого тела. Кристаллические и аморфные тела. Механические свойства твердых тел.....	217

<b>ЭЛЕКТРОДИНАМИКА</b> .....	222
<b>Электростатика</b> .....	222
§ 29. Электризация тел. Взаимодействие заряженных тел. Дискретность электрического заряда. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона .....	222
§ 30. Электрическое поле. Напряженность электрического поля точечного заряда. Линии напряженности электрического поля (силовые линии). Принцип суперпозиции полей .....	227
§ 31. Работа электрического поля при перемещении заряда. Потенциал. Связь между разностью потенциалов и напряженностью однородного поля. Потенциал поля точечного заряда. Эквипотенциальные поверхности .....	232
§ 32. Проводники и диэлектрики в электрическом поле. Электроемкость. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов. Энергия поля заряженного конденсатора .....	239
<b>Постоянный ток</b> .....	246
§ 33. Электрический ток. Сила тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка электрической цепи. Закон Ома для замкнутой цепи. Электрическое сопротивление. Последовательное и параллельное соединение проводников. Измерительные приборы .....	246
§ 34. Работа и мощность тока. Количество теплоты, выделяемое проводником с током. КПД источника. Закон Джоуля–Ленца .....	254
§ 35. Конденсаторы в цепи постоянного тока .....	258
§ 36. Основные положения классической электронной теории проводимости металлов. Электрический ток в металлах. Зависимость сопротивления от температуры. Сверхпроводимость .....	263
§ 37. Электрический ток в различных средах .....	267
<b>Электромагнетизм</b> .....	276
§ 38. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Линии магнитной индукции. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов. Магнитная проницаемость .....	276
§ 39. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле .....	286

§ 40. Магнитный поток. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Вихревое электрическое поле .....	292
§ 41. Самоиндукция. Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Энергия магнитного поля катушки индуктивности. Энергия магнитного поля. Рамка с током в магнитном поле.....	299
<b>КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ .....</b>	<b>305</b>
<b>Механические колебания .....</b>	<b>305</b>
§ 42. Колебательное движение. Колебания груза на пружине. Превращение энергии при колебательном движении.....	305
§ 43. Математический маятник .....	315
§ 44. Вынужденные колебания. Резонанс. Понятие об автоколебаниях.....	322
<b>Электромагнитные колебания. Переменный ток .....</b>	<b>325</b>
§ 45. Свободные электромагнитные колебания в контуре. Превращение энергии в колебательном контуре. Затухающие электромагнитные колебания.....	325
§ 46. Вынужденные электрические колебания. Переменный ток. Генератор переменного тока. Двигатель переменного тока .....	330
§ 47. Действующие значения напряжения и силы тока. Катушка в цепи переменного тока. Конденсатор в цепи переменного тока. Колебательный контур. Электрический резонанс.....	333
§ 48. Трансформатор. Режим холостого хода. Режим нагрузки. Передача электрической энергии .....	340
<b>Распространение колебаний в пространстве. Волны .....</b>	<b>345</b>
§ 49. Поперечные и продольные механические волны. Уравнение волны. Звуковые волны.....	345
§ 50. Идеи теории Максвелла. Электромагнитное поле. Опыты Герца. Открытый колебательный контур. Электромагнитные волны и их свойства. Принципы радиосвязи.....	351
<b>ОПТИКА .....</b>	<b>359</b>
§ 51. Закон прямолинейного распространения света. Скорость света. Понятие луча. Законы отражения и преломления света. Явление полного (внутреннего) отражения.....	359
§ 52. Тонкие линзы. Формула линзы. Построение изображений в собирающих и рассеивающих линзах. Оптические системы...	365

§ 53. Когерентность. Опыт Юнга. Интерференция света и ее применение в технике. Дифракция света. Дисперсия света. Поляризация света.....	374
§ 54. Электромагнитное излучение разных диапазонов длин волн. Свойства и практическое применение этих излучений.....	381
§ 55. Основы специальной теории относительности .....	383
<b>КВАНТОВАЯ ФИЗИКА</b> .....	387
<b>Корпускулярно-волновой дуализм</b> .....	387
§ 56. Гипотеза Планка. Фотоны и их свойства. Фотоэлектрический эффект и его законы .....	387
§ 57. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм....	392
<b>Физика атома</b> .....	396
§ 58. Опыты Резерфорда по рассеянию альфа-частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора.....	396
§ 59. Спектры испускания и поглощения электромагнитного излучения .....	399
§ 60. Лазеры. Люминесценция .....	405
<b>Ядерная физика</b> .....	409
§ 61. Состав ядра атома. Изотопы. Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер .....	409
§ 62. Ядерные реакции. Радиоактивность. Альфа-, бета-, гамма-излучения и их свойства .....	414
§ 63. Закон радиоактивного распада.....	421
§ 64. Деление ядер урана. Цепные ядерные реакции. Ядерный реактор. Термоядерная реакция .....	422
<b>Элементарные частицы</b> .....	427
§ 65. Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия.....	427
§ 66. Методы наблюдения и регистрации частиц в ядерной физике. Дозиметрия .....	429
<b>МЕТОДЫ НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ И ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА</b> .....	433
§ 67. Эксперимент и теория в физическом познании мира. Понятие о физических законах и границах их применимости. Измерения физических величин .....	433

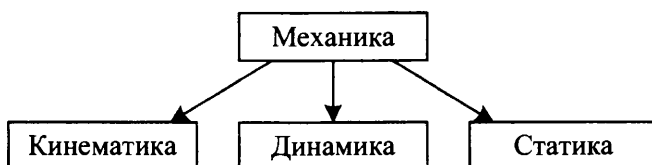


<b>ТЕМАТИЧЕСКИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ .....</b>	<b>444</b>
<b>Кинематика.....</b>	<b>444</b>
<b>Динамика. Законы сохранения .....</b>	<b>452</b>
<b>Статика и гидростатика .....</b>	<b>461</b>
<b>Молекулярная физика.....</b>	<b>466</b>
<b>Термодинамика.....</b>	<b>474</b>
<b>Электростатика.....</b>	<b>483</b>
<b>Постоянный ток. Ток в различных средах .....</b>	<b>493</b>
<b>Электромагнетизм.....</b>	<b>497</b>
<b>Механические колебания и волны.....</b>	<b>506</b>
<b>Электромагнитные колебания и волны. Переменный ток .....</b>	<b>510</b>
<b>Электромагнитное излучение. Световые волны. Оптика .....</b>	<b>516</b>
<b>Квантовая физика. Атом и атомное ядро.....</b>	<b>523</b>
<b>Итоговая тренировочная работа .....</b>	<b>531</b>
<b>ОТВЕТЫ.....</b>	<b>550</b>

## Кинематика

### § 1. Механическое движение. Материальная точка. Система отсчета. Траектория. Путь и перемещение

**Механика** — раздел физики, изучающий механическое движение тел.



**Механическое движение тел** — это изменение положения тела или частей тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

**Кинематика** — раздел механики, изучающий механическое движение тел без учета причин, вызывающих это движение.

**Материальная точка** — физическое тело, размерами и формой которого в данных условиях движения можно пренебречь, если:

— расстояние, которое проходит тело, много больше размера тела;

— расстояние от тела до других тел много больше размера тела.

Для однозначного определения положения тела необходимо задать **систему отсчета**, которая включает:

- 1) тело отсчета (например, Земля или движущийся поезд);
- 2) систему координат, связанную с телом отсчета (обычно выбирают декартову прямоугольную систему координат, нуль совмещают с телом отсчета);
- 3) часы, связанные с телом отсчета.

Движение тела связано с его перемещением в пространстве, однако возможны и частные случаи — движение вдоль одной прямой, например оси  $Ox$ , или в одной плоскости, например  $XOY$  (декартова система координат с осями  $Ox$  и  $Oy$ ). Положение материальной точки на плоскости (в момент времени  $t_1$ ) в декартовой системе координат

задается радиусом-вектором  $\vec{r}_1(t_1)$ , который проводится из начала координат к данной точке (рис. 1.1).

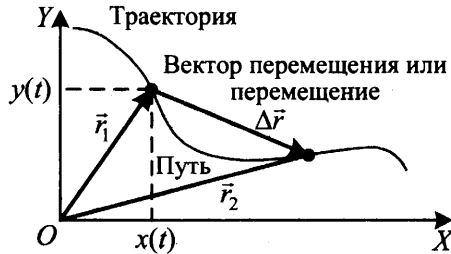


Рис. 1.1

**Траектория** — линия, которую материальная точка (тело) описывает в пространстве при движении.

**Пройденный путь (длина пути)  $s$**  — расстояние, отсчитываемое вдоль траектории за время  $\Delta t$  (скалярная величина).

**Вектор перемещения (или перемещение)** — вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  (векторная величина).

**Модуль перемещения:**  $|\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ , где  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta y = y_2 - y_1$ .

### Замечания

- Здесь и в последующем изложении знак « $\Delta$ » означает изменение (приращение) какой-либо физической величины: «то, что стало, минус то, что было».
- При определении проекций вектора следует обращать внимание на знаки «+» и «-». Знак «-» означает, что вектор направлен против соответствующей оси.
- Только при прямолинейном однонаправленном движении (направление скорости не изменяется) модуль перемещения равен длине пути:  $|\Delta \vec{r}| = s$ .
- Пройденный путь  $s$  всегда больше или равен нулю:  $s \geq 0$ ; в начальный момент времени наблюдения  $s(t) = 0$ ; зависимость  $s(t)$  может быть только возрастающей.

## ЗАДАЧИ

1. Выберите верные утверждения. Автобус можно считать материальной точкой, когда
  - 1) он обгоняет другой автобус,
  - 2) он курсирует между остановками по прямолинейной траектории,

- 3) он стоит на остановке,  
 4) он движется вокруг города по окружной дороге.

*Решение*

Материальная точка — тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. При перемещении автобуса между остановками и по окружной дороге его собственный размер не имеет значения.

*Ответ:* 24.

2. Вертолет, пролетев по прямой 400 км, повернул под углом  $90^\circ$  и пролетел еще 300 км. Каковы длина пройденного пути и величина перемещения (км)?

*Решение*

Длина пути равна расстоянию, отмеренному вдоль траектории, т.е.  $s = 700$  км. Траектория и перемещение составляют прямоугольный треугольник (рис. 1.2).

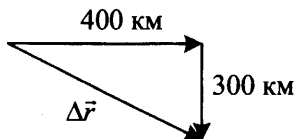


Рис. 1.2

По теореме Пифагора:  $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(400)^2 + (300)^2} = 500$  км.

*Ответ:* 700 км; 500 км.

3. Тело переместилось из точки с координатами  $x_1 = 0$ ,  $y_1 = 2$  м в точку с координатами  $x_2 = 4$  м,  $y_2 = -1$  м. Каковы проекции перемещения на оси координат и модуль перемещения?

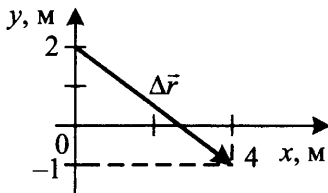


Рис. 1.3

*Решение*

Проекция перемещения на оси (рис. 1.3):

$\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta y = y_2 - y_1$ ,  $\Delta x = 4 - 0 = 4$  м,  $\Delta y = -1 - 2 = -3$  м, модуль перемещения:  $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$  м.

*Ответ:* 4 м; -3 м; 5 м.

4. Тело движется из пункта  $A$  в пункт  $B$  различными путями (рис. 1.4). В каком случае длина траектории совпадает с модулем перемещения?

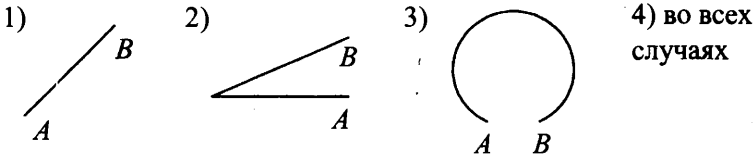


Рис. 1.4

*Решение*

Перемещение — вектор, соединяющий начальное положение точки с конечным, траектория — линия, описываемая в пространстве точкой. Их длины совпадут при прямолинейном движении в одном направлении.

*Ответ:* 1.

5. Двигаясь с постоянной скоростью, автомобиль едет по дуге окружности радиусом  $R$  из пункта  $A$  в пункт  $B$  и обратно (рис. 1.5).

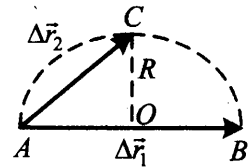


Рис. 1.5

Каковы значения модулей перемещений  $|\Delta \vec{r}_1|$ ,  $|\Delta \vec{r}_2|$  и  $|\Delta \vec{r}_3|$  для  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  времени поездки

и для конечной точки движения соответственно? Результаты занесите в таблицу.

$ \Delta \vec{r}_1 $	$ \Delta \vec{r}_2 $	$ \Delta \vec{r}_3 $

1) 0

3)  $R\sqrt{2}$

2)  $R$

4)  $2R$

*Решение*

Для  $t_1 = \frac{t}{2}$  перемещение автомобиля направлено по диаметру  $AB$ :

$$|\Delta \vec{r}_1| = 2R \text{ (ответ: 4);}$$

для  $t_2 = \frac{3t}{4}$  перемещение направлено по гипотенузе прямоугольного треугольника  $ACO$ :

$$|\Delta \vec{r}_2| = \sqrt{2R^2} \text{ (ответ: 3).}$$

В третьем случае  $|\Delta \vec{r}_3| = 0$  (ответ: 1), так как автомобиль возвращается в исходную точку.

Ответ: 431.

6. Катер прошел по озеру в направлении строго на северо-восток 2 км, а затем в направлении на север 1 км. Найдите величину (км) и направление перемещения (угол  $\alpha$  к меридиану).

Решение

На рисунке 1.6  $\beta = 135^\circ$ .

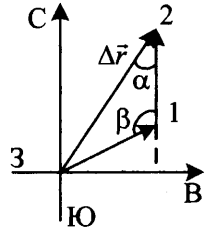


Рис. 1.6

По теореме косинусов

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{1^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cos 135^\circ} = 2,8 \text{ км.}$$

По теореме синусов

$$\frac{\sin \beta}{2,8} = \frac{\sin \alpha}{2}, \quad \sin \alpha = \frac{2 \sin \beta}{2,8}, \quad \alpha = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ.$$

Ответ: 2,8 км;  $30^\circ$ .

## § 2. Поступательное и вращательное движение. Скорость. Мгновенная скорость. Средняя скорость прохождения пути. Ускорение

**Поступательное движение** — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению, при этом все точки тела имеют одинаковые траектории, одинаковые скорости и ускорения в данный момент времени и за время наблюдения проходят одинаковые пути (рис. 2.1).

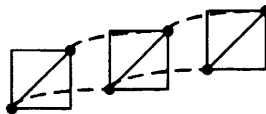


Рис. 2.1

Поступательное движение может быть как прямолинейным, так и криволинейным.

**Вращательное движение** — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения (рис. 2.2).

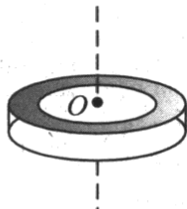


Рис. 2.2

При этом одинаковыми для всех точек являются угловые характеристики движения (угловое перемещение, угловая скорость и т.п.), а линейные характеристики (скорость, длина пути, ускорение) зависят от расстояния данной точки от оси вращения.

### **Замечание**

- Любое движение можно представить как суперпозицию поступательного и вращательного движения.

**Скорость** — физическая векторная величина, характеризующая направление и быстроту движения.

Вектор средней скорости:  $\vec{v}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ , где  $\Delta t$  — промежуток времени, за которое произошло перемещение тела  $\Delta \vec{r}$ . Средняя скорость всегда направлена так же, как перемещение. При неограниченном уменьшении  $\Delta t$  ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью  $\vec{v}$ .

Мгновенная скорость всегда направлена по касательной к траектории в сторону направления движения.

По мере уменьшения  $\Delta t$  приращение пути  $\Delta s$  все больше будет приближаться к модулю перемещения, поэтому  $v = |\vec{v}| = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ .

### **Замечание**

- Следует различать среднюю скорость прохождения пути (путевая скорость или средний модуль скорости) и модуль вектора средней скорости.

**Средняя скорость прохождения пути** (или средняя путевая скорость):

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_N}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_N}, \text{ где } s \text{ — путь, пройденный телом за}$$

время  $\Delta t$ , а  $s_1, s_2, \dots, s_N$  — части пройденного пути соответственно за интервалы времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N$ . В случае равномерного движения на каждом из участков со скоростями  $v_1, v_2, \dots, v_N$ :

$$v_{\text{cp}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_N}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_N}{v_N}}.$$

При неравномерном движении величина скорости тела изменяется с течением времени (т.е. за одинаковые интервалы времени совершаются различные перемещения).

**Ускорение** — физическая векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.

**Среднее ускорение** (всегда направлено так же, как и вектор изменения скорости):  $\bar{a}_{\text{cp}} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ .

При неограниченном уменьшении  $\Delta t$  среднее ускорение для прямолинейного движения стремится к предельному значению, которое называется мгновенным ускорением. **Мгновенное ускорение** определяется аналогично мгновенной скорости: оно равно среднему ускорению  $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ .

## ЗАДАЧИ

1. При равномерном вращении волчка вокруг неподвижной оси для всех его точек одинаковыми являются значения:
  - 1) модуля перемещения
  - 2) частоты
  - 3) периода вращения
  - 4) центростремительного ускорения

*Решение*

Величины скорости, перемещения и центростремительного ускорения любой точки вращающегося волчка зависят от радиуса ее тра-



ектории, т.е. от расстояния точки от оси вращения. Период и частота вращения всех точек одинаковы.

*Ответ:* 23.

2. Тело движется прямолинейно вдоль оси  $X$ . По графику  $x(t)$  на рисунке 2.3 определите среднюю скорость движения в интервале времени 0–6 с.

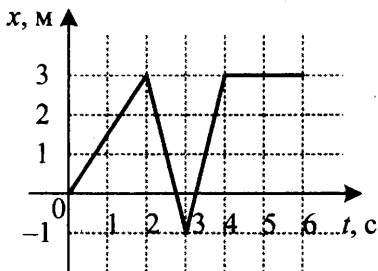


Рис. 2.3

*Решение*

Средняя скорость на всем пути:  $v_{\text{cp}} = \frac{s}{t}$ . При прямолинейном движении в одну сторону  $s = |\Delta x|$ , тогда  $s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = 3 + 4 + 4 + 0 = 11$  м,  $v_{\text{cp}} = \frac{11}{6} = 1,8$  м/с.

*Ответ:* 1,8 м/с.

3. Тело движется по окружности радиусом 3 м, имея период вращения 4 с. Каков модуль вектора средней скорости точки за 3 с?

*Решение*

$|\vec{v}_{\text{cp}}| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right|$ . За 3 с тело пройдет  $\frac{3}{4}$  окружности (рис. 2.4).

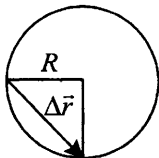


Рис. 2.4

Модуль перемещения равен  $|\Delta\vec{r}| = R\sqrt{2}$ , тогда

$$|\vec{v}_{\text{cp}}| = \frac{R\sqrt{2}}{3} = 1,41 \text{ м/с.}$$

Ответ: 1,41 м/с.

4. Автомобиль, двигаясь прямолинейно, проехал первую половину пути со скоростью  $v_1 = 40$  км/ч, вторую — со скоростью  $v_2 = 60$  км/ч. Найти среднюю скорость движения (км/ч) на всем пройденном пути.

Решение

$$\text{Средняя скорость на всем пути: } v_{\text{cp}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}.$$

Пусть весь путь  $s = 2l$ , тогда  $s_1 = l$ ,  $s_2 = l$ ,  $t_1 = \frac{l}{v_1}$ ,  $t_2 = \frac{l}{v_2}$ .

$$\text{Отсюда } v_{\text{cp}} = \frac{2l}{\frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 48 км/ч.

5. Тело первую половину пути проходит со скоростью  $v_1$ , а вторую — со скоростью  $v_2$ . Как изменится средняя скорость на всем пути, если

- |  |                        |
|--|------------------------|
| А) увеличить весь путь в 2 раза,           | 1) увеличится в 2 раза |
| Б) увеличить каждую из скоростей в 2 раза, | 2) увеличится в 4 раза |
| В) уменьшить каждую из скоростей в 2 раза? | 3) уменьшится в 2 раза |
|  | 4) уменьшится в 4 раза |
|  | 5) не изменится        |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

Решение

Согласно результатам решения предыдущей задачи средняя скорость зависит только от скоростей  $v_1$  и  $v_2$  на каждой из половин пути и не зависит от длины самого пути, поэтому вопросу А соответствует 5.

В других случаях, поскольку  $v_1$  и  $v_2$  изменяются в одинаковое число раз, средняя скорость изменится пропорционально изменению одной из скоростей.

*Ответ:* 513.

6. Велосипедист ехал из одного города в другой. Половину пути он ехал со скоростью  $v_1 = 12$  км/ч. Половину оставшегося времени движения ехал со скоростью  $v_2 = 6$  км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью  $v_3 = 4$  км/ч. Определите среднюю скорость на всем пути (км/ч).

*Решение*

В данной задаче характер движения различен на трех участках, поэтому

$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \text{ Так как } s_1 = s_2 + s_3, \text{ то } s_1 + s_2 + s_3 = 2s_1. \text{ Выразим}$$

неизвестные величины через одну, например  $s_1$ :  $t_1 = \frac{s_1}{v_1}$ ,  $s_1 = s_2 + s_3 = v_2 t_2 + v_3 t_3$ .

По условию  $t_2 = t_3$ , значит,  $s_1 = v_2 t_2 + v_3 t_2$ . Тогда  $t_2 = \frac{s_1}{v_2 + v_3}$ .

Средняя скорость равна

$$v_{\text{ср}} = \frac{2s_1}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{2s_1}{v_2 + v_3}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{v_2 + v_3 + 2v_1} = 7 \text{ км/ч.}$$

*Ответ:* 7 км/ч.

7. На рисунке 2.5 показана траектория движения тела с постоянной скоростью из положения  $A$  в положение  $B$ .

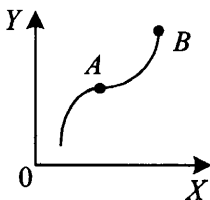


Рис. 2.5

Как направлен вектор среднего ускорения?

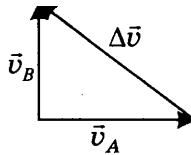
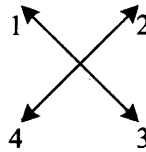


Рис. 2.6



*Решение*

Вектор среднего ускорения направлен так же, как вектор изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  (рис. 2.6), т.е. по стрелке 1.

*Ответ:* 1.

### § 3. Равномерное прямолинейное движение. Сложение скоростей. Относительность движения

**Равномерное прямолинейное движение** — это движение, при котором тело, двигаясь вдоль одного направления, за равные интервалы времени совершает одинаковые перемещения (скорость тела остается постоянной как по величине, так и по направлению).

В этом случае  $|\Delta \vec{r}| = s$ ,  $v = v_{\text{cp}} = v_0 = \text{const}$ ,  $\vec{a} = 0$ .

Рассмотрим прямолинейное движение тела вдоль оси  $X$ . Пусть в момент времени  $t_0 = 0$  тело находилось в точке  $x_0$ , а через промежуток времени  $t$  — в точке  $x$  (рис. 3.1). Тогда  $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ , учитывая, что  $t_0 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{t}, \quad \Delta \vec{r} = \vec{v} \cdot t, \quad \text{или} \quad \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v} \cdot t.$$

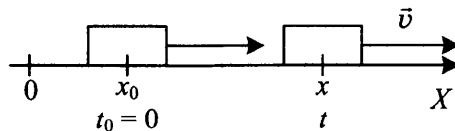


Рис. 3.1

Уравнение равномерного движения:  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$ , или в проекции на ось  $X$ :  $x = x_0 + v_x t$ . Поскольку  $|\Delta \vec{r}| = s \Rightarrow s = |x - x_0| = |v_x|t = s(t)$ .

Итак,  $s(t) = vt$ ,  $v = |v_x|$ ,  $s(t) \geq 0$ , следовательно, путь  $s(t)$  увеличивается или остается постоянным с течением времени. По графику зави-

симости  $v(t)$  можно определить путь, пройденный телом за время  $t'$ , как площадь фигуры под кривой в координатах  $v(t)$ , т.е. ограниченной линией графика и осью времени (рис. 3.2).

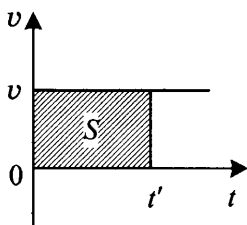


Рис. 3.2

При равномерном движении путь  $s(t) = vt$  (рис. 3.3). Координата тела изменяется со временем по закону  $x(t) = x_0 \pm vt$  (рис. 3.4). Знаки «+» или «-» определяются проекциями соответствующих векторов на оси координат.

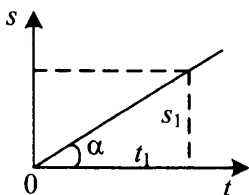


Рис. 3.3

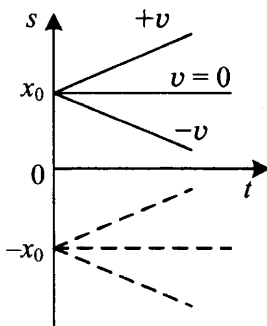


Рис. 3.4

Так как значение скорости  $v = \frac{s_1}{t_1}$  (численно равно  $\operatorname{tg}\alpha$ ), то чем больше угол наклона графика к оси времени, тем больше скорость (см. рис. 3.3, 3.4).

**Замечание**

- Тангенс угла определяют как отношение физических величин в СИ, а не непосредственными измерениями угла, величина которого зависит от масштаба.

Описание движения зависит от выбора системы отсчета (**относительность движения**).

Рассмотрим движение тела относительно двух систем отсчета: системы координат, связанной с подвижной платформой, и системы координат, связанной с Землей. Пусть эти системы движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно. На рисунке 3.5  $\vec{v}'$  — скорость тела относительно подвижной системы отсчета  $X'Y'$ , связанной с платформой;  $\vec{u}$  — скорость самой платформы (подвижной системы координат) относительно неподвижной системы отсчета (Земли).

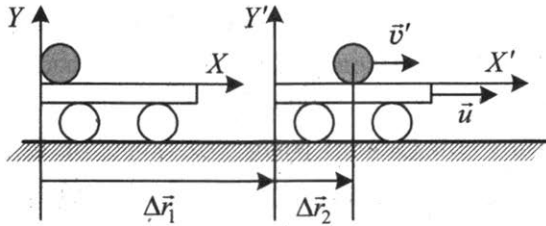


Рис. 3.5

Для перемещений и скоростей запишем:

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 \text{ и } \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t}.$$

**Классический закон сложения скоростей:** скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна скорости тела относительно подвижной системы отсчета плюс скорость самой подвижной системы:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u},$$

где  $\vec{v}$  — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (в нашем случае — относительно Земли);  $\vec{u}$  — скорость подвижной системы (платформы) относительно Земли;  $\vec{v}'$  — скорость тела относительно подвижной системы отсчета (платформы).

Пусть относительное движение происходит в произвольном направлении (рис. 3.6).

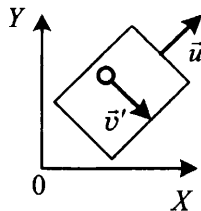


Рис. 3.6

В этом случае удобно записать закон сложения скоростей для проекций.

$$(OX): v_x = u_x + v'_x;$$

$$(OY): v_y = u_y + v'_y.$$

Уравнения для координат:  $x = x_0 + x'$ ,  $y = y_0 + y'$ .

Для определения скорости движения одного тела относительно другого рассмотрим движение двух тел со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  (рис. 3.7) в неподвижной системе координат (например, относительно Земли). Запишем закон сложения скоростей в виде:  $\vec{v}_2 = \vec{v}'_{21} + \vec{v}_1$ , т.е. скорость второго тела  $\vec{v}_2$  относительно неподвижной системы отсчета (Земли) равна его скорости  $\vec{v}'_{21}$  относительно подвижной системы, т.е. первого тела, плюс скорость самого первого тела  $\vec{v}_1$ . Тогда  $\vec{v}'_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ , или  $\vec{v}'_{21}$  равна геометрической разности векторов собственных скоростей тел (рис. 3.8).

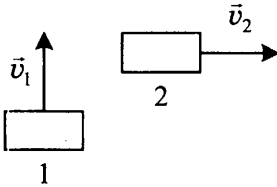


Рис. 3.7

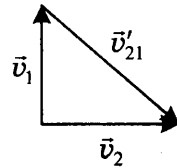


Рис. 3.8

### Замечание

- Обратите внимание на порядок следования индексов у векторов скоростей!

Скорость первого тела относительно второго:  $\vec{v}'_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$  направлена противоположно  $\vec{v}'_{21}$ , т.е. вектор относительной скорости всегда направлен к концу вектора скорости того тела, для которого она определяется. Модуль относительной скорости:  $|\vec{v}'_{21}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ .

Механическое движение относительно, следовательно, **пройденный путь, траектория, скорость и перемещение зависят** от выбора системы отсчета.

Напротив, **ускорение** в инерциальных системах отсчета не зависит от системы отсчета, а определяется только силой, сообщающей телу это ускорение.

## ЗАДАЧИ

1. Два пешехода идут по прямому тротуару со скоростями  $v_1 = 5,5$  км/ч и  $v_2 = 6,5$  км/ч. Определите отношение их относительных скоростей при движении навстречу друг другу  $v_a$  и в случае, когда второй пешеход догоняет первого  $v_b$ . ( $\frac{v_a}{v_b} = ?$ )

*Решение*

Скорость одного пешехода относительно другого, например второго относительно первого,  $\vec{v}'_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Выберем ось  $X$ , направленную по скорости второго пешехода. При встречном движении (рис. 3.9):

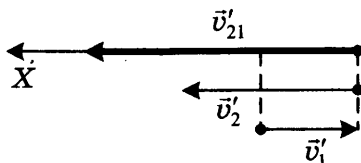


Рис. 3.9

$v_a = v'_{x21} = v_{x2} - v_{x1} = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1 = 12$  км/ч, т.е. относительная скорость равна сумме собственных скоростей тел, движущихся навстречу.

Во втором случае в проекции на ось  $X$  (рис. 3.10):  $v_b = v'_{x21} = v_{x2} - v_{x1} = v_2 - v_1 = 1$  км/ч, т.е. относительная скорость равна разности собственных скоростей тел, движущихся друг за другом, следовательно,  $\frac{v_a}{v_b} = 12$ .

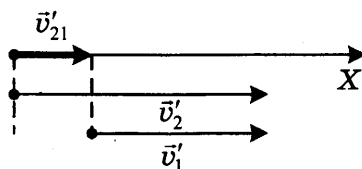


Рис. 3.10

*Ответ:* 12.

### Замечание

- Результаты решения этой задачи (относительные скорости при движении тел друг за другом и навстречу) можно применять без вывода в случаях определения относительной скорости тел, движущихся вдоль одной прямой.



2. Движение точки описывается уравнениями проекций на координатные оси:  $x = a + bt$ ,  $y = c + dt$ . Найти модуль и направление (угол к оси  $X$ ) скорости точки  $v$ , если  $a = 2$  см,  $b = 1,5$  см/с,  $c = 7$  см,  $d = 2$  см/с.

*Решение*

Так как в общем случае  $x = x_0 + v_x t$ ,  $y = y_0 + v_y t$ , то  $b = v_x$ ,  $d = v_y$ ,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{b^2 + d^2}, \text{ тогда } v = \sqrt{b^2 + d^2} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с.}$$

Направление скорости задает угол  $\alpha$  (рис. 3.11):

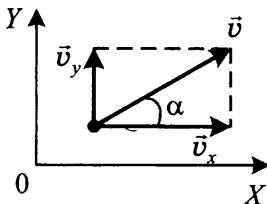


Рис. 3.11

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{b}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{d}{b} = 53,1^\circ.$$

*Ответ:*  $2,5 \cdot 10^{-2}$  м/с;  $53,1^\circ$ .

3. По графикам зависимостей координат тел А и В от времени (рис. 3.12) найти проекцию на ось  $X$  скорости тела В относительно тела А.

*Решение*

Оба тела движутся равномерно, так как зависимости  $x = x(t)$  — линейны.

Скорость тела В относительно А:

$$\vec{v}'_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A, \text{ в проекции на ось } X: v'_{BA} = v_{xB} - v_{xA}.$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad v_{xA} = \frac{-5 - 5}{10} = -1 \text{ м/с}, \quad v_{xB} = \frac{0 - (-10)}{20} = 0,5 \text{ м/с.}$$

$$v'_{BA} = 0,5 - (-1) = 1,5 \text{ м/с.}$$

*Ответ:* 1,5 м/с.

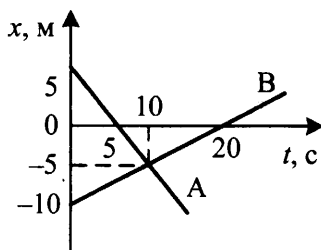


Рис. 3.12

4. Проезжая под мостом на катере, туристы потеряли спасательный круг. Через  $t_1 = 2$  мин пропажу заметили и вернулись, причем скорость лодки относительно воды не изменилась. На каком расстоянии от моста круг подняли на борт, если скорость течения реки  $0,75$  м/с?

*Решение*

В системе координат, связанной с водой, круг покоится, а катер движется от него и к нему с одной и той же скоростью, следовательно, интервалы времени движения катера к кругу и от него одинаковы, т.е. круг находился в воде всего  $t = 2t_1 = 4 \text{ мин} = 240 \text{ с}$ . За это время он сместился относительно берега на  $s = v_{\text{реки}} \cdot t = 0,75 \cdot 240 = 180 \text{ м}$ .

*Ответ:* 180 м.

5. Корабль движется по озеру с запада на восток со скоростью 36 км/ч. Когда подул северный ветер, то его скорость, измеренная на корабле, оказалась равной 12,5 м/с. Какова действительная скорость ветра (м/с)?

*Решение*

В СИ  $v_k = \frac{36\,000}{3600} = 10 \text{ м/с}$ . По закону сложения скоростей  $\vec{v}_B = \vec{v}'_B + \vec{v}_k$ , из треугольника (рис. 3.13):

3.13):

$$v_B = \sqrt{v_B'^2 - v_k^2} = 7,5 \text{ м/с}.$$

*Ответ:* 7,5 м/с.

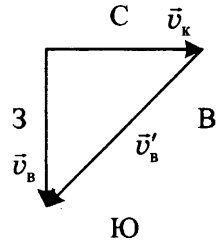


Рис. 3.13

6. Четыре мотоциклиста движутся по прямому шоссе с одинаковыми скоростями  $v$ , 1 и 2 — в одном направлении (вдоль  $X$ ), 3 и 4 — им навстречу. Определите проекции их относительных скоростей на ось  $X$ .

- |                     |          |
|---------------------|----------|
| А) 2 относительно 1 | 1) $v$   |
| Б) 1 относительно 3 | 2) $2v$  |
| В) 3 относительно 4 | 3) $-v$  |
| Г) 4 относительно 1 | 4) $-2v$ |
|                     | 5) 0     |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

*Решение*

Проекция на  $X$  скорости любого мотоциклиста из первой пары относительно любого из второй:  $v'_{\text{отн1}} = v - (-v) = 2v$ . И наоборот, проекция относительной скорости любого мотоциклиста из второй пары

в системе отсчета первой:  $v'_{отн1} = -v - v = -2v$ . Внутри каждой пары мотоциклисты покоятся друг относительно друга, т.е. для них относительная скорость равна нулю.

Ответ: 5254.

7. На рисунке 3.14 представлены графики зависимости координаты тела от времени. Определите:

- в какой момент времени модуль перемещения тела имел максимальное значение, укажите это значение;
- модуль вектора средней скорости;
- среднюю скорость на всем пути;
- запишите уравнение движения в интервале 0–1 с.

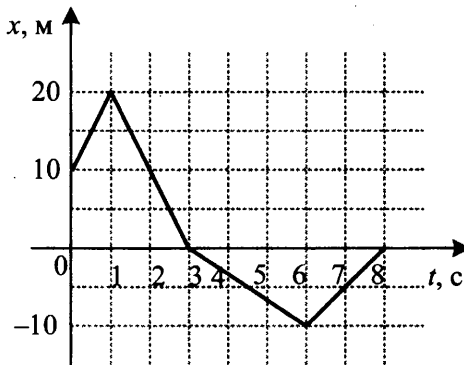


Рис. 3.14

*Решение*

Проанализируем график: 0–1 с — движение в направлении оси  $X$  из точки с координатой  $x_0 = 10$  м; 1–3 с — движение против оси  $X$ ; 3–6 с — движение против оси  $X$ , но с другой скоростью; 6–8 с — движение вдоль оси  $X$ .

а) Модуль перемещения  $|\Delta \vec{r}| = |x - x_0|$  максимален для  $t = 6$  с, в этот момент  $|\Delta \vec{r}| = 20$  м.

б) Модуль вектора средней скорости за 8 с:  $|\vec{v}_{cp}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{|(x - x_0)|}{\Delta t} = \frac{10}{8} = 1,25$  м/с.

в)  $v_{cp} = \frac{s}{t}$  — средняя скорость на всем пути, или средний модуль скорости.

Обратите внимание: график отражает зависимость координаты, а не пути от времени.

Сначала тело движется вдоль оси  $X$  и проходит путь  $s_1 = 10$  м, начиная с момента  $t = 1$  с — в обратном направлении,  $s_2 = 30$  м, а с момента  $t = 6$  с — снова вдоль оси  $X$ ,  $s_3 = 10$  м. Тогда путь  $s = s_1 + s_2 + s_3 = 50$  м.  $v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{50}{8} = 6,25$  м/с.

г) На участке (0–1 с) характер движения не изменяется, движение равномерное:  $x = x_0 + vt$ , где  $x_0 = 10$  м,  $v = \frac{(x - x_0)}{t} = \frac{(20 - 10)}{1} = 10$  м/с  $\Rightarrow x = 10 + 10t$  (м).

8. Лодка переправляется на противоположный берег, причем собственная скорость лодки  $v_1$  (относительно воды) равна скорости течения реки  $v_2$ . Установите соответствие между курсом лодки (первый столбец) и особенностями переправы (второй столбец).

КУРС ЛОДКИ (угол между вектором скорости лодки относительно воды и перпендикуляром к берегу)

- А)  $0^\circ$
- Б)  $45^\circ$  навстречу течению
- В)  $45^\circ$  по течению

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ПЕРЕПРАВЫ

- 1) наибольшее время переправы
- 2) наименьшее перемещение
- 3) минимальное время переправы
- 4) наибольшее перемещение

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

В случае А собственная скорость лодки  $v_1$  направлена перпендикулярно берегу (рис. 3.15, а),  $t = \frac{s}{v_1}$  — минимальное время переправы

(3), но лодку сносит течением. В случае Б лодка совершает минимальное перемещение (рис. 3.15, б). В ситуации В время переправы будет таким же, как в случае Б, однако перемещение при переправе окажется максимальным (рис. 3.15, в).

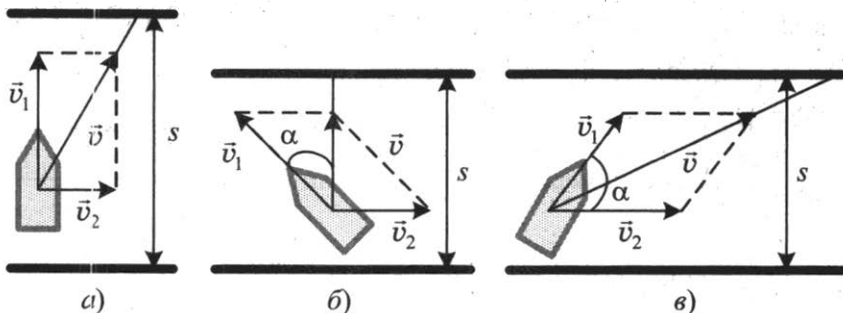


Рис. 3.15

Ответ: 324.

9. Лодка, движущаяся со скоростью  $v_1$  в системе отсчета, связанной с водой, должна переправиться через реку шириной  $s$  по кратчайшему пути. Какой курс должна держать лодка, если скорость течения реки  $v_2$ ? Какова скорость лодки  $v$  относительно земли? Сколько времени займет переправа?

Решение

Согласно закону сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}'_2.$$

Из треугольника скоростей (рис. 3.16) найдем  $v_1 \sin \alpha = v_2 \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{v_2}{v_1}$ . По теореме

Пифагора:  $v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} \Rightarrow t = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}.$

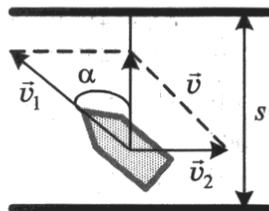


Рис. 3.16

Ответ:  $\alpha = \arcsin \frac{v_2}{v_1}$ ;  $v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}$ ;  $t = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}.$

10. Два корабля вышли из одного пункта и движутся под углом  $\alpha = 60^\circ$  друг к другу со скоростями  $v_1 = 20$  км/ч и  $v_2 = 30$  км/ч. Найти относительную скорость кораблей по величине и направлению, а также расстояние  $r_{12}$  между ними через  $t = 1,5$  ч (с точностью до десятых).

### Решение

Для определенности будем искать скорость первого тела относительно второго (рис. 3.17):  $\vec{v}'_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ . По теореме косинусов

$$v'_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha} = 26,5 \text{ км/ч.}$$

Для определения угла  $\beta$ , характеризующего направление  $\vec{v}'_{12}$  по отношению к направлению  $\vec{v}_1$ , воспользуемся теоремой синусов:

$$\frac{\sin\beta}{v_2} = \frac{\sin\alpha}{v'_{12}}, \quad \sin\beta = \frac{v_2\sin\alpha}{v'_{12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{v_2\sin\alpha}{v'_{12}}\right) = 78,6^\circ.$$

Расстояние между кораблями через время  $t = 1,5$  ч окажется равным  $r_{12} = v'_{12} \cdot t = 39,8$  км.

*Ответ:* 26,5 км/ч; 78,6°; 39,8 км.

## § 4. Равнопеременное прямолинейное движение

**Равнопеременное прямолинейное движение** — это движение с постоянным ускорением (по модулю и направлению).

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \vec{a} = \text{const}, \quad \text{но } \vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}, \quad \text{так как при } t = 0 \text{ скорость } \vec{v} = \vec{v}_0,$$

$$\text{то } \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \quad \text{или } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t.$$

Рассмотрим движение тела вдоль оси  $X$  (рис. 4.1).

Проекция скорости на ось  $X$ :  $v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$ .

Движение тела с постоянным ускорением, при котором модуль скорости тела увеличивается со временем, называют **равноускоренным**, в противном случае — **равнозамедленным**.

**Типы равнопеременного движения:**

1) если  $a_x > 0$ ,  $v_{0x} > 0$ , то  $v_x = v_0 + at$  — равноускоренное движение (скорость тела увеличивается);

2) если  $a_x < 0$ ,  $v_{0x} > 0$ , то  $v_x = v_0 - at$  — тело сначала движется равнозамедленно (модуль скорости тела уменьшается), затем, после того как скорость станет равна 0, — равноускоренно;

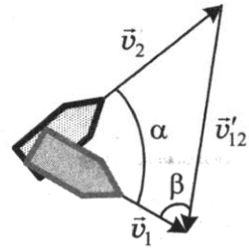


Рис. 3.17

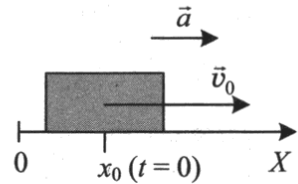


Рис. 4.1

3) если  $a_x < 0$ ,  $v_{0x} < 0$ , то  $v_x = -v_0 - at$  — равноускоренное движение (скорость тела по модулю увеличивается);

4) если  $a_x > 0$ ,  $v_{0x} < 0$ , то  $v_x = -v_0 + at$  — равнозамедленное движение, а затем равноускоренное.

### Замечание

- Движение является равноускоренным, если векторы скорости и ускорения направлены одинаково или проекции этих векторов на выбранное направление имеют одинаковые знаки.

Для вывода закона равнопеременного движения воспользуемся графиком зависимости (рис. 4.2) скорости тела от времени ( $a_x > 0$ ,  $v_{0x} > 0$ ).

Путь равен площади под кривой в координатах  $v(t)$ , т.е. в нашем случае — площади трапеции:

$$s(t) = \frac{v_0 + v}{2} t = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$s(t) = x - x_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

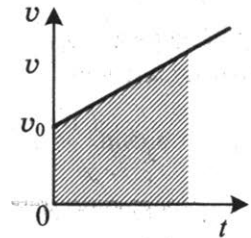


Рис. 4.2

Аналогично для равнозамедленного движения  $a_x < 0$ ,  $v_{0x} > 0$  получим:  $s(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ .

Таким образом, выражения для скорости, радиуса-вектора и координаты при равнопеременном движении имеют вид:  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ , в проекции на ось  $X$ :  $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$ .

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \quad x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

### Замечание

- Значения  $a_x$  и  $v_{0x}$  могут быть как положительными, так и отрицательными, что определяется при проецировании этих векторов на выбранную ось.

Средняя скорость равноускоренного движения (при движении в одном направлении) по определению равна

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{v_0 t + \frac{at^2}{2}}{t} = v_0 + \frac{at}{2}, \quad \text{но } at = v - v_0, \text{ следовательно,}$$

$$v_{\text{cp}} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

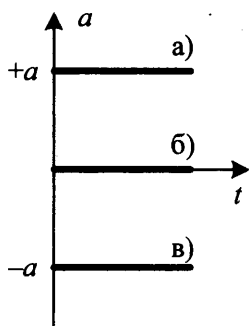
Для равноускоренного движения  $s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ,  $v = v_0 + at$ ,

$$t = \frac{v - v_0}{a}, \quad s = v_0 \frac{v - v_0}{a} + a \frac{(v - v_0)^2}{2a^2} = \left( \frac{v - v_0}{a} \right) \left( v_0 + \frac{v - v_0}{2} \right) = \frac{(v - v_0)(v + v_0)}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

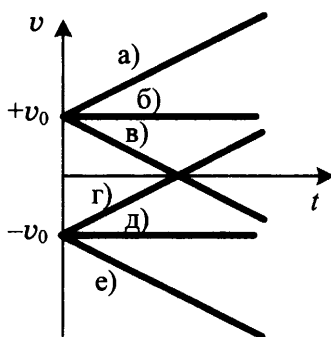
$v^2 = v_0^2 + 2as$  — для равноускоренного движения;

$v^2 = v_0^2 - 2as$  — для равнозамедленного движения.

Графики зависимости ускорения, скорости, координаты и пути тела от времени приведены на рисунках 4.3 (1, 2); 4.4 (1, 2).



(1)



(2)

Рис. 4.3

Рис. 4.3 (1):

- а) Тело движется равноускоренно, если  $v_{0x} > 0$ ; равнозамедленно — если  $v_{0x} < 0$ .
- б) Тело движется равномерно,  $v_x = \text{const}$ .
- в) Тело движется сначала равнозамедленно, затем равноускоренно, если  $v_{0x} > 0$ , равноускоренно, если  $v_{0x} < 0$ .

Рис. 4.3 (2):

- а)  $a_x > 0$  — тело движется равноускоренно.
- б)  $a_x = 0$  — тело движется равномерно.
- в)  $a_x < 0$  — тело движется сначала равнозамедленно, затем равноускоренно.
- г)  $a_x > 0$  — тело движется сначала равнозамедленно, затем равноускоренно.
- д)  $a_x = 0$  — тело движется равномерно.
- е)  $a_x < 0$  — тело движется равноускоренно.



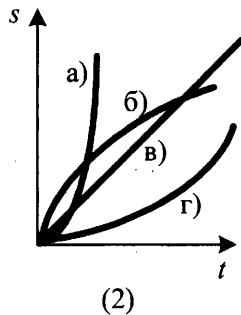
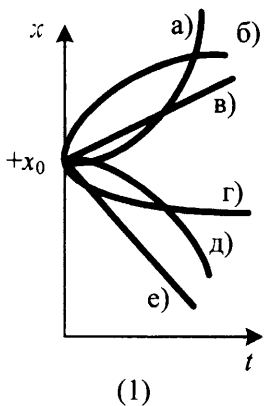


Рис. 4.4

Рис. 4.4 (1):

- а)  $v_{0x} > 0, a_x > 0$  — тело движется равноускоренно.
- б)  $v_{0x} > 0, a_x < 0$  — тело движется равнозамедленно.
- в)  $v_{0x} > 0, a_x = 0$  — тело движется равномерно.
- г)  $v_{0x} < 0, a_x > 0$  — тело движется равнозамедленно.
- д)  $v_{0x} < 0, a_x < 0$  — тело движется равноускоренно.
- е)  $v_{0x} < 0, a_x = 0$  — тело движется равномерно.

Рис. 4.4 (2):

- а)  $v_{0x} > 0, a_x > 0$
- б)  $v_{0x} > 0, a_x < 0$
- в)  $v_{0x} > 0, a_x = 0$
- г)  $v_{0x} = 0, a_x > 0$

## ЗАДАЧИ

1. Два автомобиля начинают равноускоренное движение из состояния покоя в одном направлении с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ . Второй задержался на старте и начал движение на 1 с позже первого. Какова проекция скорости движения второго автомобиля относительно первого через 4 с после начала движения первого?

*Решение*

Согласно классическому закону сложения скоростей при движении тел в одну сторону скорость второго относительно первого в проекции на направление их движения  $v'_{21} = v_2 - v_1$ . Но  $v_1 = at_1$ ,

$v_2 = at_2 = a(t_1 - \Delta t)$ , тогда  $v'_{21} = a(t_1 - \Delta t) - at_1 = -a\Delta t = -2$  м/с, т.е. проекция  $v'_{21}$  на направление движения постоянна.

*Ответ:*  $-2$  м/с.

### Замечание

- Относительная скорость не зависит от момента времени наблюдения, а зависит только от величины ускорения и интервала между началом движения каждого из тел (это выполняется только при равенстве ускорений тел).
2. Тело начинает прямолинейное движение с некоторым ускорением, а затем, достигнув скорости  $v_1$ , начинает тормозить, пройдя общий путь  $s$  за время  $t$ . Как изменится время движения, если тело начнет торможение при вдвое меньшей скорости, однако результирующий путь будет тот же?

*Решение*

Построим график зависимости  $v(t)$  (рис. 4.5).

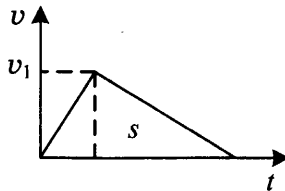


Рис. 4.5

Пройденный за время  $t$  путь численно равен площади под кривой в координатах  $v(t)$ , т.е.  $s = \frac{v \cdot t}{2}$ . Поэтому при неизменном  $s$  уменьшение скорости  $v_1$  вдвое приведет к такому же увеличению времени движения.

*Ответ:* увеличится в 2 раза.

3. На рисунке 4.6 изображена зависимость проекции скорости прямолинейного движения тела на ось  $X$  от времени. Определите путь за первые 5 с движения.

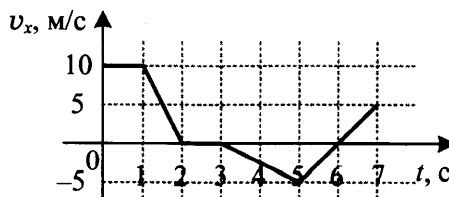


Рис. 4.6

*Решение*

Путь найдем как площадь под кривой в координатах  $v(t)$ . На участках с  $v_x > 0$  тело движется вдоль оси  $X$ , с  $v_x < 0$  — в обратном направлении.

За время 0–2 с: путь  $s_1$  равен площади трапеции:  $s_1 = (2 + 1) \cdot \frac{10}{2} = 15$  м. В течение интервала времени 2–3 с тело не движется. На участке графика 3–5 с путь равен площади треугольника:  $s_2 = (5 - 3) \cdot \frac{5}{2} = 5$  м. Весь путь  $15 + 5 = 20$  м.

*Ответ:* 20 м.

4. По рисунку 4.6 определите модуль вектора средней скорости за первые 5 с.

*Решение*

Модуль вектора средней скорости  $|\vec{v}_{\text{cp}}| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$ . Модуль перемещения за 5с  $|\Delta\vec{r}| = s_1 - s_2 = 10$  м (так как тело двигалось в разных направлениях).  $|\vec{v}_{\text{cp}}| = \frac{10}{5} = 2$  м/с.

*Ответ:* 2 м/с.

5. На графике (см. рис. 4.6) укажите интервалы времени, в течение которых тело двигалось равноускоренно.

*Решение*

Модуль скорости увеличивается со временем на участках (3–5) с; (6–7) с.

*Ответ:* (3–5) с; (6–7) с.

6. Поезд шел равномерно по горизонтальному пути, у него отцепился последний вагон. В момент остановки вагона расстояние между вагоном и поездом было  $s = 800$  м, скорость поезда не изменилась. Какой путь  $L$  прошел вагон до остановки? Считать, что сила сопротивления не зависит от скорости.

*Решение*

Построим графики зависимости скорости от времени для поезда и отцепившегося вагона (рис. 4.7).

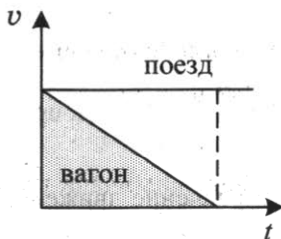


Рис. 4.7

Длина пути, пройденного поездом (площадь прямоугольника), в 2 раза больше пути вагона до его остановки (треугольник). Так как и вагон и поезд движутся в одну и ту же сторону, расстояние между ними в момент остановки вагона:  $s = s_{\text{поезда}} - s_{\text{вагона}} = 2L - L = 800 \text{ м}$ .

Ответ: 800 м.

7. На рисунке 4.8 приведены графики зависимости скорости от времени двух прямолинейно движущихся тел.

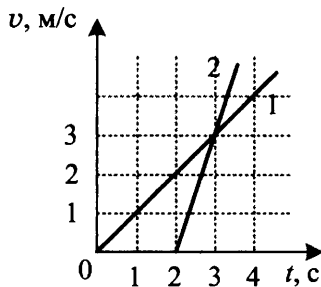


Рис. 4.8

Определите отношение ускорений, скоростей, пройденных путей в момент времени, когда тела будут покоиться относительно друг друга (заполните таблицу).

- |                      |                  |
|----------------------|------------------|
| А) $\frac{a_2}{a_1}$ | 1) 1             |
|                      | 2) 2             |
| Б) $\frac{v_2}{v_1}$ | 3) 3             |
|                      | 4) $\frac{1}{3}$ |
| В) $\frac{s_2}{s_1}$ |                  |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Тела будут покоиться относительно друг друга в тот момент, когда их скорости сравняются  $\left(\frac{v_2}{v_1} = 1\right)$ , т.е. при  $t = 3$  с. По определению

проекция ускорения на направление движения  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , тогда ускоре-

ние первого тела:  $a_1 = \frac{3}{3} = 1$  м/с<sup>2</sup>, ускорение второго:  $a_2 = \frac{3}{1} = 3$  м/с<sup>2</sup>,

$\frac{a_2}{a_1} = 3$ . Отношение пройденных путей к этому времени:

$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{3}$  (по площади под соответствующими зависимостями

$s_1 = 4,5$  м,  $s_2 = 1,5$  м).

*Ответ:* 314.

8. Самолет, двигаясь ускоренно, имел в некоторой точке взлетной полосы скорость  $v_0$  и перед взлетом  $v_2$ . Укажите выражения для:

А) скорости самолета на половине этого расстояния

1)  $\frac{(v_0 + v_2)}{2}$

Б) средней скорости самолета на всем пути

2)  $\sqrt{\frac{(v_0^2 + v_2^2)}{2}}$

3)  $\frac{(v_2 - v_0)}{2}$

4)  $\sqrt{\frac{(v_2^2 - v_0^2)}{2}}$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

При равноускоренном движении с начальной скоростью  $v_0$ :

$s = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a}$ , для первой половины пути  $\frac{s}{2} = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$ ;  $v_1 = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_2^2}{2}}$ ;

$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v_2}{2}$ .

*Ответ:* 21.

9. Движение двух мотоциклистов задано уравнениями  $x_1 = 15 + t^2$ ,  $x_2 = 8t$ . Опишите картину движения (из какой точки, с какой начальной скоростью, с каким ускорением происходит движение). Найдите время и место их встречи.

*Решение*

Мотоциклисты движутся вдоль оси  $X$ . Координата изменяется как

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow x_{01} = 15 \text{ м}, v_{01} = 0 \text{ м/с}, a_1 = 2 \text{ м/с}^2.$$

$$x_{02} = 0 \text{ м}, v_{02} = 8 \text{ м/с}, a_2 = 0 \text{ м/с}^2.$$

Время и место встречи находим из условия  $x_1 = x_2$ :

$$15 + t^2 = 8t;$$

$$t^2 - 8t + 15 = 0, t_{1,2} = \frac{8 \pm 2}{2};$$

$$t_1 = 5 \text{ с}, t_2 = 3 \text{ с}.$$

$$x_1 = 40 \text{ м}, x_2 = 24 \text{ м}, \text{ мотоциклисты встретятся дважды.}$$

*Ответ:*  $x_1 = 40 \text{ м}, x_2 = 24 \text{ м}.$

10. При равноускоренном движении тело проходит в последовательные равные промежутки времени по  $t = 4$  с каждый пути  $s_1 = 24$  м и  $s_2 = 64$  м. Определите ускорение и начальную скорость.

*Решение*

Путь, пройденный телом за первые 4 с:  $s_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , скорость

тела через первые 4 с:  $v'_0 = v_0 + at$ . Путь за следующие 4 с:

$$s_2 = v'_0 t + \frac{at^2}{2} = v_0 t + \frac{3}{2} at^2.$$

$$\text{Отсюда } a = \frac{s_2 - s_1}{t^2} = 2,5 \text{ м/с}^2, v_0 = \frac{2s_1 - at^2}{2t} = 1 \text{ м/с}.$$

*Ответ:*  $2,5 \text{ м/с}^2; 1 \text{ м/с}.$

11. За время  $t = 2$  с тело прошло путь  $s = 18$  м с некоторым ускорением, причем его скорость увеличилась в  $n = 3$  раза. Определите ускорение тела.

*Решение*

Уравнения движения тела имеют вид:  $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ,  $v = v_0 + at = nv_0$ .

Решая эти уравнения совместно, найдем ускорение:  $a = \frac{2s(n-1)}{(n+1)t^2} = 4,5 \text{ м/с}^2$ .

Ответ:  $4,5 \text{ м/с}^2$ .

12. Чему равно перемещение равноускоренно движущегося тела в  $n$ -ю секунду после начала движения?

Решение

Путь, пройденный за  $n$ -ю секунду,  $\Delta s_n = s_n - s_{n-1}$ .

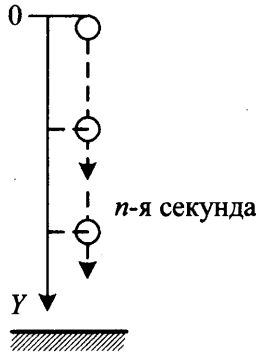


Рис. 4.9

В проекции на ось  $Y$  (рис. 4.9):  $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$ , так как  $y_0 = 0$  и

$$v_0 = 0, y = \frac{at^2}{2}, t = nt_1, \text{ где } t_1 = 1 \text{ с}, s_n = \frac{at_n^2}{2} \Rightarrow \Delta s_n = \frac{a(nt_1)^2}{2} - \frac{a((n-1)t_1)^2}{2} = \frac{a(2n-1)t_1^2}{2}.$$

Ответ:  $\frac{a(2n-1)t_1^2}{2}$ .

13. За пятую секунду равнозамедленного прямолинейного движения точка проходит путь 5 см и останавливается. Какой путь проходит точка за третью секунду этого движения?

Решение

Зависимости длины пути и проекции скорости на направление движения от времени:  $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ ,  $v = v_0 - at$ . За пятую секунду точка пройдет путь  $\Delta s_5 = s_5 - s_4$ , где  $s_5$  и  $s_4$  — пути, пройденные за 5 с

$(t_5)$  и  $4$  с ( $t_4$ ) соответственно.  $\Delta s_5 = v_0 t_5 - \frac{at_5^2}{2} - \left( v_0 t_4 - \frac{at_4^2}{2} \right) = v_0(t_5 - t_4) - \frac{a(t_5^2 - t_4^2)}{2}$ . Точка остановилась через  $t_5 = 5$  с, т.е.  $v = 0 = v_0 - at_5$ , т.е.

$v_0 = at_5$ . Подставим выражение для начальной скорости в уравнение

для  $\Delta s_5$ :  $\Delta s_5 = at_5^2 - \frac{at_5^2}{2} - \left( at_5 t_4 - \frac{at_4^2}{2} \right)$  и найдем ускорение:

$$a = \frac{2\Delta s}{t_5^2 - 2t_5 t_4 + t_4^2} = \frac{2\Delta s}{(t_5 - t_4)^2} = 0,1 \text{ м/с}^2. \text{ Начальная скорость:}$$

$v_0 = at_5 = 0,5$  м/с. Тогда путь за третью секунду:  $\Delta s_3 = s_3 - s_2 =$

$$= v_0(t_3 - t_2) - \frac{a(t_3^2 - t_2^2)}{2} = 0,25 \text{ м.}$$

Ответ: 0,25 м.

14. По графику зависимости  $a(t)$  (рис. 4.10) для прямолинейного движения тела построить графики зависимостей  $v(t)$ ,  $x(t)$  и  $s(t)$ . Считать, что  $t_0 = 0$ ,  $v_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$ .

Решение

(См. рис. 4.11.)

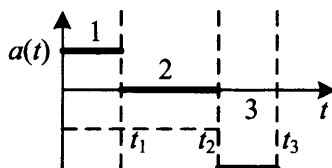
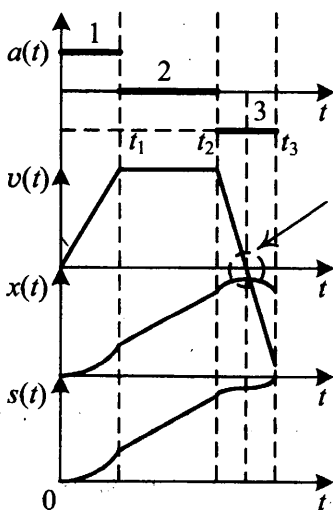


Рис. 4.10



Обратите внимание, что здесь начинается движение в обратном направлении.

Рис. 4.11



15. Тело движется в течение  $t_1 = 8$  с с постоянной скоростью  $v = 5$  м/с, а затем равнозамедленно. Определите величину ускорения на втором участке, если тело вернулось в начальную точку через  $t_2 = 20$  с после начала движения.

*Решение*

В интервале от 0 до  $t_1$  тело движется равномерно из  $x_0 = 0$ , затем равнозамедленно в том же направлении, а потом равноускоренно — в обратном. Двигаясь равномерно, за  $t_1$  тело проходит путь  $s_1 = vt_1$ . Начальная координата тела во втором интервале движения  $x_{02} = s_1$ ,

тогда  $x = s_1 + v_0 t'_2 + \frac{a t'^2_2}{2}$ , где  $t'_2 = t_2 - t_1$ . При возвращении в исходную

точку  $x = 0 \Rightarrow 0 = v \cdot t_1 + v \cdot t'_2 - \frac{a \cdot t'^2_2}{2}$ , тогда  $a = \frac{2v(t_1 + t'_2)}{t'^2_2} =$

$$= \frac{2vt_2}{(t_2 - t_1)^2} = 1,4 \text{ м/с}^2.$$

*Ответ:* 1,4 м/с<sup>2</sup>.

## § 5. Ускорение свободного падения. Движение тела, брошенного вертикально вверх и под углом к горизонту

**Свободное падение** — движение тела в безвоздушном пространстве только под влиянием гравитационных сил (силы тяжести).

Все тела в отсутствие сопротивления воздуха падают на Землю с одинаковым ускорением  $g \approx 9,8$  м/с<sup>2</sup>. В большинстве случаев можно считать, что вектор  $\vec{g}$  направлен перпендикулярно поверхности Земли.

*Алгоритм решения задач на свободное падение тел:*

- 1) выполнить рисунок к задаче с указанием направления векторов скорости и ускорения;
- 2) выбрать систему координат и начало отсчета;
- 3) записать уравнения зависимости координат и скорости от времени в проекции на координатные оси (получить систему уравнений);
- 4) найти решение системы уравнений с учетом начальных условий.

**Движение тела, брошенного вертикально вверх,** — тело движется с поверхности Земли вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ , (рис. 5.1). Сопротивление воздуха не учитывать.

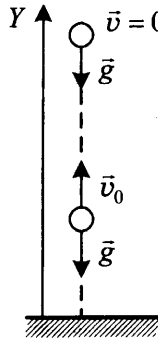


Рис. 5.1

Движение происходит только вдоль оси  $Y$ .

Уравнения зависимости координаты и скорости от времени в проекциях на ось  $Y$  имеют вид:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}; \quad v_y = v_{0y} + a_y t, \quad \text{где } y_0 = 0, \quad v_{0y} = v_0, \quad a_y = -g.$$

В нашем случае (см. рис. 5.1) уравнения запишутся так:

$$y = v_0 t - \frac{g t^2}{2}, \quad v_y = v_0 - g t.$$

В высшей точке подъема  $v_y = 0$ , следовательно,  $0 = v_0 - g t_{\text{под}}$ , получаем  $t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}$ .

Максимальная высота подъема определяется из уравнения  $y(t)$ . Для наивысшей точки  $y = H$ ,  $t = t_{\text{под}}$ , тогда

$$H = v_0 t_{\text{под}} - \frac{g t_{\text{под}}^2}{2}, \quad \text{так как } t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

В момент падения  $y = 0$ :  $0 = v_0 t_{\text{общ}} - \frac{g t_{\text{общ}}^2}{2} \Rightarrow t_{\text{общ}} = \frac{2v_0}{g}$ . Отсюда

проекция конечной скорости в момент падения  $v_{\text{кy}} = v_0 - g t_{\text{общ}} = -v_0$ ; знак « $\leftarrow$ » означает, что вектор скорости в момент падения противоположен направлению оси  $Y$ .

Следовательно, если тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх и упало на Землю (начальный и конечный уровни совпадают):

$$v_0 = |v_k|, \quad t_{\text{пол}} = t_{\text{пад}} = \frac{t_{\text{общ}}}{2} = \frac{v_0}{g}.$$

**Движение тела, брошенного под углом к горизонту,** — тело брошено под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Найдем максимальную высоту подъема, дальность полета, скорость перед ударом о Землю (рис. 5.2).

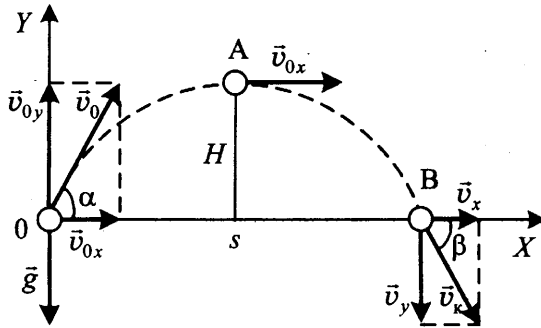


Рис. 5.2

Запишем уравнения движения для координат  $x, y$  тела и для проекций его скорости на оси  $X$  и  $Y$  в любой момент времени:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}, \quad v_x = v_{0x} + a_x t, \quad v_y = v_{0y} + a_y t,$$

где  $y_0 = 0, x_0 = 0, a_y = -g, a_x = 0, v_{0y} = v_0 \sin \alpha, v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ .

Тогда уравнения движения вдоль осей примут вид:

$$x = v_0 \cos \alpha t, \quad y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Вдоль оси  $X$  тело движется равномерно. Вдоль оси  $Y$  движение равнопеременное: сначала равнозамедленное, затем равноускоренное. Исключая время  $t$ , получим уравнение траектории движения  $y = f(x)$ :

$$y = v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \left( \frac{1}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 x^2 \quad \text{или} \quad y = ax - bx^2, \quad \text{т.е.}$$

кривая  $y(x)$  — парабола.

Для верхней точки траектории А проекция скорости на ось Y:  $v_{yA} = 0$ , координата тела:  $y_A = H$ , следовательно:

$$\text{время подъема до высшей точки } t_A = \frac{v_0 \sin \alpha}{g};$$

$$\text{максимальная высота подъема } H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Для точки падения В выполняются условия  $x_B = s$ ,  $y_B = 0$ ; подставив эти значения в уравнения движения  $y(t)$ ,  $x(t)$ , получим:

$$\text{время движения (полета) } t_B = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha;$$

$$\text{дальность полета } s = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha;$$

$$\text{время падения } t_{\text{пад}} = t_B - t_A = \frac{v_0}{g} \sin \alpha;$$

скорость при ударе о землю:  $v_k = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ , где  $v_x = v_0 \cos \alpha$ ,

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt_B = v_0 \sin \alpha - g \frac{2v_0}{g} \sin \alpha = -v_0 \sin \alpha.$$

Модуль вектора конечной скорости можно найти, зная его проекции:

$$v_k = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha} = v_0 \Rightarrow v_k = v_0.$$

Отношение  $\frac{v_{0y}}{v_{0x}}$  определяет  $\text{tg} \alpha$ . Тогда углы к горизонту началь-

ной и конечной скоростей выражаются как  $\alpha = \text{arctg} \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$ ,

$$\beta = \text{arctg} \frac{|v_{ky}|}{v_{0x}}.$$

### **Замечание**

- Если тело брошено с поверхности Земли под углом  $\alpha$ , угол, под которым тело упало на Землю, равен углу броска:  $\beta = \alpha$ .

На рисунке 5.3 представлены графики зависимостей  $x(t)$  — прямая и  $y(t)$  — парабола (для случая броска и падения тела на один и тот же уровень Земли). Зависимость  $v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$  — прямая линия,

$v_x(t) = v_0 \cos \alpha$  — постоянна, следовательно, эта прямая параллельна оси времени  $t$  (рис. 5.4).

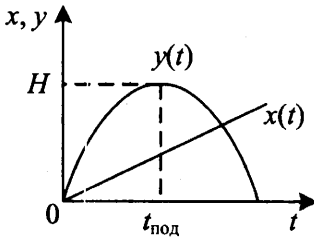


Рис. 5.3

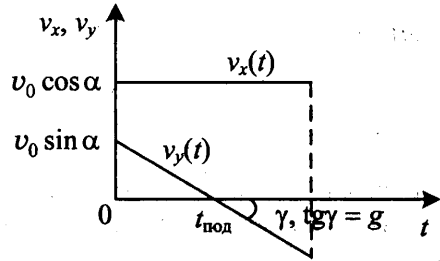


Рис. 5.4

В момент  $t$   $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$ ,

$$\text{или } t^2 - \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} t + \frac{2y}{g} = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} - \frac{2y}{g}}$$

Знак «+» перед квадратным корнем соответствует случаю, когда тело, пройдя наивысшую точку траектории, вновь оказалось на высоте  $h$  над Землей.

Модули нормальной и тангенциальной составляющих ускорения тела будут соответственно равны  $a_n = g \cos \beta$ ,  $a_\tau = g \sin \beta$  (рис. 5.5), где  $\beta$  — угол, который составляет с горизонтом (осью  $X$ ) вектор скорости тела в момент времени  $t = \tau$ .

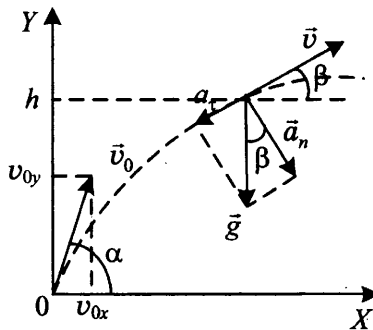


Рис. 5.5

Угол  $\beta$  можно определить из уравнений  $v_x = v_0 \cos \alpha$ ,  $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$  при  $t = \tau$ :  $v \cos \beta = v_0 \cos \alpha$ ,  $v \sin \beta = v_0 \sin \alpha - g\tau$ . Поскольку

$v^2 = v_x^2 + v_y^2$ , то, возводя в квадрат левые и правые части выражений для проекций скоростей, получим  $v^2 = v_0^2 - 2v_0 \sin \alpha \cdot gt + (gt)^2$ . С учетом того, что  $v^2 = v_0^2 - 2gh$ , найдем угол  $\beta$ :

$$\cos \beta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0 \cos \alpha}{v} \Rightarrow \beta = \arccos \left( \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}} \right).$$

Вычислив  $\beta$ , можно определить значения и направления составляющих центростремительного и касательного ускорений в данной точке ( $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$ ).

## ЗАДАЧИ

1. Тело бросают с высоты 6 м вертикально вниз со скоростью  $v_0 = 7$  м/с. Как изменится скорость перед ударом о землю, если  $v_0$  увеличить в 4 раза?

*Решение*

Путь  $H$ , пройденный телом за все время полета:  $H = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}$ , отсюда

да  $v = \sqrt{2gH + v_0^2}$ .  $v = 13$  м/с. Во втором случае  $v_{02} = 28$  м/с,  $v_2 = 30$  м/с, т.е. скорость увеличится  $\sim$  в 2,3 раза, т.е. меньше, чем в 4 раза, значит, отношение  $v_2/v$  зависит от высоты, с которой бросили тело.

*Ответ:* скорость перед ударом о землю увеличится в 2,3 раза.

2. Мяч бросили с балкона высотой 4,8 м со скоростью 10 м/с вертикально вверх. Определите модуль вектора средней скорости за время полета до земли.

*Решение*

Уравнение движения в проекции на вертикальную ось, направленную по  $\vec{v}_0$ :  $y = H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ , в момент падения  $y = 0$ , решая квадратное уравнение относительно  $t$ , получим

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = 2,4 \text{ с (так как } t > 0, \text{ выбираем «+»)}.$$

$$|\vec{v}_{\text{cp}}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{t},$$

но  $|\Delta \vec{r}| = 4,8$  м, тогда модуль вектора средней скорости равен 2 м/с.

*Ответ:* 2 м/с.

3. По условию предыдущей задачи определите, какой максимальной высоты достигнет мяч и какой путь он пройдет за все время полета.

*Решение*

В верхней точке траектории  $v = v_0 - gt' = 0$ , время полета до верхней точки  $t' = \frac{v_0}{g} = 1$  с. Путь тела от момента броска до верхней точки и обратно одинаков и равен  $s = \frac{gt'^2}{2} = 5$  м. Тогда максимальная

высота подъема составит:  $H_{\text{макс}} = H + s = 9,8$  м, а весь пройденный путь  $s_{\text{общ}} = H + 2s = 14,8$  м.

*Ответ:*  $H_{\text{макс}} = 9,8$  м,  $s_{\text{общ}} = 14,8$  м.

4. Два тела брошены с одной высоты вертикально вниз с интервалом времени  $\Delta t = 2$  с. Начальная скорость первого из них была равна 10 м/с, второго — 15 м/с. Какова проекция скорости второго относительно первого через 3 с?

*Решение*

Направим ось  $Y$  по направлению скорости движения тел (вертикально вниз). Для первого тела проекция скорости на ось  $Y$ :  $v_1 = v_{01} + gt$ ; для второго:  $v_2 = v_{02} + g(t - \Delta t)$ .

В любой момент времени скорость второго тела относительно первого:  $v'_{21} = v_2 - v_1 = v_{02} - g\Delta t - v_{01} = -15$  м/с.

*Ответ:*  $-15$  м/с.

5. Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вверх. Проекция скорости шарика на направление  $v_0$  меняется со временем согласно графику (рис. 5.6).

Определите максимальную высоту полета.

*Решение*

По графику можно определить путь, который проделал шарик от момента выстрела до высшей точки траектории (за  $t = 3$  с). Путь определим как площадь под графиком зависимости  $v(t)$ :  $s = \frac{vt}{2} = 45$  м.

*Ответ:* 45 м.

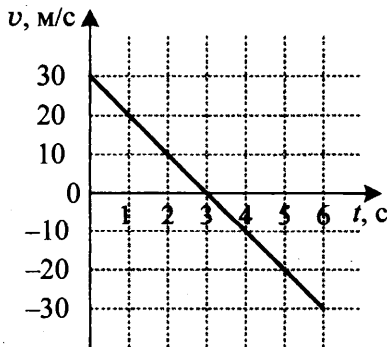


Рис. 5.6

6. Камень бросили вертикально вверх с высоты  $H$ . Какая из зависимостей (рис. 5.7) описывает изменение модуля перемещения, модуля скорости и длины пути со временем от броска до падения?

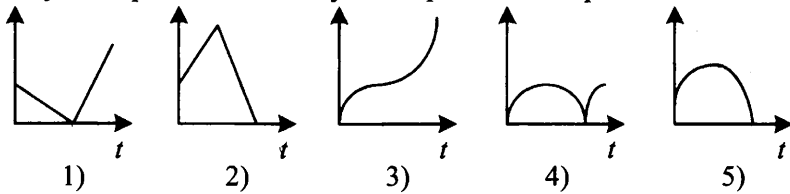


Рис. 5.7

Запишите в таблицу выбранные ответы в соответствующих столбцах.

Модуль перемещения	Модуль скорости	Длина пути

*Решение*

График зависимости и пути, и перемещения от времени должен выходить из начала координат, обе зависимости — параболические, однако длина пути все время растет со временем. Модуль скорости линейно убывает до нуля (в высшей точке), затем растет.

*Ответ:* 413.

7. Тело брошено под некоторым углом  $\alpha$  к горизонту. Укажите соответствие высказываний из второго столбца условиям движения (перечисленным в первом).

**УСЛОВИЯ ДВИЖЕНИЯ**

- А) Когда тело брошено с земли под углом  $\alpha = 30^\circ$ , ...  
 Б) Когда тело брошено с земли под углом  $\alpha = 45^\circ$ , ...  
 В) В случае если тело брошено с некоторой высоты горизонтально, ...

**УТВЕРЖДЕНИЕ**

- 1) перемещение за все время полета по вертикали может быть равно перемещению по горизонтали  
 2) максимальная высота траектории меньше перемещения по горизонтали  
 3) максимальная высота траектории больше перемещения по горизонтали

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Если тело брошено под любым углом к горизонту и упало на землю, перемещение по горизонтали равно дальности полета, а по верти-



кали — нулю (рис. 5.8). В случае В при определенной направленной горизонтально скорости (рис. 5.9) перемещения по горизонтали и вертикали могут оказаться равными — ответ (1). Когда угол  $\alpha$  отличен от нуля, отношение дальности полета к максимальной высоте подъема

$$\frac{L}{H} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \cdot \frac{2g}{v_0^2 \sin^2 \alpha} = 4 \operatorname{ctg} \alpha$$

больше 1, что соответствует высказыванию (2).

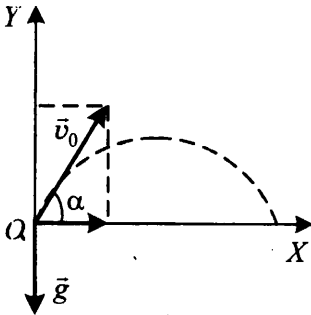


Рис. 5.8

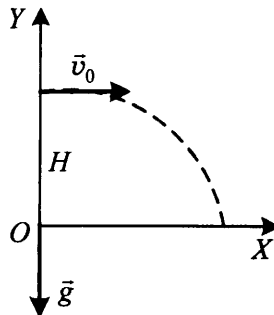


Рис. 5.9

Ответ: 221.

8. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Через  $\tau = 5 \text{ с}$  от начала движения из него выпал предмет. Через какое время  $t$  предмет упадет на землю? (Ответ записать до сотых секунды.)

Решение

Уравнения для координаты и скорости движения предмета в проек-

циях на ось  $Y$  (рис. 5.10) имеют вид:  $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$ ,  $v_y = v_{0y} + a_y t$ .

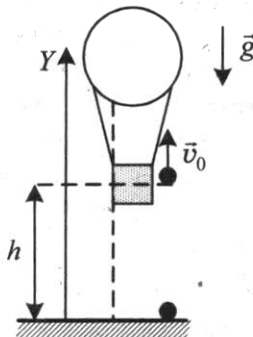


Рис. 5.10

$$y = h + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \text{ где } h = \frac{a\tau^2}{2}, v_{0y} = a\tau.$$

Эти условия соответствуют моменту начала падения предмета.  
В момент падения предмета на землю  $y = 0$ ,

$$\text{т.е. } 0 = \frac{a\tau^2}{2} + a\tau t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow 0 = a\tau^2 + 2a\tau t - gt^2.$$

$$\text{Отсюда } t = \frac{\tau}{g} \left( a + \sqrt{a(a+g)} \right) = 3,45 \text{ с.}$$

*Ответ:* 3,45 с.

9. Сколько времени и с какой высоты падало тело, если за последние 2 с оно прошло 60 м?

*Решение*

Направим ось  $Y$  по ускорению  $g$ , т.е. вертикально вниз (рис. 5.11).

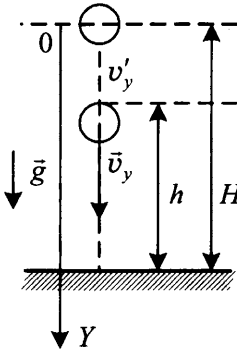


Рис. 5.11

Уравнения для координаты и скорости в проекции на  $Y$ :

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}, v_{0y} = 0, v_y = v_{0y} + a_y t, a_y = g.$$

Пусть  $t_1$  — время прохождения последних 60 м,  $t_{\text{пад}}$  — общее время падения,  $v'_y$  — скорость, с которой тело подлетает к точке  $h = 60$  м, она же равна начальной скорости движения на последних 60 м пути  $v'_{0y}$ . В момент падения  $y = h$ . Тогда:

$$v'_y = g(t_{\text{пад}} - t_1) = v'_{0y}, h = g(t_{\text{пад}} - t_1)t_1 + \frac{gt_1^2}{2}, \text{ или } \frac{h}{gt_1} = t_{\text{пад}} - t_1 + \frac{t_1}{2},$$

$$t_{\text{пад}} = \frac{h}{gt_1} + \frac{t_1}{2} = 4 \text{ с}, H = \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2} = 80 \text{ м.}$$

*Ответ:* 4 с, 80 м.

10. С каким промежутком времени оторвались две небольшие сосульки от крыши дома, если спустя две секунды после начала падения второй сосульки расстояние между ними по вертикали было 25 м?

*Решение*

Так как в условии задан интервал времени движения относительно начала падения второй сосульки, в уравнениях  $t_2$  оставляем без изменения, а  $t_1$  выражаем через  $t_2$ .

Уравнение движения первой сосульки в проекции на  $Y$  (рис. 5.12):

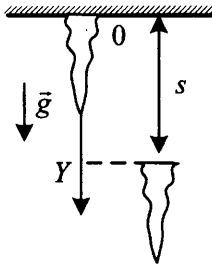


Рис. 5.12

$y_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ ,  $y_2 = \frac{gt_2^2}{2}$ , где  $t_1 = t_2 + \Delta t$ . Через время  $t_2$  расстояние между сосульками по вертикали оказалось равно  $s = y_1 - y_2$ , тогда

$$s = \frac{g(t_2 + \Delta t)^2}{2} - \frac{gt_2^2}{2} = g \left( \frac{(\Delta t)^2}{2} + t_2 \Delta t \right) \Rightarrow \frac{(\Delta t)^2}{2} + t_2 \Delta t - \frac{s}{g} = 0.$$

Отсюда  $\Delta t_{1,2} = -t_2 \pm \sqrt{t_2^2 + \frac{2s}{g}}$ .

Так как  $\Delta t > 0$ , выбираем знак «+». Подставим значения и получим  $\Delta t = 1$  с.

*Ответ:* 1 с.

11. Два тела брошены вертикально вверх с земли из одной и той же точки с одинаковой начальной скоростью  $v_0 = 19,6$  м/с с промежутком времени  $\tau = 0,5$  с. Через какое время после бросания второго тела и на какой высоте они встретятся? ( $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>)

*Решение*

Уравнение движения второго тела:  $y_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ . Тогда уравнение

движения первого тела, начавшего движение на  $\tau$  секунд раньше (рис. 5.13):

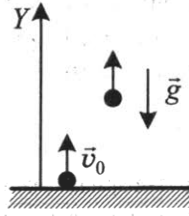


Рис. 5.13

$y_1 = v_0(t + \tau) - \frac{g(t + \tau)^2}{2}$ . В момент встречи  $y_1 = y_2$ , отсюда

$$v_0(t + \tau) - \frac{g(t + \tau)^2}{2} = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} - \frac{\tau}{2} = 1,75 \text{ с.}$$

Высота  $h = y_2 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 19,3 \text{ м.}$

Ответ: 1,75 с; 19,3 м.

12. Как изменятся время и дальность полета тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты, если скорость бросания увеличить вдвое?

- 1) уменьшится вдвое
- 2) увеличится вдвое
- 3) увеличится меньше чем вдвое
- 4) не изменится
- 5) дальность увеличится вдвое; время не изменится

Выбранные цифры запишите в соответствующие столбцы.

Время	Дальность полета

Решение

Уравнение движения тела в проекции на ось  $Y$  (рис. 5.14):

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2}, \text{ в момент падения } y = 0, \text{ время полета } t = \left( \frac{2y_0}{g} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  время полета не изменится. Дальность полета  $L = \frac{v_0}{t}$  при увеличении скорости в 2 раза увеличится вдвое.

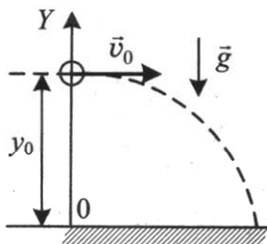


Рис. 5.14

Ответ: 42.

13. Как надо изменить скорость тела, брошенного горизонтально с высоты вдвое меньшей исходной, чтобы дальность полета не изменилась?

*Решение*

Из решения предыдущей задачи при уменьшении высоты  $y_0$  в 2 раза время уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз, значит, скорость надо увеличить в  $\sqrt{2}$  раз.

Ответ: скорость надо увеличить в  $\sqrt{2}$  раз.

14. Два тела брошены из одной точки под различными углами к горизонту со скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  (рис. 5.15).

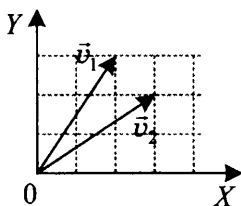


Рис. 5.15

Отношение горизонтальных дальностей их полета  $\left(\frac{L_2}{L_1}\right)$  равно...

*Решение*

Уравнения движения для координат  $x$ ,  $y$  тел и для проекций скорости:  $x = v_0 \cos \alpha t$ ,  $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$ ,  $v_x = v_0 \cos \alpha$ ,  $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ .

Для верхней точки траектории  $v_y = 0 \Rightarrow t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g} \sin \alpha$ . Время полета тел равно  $t_{\text{пол}} = 2t_{\text{под}}$ . В момент падения  $x = L$ , подставив эти зна-

чения в уравнение движения  $x(t)$ , получим  $L = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ . Для первого тела (см. рис. 5.15)  $\cos \alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{13}}$ ,  $\sin \alpha_1 = \frac{3}{\sqrt{13}}$ , для второго —  $\cos \alpha_2 = \frac{3}{\sqrt{13}}$ ,  $\sin \alpha_2 = \frac{2}{\sqrt{13}}$ , отсюда  $\frac{L_2}{L_1} = 1$ .

Ответ: 1.

15. Камень брошен с поверхности Земли под углом к горизонту  $30^\circ$  так, что проекция вектора начальной скорости на ось  $Y$  равна  $10$  м/с. Какова скорость камня в высшей точке траектории?

Решение

Вдоль оси  $X$  камень движется с постоянной скоростью (поскольку равнодействующая сил вдоль оси  $X$  равна нулю):  $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ , именно эту скорость будет иметь он в высшей точке траектории (рис. 5.16).

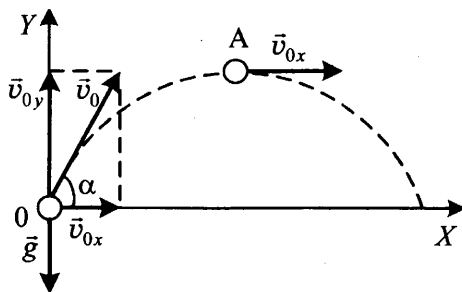


Рис. 5.16

Начальная скорость вдоль оси  $Y$ :  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ , отсюда  $\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \operatorname{tg} \alpha$ .

Значит,  $v_{0x} = \frac{v_{0y}}{\operatorname{tg} \alpha} = 17,3$  м/с.

Ответ: 17,3 м/с.

16. Мяч бросили в горизонтальном направлении с некоторой высоты. Затем начальную скорость уменьшили в 2 раза. Как изменятся дальность полета мяча, время полета и угол падения на землю (к горизонту)?

- 1) уменьшится
- 2) увеличится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры.

Дальность полета	Время полета	Угол падения

*Решение*

Уравнения движения в проекциях на оси координат: ( $OX$  — горизонтальная ось)  $x = v_0 t$ , ( $OY$  — ось, направленная вертикально вниз)

$$y = \frac{gt^2}{2}$$

Дальность полета  $L = v_0 t$  — уменьшится. Время полета:  $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$  —

не изменится, так как зависит только от высоты, с которой брошен мяч. Угол, под которым направлен вектор скорости мяча около земли:

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$ , следовательно,  $\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_y}{v_x} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{gt}{v_0} \right)$  — увеличится,

так как  $v_x$  уменьшится при неизменной  $v_y$ .

*Ответ:* 132.

17. С вертолета, летящего горизонтально на высоте 125 м со скоростью  $v_0 = 90$  км/ч, сбросили груз. На какой высоте скорость груза будет направлена под углом  $60^\circ$  к горизонту?  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

*Решение*

Уравнения движения груза в проекциях на оси имеют вид:

$y = \frac{gt^2}{2}$ ,  $x = v_x t$ , так как  $v_x = v_0$ , то  $x = v_0 t$ . Но  $v_y = v_x \operatorname{tg} \alpha = v_0 \operatorname{tg} \alpha$

(рис. 5.17).

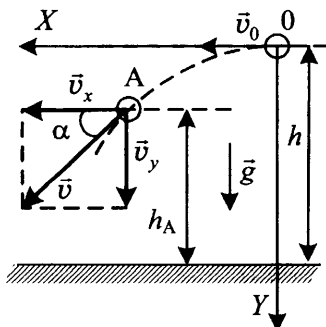


Рис. 5.17

На высоте  $h_A$  ( $\alpha = 60^\circ$ )  $y_0 = g \frac{t_0^2}{2}$ ,  $h_A = h - y_0$ , а  $v_y = gt_0$ , отсюда  $t_0 = \frac{v_y}{g} = \frac{v_0 \operatorname{tg} \alpha}{g}$ , тогда  $h_A = h - \frac{v_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2g} = 31,25$  м.

Ответ: 31,25 м.

18. Цель, находящаяся на горе, видна под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Дистанция (расстояние от орудия до цели по горизонтали) равна  $L = 800$  м (рис. 5.18). Угол возвышения (угол между направлением ствола и горизонталью)  $\beta = 60^\circ$ . Определить начальную скорость снаряда  $v_0$ , попадающего в цель (с точностью до целых).

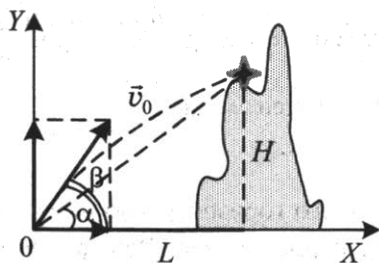


Рис. 5.18

Решение

Из треугольников на рисунке 5.18:  $H = L \operatorname{tg} \alpha$ ,  $v_{0y} = v_0 \sin \beta$ ,  $v_{0x} = v_0 \cos \beta$ .

Уравнения движения снаряда в проекциях на оси имеют вид:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad x = v_{0x}t, \quad \text{при } t = t_0, \quad y = H, \quad x = L,$$

$$\text{тогда } H = v_{0y}t_0 - \frac{gt_0^2}{2}, \quad L = v_{0x}t_0.$$

$$\text{Отсюда } H = v_0 \sin \beta \frac{L}{v_0 \cos \beta} - g \frac{L^2}{2v_0^2 \cos^2 \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{1}{\cos \beta} \sqrt{\frac{gL}{2(\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)}} = 118 \text{ м/с.}$$

Ответ: 118 м/с.



19. Тело брошено с высоты  $h_0 = 2$  м над поверхностью Земли с  $v_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. В течение какого времени тело находилось выше уровня  $h = 4$  м над Землей (рис. 5.19)?

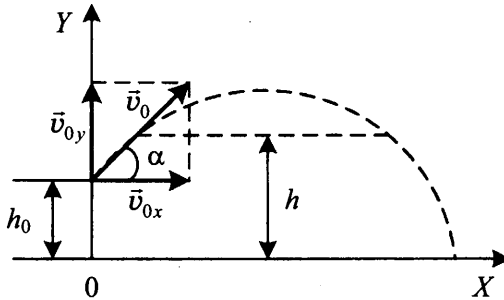


Рис. 5.19

*Решение*

Запишем уравнения движения в проекциях на выбранные оси координат:

$$x = v_0 \cos \alpha t; \quad (1)$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha; \quad (2)$$

$$y = h_0 + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}; \quad (3)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt. \quad (4)$$

Тело побывает на уровне  $h$  дважды: при полете вверх ( $t_1$ ) и вниз ( $t_2$ ), в обоих случаях  $y = h$ . Тогда из уравнения (3):

$$h = h_0 + v_0 \sin \alpha t_{\text{пол}} - \frac{gt_{\text{пол}}^2}{2}; \quad t_{1,2} = \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2g(h_0 - h)}}{g}.$$

Тело будет выше уровня  $h$  в течение времени

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2g(h_0 - h)}}{g} = 1,55 \text{ с.}$$

*Ответ:* 1,55 с.

20. Шайба скользит со скоростью  $v_0$  по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели. Щель образована двумя отвесными параллельными стенками, находящимися на расстоянии  $d$  друг от друга (рис. 5.20).

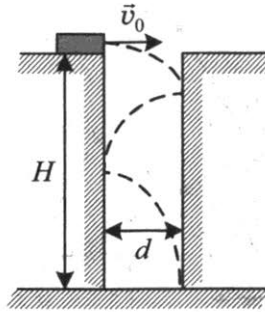


Рис. 5.20

Определить глубину щели  $H$ , если шайба, прежде чем упала на дно, ударилась о стенки  $N$  раз. Удар о стенку считать абсолютно упругим.

*Решение*

По горизонтали шайба движется равномерно, периодически меняя направление при упругом отражении от стенок (т.е. при ударе модуль скорости не меняется и угол отражения равен углу падения). По вертикали она движется равноускоренно с ускорением  $g$ .  $t_{\text{общ}}$  — общее время падения.  $H = \frac{gt_{\text{общ}}^2}{2}$ ,  $t_{\text{общ}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ .  $t_1 = \frac{d}{v_0}$  — время движения с

постоянной скоростью от одной стенки щели до другой. Общее количество ударов шайбы о стенки за все время полета:

$$N = \frac{t_{\text{общ}}}{t_1} = \frac{v_0}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}}, \text{ отсюда } H = \frac{gN^2 d^2}{2v_0^2}.$$

$$\text{Ответ: } H = \frac{gN^2 d^2}{2v_0^2}.$$

21. На горе с углом наклона  $\alpha$  к горизонту бросают мяч с начальной скоростью  $v_0$  перпендикулярно склону. На каком расстоянии от точки бросания упадет мяч?

*Решение*

Направим ось  $X$  вдоль наклонной плоскости, а  $Y$  — перпендикулярно ей, выбрав начало координат в точке броска (рис. 5.21).

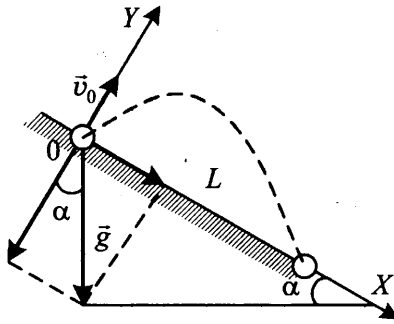


Рис. 5.21

Зависимость радиуса-вектора мяча в любой момент времени имеет вид  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ .

Значит,  $y = v_0 t - \frac{g \cos \alpha \cdot t^2}{2}$ ,  $x = 0 + \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2}$ .

**Замечание**

- При наклонном расположении осей координат проекции ускорения свободного падения не равны нулю для обеих осей, т.е. движение и вдоль  $X$ , и вдоль  $Y$  является равнопеременным!

В момент падения на плоскость  $y = 0$ ,  $x = L$ , а  $t = t_{\text{пол}}$ .

$$0 = v_0 t_{\text{пол}} - \frac{g \cos \alpha \cdot t_{\text{пол}}^2}{2}, \quad t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g \cdot \cos \alpha},$$

$$x = L = \frac{g \sin \alpha \cdot t_{\text{пол}}^2}{2} = \frac{g \sin \alpha \cdot 4 \cdot v_0^2}{2 \cdot g^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}.$$

Отв.т:  $\frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$ .

**§ 6. Движение материальной точки по окружности с постоянной по модулю скоростью.  
Центростремительное ускорение**

Пусть материальная точка движется по окружности радиусом  $R$ , перемещаясь за время  $\Delta t$  из точки А в точку В, что соответствует повороту ее радиуса-вектора на угол  $\varphi$  (рис. 6.1).

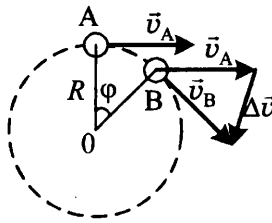


Рис. 6.1

Ускорение по определению равно  $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ , т.е. определяется геометрической разностью векторов  $\vec{v}_A$  и  $\vec{v}_B$ .

При равномерном движении по окружности  $\vec{v} \neq \text{const}$ ,  $|\vec{v}| = \text{const}$ ;  $\vec{a} \neq \text{const}$ ,  $|\vec{a}| = \text{const}$ .

Чем меньше  $\Delta t$ , тем меньше  $\varphi$ , и при  $v = \text{const}$  направление вектора  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$  стремится к центру, а значит, ускорение также направлено к центру (перпендикулярно вектору скорости в данной точке). Это ускорение называют **центростремительным** или **нормальным**, оно характеризует изменение скорости по направлению:

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Время полного оборота при движении точки по окружности с постоянной скоростью называют **периодом вращения**  $T$  (с). При этом путь, пройденный в единицу времени, определяет значение скорости движения по траектории:  $\frac{s}{T} = \frac{2\pi R}{T} = v$ , или  $2\pi v R = \omega R = v$ , где

$v = \frac{1}{T} \left( \frac{1}{\text{с}} = 1 \text{ Гц} \right)$  — **частота вращения**, определяющая количество

оборотов в единицу времени;  $\omega = 2\pi v$  (рад/с) — **угловая скорость**

$\omega = \frac{\varphi}{t}$ , определяющая угол (в рад), на который повернется радиус-

вектор точки за 1 с (или **циклическая частота вращения**, определяющая количество оборотов за 2π секунд).

Центростремительное ускорение можно выразить двумя способами:

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Если тело движется неравномерно по произвольной траектории, то вектор полного ускорения  $\vec{a}$  направлен под некоторым углом к вектору скорости  $\vec{v}$  (скорость направлена по касательной к траектории). Полное ускорение можно представить в виде двух составляющих (рис. 6.2):  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ , где нормальная составляющая  $\vec{a}_n$  (или центростремительное ускорение) характеризует быстроту изменения направления скорости и всегда направлена к центру кривизны траектории.

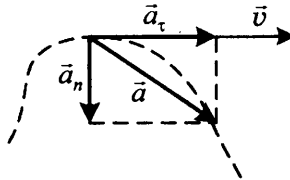


Рис. 6.2

Тангенциальная составляющая (касательное ускорение)  $\vec{a}_\tau$  характеризует быстроту изменения величины скорости и направлена так же, как вектор скорости (равноускоренное движение), или против него (равнозамедленное движение):  $a_\tau = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ .

В таблице представлены формулы, связывающие линейные и угловые характеристики движения.

Длина пути $s = v \cdot t$	Угловой путь $\varphi = \omega \cdot t$ ( $\varphi$ — в радианах)	Связь длины пути и углового пути (длина дуги окружности) $s = R \cdot \varphi$
Линейная скорость $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Угловая скорость $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	Связь линейной и угловой скорости: $v = R \cdot \omega$

Для **равномерного движения точки по окружности**: тангенциальное ускорение  $a_\tau = 0$ , угловая скорость  $\omega = \text{const}$  и угловой путь  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ .

Для **равноускоренного движения точки с угловым ускорением**  $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$  (рад/с<sup>2</sup>): угловой путь  $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ , а угловая скорость  $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$  (рад/с). Связь тангенциального ускорения с угловым определяется выражением  $a_\tau = \varepsilon R$ , где  $R$  — расстояние от данной точки до оси вращения.

### Замечание

- Выражения для углового ускорения и угловой скорости аналогичны выражениям для ускорения и скорости при поступательном движении.

Рассмотрим различные типы движений:

$a_{\tau} = 0, a_n = 0$  — прямолинейное равномерное движение;

$a_{\tau} = \text{const}, a_n = 0$  — прямолинейное равнопеременное движение;

$a_{\tau} = f(r), a_n = 0$  — прямолинейное движение с переменным ускорением;

$a_{\tau} = 0, a_n = \text{const}$  — равномерное движение по окружности;

$a_{\tau} = 0, a_n \neq 0$  — равномерное криволинейное движение;

$a_{\tau} = \text{const}, a_n \neq 0$  — криволинейное равнопеременное движение;

$a_{\tau} = f(r), a_n \neq 0$  — криволинейное движение с переменным ускорением.

### ЗАДАЧИ

1. Диск вращается равномерно. Чему равно отношение центростремительных ускорений точек диска, находящихся на расстояниях  $R_1 = \frac{R}{2}$  и  $R_2 = \frac{R}{3}$  от оси вращения?

*Решение*

Для любых точек на диске одинаковой является угловая скорость  $\omega$ ,

но  $a = \omega^2 R$ , тогда  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{2} = 1,5$ .

*Ответ:* 1,5.

2. Круглый диск радиусом  $R$  катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости, вращаясь с угловой скоростью  $\omega$ . Чему равны скорости точек А, В, С (рис. 6.3) относительно Земли?

А	В	С

Запишите выбранные номера ответов в соответствующих столбцах.

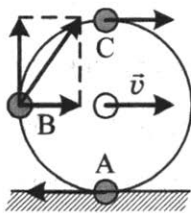


Рис. 6.3

- 1) 0
- 2)  $\omega R$
- 3)  $2\omega R$
- 4)  $\sqrt{2}\omega R$ ,
- 5)  $\frac{\sqrt{2}\omega R}{2}$

*Решение*

Согласно закону сложения скоростей для любой точки  $\vec{v}_{\text{точки}} = \vec{v}' + \vec{v}_k$ , где  $\vec{v}'$  — скорость точки относительно оси колеса;  $\vec{v}_k$  — скорость самого колеса, равная  $\vec{v}$ .

В проекции на направление движения  $v_A = v - v = 0$ ,  $v_c = v + v = 2v = 2\omega R$ . Скорость относительно земли точки В определим, складывая векторно скорость точки В относительно оси колеса и скорость самого колеса, т.е. по теореме Пифагора (см. рис. 6.3):  $v_B = v\sqrt{2} = \omega R\sqrt{2}$ .

*Ответ:* 143.

3. Материальная точка вращается по окружности. Какой угол составляет полное ускорение со скоростью в тот момент, когда нормальное ускорение в 2 раза больше тангенциального?

*Решение*

Касательное ускорение  $a_\tau$  направлено по касательной к траектории, а  $a_n$  — к центру кривизны (рис. 6.4).

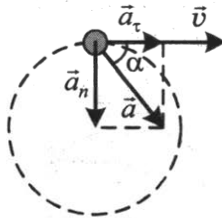


Рис. 6.4

Из треугольника, построенного на векторах ускорений:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = 2. \quad \alpha = \operatorname{arctg} 2 = 63^\circ.$$

*Ответ:*  $63^\circ$ .

4. Линейная скорость точек окружности вращающегося диска равна  $v_1 = 6$  м/с, а точек, находящихся на  $d = 10$  см ближе к оси вращения, —  $v_2 = 4$  м/с. Сколько оборотов делает диск в минуту?

*Решение*

Для всех точек диска (рис. 6.5) одинаковой является угловая скорость  $\omega$ :

$$\omega = \frac{v_1}{R} = \frac{v_2}{R-d}, \text{ отсюда } R = \frac{d \cdot v_1}{v_1 - v_2}.$$

$$\text{Но } \omega = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_1 - v_2}{2\pi \cdot \Delta r} = 3,2 \text{ с}^{-1}.$$

За минуту диск делает  $n = \nu \cdot 60 = 191$  оборот.

*Ответ:* 191.

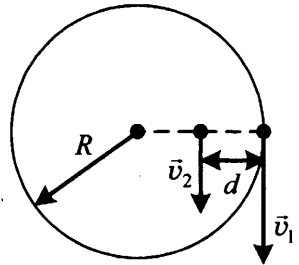


Рис. 6.5

5. Сравнить центростремительные ускорения точек на поверхности земного шара:

- |                         |               |
|-------------------------|---------------|
| А) на экваторе          | 1) наибольшее |
| Б) на широте $60^\circ$ | 2) наименьшее |
| В) на полюсах           | 3) среднее    |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Для всех точек земного шара одинаковой является угловая скорость  $\omega$ : а)  $a = \omega^2 R$ . В случае А)  $R = R_3$  — наибольший радиус; Б)  $R = R \cos \varphi$  — средний (рис. 6.6);



Рис. 6.6



В)  $R = 0$  — наименьший. Поэтому  $a_A = \omega^2 R_3$ ,  $a_B = \omega^2 R_3 \cos \alpha$ ,  $a_B = 0$ , следовательно,  $a_A > a_B > a_B$ .

Ответ: 132.

6. Материальная точка вращается по окружности с периодом  $T$ . Начальный момент наблюдения соответствует положению А (рис. 6.7).

В каком направлении будут направлены векторы:

- А) скорости
- Б) ускорения
- В) средней скорости
- Г) перемещения
- Д) среднего ускорения за три четверти периода?

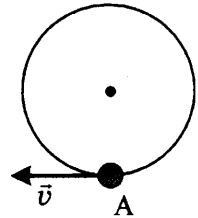


Рис. 6.7

Номер направления (рис. 6.8) запишите в таблицу под соответствующими буквами.

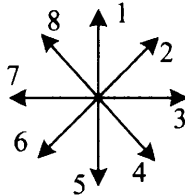


Рис. 6.8

А	Б	В	Г	Д

Решение

Через  $0,75T$  точка окажется в положении  $D$  (рис. 6.9): вектор скорости направлен по касательной к траектории (5), центростремительное ускорение — (7), перемещение, как и вектор средней скорости, — (2), среднее ускорение направлено так же, как вектор изменения скорости за период наблюдения, т.е. по направлению — (4) (см. рис. 6.9).

Ответ: 57224.

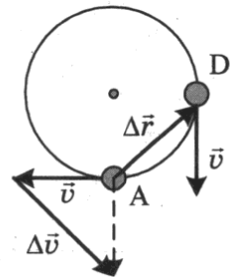


Рис. 6.9

7. Циркулярная пила имеет диаметр  $d_3 = 600$  мм. На ось пилы насажен шкив диаметром  $d_2 = 300$  мм, который приводится во вращение посредством ременной передачи от шкива диаметром  $d_1 = 120$  мм, насаженного на вал электродвигателя (рис. 6.10). Какова скорость пилы, если вал двигателя совершает 1200 об/мин?

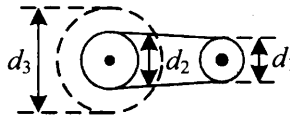


Рис. 6.10

*Решение*

Найдем частоту вращения вала двигателя в СИ:  $\nu_1 = \frac{n}{60} = \frac{1200}{60} = 20 \text{ с}^{-1}$ . Угловая скорость  $\omega_1 = 2\pi\nu_1 = 40\pi \text{ с}^{-1}$ .

Два шкива соединены ременной передачей, следовательно, линейная скорость на их поверхности одинакова, но  $v = \omega R$ , откуда

$$\frac{d_1\omega_1}{2} = \frac{d_2\omega_2}{2}, \text{ или } \omega_2 = \frac{d_1\omega_1}{d_2}.$$

Но  $\omega_2 = \omega_3$  (так как пила и шкив насажены на одну ось, т.е. имеют одинаковые угловые скорости), поэтому

$$\nu_3 = \frac{d_3\omega_2}{2} = \frac{d_3d_1\omega_1}{2d_2} = \frac{0,6 \cdot 0,12 \cdot \omega_1}{2 \cdot 0,3} = 0,12\omega_1 \approx 15 \text{ м/с}.$$

*Ответ:* 15 м/с.

8. Поезд выезжает на закругленный участок пути со скоростью  $v_0 = 36$  км/ч и проходит путь  $s = 600$  м за время  $t = 30$  с, двигаясь равноускоренно. Радиус окружности  $R = 1$  км. Определить скорость и полное ускорение в конце пути.

*Решение*

Так как движение равноускоренное, то  $s = v_0t + \frac{at^2}{2}$ ,  $v = v_0 + at$ . Тогда  $v = v_0 + \frac{2(s - v_0t)}{t} = 30 \text{ м/с}$ . Ускорение при равноускоренном движении по окружности (тангенциальное) равно  $a_\tau = \frac{v - v_0}{t} = \frac{2}{3} \text{ м/с}^2$ . Нормальное ускорение поезда  $a_n = \frac{v^2}{R} = 0,9 \text{ м/с}^2$ .

Тогда полное ускорение в конце пути  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = 1,12 \text{ м/с}^2$ .

*Ответ:* 30 м/с; 1,12 м/с<sup>2</sup>.

9. Камень брошен с поверхности Земли под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Каков радиус кривизны траектории камня через  $\tau = 0,5$  с после броска и в точке наивысшего подъема в системе отсчета, связанной с Землей? Сопротивлением воздуха пренебречь.

*Решение*

Модули нормальной и тангенциальной составляющих ускорения тела в любой точке траектории будут соответственно равны  $a_n = g \cos \beta$ ,  $a_\tau = g \sin \beta$ , где  $\beta$  — угол, который составляет с горизонтом (осью  $X$ ) вектор скорости тела в момент времени  $t = \tau$  (рис. 6.11).

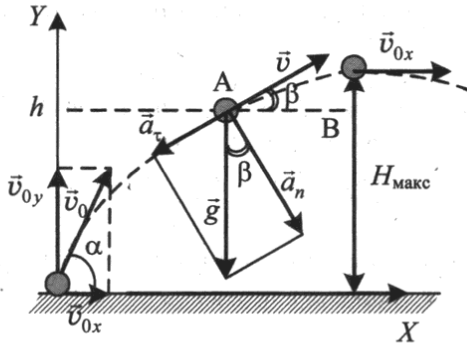


Рис. 6.11

Тангенс этого угла можно определить по отношению составляющих вектора мгновенной скорости при  $t = \tau$ :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - g\tau}{v_0 \cos \alpha}, \quad \beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_0 \sin \alpha - g\tau}{v_0 \cos \alpha} \right) = 36,2^\circ.$$

Радиус кривизны в точке А определим из соотношения:  $a_n = \frac{v_A^2}{R}$ :

$$R = \frac{v_A^2}{a_n} = \frac{v_x^2 + v_y^2}{g \cdot \cos \beta} = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + (v_0 \cdot \sin \alpha - g\tau)^2}{g \cdot \cos \beta} = 4,8 \text{ м.}$$

В наивысшей точке траектории угол  $\beta = 0$ , тогда  $a_n = g$ ,  $a_\tau = 0$ . Радиус кривизны для верхней точки траектории:  $a_n = \frac{v_{0x}^2}{R} = g$ ,

$$R = \frac{v_{0x}^2}{g} = \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{g} = 2,5 \text{ м.}$$

*Ответ:*  $R_A = 4,8$  м; в высшей точке  $R = 2,5$  м.

# Динамика

## § 7. Инерция. Инертность тел. Масса тела. Сила.

### Сложение сил. Инерциальная система отсчета.

#### Принцип относительности Галилея

**Динамика** — это раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел или частей тел, т.е. причины изменения движения.

Явление сохранения скорости движения тел при отсутствии воздействия (взаимодействия) тел называют **инерцией**.

#### Замечание

- **Инерцию** (явление) следует различать с **инертностью** — свойством тел сопротивляться изменению скорости под действием сил.

Инертные и гравитационные свойства тела характеризует его **масса  $m$** . Единица измерения массы в СИ — 1 кг.

Для измерения массы используют пружинные или рычажные весы (в силу того что тела с одинаковой массой одинаково притягиваются к Земле).

**Сила** (мера взаимодействия тел) — это физическая векторная величина, которая является количественной характеристикой действия одного тела на другое (или частей тела). Силу характеризуют: величина, направление и точка приложения. Различают динамическое (тело получает ускорение) и статическое (тело деформируется) проявление действия силы. Единица измерения силы в СИ — 1 ньютон ( $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ ).

Если на тело действуют несколько сил, то, согласно **принципу суперпозиции сил**, равнодействующая  $\vec{F}$  равна сумме векторов (рис. 7.1):

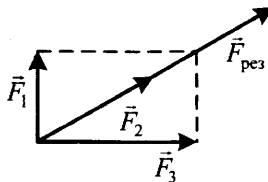


Рис. 7.1

$\vec{F}_{\text{рез}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ , т.е. выполняется принцип независимости

движения.

Системы отсчета, относительно которых тело при отсутствии внешних воздействий движется прямолинейно и равномерно или находится в состоянии покоя, называют **инерциальными системами отсчета (ИСО)**. Эти системы, в свою очередь, движутся равномерно и прямолинейно. Следствие: если существует хотя бы одна инерциальная система отсчета, то существует и бесконечное множество таких систем.

### **Замечания**

- Для решения практических задач систему отсчета, связанную с Землей, считают **инерциальной** (т.е. пренебрегают вращением Земли относительно своей оси и вращением вокруг Солнца или, другими словами, пренебрегают центростремительным ускорением тела, вызванным вращением Земли, по сравнению с ускорением свободного падения).
- $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ , при решении задач часто используют округленное значение  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ .

**Классический принцип относительности (принцип относительности Галилея):** во всех инерциальных системах отсчета все механические явления протекают одинаково при одинаковых начальных условиях.

Этот вывод вытекает из **классического закона сложения скоростей**: скорость тела относительно условно неподвижной системы отсчета равна его скорости относительно подвижной системы отсчета плюс скорость самой подвижной системы отсчета. Скорость самой ИСО *и* постоянна, тогда

$$\vec{v} = \vec{v}'_0 + \vec{u}, \quad \vec{u} = \text{const} \Rightarrow m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}'_0}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'_0.$$

Следовательно, при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую силы, ускорения и массы тел не изменяются, т.е. выполняются законы Ньютона (при  $v \ll c$ ) — это принцип относительности Галилея.

## ЗАДАЧИ

1. Какие из физических величин изменяются при переходе из одной инерциальной системы в другую? (Скорость движения систем отсчета относительно друг друга много меньше скорости света.) Выберите два верных варианта:

- 1) вес
- 2) скорость
- 3) ускорение
- 4) сила
- 5) полная механическая энергия

*Решение*

В ИСО все законы динамики выполняются одинаково и механические процессы протекают одинаково при одинаковых начальных условиях (принцип относительности Галилея). Но скорость, а значит, кинетическая энергия и, как следствие, полная механическая энергия зависят от выбора системы отсчета, следовательно, изменяются скорость и полная механическая энергия.

*Ответ:* 25.

2. Система отсчета, связанная с велосипедистом, является инерциальной, если велосипед

- 1) по инерции вкатывается на гору
- 2) движется с постоянной скоростью по участку выпуклого моста
- 3) разгоняется по прямолинейному участку шоссе
- 4) движется равномерно по прямолинейному участку шоссе
- 5) стоит около стенки

*Решение*

Инерциальные системы отсчета должны двигаться равномерно и прямолинейно или находиться в покое. Этому условию соответствуют случаи 4 и 5.

*Ответ:* 45.

3. По реке плывет судно, человек на борту держит мяч строго над корзиной и роняет его в некоторый момент. Считая скорость течения постоянной и его направление — направлением вперед, укажите место падения мяча в случаях, если судно — это

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| А) плот   | 1) мяч упадет позади корзины    |
| Б) теплоход, движущийся с ускорением по течению | 2) мяч упадет перед корзиной    |
|   | 3) мяч попадет строго в корзину |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

А) Согласно принципу относительности в направлении движения относительная скорость плота и мяча равна нулю. Мяч попадет в корзину.

Б) Поскольку связанная с теплоходом система отсчета не является инерциальной, в направлении движения траектория движения мяча изменится, и он упадет позади корзины (теплоход будет двигаться с ускорением относительно мяча).

*Ответ:* 31.

4. Для каждой физической ситуации укажите характер проявления силы.

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| А) шарик скатывается с горки  | 1) статическое                  |
| Б) гидравлический пресс сжимает мусор   | 2) динамическое                 |
| В) проволочное кольцо изменяет форму при протекании по нему электрического тока | 3) и статическое и динамическое |
| Г) груз колеблется на пружине   |                                 |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

*Решение*

Статическое проявление сил приводит к деформации тел (Б, В), динамическое — к изменению характера их движения (А), в ситуации (Г) имеют место оба случая.

*Ответ:* 2113.

5. На тело действуют три силы (рис. 7.2). Определите модуль равнодействующей сил и ее примерное направление (см. рис. 7.3), если размеры одной клеточки масштабной сетки по вертикали и горизонтали соответствуют силе в 1 Н (см. рис. 7.2).

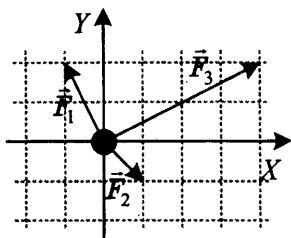


Рис. 7.2

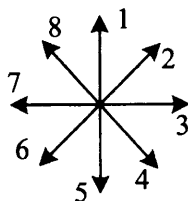


Рис. 7.3

*Решение*

Проекции равнодействующей сил на оси  $X$  и  $Y$  (см. рис. 7.2):

$$F_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} = -1 + 1 + 4 = 4 \text{ Н};$$

$F_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} = 2 - 1 + 2 = 3 \text{ Н}$ . Тогда направление равнодействующей сил соответствует стрелке 2, а модуль  $F =$

$$= (F_x^2 + F_y^2)^{\frac{1}{2}} = 5 \text{ Н}.$$

*Ответ:* 5 Н; направление 2.

6. Тяжелая гиря подвешена на веревке к потолку. Вторая такая же веревка привязана к гире снизу (рис. 7.4).

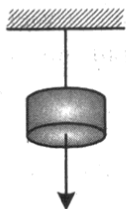


Рис. 7.4

Какая из веревок оборвется первой, если резко дернуть нижнюю веревку?

*Ответ:* при резком воздействии на нижнюю веревку из-за инерции массивная гиря не может приобрести скорость мгновенно, значит, сначала оборвется нижняя веревка.



## § 8. Законы Ньютона

Основы динамики составляют законы Ньютона (или законы динамики).

**Первый закон Ньютона** определяет причины изменения движения: тело сохраняет состояние покоя или движется равномерно и прямолинейно, если равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю:

$$\text{если } \sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const} \text{ или } \vec{v} = 0.$$

**Второй закон Ньютона** (основной закон динамики) определяет, как изменяется скорость под действием силы:

ускорение, сообщаемое телу силой, прямо пропорционально величине силы, обратно пропорционально массе и направлено так же, как действующая сила:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Следствие:  $\vec{F} = m\vec{a}$ .

Существует и другая форма записи второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \text{ где } \vec{p} \text{ — импульс тела.}$$

Если на тело действуют несколько сил, то  $\vec{F}_{\text{равн}} = \sum \vec{F}_i = m\vec{a}$ .

В проекциях на оси координат  $X$ ,  $Y$  закон динамики запишется в виде:

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{Nx} &= ma_x; \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{Ny} &= ma_y. \end{aligned}$$

### Замечание

- При решении задач удобно изображать все силы приложенными к центру тяжести тела.

**Третий закон Ньютона** указывает, что всякое действие вызывает противодействие:

тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю, противоположными по направлению:  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$  ( $\vec{F}_2$  — сила, действующая со стороны первого тела на второе;  $\vec{F}_1$  — сила, действующая со стороны второго тела на первое). Эти силы не компенсируют друг друга, так как приложены к разным телам.

### Замечание

- Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета.

*Алгоритм решения задач по динамике:*

- 1) выполнить рисунок к задаче с указанием сил, действующих на тело;
- 2) выбрать систему координат, одну из осей рекомендуется направить по ускорению;
- 3) записать уравнения второго закона Ньютона в векторной форме для каждого из тел в отдельности;
- 4) записать эти уравнения в проекциях на выбранные оси;
- 5) найти решение системы уравнений с учетом начальных условий.

## ЗАДАЧИ

1. Тело движется прямолинейно согласно зависимости  $x(t)$  (рис. 8.1).

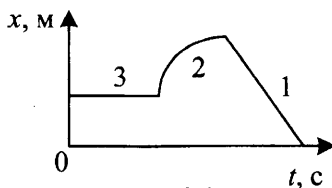


Рис. 8.1

Первый закон Ньютона иллюстрирует участок...

*Решение*

Согласно первому закону Ньютона при отсутствии сил тело будет находиться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно. Этим условиям соответствуют участки 3 (тело покоится) и 1 (равномерное движение).

*Ответ:* 3, 1.

2. Тело покоится на наклонной плоскости. Как направлены А) равнодействующая сил, действующих на тело со стороны наклонной плоскости, Б) ускорение?
  - 1) вертикально вверх
  - 2) вверх по плоскости
  - 3) горизонтально

- 4) под некоторым углом к плоскости вверх
- 5) модуль вектора этой величины равен нулю

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Так как тело покоится, то равнодействующая всех сил, действующих на тело, а значит, и ускорение равны нулю (рис. 8.2):

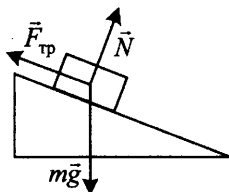


Рис. 8.2

$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0$ . Со стороны наклонной плоскости на тело действуют две силы: сила трения и сила реакции опоры. Их равнодействующая равна геометрической сумме векторов этих сил:  $\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = -m\vec{g}$ . Значит, равнодействующая сил, действующих на тело со стороны наклонной плоскости, направлена вертикально вверх и численно равна  $mg$ .

*Ответ:* 15.

3. Какие из величин (мгновенная скорость, средняя скорость, сила, ускорение, перемещение) при механическом движении всегда совпадают по направлению?
  - 1) сила и ускорение
  - 2) средняя и мгновенная скорости
  - 3) сила и перемещение
  - 4) ускорение и перемещение
  - 5) средняя скорость и перемещение

*Решение*

Согласно второму закону Ньютона ускорение всегда совпадает с силой по направлению. Сила определяет изменение скорости тела, а не саму скорость движения. Перемещение определяется как силой, действующей на тело, так и начальными условиями (например, тело,

брошенное под углом к горизонту, за время полета совершает перемещение в горизонтальном направлении, тогда как сила тяжести и ускорение свободного падения направлены вертикально вниз). Средняя скорость определяется отношением перемещения ко времени, за которое оно совершено, и направлена так же, как перемещение.

*Ответ:* 15.

4. Масса Земли в  $n$  раз меньше массы Солнца.  $F_1$  — модуль силы притяжения Земли к Солнцу и  $F_2$  — Солнца к Земле. Выберите два верных утверждения:

- 1) силы  $F_1$  и  $F_2$  направлены противоположно друг другу
- 2) силы  $F_1$  и  $F_2$  компенсируют друг друга
- 3)  $F_1 = n \cdot F_2$
- 4)  $F_1 = \frac{F_2}{n}$
- 5)  $F_1 = F_2$

*Решение*

Согласно третьему закону Ньютона  $F_1 = F_2$ . Эти силы направлены противоположно и не компенсируют друг друга, поскольку приложены к разным телам.

*Ответ:* 15.

5. Что можно сказать о равнодействующей приложенных к телу сил в следующих случаях?

- |   |   |
|---|---|
| А) тело движется по окружности с постоянной скоростью | 1) не равна нулю, постоянна по модулю, но не по направлению |
| Б) тело движется по прямой с постоянной скоростью     | 2) не равна нулю, изменяется по модулю и направлению        |
| В) тело движется по прямой равнозамедленно            | 3) не равна нулю, постоянна по направлению, но не по модулю |
| Г) тело движется по синусоидальной траектории         | 4) не равна нулю, постоянна по модулю и направлению         |
|   | 5) равна нулю   |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

### Решение

При движении по окружности с постоянной скоростью тело имеет постоянное центростремительное ускорение, меняющее свое направление. Согласно второму закону Ньютона векторы силы и ускорения совпадают по направлению, т.е. сила не равна нулю, постоянна по модулю, но не по направлению. В случае Б — сила равна нулю. Случай В — движение под действием постоянной силы, Г — сила меняет и величину, и направление.

Ответ: 1542.

6. По зависимости  $v_x(t)$  (рис. 8.3) прямолинейно движущегося тела массой 2 кг определите равнодействующую сил в момент времени  $t = 2,5$  с.

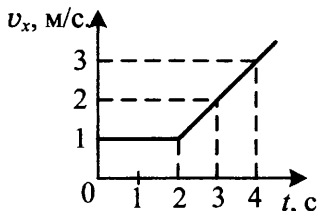


Рис. 8.3

### Решение

В интервале времени 2–4 с, к которому относится момент  $t = 2,5$  с, тело движется равноускоренно (прямая  $v_x(t)$ ). Выберем участок графика, для которого можно точно определить значения  $v_x$  и  $t$ :

$$\Delta v_x = 2 \text{ м/с}, \Delta t = 2 \text{ с. Тогда } a = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = 1 \text{ м/с}^2, F = ma = 2 \text{ Н.}$$

В выражение для определения ускорения подставляют именно изменения скорости и времени  $\Delta v$  и  $\Delta t$ , а не сами значения  $v$  и  $t$  в указанный момент.

Ответ: 2 Н.

7. Книга лежит на доске, наклоненной под некоторым углом к горизонту. Затем угол наклона доски уменьшили. Установите соответствие между физическими величинами в первом столбце и характером их изменений во втором.

**ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА**

**ИЗМЕНЕНИЕ**

А) сила реакции опоры

1) увеличится

Б) сила трения

2) уменьшится

В) равнодействующая сил

3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Сила реакции опоры  $N = mg\cos\alpha$  увеличится с уменьшением угла  $\alpha$ . Книга лежит на доске, при этом сила трения (покоя)  $F_{тр} = mg\sin\alpha$ . При уменьшении угла наклона, очевидно, книга останется в покое, значит, сила трения уменьшится. Равнодействующая сил и в первом, и во втором случае будет равна нулю (так как книга находится в состоянии покоя).

*Ответ:* 123.

**§ 9. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела. Невесомость. Движение искусственных спутников**

**Силы всемирного тяготения (гравитационные силы)** — силы притяжения, возникающие между телами и направленные вдоль прямой, проходящей через центры масс взаимодействующих тел.

Гравитационное взаимодействие описывает **закон всемирного тяготения** (открыт И. Ньютоном):

сила всемирного тяготения между двумя материальными точками (или однородными телами сферической формы) прямо пропорциональна произведению масс тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \text{ где } r \text{ — расстояние между точками или центрами}$$

сфер (рис. 9.1);  $G$  — гравитационная постоянная, равная  $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  ( $G$  — малая величина, следовательно, сила гравитации  $F$  значительна только в случае больших масс).

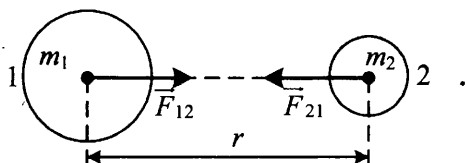


Рис. 9.1

### Замечание

- Если форма тела отличается от сферической, его разбивают на материальные точки, находят силы взаимодействия между ними и векторно суммируют их.

Силу притяжения, действующую со стороны Земли на все тела вблизи поверхности Земли, называют **силой тяжести**:

$$\vec{F}_T = m\vec{g}.$$

Ускорение свободного падения  $g$  изменяется вблизи поверхности Земли в пределах от  $9,780 \text{ м/с}^2$  на экваторе до  $9,832 \text{ м/с}^2$  на полюсах, что обусловлено суточным вращением и сплюснутостью Земли ( $R_{\text{эkv}} > R_{\text{пол}}$ ).

Учитывая, что  $\vec{F}_T = m\vec{g}$ , и пренебрегая суточным вращением Земли, получим

$$mg = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2} \Rightarrow g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2},$$

т.е. ускорение свободного падения с удалением от поверхности Земли уменьшается. При решении практических задач ускорение свободного падения принимается равным  $9,8 \text{ м/с}^2$  или  $10 \text{ м/с}^2$ .

**Вес** тела — сила, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на опору или подвес при данных условиях.

### Замечание

- Вес (в Н) следует отличать от массы тела (в кг). Вес зависит от конкретных физических условий.

Для более подробного изучения веса тела рассмотрим следующие случаи движения лифта с грузом:

- 1) лифт находится в покое или равномерно движется (рис. 9.2);
- 2) лифт движется с ускорением  $a$ , направленным вверх (рис. 9.3);
- 3) лифт движется с ускорением  $a$ , направленным вниз (рис. 9.4).

### Замечание

- На рисунках указано направление вектора ускорения, а не движения лифта; так, во втором случае лифт может подниматься, разгоняясь, или опускаться с торможением — в обоих случаях ускорение направлено вертикально вверх.

Согласно третьему закону Ньютона сила реакции опоры противоположна весу по направлению и равна по величине ( $N = P$ ), следовательно, достаточно найти в каждом случае силу реакции опоры  $N$ .

1) Лифт движется с постоянной скоростью.

Уравнение динамики для груза (см. рис. 9.2) запишется в виде  $m\vec{g} + \vec{N} = 0$  или в проекции на ось  $Y$ :

$-mg + N = 0$ , следовательно, при  $\vec{v} = \text{const}$   $P = N = mg$ .

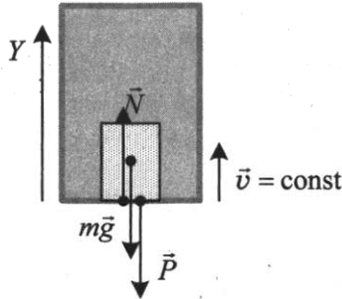


Рис. 9.2

Вес тела равен силе тяжести, когда  $\vec{v} = \text{const}$ , или тело покоится на горизонтальной поверхности.

2) Ускорение лифта направлено вверх.

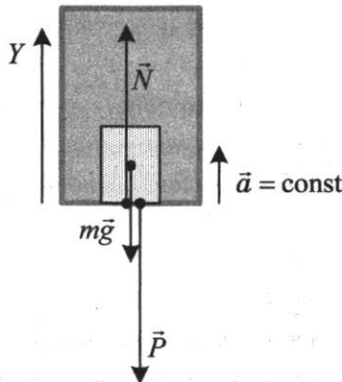


Рис. 9.3



Второй закон Ньютона для груза (см. рис. 9.3) запишется в виде

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}, \text{ или в проекции на ось } Y:$$

$$-mg + N = ma, \text{ откуда } N = m(g + a).$$

Вес тела больше силы тяжести при движении с ускорением, направленным вверх:  $P = N = m(g + a)$ .

3) Лифт движется с ускорением, направленным вниз (см. рис. 9.4).

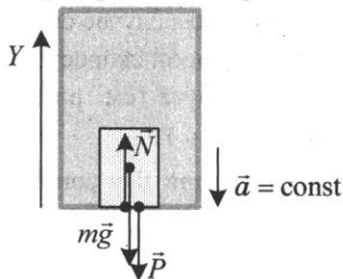


Рис. 9.4

Тогда уравнение динамики:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} \text{ или } -mg + N = -ma, \text{ откуда } N = m(g - a).$$

Следовательно, вес тела меньше силы тяжести при движении с ускорением, направленным вниз:  $P = N = m(g - a)$ .

При свободном падении  $a = g$ ,  $P = 0$ . Состояние тела, когда его вес равен нулю, т.е. при движении опоры или подвеса с ускорением свободного падения, называют **невесомостью**. При этом неважно, какова траектория движения опоры. Невесомость имеет место и при свободном падении, и при движении по окружности с центростремительным ускорением, равным ускорению свободного падения.

На спутник и тела внутри него действует только сила тяжести, сообщающая центростремительное ускорение, поэтому  $mg = ma$ ,  $a = g$  в системе отсчета, связанной с Землей, следовательно, внутри спутника человек будет находиться в состоянии невесомости (опора движется с ускорением  $g$ ).

Для того чтобы тело двигалось по круговой орбите вблизи поверхности Земли, телу необходимо сообщить скорость, направленную по касательной к орбите и имеющую определенную величину (рис. 9.5).

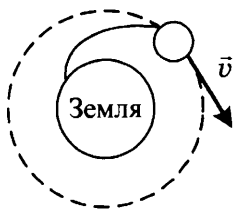


Рис. 9.5

Эта скорость получила специальное название — **первая космическая скорость** ( $v_1$ ).

Если тело (спутник) движется равномерно по окружности, то по второму закону Ньютона:

$$\frac{mv^2}{R_3 + h} = G \frac{Mm}{(R_3 + h)^2}, \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{R_3 + h}},$$

так как  $R_3 = 6400$  км,  $h \approx 300$  км, то  $h \ll R_3$ .

Поэтому вблизи поверхности Земли можно считать, что

$$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R_3}}, \quad g = G \frac{M}{R_3^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{R_3 g} \approx 7,9 \text{ км/с.}$$

## ЗАДАЧИ

1. Двигавшийся равномерно лифт начал останавливаться. Куда двигался лифт, если стоящая на полу лифта коробочка подпрыгнула? При каком ускорении это возможно? Выберите верные утверждения.

- 1) лифт двигался вверх
- 2)  $a > g$
- 3) лифт двигался вниз
- 4)  $a < g$

*Решение*

Если коробочка подпрыгнула, это значит, что в какой-то момент сила реакции опоры стала равна нулю, что возможно только при движении тела с ускорением, направленным вниз. Следовательно, лифт двигался вверх;  $a > g$ .

*Ответ:* 12.

2. Как зависит сила гравитации от высоты тела над Землей (рис. 9.6)?

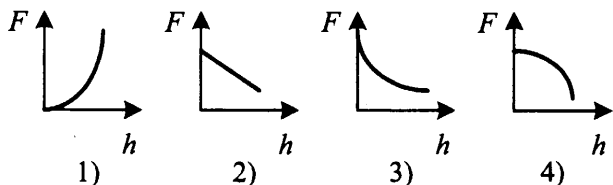


Рис. 9.6

*Решение*

Согласно закону гравитации сила гравитации уменьшается с ростом  $h$  от некоторой величины на поверхности Земли:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad r = R_3 + h, \quad \Rightarrow F \sim \frac{1}{(R_3 + h)^2}.$$

*Ответ:* 3.

3. Как изменяются А) вес тела; Б) сила тяжести при перемещении его от полюса к экватору (изменением радиуса Земли пренебречь)?

- 1) не изменяется
- 2) увеличивается
- 3) сначала увеличивается, потом уменьшается
- 4) уменьшается

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

При перемещении от полюса к экватору вес тела (сила, действующая на опору,  $P = N$ ) будет уменьшаться, так как на полюсе сила реакции опоры равна гравитационной силе:  $N_1 = F_{гр}$  (рис. 9.7).

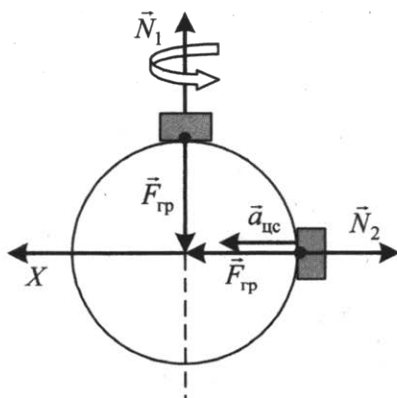


Рис. 9.7

В любой другой точке (например, на экваторе) тело имеет центростремительное ускорение, поэтому в проекции на ось  $X$ :  $-N_2 + F_{гр} = ma_{цс}$ , где  $a_{цс} = \omega^2 R_{вращ.}$  Радиус траектории тела при приближении к экватору увеличивается, следовательно,  $N$  (а значит, и вес) будет уменьшаться:  $N_2 = F_{гр} - m\omega^2 R_{вращ.}$  Сила тяжести  $F_{тяж} = F_{гр} = \text{const}$  в любом случае, если пренебречь изменением радиуса Земли.

Ответ: 41.

4. Самолет, двигаясь со скоростью  $v = 270$  км/ч, делает «мертвую петлю» радиусом  $R = 100$  м. С какой силой тело летчика массой  $m = 80$  кг будет давить на сиденье самолета в нижней и верхней точках петли?

Решение

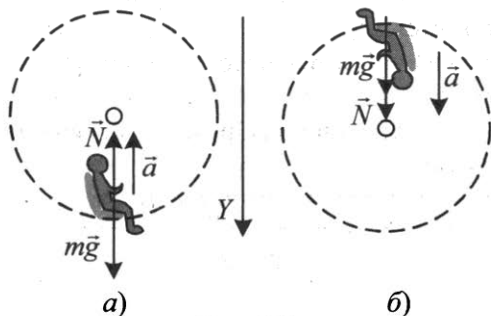


Рис. 9.8

Согласно третьему закону Ньютона сила давления на кресло  $P = N$ . Для летчика в нижней точке петли (рис. 9.8, а) второй закон Ньютона

$$\text{в проекциях на ось } Y: -ma = -\frac{mv^2}{R} = mg - N_n, N_n = \frac{mv^2}{R} + mg.$$

$$\text{Так как } P_n = N_n, \text{ то } P_n = \frac{mv^2}{R} + mg = 5300 \text{ Н.}$$

$$\text{Аналогично для верхней точки (рис. 9.8, б) } P_b = \frac{mv^2}{R} - mg = 3700 \text{ Н.}$$

Ответ:  $P_n = 5300$  Н;  $P_b = 3700$  Н.

5. Ракета стартует с некоторым ускорением в течение интервала времени  $\Delta t_1$ , после выключения двигателей движется вертикально вверх в течение  $\Delta t_2$ , достигает верхней точки траектории и за-

тем движется вниз ( $\Delta t_3$ ). Что происходит с физическими величинами на разных стадиях полета?

- |  |  |
|--|--|
| А) в момент достижения верхней точки траектории      | 1) вес ракеты равен нулю, масса неизменна    |
| Б) в интервале $\Delta t_1$                          | 2) вес ракеты равен нулю, масса равна нулю   |
| В) в интервале $\Delta t_2$                          | 3) вес ракеты уменьшается, масса неизменна   |
| Г) в интервале $\Delta t_3$                          | 4) вес ракеты увеличивается, масса неизменна |
| Д) во время всего полета с неработающими двигателями | 5) и вес и масса не изменяются               |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г	Д

*Решение*

В интервале  $\Delta t_1$  ускорение ракеты направлено вверх, вес  $P = m(g + a)$ , т.е. он увеличивается. После выключения двигателей ракета движется только под действием силы тяжести, следовательно, в интервалах  $\Delta t_2$  и  $\Delta t_3$  наблюдается состояние невесомости. Масса ракеты неизменна во всех случаях.

*Ответ:* 14111.

6. Спутник переходит с одной круговой орбиты на другую, при этом его центростремительное ускорение увеличивается. Как изменяются следующие величины?

- |                                       |                  |
|---------------------------------------|------------------|
| А) угловая скорость движения спутника | 1) увеличивается |
| Б) радиус вращения                    | 2) уменьшается   |
| В) скорость движения по орбите        | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Сила гравитации, под действием которой движется спутник:

$F_{\text{гр}} = G \frac{mM}{R^2} = ma_{\text{цс}}$ . Так как  $a_{\text{цс}}$  увеличивается, то радиус орбиты

уменьшается. Используем вторично выражение для силы гравитации:

$$F_{\text{гр}} = G \frac{mM}{R^2} = m\omega^2 R = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 R \Rightarrow G \frac{M}{R^3} = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2, \text{ следовательно, при}$$

уменьшении радиуса траектории  $R$  угловая скорость увеличивается

(а период  $T$  уменьшается).  $F_{\text{гр}} = G \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R}, \Rightarrow G \frac{M}{R} = v^2, \text{ следова-}$

тельно, если  $R \downarrow, v \uparrow$ .

Ответ: 121.

### Замечание

- Обратите внимание, что правильный ответ можно получить только при использовании закона гравитации для каждого вывода конечной формулы
7. Тело бросили вертикально вверх. Как будет изменяться ускорение движения тела во время всего полета с учетом сопротивления воздуха?

Решение

Во время движения ускорение направлено вертикально вниз, но отличается от  $g$  вследствие действия силы сопротивления воздуха. При движении тела от момента броска до высшей точки траектории сила тяжести и сила сопротивления направлены вниз (рис. 9.9, а). Так как сила сопротивления пропорциональна скорости тела, то максимальное значение ее, а значит и ускорения  $a_1$ , достигается в точке броска, где скорость максимальна:  $mg + F_{\text{сопр}} = ma_1$ . В верхней точке траектории скорость равна нулю, следовательно,  $F_{\text{сопр}} = 0$ , а ускорение  $a_2 = g$ .

При движении сверху вниз скорость возрастает, сила сопротивления, направленная противоположно силе тяжести (рис. 9.9, б), также возрастает, следовательно, ускорение уменьшается:  $mg - F_{\text{сопр}} = ma_3, a_3 < g$ .

Ответ: значение ускорения тела максимально в точке броска тела, затем оно убывает до  $g$  в верхней точке траектории; ускорение имеет минимальное значение в момент падения.

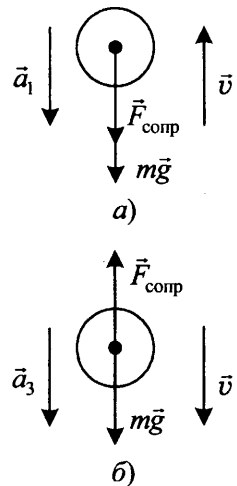


Рис. 9.9

8. Канат выдерживает груз массой  $m_1 = 100$  кг при подъеме его с некоторым ускорением, направленным по вертикали вверх, и груз массой  $m_2 = 150$  кг при опускании его вертикально вниз с таким же по модулю ускорением. Какова максимальная масса груза, который можно подвесить на этом канате в состоянии покоя?

*Решение*

Во всех случаях:  $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ , где  $T$  — сила натяжения каната. Найдем проекции сил на вертикальную ось  $Y$  для каждого случая (рис. 9.10):

- а)  $T - m_1g = m_1a$ ;  
 б)  $T - m_2g = -m_2a$ ;  
 в)  $T - m_3g = 0$ .

Выражение «канат выдерживает груз» означает, что во всех трех случаях сила натяжения  $T$  является предельной, т.е. одинаковой по величине. Ис-

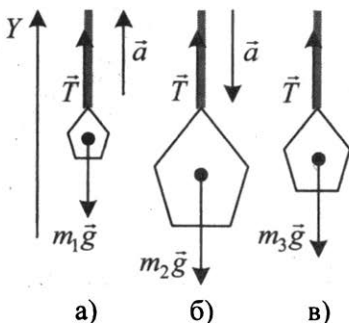


Рис. 9.10

ключив из уравнений (а) и (б) неизвестное ускорение  $a$ , получим:

$T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$ . Подставим это выражение в уравнение для случая (в) и

найдем  $m_3$ :  $m_3 = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} = 120$  кг.

*Ответ:* 120 кг.

9. По выпуклому мосту радиусом  $R = 90$  м со скоростью  $v = 54$  км/ч движется автомобиль массой  $m = 2000$  кг. В точке моста, направление на которую из центра окружности составляет с направлением на вершину моста угол  $\alpha$ , автомобиль давит на него с силой  $F = 5000$  Н. Определить  $\alpha$ .

*Решение*

Закон динамики для автомобиля в проекции на ось  $Y$  (рис. 9.11):

$$\frac{mv^2}{R} = mg \cdot \cos \alpha - N.$$

Согласно третьему закону Ньютона:

$$N = F,$$

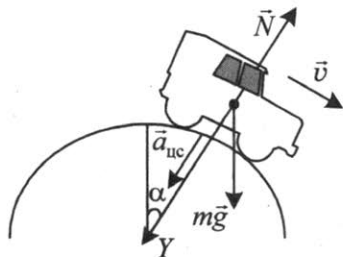


Рис. 9.11

$$\frac{mv^2}{R} = mg \cdot \cos \alpha - F, \quad \cos \alpha = \frac{v^2}{gR} + \frac{F}{mg},$$

$$\alpha = \arccos \left( \frac{v^2}{gR} + \frac{F}{mg} \right) = 60^\circ.$$

Ответ:  $60^\circ$ .

10. С какой минимальной угловой скоростью  $\omega$  нужно вращать ведро в вертикальной плоскости, чтобы из него не выливалась вода? Расстояние от поверхности воды до центра вращения  $l = 2,5$  м.

Решение

Уравнение динамики для воды в ведре (рис. 9.12) имеет вид:

$$mg + N = ma_n, \quad a_n = \frac{v^2}{l}, \quad mg + N = \frac{mv^2}{l}.$$

В момент отрыва воды от дна (при минимальной скорости)  $N = 0$ ,

тогда  $v = \sqrt{gl}$ , а угловая скорость равна  $\omega = \frac{v}{l} = \frac{\sqrt{gl}}{l} = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2$  рад/с.

Ответ: 2 рад/с.

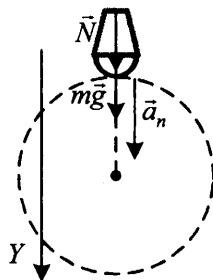


Рис. 9.12

11. В автомобиле, идущем по закруглению радиусом  $R = 60$  м со скоростью  $v = 108$  км/ч, производится взвешивание груза на пружинных весах. Масса груза  $m = 5$  кг. Определить показания пружинных весов.

Решение

Запишем уравнение динамики для груза в проекциях на оси (рис. 9.13):

$$(Y): F_{\text{упр}} \cdot \cos \alpha - mg = 0;$$

$$(X): F_{\text{упр}} \cdot \sin \alpha = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow F_{\text{упр}} \cdot \cos \alpha - mg,$$

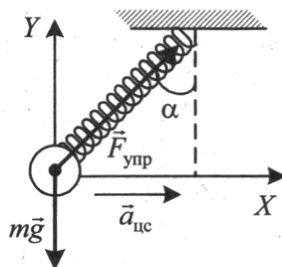


Рис. 9.13

$$F_{\text{упр}} \cdot \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}.$$

Возведем в квадрат и сложим уравнения (по частям):

$$F_{\text{упр}} = \sqrt{(mg)^2 + \left( m \frac{v^2}{R} \right)^2} = \sqrt{(5 \cdot 10)^2 + \left( 5 \cdot \frac{900}{60} \right)^2} = 90,14 \text{ Н.}$$



Весы покажут  $m' = \frac{F_{\text{упр}}}{g} \approx 9$  кг.

Ответ: 9 кг.

12. Радиус орбиты Нептуна в  $n = 30$  раз больше радиуса орбиты Земли. Определить продолжительность года на Нептуне, предварительно показав, что квадраты периодов вращения планет вокруг Солнца относятся как кубы радиусов орбит их вращения.

Решение

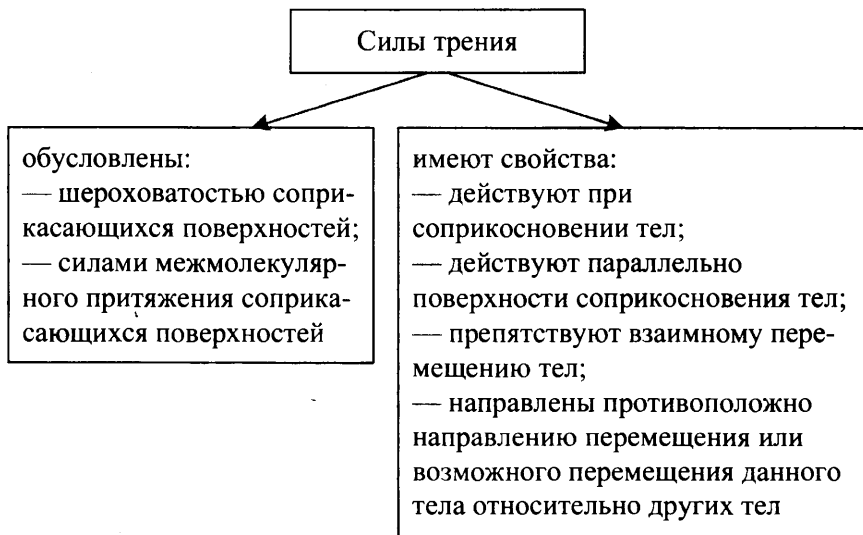
Период вращения планеты вокруг Солнца:

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}, \quad \frac{mv_1^2}{R_1} = G \frac{mM}{R_1^2}, \quad \text{тогда } T_1^2 = \frac{4\pi^2 R_1^3}{GM}, \quad \text{или } \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}.$$

$$\frac{T_3^2}{T_{\text{Н}}^2} = \frac{R_3^3}{27\,000 R_3^3}, \quad \text{отсюда } T_{\text{Н}} = T_3 \sqrt{27\,000} = 5,18 \cdot 10^9 \text{ с.}$$

Ответ:  $5,18 \cdot 10^9$  с.

## § 10. Силы трения, коэффициент трения скольжения. Силы упругости. Закон Гука. Движение тел и систем тел под действием нескольких сил



Различают: **силу трения покоя** (если  $v = 0$ ), которая равна по модулю равнодействующей приложенных к телу сил, стремящихся привести тело в движение, и **силу трения скольжения** (если  $v \neq 0$ ) (рис. 10.1).

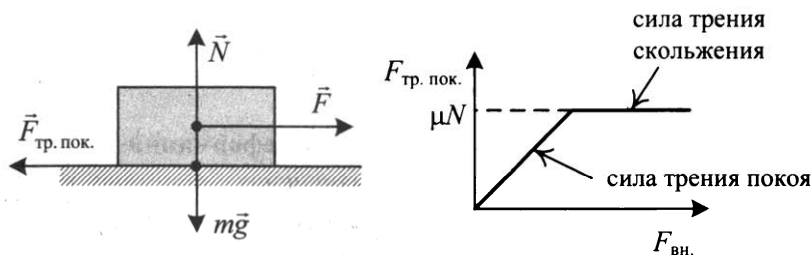


Рис. 10.1

График зависимости силы трения покоя от равнодействующей внешних сил ( $F_{\text{вн.}}$ ), старающихся вывести тело из состояния покоя, представляет собой прямую, проходящую через начало координат:  $\vec{F}_{\text{тр.пок.}} + \vec{F}_{\text{вн.}} = 0$ , следовательно,  $F_{\text{тр.пок.}} = F_{\text{вн.}}$ .

Из опыта было получено, что сила трения скольжения  $F_{\text{тр.ск.}} = \mu N$  пропорциональна силе нормального давления (реакции опоры), где  $\mu$  — коэффициент трения. Величина силы трения покоя находится в пределах:  $0 \leq F_{\text{тр.пок.}} \leq F_{\text{тр.ск.}}$ . **Максимальная сила трения покоя равна силе трения скольжения.**

**Замечание**

- На самом деле в реальных случаях существуют отклонения от зависимости на рисунке 10.1, а именно:
  - а) максимальная сила трения покоя несколько больше силы трения скольжения, т.е. на графике рисунка 10.1 в точке излома должен быть зубец;
  - б) сама сила трения скольжения возрастает с увеличением скорости тела. Однако при малых скоростях тел этими эффектами можно пренебречь.

Различные примеры определения силы трения скольжения показаны на рисунке 10.2.

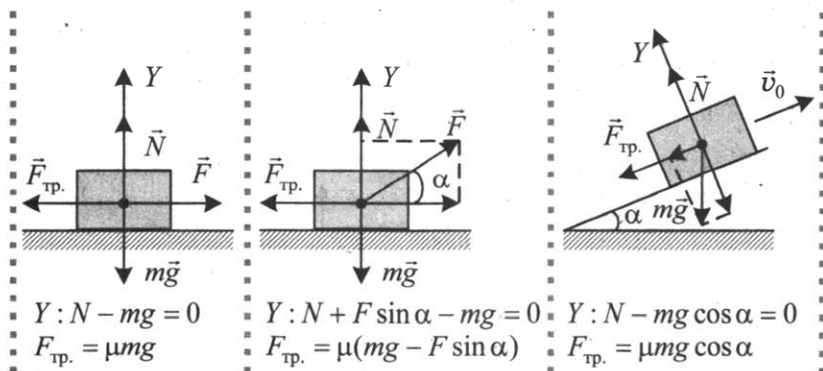


Рис. 10.2

### Замечание

- Несмотря на то что точки приложения сил разные, на рисунке 10.2 силы исходят из центра тяжести тела, так как векторы можно переносить параллельно самим себе.

**Сила упругости** возникает в результате деформации тел (т.е. изменения их размеров и формы). При изменениях взаимных положений атомов или молекул в твердом теле в результате его деформации электромагнитные силы стремятся вернуть атомы в первоначальное положение.

В простейшем случае сила упругости перпендикулярна поверхности взаимодействующих тел. Силу упругости, действующую на тело со стороны подвеса или опоры, называют **силой реакции опоры** или подвеса.

Сила упругости всегда противоположна направлению внешних сил.

Деформации являются *упругими*, если при исчезновении внешних воздействий размеры и форма тела полностью восстанавливаются.

В случае упругих деформаций сила упругости подчиняется **закону Гука**: сила упругости, возникающая при деформации, пропорциональна удлинению (сжатию) тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещений частиц тела при деформации:  $F_{\text{упр.}} = -kx$ . Здесь  $x$  — деформация упругого тела, т.е.  $x = L - L_0$ , а  $L_0$  и  $L$  — размеры тела (длина стержня или пружины) до и после растяжения (сжатия) соответственно (рис. 10.3). Знак «-» показывает, что сила упругости направлена противоположно деформации  $x$ ,  $k$  — жесткость тела (Н/м).

Так как  $\vec{F}_{\text{упр.}} = -\vec{F}$ , или  $F_{\text{упр.}} = F$ , где  $F$  — внешняя сила, то  $k = \frac{F_0}{x_0}$

характеризует угол наклона зависимости  $F(x)$  к оси  $x$  (рис. 10.4).

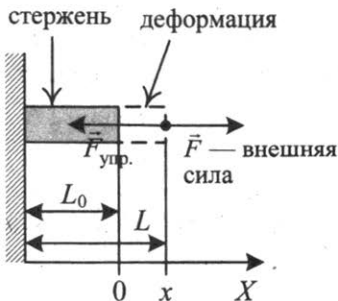


Рис. 10.3

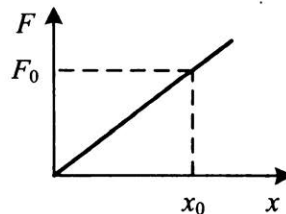


Рис. 10.4

### Замечание

- Закон Гука справедлив при малых деформациях!

### ЗАДАЧИ

1. Корзину перевозят на санках, движущихся с ускорением. Выберите верные утверждения:
- 1) ускорение санкам сообщают сила тяги и сила трения
  - 2) ускорение корзине сообщает сила трения
  - 3) ускорение корзине сообщает сила тяги
  - 4) ускорение санкам сообщает сила тяги

*Решение*

Ускорение корзине сообщает равнодействующая всех сил, действующих на корзину (рис. 10.5).

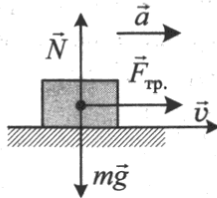


Рис. 10.5

Однако силы, действующие по вертикали, компенсируют друг друга. Поэтому фактически ускорение сообщает сила трения, направленная горизонтально. (Сила тяги приложена не к корзине, а к санкам!) Ускорение санкам сообщает равнодействующая сил тяги и трения (проекция которых на направление движения отлична от нуля).

*Ответ:* 12.

2. Брусок массой  $m$  движется с ускорением по горизонтальной поверхности стола под действием силы  $F$ , направленной вниз под углом  $\alpha$  к горизонту. Коэффициент трения скольжения  $\mu$ . Чему равен:
- А) модуль силы трения; Б) модуль равнодействующей всех сил?
- 1)  $F \cos \alpha$
  - 2)  $F \sin \alpha$
  - 3)  $\mu(mg - F \sin \alpha)$
  - 4)  $\mu(mg + F \sin \alpha)$
  - 5) 0
  - 6)  $F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - \mu mg$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Запишем уравнения, которые следуют из второго закона Ньютона, в проекциях на оси координат (рис. 10.6):

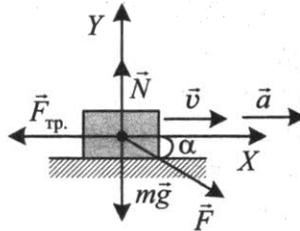


Рис. 10.6

$$Y: N - mg - F \sin \alpha = 0 \Rightarrow N = mg + F \sin \alpha;$$

$$X: F \cos \alpha - F_{\text{тр.}} = ma.$$

Так как тело движется, то сила трения максимальна ( $F_{\text{тр.}}$  скольжения) и равна  $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu(mg + F \sin \alpha)$ . Равнодействующая сил:  $ma = F \cos \alpha - F_{\text{тр.}} = F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - \mu mg$ .

*Ответ:* 46.

3. Брусок массой 0,8 кг прижат к вертикальной стене с силой 10 Н, действующей под углом  $60^\circ$  к вертикали вверх (рис. 10.7). Коэффициент трения между бруском и стеной равен 0,5. Какова сила трения, действующая на брусок?

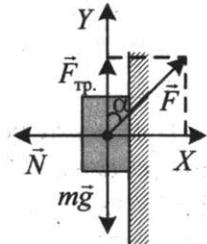


Рис. 10.7

*Решение*

В данном случае необходимо проверить, будет тело скользить или покоиться. Скольжение вниз начнется при условии:  $mg - F_{\text{тр.}} > F \cos \alpha$  (см. рис. 10.7); скольжение вверх, если  $mg + F_{\text{тр.}} < F \cos \alpha$ , где  $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu F \sin \alpha$ .

При данных условиях скольжение отсутствует, так как:

$$8 - 0,5 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{2} < 10 \cdot 0,5;$$

$$8 + 0,5 \cdot \frac{10\sqrt{3}}{2} > 10 \cdot 0,5,$$

т.е. сила трения меньше силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр.}} = mg - F \cos \alpha = 3 \text{ Н.}$$

*Ответ:* 3 Н.

4. На рисунке 10.8 представлены графики зависимости модуля силы трения скольжения  $F$  от модуля силы нормального давления  $N$ . Каково отношение коэффициентов трения  $\mu_1/\mu_2$ ?

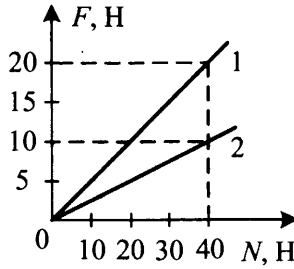


Рис. 10.8

*Решение*

Сила трения скольжения определяется как  $F = \mu N$ . Для одного значения  $N$  коэффициент  $\mu$  тем больше, чем больше  $F$ .  $\mu_1/\mu_2 = 2$ .

Ответ: 2.

5. Шесть одинаковых пружинок можно соединить различными способами. Во сколько раз максимальный коэффициент жесткости системы пружин больше минимального?

*Решение*

При последовательном соединении двух пружин (рис. 10.9):  $F_1 = F_2 = F$ ,  $F_1 = k_1 \Delta x_1$ ,  $F_2 = k_2 \Delta x_2$ ,  $F = k \cdot \Delta x$ ,  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ .

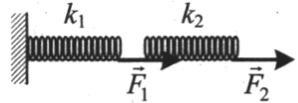


Рис. 10.9

$$\frac{F}{k_{\text{общ.}}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}, \quad \frac{1}{k_{\text{общ.}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

При параллельном соединении:  $F_1 + F_2 = F$ , а  $\Delta x = \Delta x_1 = \Delta x_2$ .

Учитывая, что  $F = k \Delta x$ , получим  $k \Delta x = k_1 \Delta x + k_2 \Delta x$  или  $k = k_1 + k_2$ .

Если соединить последовательно шесть одинаковых пружинок, то

$$\frac{1}{k_{\text{посл.}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots = \frac{6}{k}, \quad \text{где } k \text{ — жесткость одной пружинок. Отсюда}$$

$k_{\text{посл.}} = \frac{k}{6}$ . При параллельном  $k_{\text{пар.}} = 6k$ .  $k_{\text{max}}$  достигается при парал-

лельном соединении пружинок:  $k_{\text{max}} = 6k$ ,  $k_{\text{min}} = \frac{k}{6}$ ,  $\frac{k_{\text{max}}}{k_{\text{min}}} = 36$ .

Ответ: 36.

6. К невесомой нерастяжимой нити, переброшенной через блок, прикреплены грузы (рис. 10.10). Ускорение, с которым они движутся, равно...

*Решение*

Запишем уравнения второго закона Ньютона в проекциях на направленную вертикально вверх ось  $Y$  (для каждого из грузов в отдельности):

$$T - mg = ma, T - 2mg - T_1 = -2ma, T_1 - mg = -ma.$$

Обратите внимание, на грузы справа действует одна и та же сила натяжения нити  $T_1$ : для груза  $2m$   $T_1$  направлена вниз, для груза  $m$  — вверх.

Исключая из уравнений  $T$  и  $T_1$ , получим  $a = \frac{g(3m - m)}{4m} = \frac{g}{2}$ .

$$a = 5 \text{ м/с}^2.$$

*Ответ:*  $5 \text{ м/с}^2$ .

7. Три тела массами  $m$ ,  $2m$  и  $4m$  связаны нитями и находятся на гладком горизонтальном столе. К телу массой  $m$  приложена горизонтальная сила  $F = 42 \text{ Н}$ . Определить силу натяжения между грузами  $2m$  и  $4m$ .

*Решение*

Так как поверхность стола гладкая, влиянием силы трения можно пренебречь. Кроме того, силы тяжести и реакции опоры, действующие на каждое из тел, взаимно компенсируют друг друга. Запишем уравнения второго закона Ньютона для каждого из грузов в проекции на ось  $X$  (рис. 10.11):  $F - T_1 = ma$ ;  $T_1 - T_2 = 2ma$ ;  $T_2 = 4ma$ .

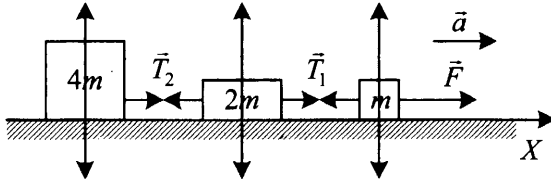


Рис. 10.11

Сложим почленно левые и правые части уравнений:  $F = 7ma$ ;  
 $a = \frac{F}{7m}$ . Тогда  $T_2 = \frac{4F}{7} = \frac{4 \cdot 42}{7} = 24 \text{ Н}$ .

*Ответ:*  $24 \text{ Н}$ .

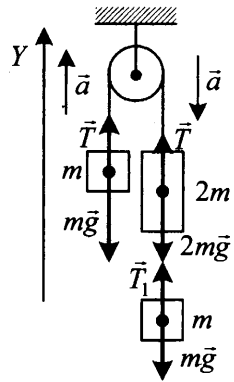


Рис. 10.10

8. При каком угле наклона односкатной крыши дождевая вода стекает с нее за минимальное время? Трение не учитывать, ширину дома  $L$  считать постоянной.

*Решение*

Уравнение динамики для проекций сил на ось  $X$ , параллельную крыше (рис. 10.12):

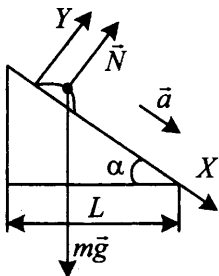


Рис. 10.12

$mg \cdot \sin \alpha = ma$ , т.е.  $a = g \cdot \sin \alpha$ . Учитывая, что  $s = \frac{at^2}{2}$ , где

$$s = \frac{L}{\cos \alpha}, \text{ получим } t = \left( \frac{4L}{g \cdot \sin 2\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}. t = t_{\min} \text{ при } \sin 2\alpha = 1, \text{ т.е. } \alpha = 45^\circ.$$

*Ответ:*  $45^\circ$ .

9. На горизонтальном участке дороги автомобиль делает разворот радиусом  $R = 9$  м. Коэффициент трения шин об асфальт равен 0,4. Чтобы автомобиль не занесло, его скорость не должна превышать...

*Решение*

При движении по горизонтальному участку именно сила трения сообщает автомобилю центростремительное ускорение:

$$F_{\text{тр.}} = ma_{\text{ис.}}, \text{ или } \mu mg = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\mu Rg} = 6 \text{ м/с.}$$

*Ответ:* 6 м/с.

10. Автомобиль движется с постоянной по модулю скоростью по участку дороги, проходящей по холмам (рис. 10.13). Сравните

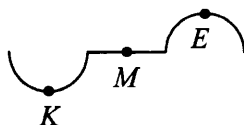


Рис. 10.13



значения физических величин в точке  $E$  по отношению к другим точкам.

**ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА**                      **ЗНАЧЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ**

А) вес автомобиля                                      1) везде одинаковое

Б) сила трения    2) максимальное

В) сила тяжести, действующая на автомобиль                      3) минимальное

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Сила тяжести, действующая на автомобиль, везде одинакова и равна  $mg$ . Вес (сила, с которой автомобиль действует на дорогу) по третьему закону Ньютона равен силе реакции опоры, которая равна в точке  $K$ :  $N_K = m(g + a_{\text{ис.}})$ , в точке  $M$ :  $N_M = mg$ , в точке  $E$ :  $N_E = m(g - a_{\text{ис.}})$  — т.е. в точке  $E$  вес минимален, значит, минимальна и сила трения, так как  $F_{\text{тр.}} = \mu N$ .

*Ответ:* 331.

**11.** Какова причина изменения силы трения при движении грузовика по выпуклому бугру в верхней его части?

*Решение*

Сила трения  $F_{\text{тр.}} = \mu N$ . Силу реакции опоры  $N$  определим из уравнения динамики, записанного для проекций сил (рис. 10.14) на вертикальную ось  $Y$ :  $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{ис.}}$  ( $Y$ ):  $N - mg = -ma_{\text{ис.}} \Rightarrow N = m(g - a_{\text{ис.}})$ .

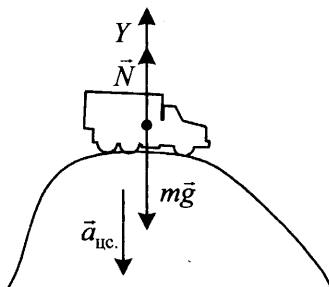


Рис. 10.14

Но, согласно третьему закону Ньютона,  $N = P$ , следовательно, в верхней части бугра сила трения изменяется из-за уменьшения веса грузовика.

12. На доске (рис. 10.15), равномерно вращающейся вокруг вертикальной оси  $OO'$ , укреплен отвес на вертикальной стойке, отстоящей от оси вращения на расстоянии  $d = 5$  см. Какова частота вращения доски, если нить отвеса длиной  $l = 8$  см отклонилась от вертикали на угол  $\alpha = 40^\circ$ ? Ускорение свободного падения  $g$  принять равным  $9,8 \text{ м/с}^2$ .

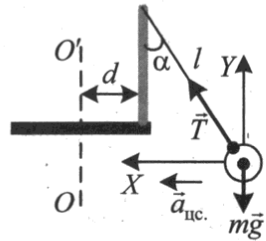


Рис. 10.15

*Решение*

Из второго закона Ньютона для проекций сил на оси следует:

$$(Y): \quad T \cdot \cos \alpha - mg = 0,$$

$$(X): \quad T \cdot \sin \alpha = m \cdot a_{\text{цс}} = \frac{mv^2}{R}.$$

Исключив  $T$  (делением первого уравнения на второе), получим:

$g \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{R}$ . Поскольку  $v = \omega R$ , где  $R = d + l \sin \alpha$ ,  $\omega = 2\pi\nu$ , частота

$$\text{вращения доски: } \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{d + l \sin \alpha}} = 1,43 \text{ с}^{-1}.$$

*Ответ:*  $1,43 \text{ с}^{-1}$ .

13. К вершине прямого кругового конуса прикреплена небольшая шайба с помощью нити длиной  $l = 80$  см. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально (рис. 10.16).

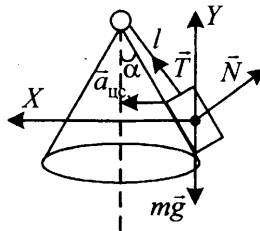


Рис. 10.16

При каком числе оборотов в единицу времени шайба не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса  $2\alpha = 120^\circ$ .

*Решение*

Уравнение динамики для проекций сил на  $X$  и  $Y$ :

$$(Y): \quad T \cos \alpha + N \sin \alpha - mg = 0,$$

$$(X): \quad T \sin \alpha - N \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}.$$

Пока тело не оторвалось от поверхности,  $N \geq 0$ .

$$n = \frac{v}{2\pi R}, \quad a = \frac{v^2}{R}, \quad n \leq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} \Rightarrow n \leq 0,8 \text{ с}^{-1}.$$

*Ответ:*  $n \leq 0,8 \text{ с}^{-1}$ .

14. Чтобы удерживать ящик на наклонной плоскости с углом  $\alpha = 45^\circ$ , надо приложить минимальную силу  $F_1 = 10 \text{ Н}$ , направленную вдоль наклонной плоскости вверх, а чтобы втаскивать вверх, надо приложить силу  $F_2 = 15 \text{ Н}$ . Найти коэффициент трения.

*Решение*

На рисунке 10.17 (а) ящик еще не движется. На рисунке 10.17 (б) ящик двигают вверх.

В случае (а), несмотря на то что ящик не движется, сила трения равна  $F_{\text{тр.}} = \mu N$ , так как  $F_1$  по условию минимальна, т.е. при дальнейшем ее уменьшении ящик соскользнет вниз. Именно поэтому  $F_{\text{тр.}}$  в случае (а) направлена вверх по плоскости (т.е. против возможного движения тела).

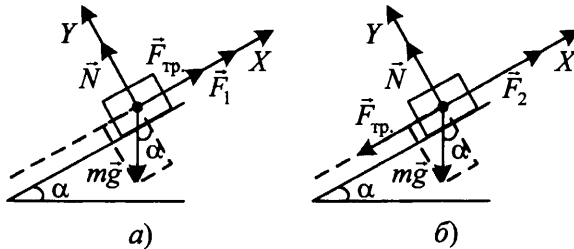


Рис. 10.17

Запишем закон динамики для случаев (а) и (б) в проекциях на оси:

$$\left. \begin{aligned} (a) (X): F_1 + F_{\text{тр.}} - mg \sin \alpha &= 0; \\ (Y): N - mg \cos \alpha &= 0; F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} (б) (X): F_2 - F_{\text{тр.}} - mg \sin \alpha &= 0; \\ (Y): F_2 - \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В системе уравнений (1) и (2) два неизвестных —  $m$  и  $\mu$ . Из (1) + (2) получим

$$F_1 + F_2 - 2mg \sin \alpha = 0 \Rightarrow mg = \frac{F_1 + F_2}{2 \sin \alpha}.$$

Из (2) - (1):

$$F_2 - F_1 - 2\mu mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow \mu = \frac{F_2 - F_1}{F_2 + F_1} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\mu = \frac{1 \cdot (15 - 10)}{(15 + 10)} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

15. Найдите силу давления на ось блока, укрепленного в вершине наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту (рис. 10.18), если  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 3$  кг, а коэффициент трения между грузом  $m_1$  и наклонной плоскостью равен  $\mu = 0,2$ . Трением в блоке и его массой пренебречь.

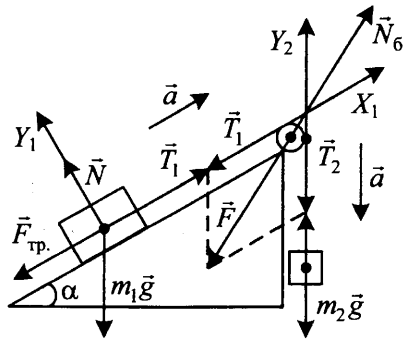


Рис. 10.18

*Решение*

По второму закону Ньютона для тела  $m_1$  в проекции на оси  $X_1$  и  $Y_1$  можно записать:

$$(X_1): \quad m_1 a = T_1 - F_{\text{тр.}} - m_1 g \sin \alpha,$$

$$(Y_1): \quad 0 = N - m_1 g \cos \alpha.$$

Для тела  $m_2$  в проекции на ось  $Y_2$ :  $T_2 - m_2 g = -m_2 a$ ; но  $T_2 = T_1$ , так как нить невесома и нерастяжима, блок невесом, а  $F_{\text{тр.}} = \mu N$ .

Решим уравнения относительно  $T_1$ :

$$T_1 = \frac{m_1 m_2 g (1 + \mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

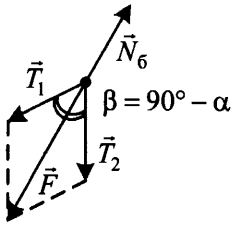


Рис. 10.19

Так как блок закреплен и невесом, сумма сил, действующих на блок (рис. 10.19):

$$\vec{N}_6 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \Rightarrow \vec{N}_6 + \vec{F} = 0.$$

$$F = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2 \cos(90^\circ - \alpha)},$$

но  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$ , поэтому

$$|\vec{F}| = 2T \cos\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$= 2 \frac{m_1 m_2 g (1 + \mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \cos\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 21,7 \text{ Н.}$$

Ответ: 21,7 Н.

16. Брусок массой  $M = 5$  кг лежит на поверхности, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит кубик массой  $m = 1$  кг. Минимальное значение силы, приложенной к бруску, при которой кубик начнет скользить по бруску,  $F = 20$  Н. Какую скорость будет иметь брусок в момент, когда кубик упадет с бруска, если сила тяги будет  $2F$ ? Длина бруска  $L = 2$  м.

Решение

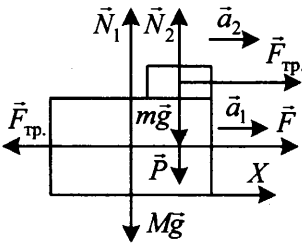


Рис. 10.20

Уравнения второго закона Ньютона (рис. 10.20) для проекций на ось  $X$  сил, действующих на брусок и кубик в момент начала скольжения ( $a_1 = a_2 = a$ ):

$F - F_{\text{тр.}} = Ma$ ,  $F_{\text{тр.}} = ma$ ,  $F_{\text{тр.}} = \mu mg$ . Отсюда  $\mu = \frac{F}{(M+m)g}$ . Во втором случае:

$2F - F_{\text{тр.}} = Ma_1$ ,  $F_{\text{тр.}} = ma_2$ ,  $F_{\text{тр.}} = \mu mg$ . Отсюда,

с учетом выражения для  $\mu$ :  $a_1 = \frac{F(2M+m)}{M(M+m)}$ ,  $a_2 = \frac{F}{M+m}$ . Ускорение, с

которым кубик скользит относительно бруска:  $a_{\text{отн.}} = a_1 - a_2$ . Так как

$L = \frac{a_{\text{отн.}} t^2}{2}$ , то  $t = \sqrt{\frac{2L}{a_{\text{отн.}}}} = \sqrt{\frac{2ML}{F}}$ . Скорость бруска в этот момент времени:

$$v = a_1 \cdot t = \frac{(2M+m)}{M+m} \cdot \sqrt{\frac{2LF}{M}} = 7,33 \text{ м/с.}$$

Ответ: 7,33 м/с.

## § 11. Импульс тела. Импульс силы. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

При взаимодействии тел, когда одно тело приводит в движение другое или изменяются скорости взаимодействующих тел, можно считать, что тела обмениваются импульсами.

По второму закону Ньютона  $\vec{F} = m\vec{a}$ ,  $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$ , следовательно,  $\vec{F}\Delta t = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$ , или  $\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \Delta(m\vec{v}) = \Delta\vec{p}$ , где  $\vec{p} = m\vec{v}$  — импульс тела,  $\vec{F}\Delta t$  — импульс силы. Импульс тела (количество движения) численно равен произведению массы на скорость тела и направлен так же, как вектор скорости. Импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела.

Для системы тел импульс векторной суммы внешних сил, действующих на тела системы, равен изменению полного импульса системы тел.

Пусть имеется система из двух тел, которые взаимодействуют между собой и с внешними телами (рис. 11.1).

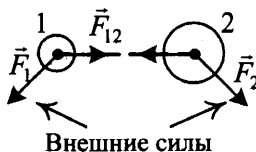


Рис. 11.1

В этом случае:  $(\vec{F}_1 + \vec{F}_{12})\Delta t = \Delta\vec{p}_1$ ,  $(\vec{F}_2 + \vec{F}_{21})\Delta t = \Delta\vec{p}_2$ . Сложим эти уравнения:  $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21})\Delta t = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ ,  $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) = 0$ , так как  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ , то  $(\vec{F}_{\text{внешн.}} + \vec{F}_{2\text{внешн.}})\Delta t = \Delta\vec{p}$ ,  $\vec{F}_{\text{внешн.}} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$ .

Если система изолирована (замкнута), т.е. на тела системы не действуют внешние силы, то  $\vec{F}_{\text{внешн.}} \cdot \Delta t = 0$ . В этом случае  $\Delta\vec{p} = 0$ .

$\vec{p} = \text{const}$  — **закон сохранения импульса (ЗСИ)**:

в замкнутой системе тел импульс системы сохраняется при любых взаимодействиях тел.

### Замечание

- Это означает, что ЗСИ выполняется в замкнутой системе и для упругих, и для неупругих взаимодействий.

Следовательно, импульс системы тел до взаимодействия равен импульсу системы тел после взаимодействия. Например, для двух тел:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2.$$

В некоторых случаях закон сохранения импульса можно применять и для **незамкнутой** механической системы. Ниже перечислены такие ситуации.

1. Система не замкнута, но импульс сохраняется, когда равнодействующая внешних сил равна нулю:  $\vec{F}_{\text{внеш.}} \cdot \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0$ .

2. Система не замкнута, но импульс сохраняется, так как время взаимодействия  $\Delta t$  пренебрежимо мало или внешние силы много меньше внутренних сил в системе:  $\vec{F}_{\text{внеш.}} \cdot \Delta t = 0$ . В условиях Земли практически не существует замкнутых систем, поэтому ЗСИ можно применять только для момента взаимодействия, когда  $\Delta t \Rightarrow 0$  (при этом силы сопротивления очень мало оказывают влияние на изменение импульса системы), например в задачах о поведении осколков снаряда при его взрыве.

3. Часто бывает так, что система замкнута только по одному направлению, например вдоль оси  $X$  (частично замкнутые системы). Например, для тела, брошенного под углом к горизонту, сохраняется горизонтальная составляющая импульса, так как импульс изменяется под действием силы тяжести, направленной вертикально вниз:  $\Delta p_x = 0, p_x = \text{const}$ .

### **Замечания**

- Закон сохранения импульса справедлив только в инерциальных системах отсчета.
- Если взаимодействующие тела движутся вдоль одной прямой, целесообразно записывать ЗСИ в проекции на ось, параллельную этой прямой. Если импульсы взаимодействующих тел направлены произвольным образом, возможны два подхода к решению задач: рассматривать проекции импульсов на оси  $X, Y, Z$  в пространстве; найти векторную сумму векторов импульсов и свести физическую задачу к геометрической (анализ треугольников).
- При решении задач с применением ЗСИ на рисунке рекомендуется изображать векторы импульсов тел, а не скоростей.

Закон сохранения импульса имеет важное практическое применение — на нем основывается принцип действия **реактивного двигателя**.

Величина реактивной силы:  $F_{\text{реакт.}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = u \frac{\Delta m}{\Delta t}$ , где  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$  — скорость изменения массы ракеты за счет истечения газов со скоростью  $\vec{u}$  относительно ракеты. Реактивная сила направлена противоположно направлению скорости выброшенных газов.

## ЗАДАЧИ

1. Как изменяется импульс А) катящегося по скользкому льду мальчика, который внезапно поскользнулся и падает;
- Б) выпавшей у него из рук клюшки?
- 1) остается постоянным
  - 2) увеличивается вертикальная составляющая импульса
  - 3) увеличивается горизонтальная составляющая импульса
  - 4) уменьшается горизонтальная составляющая импульса

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Так как проекция равнодействующей внешних сил на горизонтальную ось равна 0, то проекция импульса мальчика и клюшки на эту ось должна оставаться постоянной. На клюшку действует сила тяжести, направленная вдоль вертикальной оси вниз, что увеличивает вертикальную составляющую ее импульса.

*Ответ:* 12.

2. Снаряд разрывается в полете над землей на осколки. Укажите верные утверждения. Снаряд с осколками
- 1) является замкнутой в строгом смысле системой
  - 2) не является замкнутой в строгом смысле системой, но в приближении  $\Delta t \rightarrow 0$  можно считать замкнутой системой
  - 3) нельзя считать замкнутой системой даже приближенно
  - 4) не является замкнутой в строгом смысле системой, но так как внешние силы много меньше внутренних, систему можно считать замкнутой

*Решение*

Так как  $\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$ , то при  $\vec{F} \rightarrow 0$  и при  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta \vec{p} \rightarrow 0$  закон сохранения импульса выполняется, значит, в этом приближении систему можно считать замкнутой.

*Ответ:* 24.



3. Движущееся тело сталкивается с неподвижным телом. Определите модуль импульса первого тела до удара, если после него тела движутся вдоль прямой в одном направлении и модули их импульсов равны  $2 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$  и  $6 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

*Решение*

Пусть тело 2 сначала неподвижно. Согласно закону сохранения импульса  $\vec{p}_1 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$ , в проекции на направление первоначального движения  $X$  (рис. 11.2):  $p_1 = p'_1 + p'_2 = 2 + 6 = 8 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

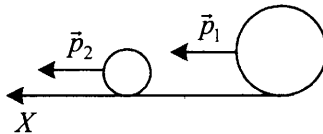


Рис. 11.2

*Ответ:*  $8 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

4. Шарик массой  $100 \text{ г}$  падает вертикально на пол с высоты  $H = 125 \text{ см}$  и упруго отскакивает от него. Найти модуль изменения импульса шарика в момент отскока. Каков модуль изменения импульса при неупругом ударе?

*Решение*

Скорость шарика около пола  $H = \frac{(v^2 - v_0^2)}{2g}$ ,  $v_0 = 0$ , тогда

$v = \sqrt{2gH} = 5 \text{ м/с}$ . Изменение импульса:  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ .

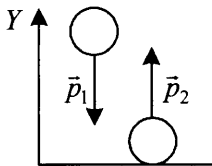


Рис. 11.3

При упругом ударе  $p_1 = p_2 = mv$ , в проекции на ось  $Y$  (рис. 11.3):

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) = p_1 + p_2 = 2mv = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

При неупругом ударе  $p_2 = 0$ , тогда  $\Delta p = p_2 - (-p_1) = p_1 = mv = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

*Ответ:*  $1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ ;  $0,5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

5. Футболист, ударяя мяч массой  $m = 700 \text{ г}$ , сообщает ему скорость  $v = 10 \text{ м/с}$ . Считая длительность удара  $\Delta t = 0,14 \text{ с}$  и направление

удара горизонтальным, определите, чему равна и как направлена равнодействующая сил, действующих на мяч. Сопротивлением воздуха пренебречь.

*Решение*

На мяч действуют две силы:  $F$  — сила, прикладываемая к мячу футболистом и направленная горизонтально, и вертикальная сила тяжести  $mg$ . Так как  $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$ , то со стороны футболиста на мяч действует сила, равная  $F = \frac{mv}{\Delta t} = 50$  Н. Равнодействующая всех сил на-

правлена под некоторым углом к горизонту вниз и равна  $F_p = \sqrt{F^2 + (mg)^2} = 50,5$  Н.

*Ответ:* 50,5 Н; под некоторым углом к горизонту вниз.

6. Тело массой  $m$  бросают с земли с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Чему равны и как направлены векторы следующих физических величин?

- |  |  |
|--|--|
| А) вектор изменения импульса за время всего полета                       | 1) $mv_0\sin\alpha$ , вертикально вниз   |
| Б) вектор изменения импульса за время полета до верхней точки траектории | 2) $mv_0\cos\alpha$ , горизонтально<br>3) $2mv_0\sin\alpha$ , вертикально вниз |
| В) вектор импульса тела в верхней точке траектории                       | 4) $2mv_0\sin\alpha$ , под некоторым углом к горизонту                         |
| Г) вектор импульса в момент падения                                      | 5) $mv_0$ , под углом $\alpha$ к горизонту<br>6) значение равно 0              |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

*Решение*

Изменение импульса тела за время полета:  $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$ ,

$|\Delta\vec{p}| = \sqrt{(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2}$ . Но  $p = mv$ , а скорость вдоль оси  $X$  неизменна, значит,  $\Delta p_x = m\Delta v_x = 0 \Rightarrow$  изменение импульса за время полета на-

правлено вертикально вниз (рис. 11.4), как и вызвавшая его сила тяжести:  $\Delta p = \Delta p_y = m\Delta v_y$ .

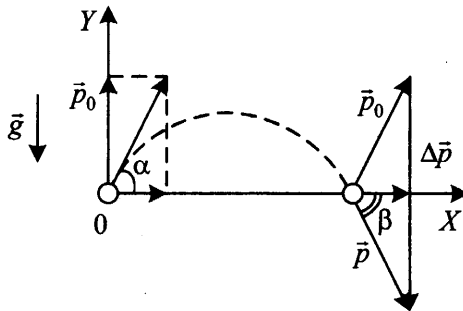


Рис. 11.4

Так как  $p_0 = mv_0$ ,  $p = mv$ ,  $v = v_0$ , углы броска и падения равны  $\beta = \alpha$  (см. раздел «Кинематика. Движение тела, брошенного под углом к горизонту»), тогда в проекции на ось Y:  $\Delta p = \Delta p_y = 2mv_0 \sin \alpha$ .

Изменение импульса за время полета до высшей точки траектории найдем другим способом:  $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t = m\vec{g} \cdot \Delta t, \Rightarrow \Delta p = \Delta p_y = mg \cdot \Delta t$ .

Так как время полета до высшей точки:  $\Delta t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ , то  $\Delta p = \Delta p_y = mv_0 \sin \alpha$ .

При движении тела только в условиях действия силы тяжести вектор изменения импульса всегда направлен вертикально вниз (как и сила тяжести).

Вектор импульса тела в верхней точке направлен по касательной к траектории — горизонтально, его модуль —  $mv_0 \cos \alpha$ . Вектор импульса тела в точке падения совпадает по модулю с импульсом в момент броска ( $mv_0$ ) и направлен под углом  $\alpha$  к горизонту вниз.

*Ответ:* 3125.

7. Координата  $y$  тела, брошенного под углом к горизонту, меняется со временем согласно данным, приведенным в таблице.

$t, \text{ с}$	0	0,2	0,5	0,8
$y, \text{ м}$	0	1,8	3,75	4,8

Изменение импульса тела за время полета от момента броска до высшей точки траектории равно  $10 \text{ кг} \cdot \text{ м/с}$ . Какова масса этого тела?

### Решение

Изменение импульса за время полета от момента броска до высшей точки траектории равно  $\Delta p = \Delta p_y = 0 - (-p_{y0}) = mv_0 \sin \alpha$  (вектор изменения импульса направлен вертикально вниз, так же как и сила тяжести, вызывающая это изменение).

$$\text{Координата } y \text{ тела } (v_0 = 0): y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

По данным таблицы определим значение  $v_0 \sin \alpha = \frac{y}{t} + \frac{gt}{2}$ , для этого подставим в это уравнение значения  $y$  и  $t$  для любого, кроме первого, столбца таблицы:  $v_0 \sin \alpha = \frac{1,8}{0,2} + \frac{10 \cdot 0,2}{2} = 10 \text{ м/с}$ . Отсюда

$$m = \frac{\Delta p}{v_0 \sin \alpha} = 1 \text{ кг}.$$

Ответ: 1 кг.

8. С судна массой  $M = 10 \text{ т}$  произведен выстрел из пушки в сторону, противоположную его движению, под углом  $60^\circ$  к горизонту. Насколько изменилась скорость судна, если снаряд массой  $m = 10 \text{ кг}$  вылетел со скоростью  $v = 400 \text{ м/с}$  относительно судна? Скорость судна  $u$ .

### Решение

Из ЗСИ в проекции на ось  $X$  (рис. 11.5):

$$(M + m)u = Mu' - m(v \cos 60^\circ - u).$$

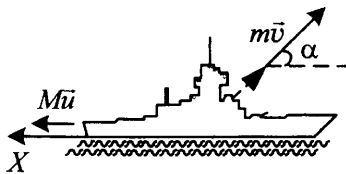


Рис. 11.5

Следовательно, изменение скорости судна будет равно

$$\Delta u = u' - u = \frac{mv \cos 60^\circ}{M} = 0,2 \text{ м/с}.$$

Ответ: 0,2 м/с.

9. Бильярдный шар, движущийся со скоростью  $v = 10 \text{ м/с}$ , ударился о покоящийся шар такой же массы. После удара шары разо-

шлись так, как показано на рисунке 11.6. Найдите скорости шаров после удара.

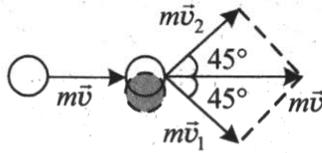


Рис. 11.6

*Решение*

Согласно ЗСИ для системы шаров  $m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$ ,  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ . Из треугольника скоростей находим:  $v_1 = v \cos 45^\circ = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} = v_2 = 7,07$  м/с.

*Ответ:* 7,07 м/с.

10. На покоящейся тележке массой 20 кг находится человек массой 60 кг. Какова будет скорость тележки относительно земли, если человек пойдет по ней со скоростью 1 м/с относительно тележки?

*Решение*

Согласно закону сложения скоростей скорость человека относительно земли в проекции на ось  $X$  (рис. 11.7):  $v' = v - u$ .

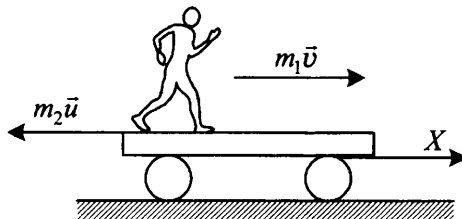


Рис. 11.7

По ЗСИ в проекции на ту же ось:  $0 = m_1(v - u) - m_2u$ , тогда

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{60}{60 + 20} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ м/с.}$$

*Ответ:* 0,75 м/с.

11. Снаряд, летящий горизонтально со скоростью 100 м/с, разорвался на два осколка. Масса большего осколка в 4 раза превышает массу меньшего. Скорость меньшего осколка направлена под углом  $90^\circ$  к направлению полета снаряда и равна 400 м/с. Под каким углом к первоначальному направлению движения снаряда полетел больший осколок?

**Решение**

Масса первого (меньшего) осколка  $M$ , масса большего —  $4M$ , тогда масса снаряда —  $5M$ . Согласно ЗСИ  $\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ ,  $5M\vec{v}_0 = M\vec{v}_1 + 4M\vec{v}_2$  (рис. 11.8). В нижнем треугольнике  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{p_1}{p_0} = \frac{Mv_1}{5Mv_0} = \frac{400}{5 \cdot 100} = 0,8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = 38,7^\circ.$$

Ответ:  $38,7^\circ$ .

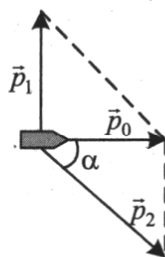


Рис. 11.8

12. Снаряд, выпущенный под углом к горизонту, в высшей точке траектории, имея скорость  $v = 200$  м/с, разорвался на три части, массы которых относятся как  $1 : 1 : 2$ . Первый осколок полетел вертикально вверх со скоростью  $4v$ , второй — горизонтально, перпендикулярно направлению полета неразорвавшегося снаряда, со скоростью  $v$ . Определите скорость третьего осколка по величине и направлению (угол к горизонту).

**Решение**

В данной задаче осколки разлетаются по различным направлениям в пространстве. Поэтому целесообразно использовать ЗСИ в проекциях на оси координат  $X, Y, Z$ . Направим ось  $X$  вдоль вектора скорости неразорвавшегося снаряда  $\vec{v}$ ,  $Y$  — вдоль направления движения второго осколка,  $Z$  — вертикально вверх по направлению движения первого осколка.

На рисунке 11.9 показаны импульсы снаряда ( $\vec{p}_0$ ) и всех осколков. ЗСИ в проекциях на оси:  $(X): p_0 = p_{3x}$ ;  $(Y): 0 = p_2 + p_{3y}$ ;

$$(Z): 0 = p_1 + p_{3z}.$$

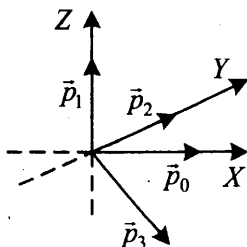


Рис. 11.9

Значит,  $p_{3x} = p_0$ ;  $p_{3y} = -p_2$ ;  $p_{3z} = -p_1$ . Модуль вектора  $\vec{p}_3$ :  $p_3 = \sqrt{p_{3x}^2 + p_{3y}^2 + p_{3z}^2} = \sqrt{p_0^2 + p_2^2 + p_1^2}$ . Масса исходного снаряда  $4M$ , масса первого осколка  $M$ , второго  $M$ , третьего  $2M$ , тогда

$$2Mv_3 = \sqrt{(4Mv)^2 + (Mv)^2 + (4Mv)^2} = Mv\sqrt{33}, \text{ т.е. } v_3 = \sqrt{33} \cdot \frac{v}{2} = 574 \text{ м/с.}$$

Направление вектора скорости третьего осколка можно определить через угол наклона вектора импульса  $p_3$  к горизонтальной плоскости  $XOY$  (рис. 11.10). В треугольнике, гипотенузой которого является  $p_3$ , а катетами — проекции импульса третьего осколка на ось  $Z$  и плоскость  $XOY$   $p_{3z}$  и  $p_{3xy}$ :

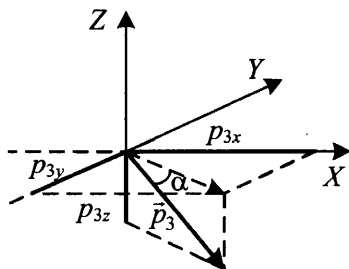


Рис. 11.10

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p_{3z}}{p_{3xy}} = \frac{p_{3z}}{\sqrt{p_{3x}^2 + p_{3y}^2}} = \frac{4Mv}{\sqrt{(4Mv)^2 + (Mv)^2}} = 0,97 \Rightarrow \alpha = 44^\circ.$$

Ответ: 574 м/с;  $44^\circ$ .

## § 12. Механическая работа. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Работа силы тяжести, силы упругости и гравитационной силы

При взаимодействии тела обмениваются энергией. Мерой изменения механической энергии является **механическая работа**.

Пусть тело движется под действием постоянной силы, составляющей с перемещением угол  $\alpha$  (рис. 12.1), т.е.  $F = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ .

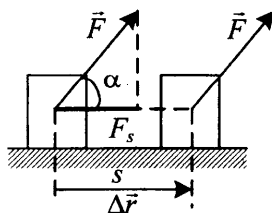


Рис. 12.1

При прямолинейном движении тела сила  $F$  на пути  $s$  совершает механическую работу:  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$  или  $A = F_s \cdot s$ , где  $F_s = F \cdot \cos\alpha$ . Единицей измерения работы (и энергии) является джоуль:  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

Работу  $A$  численно можно определить как площадь заштрихованной фигуры по графику зависимости  $F_s(s)$  (рис. 12.2).

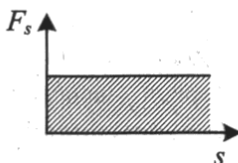


Рис. 12.2

Если  $\vec{F} \neq \text{const}$ , то весь путь можно разбить на малые участки  $\Delta s_i$  (рис. 12.3), в пределах которых можно считать, что тело движется прямолинейно под действием постоянной силы и  $\Delta A_i = F_i \cdot \Delta s_i \cos\alpha_i$  и  $A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \dots + \Delta A_N$ .

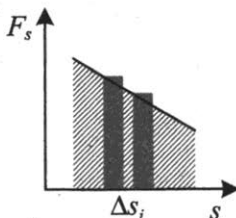


Рис. 12.3

То есть работа  $A$  численно равна площади фигуры под графиком  $F_s(s)$ . В случае линейной зависимости  $F_s$  от  $s$   $A = F_{\text{ср.}} \cdot s$ , где средняя сила на участке пути  $s$ :  $F_{\text{ср.}} = \frac{F_{s1} + F_{s2}}{2}$ .

Если на тело действует постоянная сила  $\vec{F} = \text{const}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\cos\alpha = 1$ , то под действием этой силы тело будет двигаться прямолинейно и равноускоренно. Так как  $F = ma$ ,  $A = F \cdot s$ ,  $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$ , то

$$A = ma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{K2} - E_{K1}.$$

Величина  $E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$  называется кинетической энергией.



**Теорема о кинетической энергии:** работа внешней силы равна изменению кинетической энергии тела:  $A = E_{K2} - E_{K1}$ .

В случае действия нескольких сил:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_N = E_{K2} - E_{K1} = \Delta E_K.$$

### Замечание

- Это утверждение (теорема) справедливо для сил любой природы, внешних и внутренних по отношению к системе, в том числе и переменных сил.

Кроме кинетической энергии (зависящей от скорости движения тела массой  $m$ ) существует и **потенциальная энергия** (характеризующая взаимодействие тел или частей тел).

Рассмотрим работу силы тяжести, действующей на тело. Тело, падая, перемещается с высоты  $h_1$  на высоту  $h_2$  над землей (рис. 12.4).

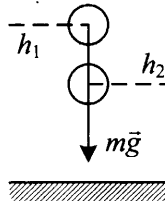


Рис. 12.4

Силу тяжести считаем постоянной, тогда:  $F = mg = \text{const}$ .  
 $A = F \cdot s \cdot \cos 0^\circ = mgs = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 = E_{\Pi 1} - E_{\Pi 2}$ . Величина  $E_{\Pi} = mgh$  называется потенциальной энергией.

Если тело перемещается по наклонной траектории,  $A = mgscos\alpha$ , где  $\alpha$  — угол между силой тяжести и перемещением (рис. 12.5), или  $A = mg(h_1 - h_2) = (E_{\Pi 1} - E_{\Pi 2}) = -\Delta E_{\Pi}$ .

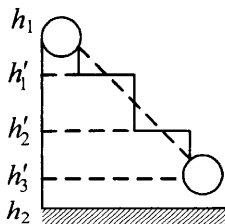


Рис. 12.5

Если тело перемещается по произвольной траектории, то, разбивая ее на плоские участки одинакового наклона с высотами  $h'_1 \dots h'_N$ , получим, что работа силы тяжести:  $A = mg(h_1 - h_2) = -\Delta E_{\Pi}$ .

Потенциальная энергия зависит от выбора «нулевого» уровня потенциальной энергии:  $A = -\Delta E_{\text{п}}, E_{\text{п}} = mgh + \text{const}$ .

### Замечание

- За «нулевой» уровень ( $E_{\text{п}} = 0$ ) рекомендуется выбирать состояние с наименьшей потенциальной энергией ( $\text{const} = 0$ ).

В том случае, если работу совершают над телом, размерами которого нельзя пренебречь, потенциальную энергию тела следует определять, считая, что вся масса тела сосредоточена в центре масс. Для симметричных однородных тел центр масс совпадает с их геометрическим центром.

### Замечание

- Работа силы тяжести не зависит от формы траектории.

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положения тела, называются **консервативными**, а поле этих сил — **потенциальным**.

Консервативными являются гравитационные, электростатические силы, силы упругости. Работа, совершаемая этими силами, равна убыли потенциальной энергии:  $A = -\Delta E_{\text{п}}$ . В качестве примера неконсервативных сил можно привести силу трения (сопротивления).

На рисунке 12.6 показаны внешняя сила  $F$ , растягивающая пружину на  $x_1$  (начальная деформация), и сила упругости, равная ей по величине, но противоположная по направлению.

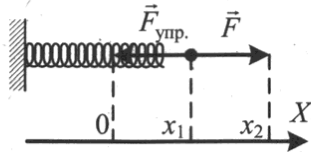


Рис. 12.6

Так как  $F_{\text{упр.}} \sim x$ , то  $|\vec{F}_{\text{упр.}}| \neq \text{const}$ . Найдем работу силы упругости,

определив ее среднее значение:  $A = F_{\text{упр.ср.}} \Delta x \cos 180^\circ = -\frac{kx_1 + kx_2}{2} \times$

$$\times (x_2 - x_1) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

$A = -(E_{\text{п2}} - E_{\text{п1}}) = -E_{\text{п}}$ , т.е. работа равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком (это относится к работе любой консервативной силы).

Потенциальная энергия упруго деформированного тела (пружины):  $E_{\text{П}} = \frac{kx^2}{2}$ .

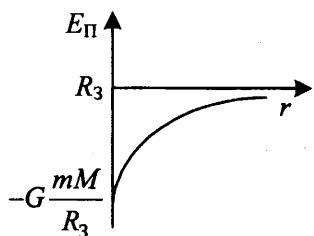


Рис. 12.7

При перемещении тела сила гравитации совершает работу:  $A = G \frac{Mm}{r} = -\Delta E_{\text{П}}$ , потенциальная энергия тела равна  $E_{\text{П}} = -G \frac{mM}{r}$  (рис. 12.7).  $r$  — расстояние от центра Земли. Знак « $\leftarrow$ » означает, что поле препятствует удалению тела на бесконечность.

Если принять за нулевой уровень поверхность Земли,  $E_{\text{П}} = 0$ , то  $A = E_{\text{П1}} - E_{\text{П2}} = G \frac{mM}{r_2} - G \frac{mM}{r_1}$ ,  $r_1 = R_3$ ,  $r_2 = R_3 + h$ ,  $G \frac{M}{r^2} = g$ , следовательно,  $E_{\text{П}} = g \frac{mh}{1 + \frac{h}{R_3}}$ . Учитывая, что  $\frac{h}{R_3} \ll 1$ , получим знакомое

выражение для потенциальной энергии тела массой  $m$ , поднятого на высоту  $h$  над Землей:  $E_{\text{П}} = mgh$ .

## ЗАДАЧИ

1. За время ускоренного движения тела его кинетическая энергия возросла в 16 раз. Во сколько раз при этом увеличился модуль импульса тела?

*Решение*

Кинетическая энергия тела равна  $E_{\text{К}} = \frac{mv^2}{2}$ ; отсюда скорость

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}. \text{ Импульс тела: } p = mv \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = 4.$$

*Ответ:* 4.

2. Шарик массой  $m = 100$  г движется со скоростью  $v = 1$  м/с. После упругого соударения со стенкой он стал двигаться в противоположном направлении, но с такой же по модулю скоростью.

Чему равна работа силы упругости, которая подействовала на шарик со стороны стенки?

*Решение*

По теореме о кинетической энергии  $\Delta E_K = A_{\text{упр}}$ . Но кинетическая энергия после упругого соударения со стенкой не изменяется, поэтому  $A_{\text{упр}} = 0$ .

*Ответ:* 0.

3. Сравните работу силы тяжести для свободно падающего тела за первую и вторую половины времени падения (рис. 12.8). ( $\frac{A_2}{A_1} = ?$ )

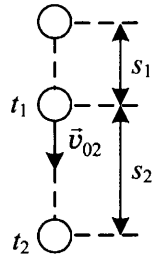


Рис. 12.8

*Решение*

Работа силы равна  $A = F \cdot s \cos \alpha$ , в нашем случае  $F = mg$ ,  $\alpha = 0^\circ$  (так как направление силы совпадает с направлением перемещения),  $\cos \alpha = 1$ . Выразим пути, пройденные телом за первую и вторую половины времени падения:

$$s_1 = \frac{gt_1^2}{2}, \quad s_2 = v_{02}t_2 + \frac{gt_2^2}{2}, \quad t_1 = t_2; \quad v_{02} = gt_1.$$

$$s_2 = gt_1t_2 + \frac{gt_2^2}{2} = \frac{3}{2}gt_1^2; \quad A_1 = mgs_1, \quad A_2 = mgs_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 3.$$

*Ответ:* 3.

4. Два автомобиля одинаковой массы  $m = 1$  т движутся в одном направлении. Первый со скоростью  $\frac{v}{2}$ , а второй со скоростью  $3v$ .  $v = 8$  м/с. Кинетическая энергия первого автомобиля в системе отсчета, связанной со вторым, равна...

*Решение*

Скорость первого автомобиля относительно второго:  $v' = -\frac{5v}{2}$ .

Кинетическая энергия первого автомобиля в системе отсчета второго:

$$E_K = \frac{mv'^2}{2} = \frac{25mv^2}{8}. \quad E_K = 2 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

*Ответ:*  $2 \cdot 10^5$  Дж.

5. Камень массой 0,2 кг брошен вертикально с поверхности земли вверх со скоростью 10 м/с и упал в том же месте со скоростью 8 м/с. Работа сил сопротивления воздуха за время движения камня равна...

*Решение*

Так как  $E_{\text{п}}$  тела неизменна (начальный и конечный уровни положения тела одинаковы),  $E_{\text{к}}$  тела изменяется за счет работы силы сопротивления воздуха на всем пути. По теореме о кинетической энергии  $\Delta E_{\text{к}} = A_{\text{сопр.}}$ .

$$A_{\text{сопр.}} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{0,2 \cdot (64 - 100)}{2} = -3,6 \text{ Дж.}$$

*Ответ:* -3,6 Дж.

### **Замечание**

- Работа силы сопротивления (или трения) всегда отрицательна (или равна нулю)!
6. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой  $m = 1$  кг от  $v_0 = 2$  м/с до  $v = 6$  м/с на горизонтальном пути  $s = 10$  м, если коэффициент сопротивления  $\mu = 0,2$ ,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>?

*Решение*

По определению работа равна  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha = F \cdot s$ . По второму закону Ньютона в проекции на направление движения тела:

$$F - F_{\text{тр.}} = ma, \text{ где } a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \Rightarrow A = m \frac{v^2 - v_0^2}{2} + \mu mgs = 36 \text{ Дж.}$$

*Ответ:* 36 Дж.

7. Тело массой 3 кг в первом случае соскальзывает без трения с вершины наклонной плоскости высотой 2 м и длиной 4 м, а во втором случае падает с вершины этой наклонной плоскости вертикально. В каком случае работа силы тяжести больше и чему она равна?

*Решение*

В обоих случаях работа силы тяжести одинакова:  $A = -\Delta E_{\text{п}} = mgh = 60$  Дж.

*Ответ:*  $A_1 = A_2 = 60$  Дж.

8. Шарик массой  $m = 100$  г подвешивают к нерастянутой пружине жесткостью  $k = 80$  Н/м и резко отпускают. Максимальное растяжение пружины при этом равно...

*Решение*

Укажем начальное и конечное положения тела и отметим нулевой уровень отсчета потенциальной энергии (рис. 12.9).

Изменение полной механической энергии:  
 $\Delta E_{\text{полн.}} = \Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}}$ . В состояниях 1 и 2 (см. рис. 12.9) кинетическая энергия шарика равна нулю, поэтому изменение его потенциальной энергии в поле силы тяжести связано с работой упругих сил:

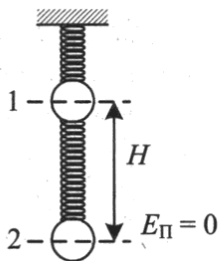


Рис. 12.9

$$\Delta E_{\text{п}} = A_{\text{упр.}} \Rightarrow 0 - mgH = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right), \quad x_1 = 0,$$

$$x_2 = H \Rightarrow mgH = \frac{kH^2}{2} \Rightarrow H = \frac{2mg}{k}.$$

$$H = 2,5 \text{ см.}$$

*Ответ:* 2,5 см.

9. При выводе спутника на круговую орбиту была совершена работа  $A = 3,2 \cdot 10^{10}$  Дж. Найдите массу спутника. Радиус Земли  $R = 6400$  км,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Высота орбиты  $h \ll R$ , изменением потенциальной энергии пренебречь.

*Решение*

Работа внешней силы равна изменению кинетической энергии:

$$A = E_{\text{к2}} - E_{\text{к1}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Сила гравитации сообщает спутнику центростремительное ускорение:

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{R}.$$

$$\text{Но } g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow A = \frac{mRg}{2} \Rightarrow m = \frac{2A}{Rg} = 10^3 \text{ кг.}$$

*Ответ:* 1 т.

10. При равномерном подъеме ящика массой  $m$  по горке чему равна работа следующих сил?

- |                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| А) силы тяжести       | 1) $mgL\cos\alpha$                   |
| Б) силы реакции опоры | 2) $mgL\sin\alpha$                   |
| В) силы трения        | 3) $-mgL$                            |
| Г) силы тяги          | 4) $-mgL\sin\alpha$                  |
|                       | 5) $-\mu mgL\cos\alpha$              |
|                       | 6) 0                                 |
|                       | 7) $mgL(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ |

Длина склона  $L$ , угол наклона  $\alpha$  (рис. 12.10), коэффициент трения  $\mu$ .

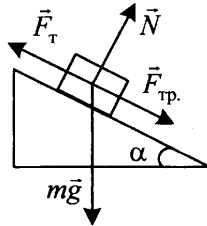


Рис. 12.10

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

*Решение*

Работа силы тяжести равна  $A_{mg} = -\Delta E_{\text{П}} = -mgh = -mgL\sin\alpha$ . Так как сила реакции опоры  $N$  перпендикулярна перемещению, то  $A_N = 0$ . Работа силы трения скольжения  $A_{\text{тр.}} = -\mu mgL\cos\alpha$ , работа силы тяги при равномерном движении совершается по преодолению силы трения и скатывающей составляющей силы тяжести:  $A_T = mgL(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ .

*Ответ:* 4657.

11. Груз массой 100 кг поднимают на некоторую высоту. На рисунке 12.11 показана зависимость скорости поднятия груза от времени. Определите работу силы тяги. Сопротивление воздуха не учитывать.

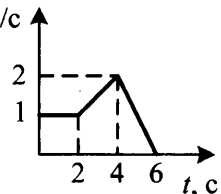


Рис. 12.11

*Решение*

Работа силы тяги при поднятии груза:  $A = A_1 + A_2 + A_3$ , где  $A_1 = F_1 s_1$ ,  $A_2 = F_2 s_2$ ,  $A_3 = F_3 s_3$ . Из второго закона Ньютона  $F_1 = mg$ ,  $F_2 = m(g + a_1)$ ,  $F_3 = m(g - a_2)$ . Модули ускорений найдем из графика  $v(t)$  (см. рис. 12.11):  $a_1 = 0,5 \text{ м/с}^2$ ,  $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$ . Значения пройденных путей  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  найдем из графика  $v(t)$  как площади фигур прямоугольника, трапеции и треугольника. Соответственно  $s_1 = 2 \text{ м}$ ,  $s_2 = 3 \text{ м}$ ,  $s_3 = 2 \text{ м}$ , тогда  $A = 6950 \text{ Дж}$ .

*Ответ:* 6950 Дж.

12. Из воды с глубины  $H = 10 \text{ м}$  кран поднимает стальную отливку массой  $m = 780 \text{ кг}$ . Определите минимальную работу внешней силы  $A$  по подъему груза, если отливка была поднята на высоту  $h = 4 \text{ м}$  над поверхностью воды. Плотность воды  $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ , стали  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

*Решение*

Работа внешних сил будет минимальна, если отливку поднимают равномерно, без изменения кинетической энергии. Тогда работа силы, поднимающей отливку, например силы натяжения троса  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ ,  $\alpha = 0$ , так как тело движется по направлению действия силы (рис. 12.12). Найдем эту силу при подъеме отливки в воде, записав второй закон Ньютона в проекции на ось  $Y$ . При движении с малой скоростью сопротивлением воды можно пренебречь.

$$F_1 + F_A - mg = 0, F_1 = mg - F_A = mg - \rho_0 Vg,$$

где  $V = \frac{m}{\rho}$ , тогда  $F_1 = mg \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$ . При равномерном подъеме отливки в воздухе сила натяжения троса  $F_2 = mg$ . Но полная работа по подъему отливки равна сумме работ на каждом участке:  $A = A_1 + A_2 = F_1 H + F_2 h = mgH \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) + mgh =$

$$= 9,92 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Более изящным является другой способ решения задачи. При отсутствии силы сопротивления воды изменение полной механической энергии отливки  $\Delta E_{\text{мех.}} = E_2 - E_1 = A_{\text{внешн.}}$ . Но при подъеме с постоян-

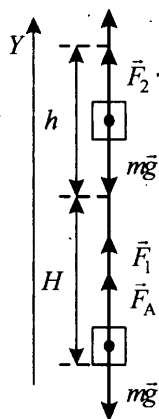


Рис. 12.12



ной скоростью  $\Delta E_{\text{кин.}} = 0$ . Выберем нулевой уровень потенциальной энергии на исходном положении отливки, тогда  $E_1 = 0$ ,  $W_2 = mg(H + h)$ ,  $A_{\text{внешн.}} = A + F_{\text{А.}} \cdot H \cdot \cos(0)$ ,  $F_{\text{А.}} = \rho_0 g V$ ,  $V = \frac{m}{\rho}$ , откуда  $F_{\text{А.}} = \frac{\rho_0 g m}{\rho}$ . Тогда  $A = mg(H + h) - \frac{\rho_0 g m H}{\rho} = mgH \cdot \left(1 + \frac{h}{H} - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 9,92 \cdot 10^4$  Дж.

Ответ:  $9,92 \cdot 10^4$  Дж.

13. На горизонтальной плоскости лежит груз массой  $m = 1$  кг на расстоянии  $x$  от пружины жесткостью  $k = 100$  Н/м. Коэффициент трения между грузом и плоскостью  $\mu = 0,1$ . Какую работу надо совершить, чтобы передвинуть груз на  $x_0 = 3$  см, если  $x = 1$  см?

Решение

Работа внешних сил идет на преодоление силы трения и сжатие пружины (рис. 12.13). Так как деформация пружины равна  $(x_0 - x)$ :

$$A = \frac{k(x_0 - x)^2}{2} + \mu mgx_0 = 0,05 \text{ Дж.}$$

Ответ: 0,05 Дж.

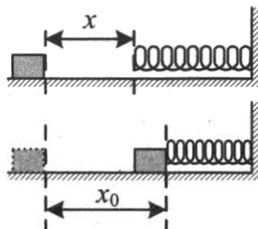


Рис. 12.13

14. Лежащий на горизонтальной поверхности однородный шест длиной  $L$ , один из концов которого закреплен (рис. 12.14), медленно поднимают за другой конец на высоту  $H = \frac{L}{4}$ , совершив при этом работу  $A$ .

Какова масса шеста?

Решение

Если работу совершают над телом, размерами которого нельзя пренебречь, потенциальную энергию тела следует определять, считая, что вся масса тела сосредоточена в центре масс. В нашем случае, принимая за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии поверхность, на которой лежит шест, получим

$$A = E_{\text{II2}} - E_{\text{II1}} = \frac{MgH}{2} = \frac{MgL}{8}, \text{ или } M = \frac{8A}{gL}.$$

Ответ:  $M = \frac{8A}{gL}$ .

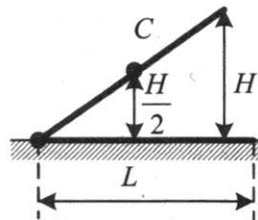


Рис. 12.14

15. Ящик массой 50 кг тянут с помощью веревки, наклоненной под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu = 0,6$ . Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы передвинуть ящик на расстояние  $s = 10$  м по прямой? Ответ дать в кДж с точностью до десятых.

*Решение*

Работа по перемещению ящика равна  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ . Эта сила (и работа) будет наименьшей при равномерном движении ящика. Найдем силу  $F$  из второго закона Ньютона для ящика в проекциях на оси  $X$  и  $Y$  (рис. 12.15).

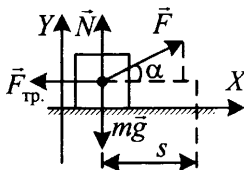


Рис. 12.15

$$(Y): \quad N + F\sin\alpha - mg = 0,$$

$$(X): \quad -F_{\text{тр.}} + F\cos\alpha = 0,$$

где  $F_{\text{тр.}} = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha)$ . Тогда сила  $F$ :

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \Rightarrow A = \frac{\mu mgs \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

*Ответ:* 1,5 кДж.

### § 13. Закон сохранения энергии в механике. Мощность. Коэффициент полезного действия механизма (КПД)

Если на каждое из тел замкнутой системы действуют только консервативные силы, то работа, совершаемая этими силами, равна взятому с противоположным знаком изменению потенциальной энергии системы тел:

$$A = -\Delta E_{\text{П}} = -(E_{\text{П2}} - E_{\text{П1}}).$$

По теореме о кинетической энергии работа любых сил:  $A = \Delta E_{\text{К}} = (E_{\text{К2}} - E_{\text{К1}})$ , следовательно,  $E_{\text{К2}} - E_{\text{К1}} = -(E_{\text{П2}} - E_{\text{П1}})$  или  $E_{\text{К1}} + E_{\text{П1}} = E_{\text{К2}} + E_{\text{П2}} = E$ . Эту величину называют **полной механической энергией**:

$$E = E_{\text{К}} + E_{\text{П}}.$$

**Закон сохранения энергии (ЗСЭ) в механике:** полная механическая энергия замкнутой системы тел, между телами которой действуют только консервативные силы (силы упругости, тяжести, гравитации), или тела, движущегося в потенциальном поле, остается неизменной:  $E = E_K + E_{\Pi} = \text{const}$ , или  $\Delta E = 0$ .

### **Замечание**

- ЗСИ выполняется при любых взаимодействиях тел замкнутой системы, ЗСЭ — только для взаимодействий в замкнутой системе посредством консервативных сил, которые не сопровождаются потерями энергии.

Если при движении тела над ним совершают работу внешние силы (система не изолирована) или/и в системе действуют неконсервативные силы (сопротивления), то механическая энергия изменяется, ЗСЭ не применим.

В этом случае изменение полной механической энергии равно

$$\Delta E = A_{\text{внешн.}} + A_{\text{сопр.}}$$

где  $A_{\text{внешн.}}$  — работа всех внешних сил, кроме силы тяжести,  $A_{\text{сопр.}}$  — работа сил сопротивления (трения).

При наличии в системе сил сопротивления часть механической энергии переходит во внутреннюю, т.е. в теплоту:  $Q = |A_{\text{сопр.}}|$ , если система замкнута, то  $Q = E_1 - E_2$ .  $E_1 - E_2 = E_{\text{потерь}}$  — определяет **потери механической энергии**.

*Алгоритм решения задач с применением законов сохранения или изменения полной механической энергии следующий.*

- 1) Выбирают нулевой уровень отсчета потенциальной энергии, обычно в низшем положении тела.
- 2) Определяют начальное и конечное положение/состояние тела (системы тел) и характеристики движения в этих состояниях (скорость, импульс, положение относительно нулевого уровня и пр.).
- 3) Записывают закон сохранения или изменения полной механической энергии для тела или всей системы, в зависимости от условия задачи.
- 4) Применяют другие законы и формулы.

**Мощность** — скалярная физическая величина, определяющая скорость совершения работы. Средняя мощность равна:

$$N = \frac{A}{\Delta t}; \text{ единица измерения мощности — 1 ватт (Вт = Дж/с).}$$

**Мгновенная мощность:**  $N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t}$ .

Для постоянной силы, действующей в направлении перемещения,  $A = F \cdot s$ , тогда для определения мощности используется выражение

$$N = F \cdot v.$$

**Коэффициент полезного действия механизма (КПД)** определяет долю энергии, преобразованной механизмом в полезную работу (для выполнения которой этот механизм предназначен):

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{затраченная}}} \cdot 100\%.$$

## ЗАДАЧИ

1. Девочка качается на качелях. Выберите два верных утверждения:
  - 1) ее импульс сохраняется, полная механическая энергия — нет
  - 2) импульс не сохраняется, полная механическая энергия сохраняется
  - 3) и импульс, и полная механическая энергия сохраняются
  - 4) ни импульс, ни потенциальная энергия не сохраняются

*Решение*

Поскольку при колебаниях скорость периодически меняется по величине и направлению, то меняется и импульс. Меняется и потенциальная энергия из-за изменения высоты подъема девочки. При отсутствии сил сопротивления механическая энергия сохраняется, так как работа силы натяжения веревок равна нулю (эта сила перпендикулярна перемещению).

*Ответ:* 24.

2. Тело массой 10 кг обладает полной механической энергией 100 Дж. Чему равна потенциальная энергия тела в тот момент, когда его кинетическая энергия вчетверо больше?

*Решение*

Сил сопротивления нет,  $E = E_K + E_{\text{п}}$ . Но  $E_K = 4E_{\text{п}}$ , тогда  $E = 5E_{\text{п}}$ .  
 $E_{\text{п}} = 20$  Дж.

*Ответ:* 20 Дж.

3. На тело массой  $m = 1$  кг действует горизонтальная сила  $F = 12$  Н, при этом тело перемещается по наклонной плоскости ( $\alpha = 30^\circ$ ) на расстояние  $s = 2,5$  м (рис. 13.1).

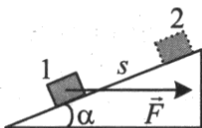


Рис. 13.1

Каковы работа силы  $F$  и полученная телом кинетическая энергия при его перемещении из положения 1 в положение 2? Трением пренебречь,  $v_0 = 0$ .

*Решение*

Работа силы  $F$  по определению равна  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha = 25,98$  Дж. Выбирая нулевой уровень потенциальной энергии в положении 1 и учитывая, что трение отсутствует, получим выражение для изменения полной механической энергии:  $\Delta E = A$  или  $E_{2к} + E_{2п} - 0 = A$ , где  $E_{2п} = mgH = mgs \cdot \sin\alpha$ . Отсюда  $E_{2к} = A - mgs \cdot \sin\alpha = 25,98 - 1 \cdot 10 \cdot 2,5 \times 0,5 = 13,48$  Дж.

*Ответ:* 25,98 Дж; 13,48 Дж.

4. Мальчик падает с высоты  $H = 4$  м на тугую натянутую сетку батута (рис. 13.2). Каково будет максимальное провисание мальчика в сетке, если в случае спокойно лежащего на сетке мальчика провисание равно  $L = 0,1$  м? Считать, что справедлив закон Гука.

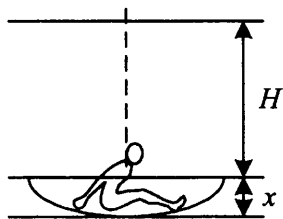


Рис. 13.2

*Решение*

При равновесии мальчика в сетке  $mg = kL$ ,  $k = \frac{mg}{L}$ . Согласно за-

кону сохранения энергии  $mg(H + x) = \frac{kx^2}{2}$  (см. рис. 13.2). Подставив

выражение для  $k$ , получим  $H + x = \frac{x^2}{2L}$ ,  $10x^2 - 2x - 8 = 0$ ;  $x = 1$  м.

*Ответ:* 1 м.

5. Лодка движется по озеру с постоянной скоростью  $v$ . Выберите два верных утверждения о мощности мотора лодки, считая, что сила сопротивления движению лодки прямо пропорциональна ее скорости.

- 1) мощность мотора не зависит от  $v$
- 2) мощность мотора  $\sim v$
- 3) мощность мотора  $\sim v^2$
- 4) мощность мотора положительна
- 5) мощность мотора отрицательна

*Решение*

Поскольку  $N = F_m v$ , а при равномерном движении  $F_m = F_c = kv$ , где  $k$  — коэффициент пропорциональности между  $F_c$  и  $v$ . Отсюда  $N = kv^2$ . Мощность мотора положительна, так как угол между силой тяги и скоростью равен нулю.

*Ответ:* 34.

6. Насос, двигатель которого развивает мощность 10 кВт, поднимает  $15 \text{ м}^3$  воды на высоту 10 м за 5 мин,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Чему равен КПД насоса?

*Решение*

Полезной в данном случае является работа против силы тяжести, затраченной работой — работа двигателя, равная  $A_{\text{затр.}} = Nt$ , поэтому КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн.}}}{A_{\text{затр.}}} \cdot 100\% = \frac{mgH}{Nt} \cdot 100\% = \frac{\rho VgH}{Nt} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{1000 \cdot 15 \cdot 9,8 \cdot 10}{10^4 \cdot 5 \cdot 60} \cdot 100\% = 49\%.$$

*Ответ:* 49%.

7. Пуля, летящая горизонтально, пробивает насквозь висящий на нити неподвижный деревянный брусок. Как изменяются после вылета пули следующие величины?

- |  |                  |
|--|------------------|
| А) полная механическая энергия системы | 1) увеличивается |
|  | 2) уменьшается   |
| Б) кинетическая энергия бруска         | 3) не изменяется |
| В) кинетическая энергия пули           |                  |
| Г) импульс системы                     |                  |
| Д) сила натяжения нити                 |                  |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г	Д

*Решение*

Так как при пробивании бруска пулей сила сопротивления совершает работу, полная механическая энергия системы уменьшается. Однако вследствие действия ЗСИ импульс пули (и ее  $E_k$ ) уменьшается, а у бруска — увеличивается. Импульс системы сохраняется. Сила натяжения нити увеличивается, так как брусок приобретает скорость, значит, центростремительное ускорение, направленное вверх, для неподвижного бруска  $T = mg$ , после вылета пули  $T = m(g + a_{цс}) \Rightarrow T$  увеличивается.

*Ответ:* 21231.

8. Тело массой  $m = 1$  кг падает на землю за время  $t = 0,5$  с. При ударе о поверхность выделилась энергия  $\Delta E = 2,5$  Дж. Найдите высоту, с которой падало тело, и высоту, на которую оно поднялось после удара ( $g = 10$  м/с<sup>2</sup>).

*Решение*

Начальная высота тела:  $h_1 = \frac{gt^2}{2} = 1,25$  м. После удара механическая энергия уменьшилась на  $\Delta E$ , т.е.  $E_2 = E_1 - \Delta E = mgh_1 - \Delta E = mg^2 \frac{t^2}{2} - \Delta E$ .

Тогда по закону сохранения энергии  $E_2 = mgh_2$ , или  $h_2 = \frac{gt^2}{2} - \frac{\Delta E}{mg} = 1$  м.

*Ответ:*  $h_1 = 1,25$  м,  $h_2 = 1$  м.

9. В небольшой шар массой  $M$ , подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной  $l$ , попадает пуля массой  $m$ , летящая со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, и застревает в шаре (рис. 13.3). На какой максимальный угол  $\beta$  отклонится нить с шаром от вертикали?

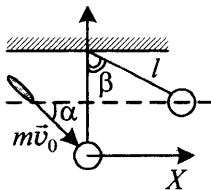


Рис. 13.3

*Решение*

Из ЗСИ в проекции на  $X$ :  $mv_0 \cos \alpha = (m + M)v_1$ . ЗСЭ для шарика с пулей:

$$\frac{(m + M)v_1^2}{2} = (m + M)g(l - l \cos \beta), \text{ тогда } \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2g(m + M)^2 l} = 1 - \cos \beta.$$

$$\text{Ответ: } \beta = \arccos \left( 1 - \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2gl(m + M)^2} \right).$$

10. По условию предыдущей задачи определите долю механической энергии, перешедшей в тепло при попадании пули.

*Решение*

Количество выделившегося тепла равно разности полных механических энергий до и после взаимодействия пули с шаром:  $Q = E_1 - E_2$ , в нашем случае  $E_1$  — кинетическая энергия системы (пули перед ударом),  $E_2$  — общая кинетическая энергия шара с застрявшей пулей:

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2}, E_2 = \frac{(m + M)v_1^2}{2}, v_1 = \frac{mv_0 \cos \alpha}{(m + M)} \Rightarrow E_2 = \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2(m + M)} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2(m + M)} = \frac{mv_0^2}{2} \left( 1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m + M} \right).$$

$$\text{Ответ: } Q = \frac{mv_0^2}{2} \left( 1 - \frac{m \cos^2 \alpha}{m + M} \right).$$

11. На гладкой горизонтальной поверхности вдоль одной прямой на некотором расстоянии друг от друга расположены три равных по объему шарика, имеющих массы  $m$ ,  $4m$ ,  $2m$ . По этой же прямой движется шарик такого же объема массой  $3m$  и ударяется в ближний шарик (рис. 13.4). При этом выделяется 25 Дж тепла. Найдите количество тепла  $Q$ , выделившегося после прекращения абсолютно неупругих соударений шариков.



Рис. 13.4

*Решение*

При соударении выделилось количество тепла:  $Q = W_0 - W$ , где  $W_0$  — начальная механическая (в нашем случае кинетическая) энергия,  $W$  — конечная. При первом соударении ( $m$  и  $3m$ ):  $Q_1 = W_0 - W_1$ ,



где  $W_1 = \frac{(3m + m)v_1^2}{2}$ . Скорость слипшихся шариков  $m$  и  $3m$  после соударения найдем, применив закон сохранения импульса в проекции на направление движения:  $3mv_0 = (m + 3m)v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{3v_0}{4}$ . Тогда

$$W_1 = 2m \left( \frac{3v_0}{4} \right)^2, \quad Q_1 = \frac{3mv_0^2}{2} - \frac{9mv_0^2}{8} = \frac{3mv_0^2}{8}.$$

После прекращения соударений всех шариков вся система движется со скоростью  $v_2$ ,  $Q_2 = W_0 - W_2$ , где  $W_2 = \frac{(3m + m + 4m + 2m)v_2^2}{2}$ ,

$$3mv_0 = 10mv_2 \Rightarrow v_2 = \frac{3v_0}{10}. \quad \text{Тогда } W_2 = \frac{10mv_2^2}{2} = 5m \left( \frac{3v_0}{10} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{3mv_0^2}{2} - \frac{9mv_0^2}{20} = \frac{21mv_0^2}{20} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{14}{5} = 2,8.$$

$$Q_2 = 2,8 \cdot Q_1 = 70 \text{ Дж.}$$

Ответ: 70 Дж.

12. Шар прикреплен к горизонтальной оси вращения: а) на нити длиной  $L$ ; б) на невесомом стержне той же длины. Найдите отношение минимальных горизонтальных скоростей, которые надо сообщить шару в случаях (а) и (б) для совершения им полного оборота вокруг горизонтальной оси.

Решение

а) Для тела в верхней точке (рис. 13.5):  $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_n$ . При минимальной скорости шара в верхней точке сила натяжения нити равна нулю. Тогда  $mg = \frac{mv_2^2}{L}$  или  $v_2 = \sqrt{gL}$ .

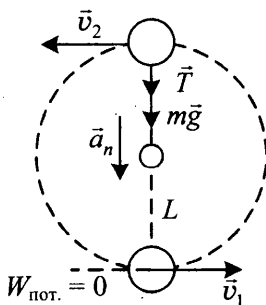


Рис. 13.5

По ЗСЭ полная механическая энергия в состояниях 1 и 2 одинакова. Если взять за нулевой уровень потенциальной энергии нижнее положение шара, то ЗСЭ запишется как  $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mg2L$ , но

$$v_2 = \sqrt{gL}, \text{ получим } v_a = v_1 = \sqrt{5gL}.$$

б) Если шар закреплен на жестком стержне, то для того чтобы пройти верхнюю точку, ему достаточно просто прийти в эту точку с  $v = 0 \Rightarrow$  ЗСЭ:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mg2L \Rightarrow v_6 = v_1 = \sqrt{4gL}; \frac{v_a}{v_6} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1,12.$$

Ответ: 1,12.

13. На наклонной плоскости с углом  $\alpha = 15^\circ$  к горизонту лежит коробка массой  $m = 400$  г. Чтобы передвинуть коробку по прямой вверх на расстояние  $L = 10$  см, прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, надо совершить минимальную работу  $A_1 = 0,4$  Дж. Какую минимальную работу  $A_2$  потребуется совершить, прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, чтобы вернуть коробку на прежнее место по той же траектории?

*Решение*

Пренебречь силой трения нельзя, так как именно она удерживала коробку в состоянии покоя. Полная механическая энергия коробки в обоих случаях изменялась по закону:  $\Delta E = A_{\text{внешн.}} + A_{\text{сопр.}}$ . Выберем нулевой уровень отсчета потенциальной энергии в нижнем положении коробки (рис. 13.6).

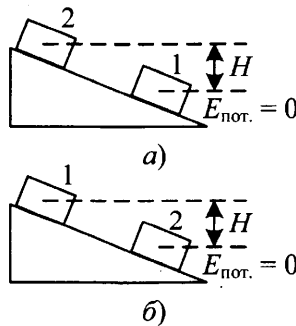


Рис. 13.6

Заметим, что минимальная работа совершается лишь тогда, когда кинетическая энергия не изменяется, т.е. при медленном равномерном перетаскивании коробки.

При движении вверх полная механическая энергия в состоянии 1 (рис. 13.6, а):  $E_1 = 0$ , в состоянии 2:  $E_2 = mgH$ , где  $H = L \sin \alpha$  или  $\Delta E_1 = mgH - 0 = A_1 + A_{\text{сопр.}}$ . Работа сил сопротивления:  $A_{\text{сопр.}} = -A_1 + mgH$ .

Во втором случае при сдвиге коробки вниз (рис. 13.6, б):  $0 - mgH = A_2 + A_{\text{сопр.}}$ .

$$A_2 = -A_{\text{сопр.}} - mgH = A_1 - 2mgH = A_1 - 2mgL \sin \alpha = 0,4 - 2 \cdot 0,4 \times 10 \cdot 0,1 \cdot 0,259 = 1,99 \text{ Дж.}$$

Ответ: 1,99 Дж.

14. В опыте с «мертвой петлей» шарик массой  $m$  опущен с высоты  $h = 3R$ , где  $R$  — радиус петли (рис. 13.7). С какой силой давит шарик на опору в нижней и верхней точках петли? (Трением пренебречь.)

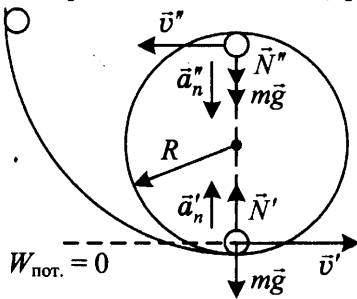


Рис. 13.7

Решение

По ЗСЭ в нижней точке:  $mg3R = \frac{mv'^2}{2}$ ,  $v' = \sqrt{6gR}$ . Аналогично, в

верхней точке:  $mg3R = \frac{mv''^2}{2} + mg2R$ ,  $v'' = \sqrt{2gR}$ .

Уравнение динамики в проекции на вертикальную ось для нижней точки:  $N' - mg = \frac{mv'^2}{R} \Rightarrow N' = 7mg$ , по третьему закону Ньютона  $P' = N' = 7mg$ .

Для верхней точки:  $N'' + mg = \frac{mv''^2}{R}$ .  $N'' = mg$ ,  $P'' = N'' = mg$ .

Ответ:  $7mg$ ;  $mg$ .

15. Небольшое тело массой  $M$  лежит на вершине гладкой полусферы радиусом  $R$ . В тело попадает пуля массой  $m$ , летящая горизонтально со скоростью  $v_0$ , и застревает в нем. Пренебрегая смещением тела во время удара и трением, определите: а) высоту, на которой оно оторвется от поверхности полусферы; б) при какой скорости пули тело сразу оторвется от полусферы.

Решение.

а) По ЗСИ в проекции на направление движения:  $mv_0 = (m + M)v'$ ,

где  $v'$  — скорость тела с пулей после удара:  $v' = \frac{mv_0}{m + M}$ . Уравнение

динамики тела в точке отрыва в проекции на  $X$  (рис. 13.8):

$$\frac{(M + m)v''^2}{R} = (m + M)g \cdot \cos\alpha - N, \text{ где } v'' \text{ — скорость в этой точке, в}$$

момент отрыва  $N = 0 \Rightarrow \frac{(m + M)v''^2}{R} = (m + M)g \cdot \cos\alpha.$

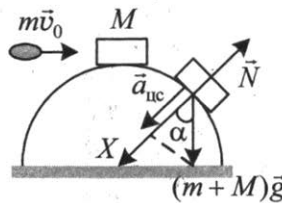


Рис. 13.8

Согласно ЗСЭ:

$$(m + M)gR + \frac{(m + M)v^2}{2} = (m + M)Rg\cos\alpha + \frac{(m + M)v^2}{2}.$$

Из последних двух уравнений получим:

$$(m + M)gR + \frac{(m + M)}{2} \left( \frac{mv_0}{m + M} \right)^2 = (m + M)Rg\cos\alpha + \frac{(m + M)Rg \cos\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{m^2 v_0^2}{2(M + m)^2 Rg} \right) \Rightarrow h = \frac{2}{3} R \left( 1 + \frac{m^2 v_0^2}{2(M + m)^2 Rg} \right).$$

б) Если тело должно оторваться от поверхности полусферы в момент попадания в него пули, то  $N = 0$ . Тогда уравнение динамики:

$$\frac{(m + M)u^2}{R} = (m + M)g \Rightarrow u = \sqrt{Rg}. \text{ Здесь } u \text{ — общая скорость тела с}$$

застрявшей в нем пулей сразу после ее попадания. Но по ЗСИ в проекции на направление движения в верхней точке  $mv = (m + M)u$ , тогда

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{Rg}.$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{2}{3} R \left( 1 + \frac{m^2 v_0^2}{2(M + m)^2 Rg} \right); \quad v = \frac{M + m}{m} \sqrt{Rg}.$$

16. Тело массой  $m = 60$  г, движущееся со скоростью  $v$ , налетает на покоящееся тело и после абсолютно упругого удара отскакивает от него под углом  $90^\circ$  к первоначальному направлению движения со скоростью  $\frac{v}{2}$ . Определите массу второго тела.

*Решение*

В случае абсолютно упругого соударения выполняются и ЗСИ, и ЗСЭ.

$$\text{ЗСИ: } m\vec{v} = m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2, \quad \text{ЗСЭ: } \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}.$$

Импульсы взаимодействующих тел составляют прямоугольный треугольник (рис. 13.9).

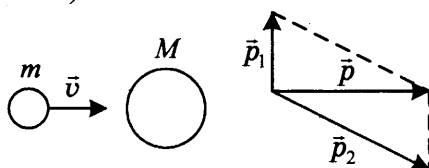


Рис. 13.9

При движении взаимодействующих тел вдоль разных направлений ЗСИ записывают сначала в векторной форме, а затем рассматривают треугольники или решают задачу для проекций импульсов на оси координат.

$$\text{По теореме Пифагора } p_2^2 = p_1^2 + p^2, \text{ или } M^2v_2^2 = m^2v_1^2 + m^2v^2 = \\ = \frac{m^2v^2}{4} + m^2v^2, \quad M^2v_2^2 = \frac{5m^2v^2}{4}. \text{ Из уравнения для ЗСЭ:}$$

$$Mv_2^2 = \frac{3mv^2}{4}.$$

$$\text{Поделим одно уравнение на другое: } M = \frac{5m}{3} = 0,1 \text{ кг.}$$

*Ответ:* 0,1 кг.

17. Мяч, катящийся по горизонтальному столу, абсолютно упруго сталкивается с неподвижным мячом, масса которого в четыре раза меньше. Во сколько раз уменьшится скорость первого мяча после столкновения? Трением пренебrecь.

*Решение*

При центральном абсолютно упругом ударе оба мяча продолжат движение вдоль оси  $X$  (рис. 13.10); при отсутствии трения выполня-

ются и ЗСИ, и ЗСЭ. ЗСИ в проекции на ось  $X$ :  $4mv_0 = 4mv_1 + mv_2$ , где  $v_0$  — начальная скорость первого мяча;  $v_1$  и  $v_2$  — скорости первого и второго мячей после соударения.

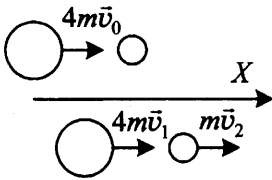


Рис. 13.10

$$\text{ЗСЭ: } \frac{4mv_0^2}{2} = \frac{4mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Перепишем уравнения в виде:

$$4v_0^2 - 4v_1^2 = v_2^2; \quad (1)$$

$$4v_0 - 4v_1 = v_2. \quad (2)$$

Поделив (1) на (2), получим  $v_0 + v_1 = v_2$ . Подставим  $v_2$  в (2):  $4v_0 - 4v_1 = v_0 + v_1 \Rightarrow$  скорость первого мяча после соударения  $v_1 = \frac{3v_0}{5}$ , что означает уменьшение скорости по сравнению с исходной в 1,67 раза.

*Ответ:* в 1,67 раза.

# Статика. Гидростатика. Гидродинамика

## § 14. Условия равновесия тел. Момент силы.

### Центр тяжести. Виды равновесия.

#### Условие равновесия рычага

**Статика** — раздел механики, изучающий условия равновесия тел. **Равновесием** механической системы, находящейся под действием сил, называется такое состояние этой системы, при котором все ее точки покоятся относительно выбранной системы отсчета.

Любое движение можно представить как суперпозицию двух типов движения: поступательного и вращательного, поэтому рассмотрим условия равновесия для каждого типа движения в отдельности.

■ Поступательно движущееся тело находится в состоянии равновесия (покоится или движется прямолинейно и равномерно), если

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = 0, \quad (\vec{a} = 0).$$

■ Вращающееся тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в покое или равномерно вращается, если  $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_N = 0$ , где  $M$  — момент силы относительно оси вращения тела, величина которого численно равна  $M = F \cdot L = F \cdot r \cdot \sin\alpha$ .

Здесь  $L$  (рис. 14.1) — кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы (**плечо силы**);

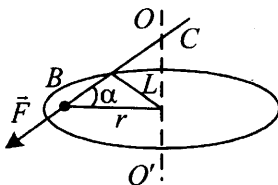


Рис. 14.1

$OO'$  — ось вращения;

$r$  — расстояние от оси вращения до точки приложения силы;

$BC$  — линия действия силы;

$\alpha$  — угол между  $r$  и  $BC$ ;

$B$  — точка приложения силы.

Момент силы считают положительным, если сила вращает тело против часовой стрелки, отрицательным — если сила вращает тело по часовой стрелке. (Как правило, обратный выбор знаков на решении задачи не отражается.)

*Алгоритм определения момента силы:*

- 1) определить положение оси вращения тела;
- 2) продлить в обе стороны линию действия силы;
- 3) восстановить перпендикуляр от оси вращения до линии действия силы и определить его длину (плечо);
- 4) определить величину момента по формуле  $M = F \cdot L$  с учетом знака.

В общем случае, когда твердое тело совершает поступательное и вращательное движения, условия равновесия тела записываются так:

$$\sum \vec{F}_N = 0; \quad \sum M_N = 0.$$

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m} \quad \text{— радиус-вектор, характеризующий}$$

положение центра масс (рис. 14.2), здесь  $m_1, m_2, \dots, m_N$  — массы элементов системы, положения которых задаются посредством соответствующих радиусов-векторов:  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$ .

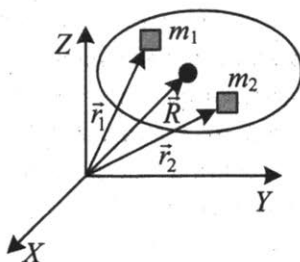


Рис. 14.2

Если элементы или их центры масс расположены вдоль прямой (например, грузы на спице), то координата центра масс системы

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_N x_N}{m_1 + \dots + m_N}.$$

**Центр тяжести** — точка, через которую проходит равнодействующая всех сил тяжести, действующих на отдельные элементы тела при любом положении тела в пространстве. В большинстве случаев центр тяжести совпадает с центром масс (когда размеры тела много меньше радиуса Земли).



### Виды равновесия:

#### ■ Равновесие тел с закрепленной осью вращения:

а) если ось проходит через центр масс (рис. 14.3, а), то тело находится в **безразличном** равновесии при любом положении тела;

б) ось выше точки центра тяжести (рис. 14.3, б) — это **устойчивое** равновесие;

в) ось ниже точки центра тяжести (рис. 14.3, в) — это **неустойчивое** равновесие.

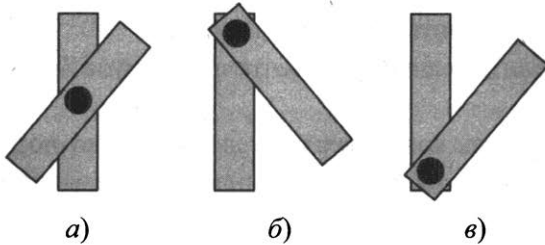


Рис. 14.3

#### ■ Равновесие тела, имеющего точку опоры:

а) если равнодействующая всех сил направлена к положению равновесия (рис. 14.4, а) — это тело находится в **устойчивом** положении;

б) если равнодействующая всех сил направлена от положения равновесия (рис. 14.4, б) — это тело находится в **неустойчивом** равновесии;

в) если  $F = 0$  (рис. 14.4, в) — это равновесие является **безразличным**.

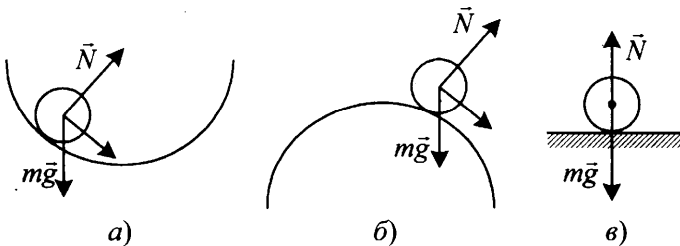


Рис. 14.4

#### ■ Равновесие тел, имеющих площадь опоры.

Если вертикаль, проведенная через центр тяжести тела, пересекает площадь его опоры, то равновесие тела **устойчивое**, если не пересекает (рис. 14.5) — тело падает, равновесие **неустойчивое**.

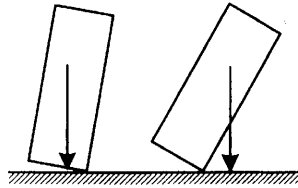


Рис. 14.5

Одним из простых механизмов является **рычаг** — жесткий стержень с закрепленной осью вращения. Пусть точки приложения сил  $F_1$  и  $F_2$  находятся на расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  от оси вращения (рис. 14.6).

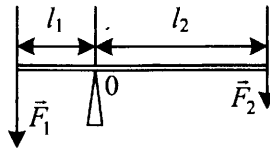


Рис. 14.6

Условие равновесия рычага: рычаг будет находиться в состоянии равновесия, если алгебраическая сумма моментов сил (относительно оси вращения) равна нулю или  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$  (момент сил, вращающих рычаг против часовой стрелки, равен моменту сил, вращающих его в противоположном направлении).

### ЗАДАЧИ

1. На тонкой невесомой спице длиной 30 см закреплены шайбы массами  $2m$ ,  $m$ ,  $3m$  и  $4m$  (рис. 14.7).

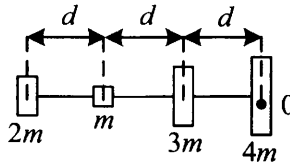


Рис. 14.7

На каком расстоянии от правого конца спицы находится центр масс этой системы?

*Решение*

Поместим начало координат 0 в точку расположения шайбы  $4m$  (рис. 14.7).

$$L = d \cdot 3.$$

$$x_c = \frac{3md + m2d + 2m \cdot 3d}{10m} = 1,1d = \frac{1,1L}{3} = 11 \text{ см.}$$

*Ответ:* 11 см.

2. Каков момент силы  $F$  относительно оси  $O$  (рис. 14.8)?  $F = 1$  Н,  $L = 50$  см,  $\alpha = 60^\circ$ .

*Решение*

Продлив линию действия силы, определим плечо — на рис. 14.8 оно выделено двойной линией. Тогда  $M = FL \sin \alpha = 0,43$  Н · м.

*Ответ:* 0,43 Н · м.

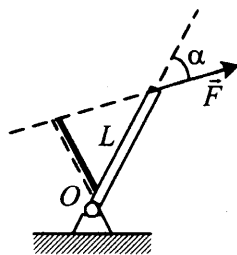


Рис. 14.8

3. Однородная доска массой  $m = 8$  кг, опираясь о шероховатый стол, удерживается веревкой под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту (рис. 14.9).

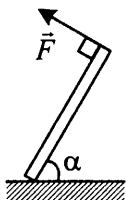


Рис. 14.9

Веревка перпендикулярна доске. Определите силу натяжения  $F$  веревки.

*Решение*

На доску действуют сила  $F$  (приложена к краю доски) и сила тяжести с точкой приложения в центре. В состоянии равновесия алгебраическая сумма моментов:  $M = F \cdot L - \frac{mg \cdot L \cdot \cos \alpha}{2} = 0$ , отсюда

$$F = \frac{mg}{4} = 20 \text{ Н.}$$

*Ответ:* 20 Н.

4. На рисунке 14.10 изображен рычаг. Чему равен модуль момента силы  $\vec{F}_1$  относительно точек  $O$ ;  $A$ ;  $C$ ;  $B$ ;  $D$ ?

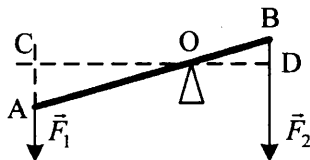


Рис. 14.10

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1) $F_1 \cdot OC$ | 4) $F_1 \cdot CD$ |
| 2) $F_1 \cdot AB$ | 5) $F_1 \cdot AO$ |
| 3) $F_1 \cdot AO$ | 6) 0              |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

О	А	С	В	Д

*Решение*

По определению момент любой силы относительно оси вращения равен произведению силы на плечо, т.е. для точки О —  $F_1 \cdot OC$ ; А и С — 0 (линия действия силы проходит через точки); В и D —  $F_1 \cdot CD$ .

*Ответ:* 16644.

5. Балка весом  $P_1$  свободно лежит на двух опорах А и В, расстояние между которыми равно  $L$ , и выступает за опору В на такую же длину  $L$  (рис. 14.11). Посередине промежутка АВ на балке расположен груз весом  $P_2$ , на выступающем конце — груз весом  $P_3$ . Найдите силы реакции опор  $N_A$  и  $N_B$ .

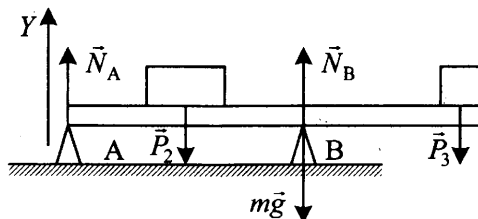


Рис. 14.11

*Решение*

Условия равновесия относительно оси вращения в точке В:

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad N_A + N_B - m_1g - m_2g - m_3g = 0, \quad \sum M_i = 0,$$

$$-N_A L + P_2 \frac{L}{2} - P_3 L = 0.$$

Учитывая, что  $m_1g = P_1$ ,  $m_2g = P_2$ ,  $m_3g = P_3$ , и решая уравнения, полу-

чаем:  $N_A = \frac{P_2}{2} - P_3$ ,  $N_B = P_1 + \frac{P_2}{2} + 2P_3$ .

*Ответ:*  $N_A = \frac{P_2}{2} - P_3$ ;  $N_B = P_1 + \frac{P_2}{2} + 2P_3$ .

6. К вертикальной гладкой стене подвешен на тросе однородный шар массой 3 кг, угол троса со стеной  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 14.12). Найдите силу натяжения троса  $T$  и силу давления шара на стенку.

*Решение*

В состоянии равновесия равнодействующая сил равна нулю, т.е. уравнения второго закона Ньютона в проекциях на оси  $X$ ,  $Y$  (см. рис. 14.12):

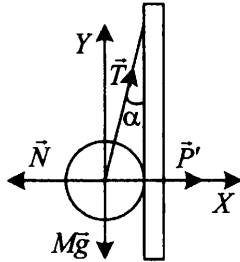


Рис. 14.12

$$\left. \begin{aligned} -Mg + T \cos \alpha &= 0 \\ -N + T \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{Mg}{\cos \alpha} = 34,6 \text{ Н.}$$

По третьему закону Ньютона сила давления шара на стенку  $P' = N = T \sin \alpha = Mgtg\alpha = 17,3 \text{ Н.}$

*Ответ:*  $T = 34,6 \text{ Н, } P' = 17,3 \text{ Н.}$

7. На какую максимальную высоту может подняться человек массой  $m$  по лестнице массой  $M$  и длиной  $L$ , приставленной к гладкой стенке (рис. 14.13)? Угол между лестницей и полом равен  $\alpha$ , коэффициент трения о пол равен  $k$ .

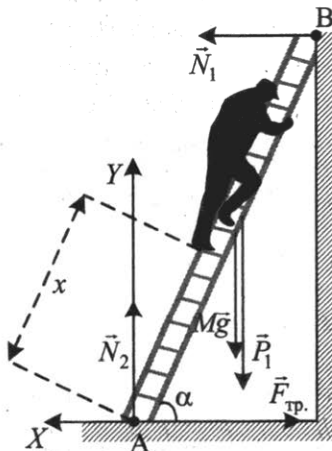


Рис. 14.13

### Решение

Так как в состоянии равновесия лестницы

$$\begin{cases} \sum F_i = 0, \\ \sum M_i = 0, \end{cases}$$

то уравнение моментов относительно точки А:

$$N_1 L \sin \alpha - P_1 x \cos \alpha - Mg \frac{L \cos \alpha}{2} = 0. \text{ Здесь } P_1 \text{ — сила, с которой}$$

человек действует на лестницу,  $P_1 = mg$ .

Второй закон Ньютона в проекции на ось  $Y$  (рис. 14.13):  $N_2 - P_1 - Mg = 0, N_2 = mg + Mg$ .

В проекции на ось  $X$ :  $N_1 - F_{\text{тр.}} = 0$ , отсюда  $N_1 = F_{\text{тр.}} = kN_2 = k(mg + Mg)$ , тогда

$$\begin{aligned} k(mg + Mg) \cdot L \sin \alpha - Mg \frac{L \cos \alpha}{2} - mg \cdot x \cos \alpha &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{k(M+m)L \sin \alpha}{m \cdot \cos \alpha} - \frac{M}{m} \cdot \frac{L}{2}. \end{aligned}$$

Максимальная высота, на которую может подняться человек,  $h = x \cdot \sin \alpha$ .

$$\text{Ответ: } h = \left( \frac{k(M+m)L \sin \alpha}{m \cdot \cos \alpha} - \frac{M}{m} \cdot \frac{L}{2} \right) \cdot \sin \alpha.$$

## § 15. Простые механизмы.

### Коэффициент полезного действия механизма

Рассмотрим простые механизмы — наклонную плоскость, рычаг, блок. Наклонная плоскость применяется для перемещения (например, поднятия) тела силой, значительно меньшей силы тяжести.

При перемещении тела по наклонной плоскости под действием минимальной силы  $\vec{F}$  (рис. 15.1) скорость тела постоянна.

По второму закону Ньютона в проекции на ось  $X$ :

$$F - mg \sin \alpha - F_{\text{тр.}} = 0,$$

$$\text{на ось } Y: N - mg \cos \alpha = 0, F_{\text{тр.}} = \mu N,$$

$$F = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha.$$

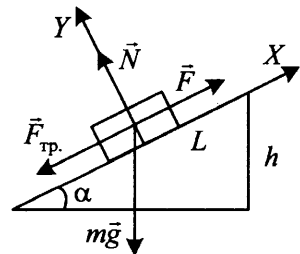


Рис. 15.1

Если коэффициент трения  $\mu$  мал, то силой трения можно пренебречь. Так как  $\sin \alpha = \frac{h}{L}$ , то  $\frac{F}{mg} = \frac{h}{L}$ , т.е. при отсутствии сил трения

наклонная плоскость позволяет уменьшить необходимую для перемещения силу во столько раз, во сколько высота меньше длины наклонной плоскости. При выигрыше в силе наклонная плоскость не дает выигрыша в работе:  $A_{затр.} = F \cdot s = mg \cdot L \cdot \sin \alpha = mgh$ .

Если учитывать силы трения, то КПД наклонной плоскости

$$\eta = \frac{A_{полезн.}}{A_{затр.}} = \frac{mgh}{mgh + \mu mg \cdot L \cos \alpha} < 1.$$

Для **рычага**, у которого точки приложения сил  $F_1$  и  $F_2$  находятся на расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  от оси вращения, выполняется условие равновесия  $F_2 \cdot l_2 = F_1 \cdot l_1$ . Рычаг дает выигрыш в силе:  $F_2 = F_1 \cdot \frac{l_1}{l_2}$ . Сила  $F_1$

при повороте рычага совершает работу  $A_1 = F_1 s_1 = F_1 l_1 \cos \alpha$ . Работа силы  $F_2$  равна  $A_2 = F_2 s_2 = F_2 l_2 \cos \alpha$ , тогда  $A_1 = A_2$ , т.е. рычаг не дает выигрыша в работе.

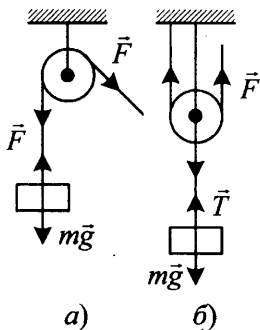


Рис. 15.2

**Неподвижный блок** позволяет изменить направление действия силы (рис. 15.2, а), но не дает выигрыша в силе, поскольку расстояния от точек приложения сил до оси вращения одинаковы и равны радиусу блока. **Подвижный блок** (рис. 15.2, б) дает выигрыш в силе в 2 раза, так как  $2F = mg$  (если массой блока можно пренебречь). Подвижные и неподвижные блоки, как и все простые механизмы, не дают выигрыша в работе.

## ЗАДАЧИ

1. На рисунке 15.3 изображена система, состоящая из невесомого рычага и блока.

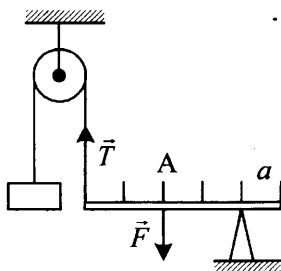


Рис. 15.3

Масса груза 100 г. Какую силу надо приложить к рычагу в точке  $A$ , чтобы система находилась в равновесии при горизонтальном положении рычага?

*Решение*

По правилу рычага  $F_2 \cdot l_2 = F_1 \cdot l_1$ ,  $F_1$  — сила натяжения нити, приложенная к левому концу рычага и равная  $mg$ , так как груз неподвижен, плечо этой силы относительно оси вращения  $l_1 = 4a$ .  $F_2 = F$ , плечо которой  $l_2 = 2a$ .

Следовательно,  $F \cdot 2a = mg \cdot 4a$ ,  $F = 2mg = 2 \text{ Н}$ .

*Ответ:* 2 Н.

2. Как изменяется КПД наклонной плоскости (сила трения есть) при следующих действиях?

- |  |                  |
|--|------------------|
| А) возрастании угла $\alpha$ ее наклона к горизонтальной поверхности | 1) увеличивается |
| Б) уменьшении длины плоскости $L$ при неизменном наклоне             | 2) уменьшается   |
| В) увеличении массы $m$ тела   | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При движении по наклонной плоскости полезной будет являться работа по подъему тела на высоту  $H$ :  $A_{\text{полезн.}} = mgH$  (рис. 15.4).

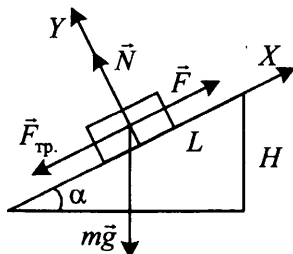


Рис. 15.4

При наличии трения для этого подъема необходимо затратить работу  $A_{\text{затр.}} = A_{\text{пр. тяж.}} + A_{\text{пр. трен.}}$ , где  $A_{\text{пр. тяж.}} = mgH$  — работа против силы тяжести,  $A_{\text{пр. трен.}} = F_{\text{тр.}} \cdot s = \frac{\mu mg \cos \alpha \cdot H}{\sin \alpha}$  — работа против силы трения. Тогда КПД наклонной плоскости равен:

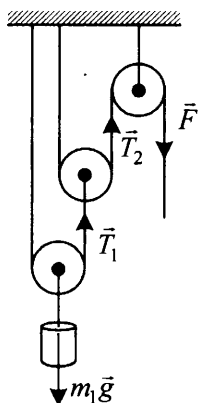


$$\eta = \frac{A_{\text{полезн.}}}{A_{\text{затр.}}} \cdot 100\% = \frac{mgH}{mgH + \mu mgH \operatorname{ctg} \alpha} \cdot 100\% = \frac{100\%}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Следовательно, КПД не зависит ни от длины плоскости, ни от массы. С увеличением угла наклона  $\alpha$   $\operatorname{ctg} \alpha$  уменьшается, значит, КПД увеличивается.

Ответ: 133.

3. Найти выигрыш в силе у степенного полиспаста, состоящего из двух подвижных блоков (рис. 15.5) и одного неподвижного, если каждый блок имеет массу  $m$ . К первому блоку подвешен груз массой  $m_1$ .



Решение

$$\text{Так как } 2T_1 = m_1g + mg, \text{ то } T_1 = \frac{m_1g + mg}{2},$$

$$T_2 = \frac{T_1 + mg}{2} = \frac{\frac{(m_1g + mg)}{2} + mg}{2} = F,$$

$$k = \frac{m_1g}{T_2} = \frac{2m_1}{\frac{m_1}{2} + \frac{3m}{2}} = \frac{4m_1}{m_1 + 3m}.$$

$$\text{Ответ: } k = \frac{4m_1}{m_1 + 3m}.$$

Рис. 15.5

## § 16. Давление. Атмосферное давление и его измерение

**Давление** — скалярная величина, характеризующая силу, действующую на единицу площади:  $p = \frac{|\vec{F}|}{S}$ , где сила  $\vec{F}$  перпендикулярна площади поверхности  $S$ .  $[p] = \text{Па} = \text{Н/м}^2$  (паскаль).

Например, тело, находящееся на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ , оказывает давление на ее поверхность, равное

$$p = \frac{N}{S} = \frac{mg \cos \alpha}{S}.$$

Земля окружена воздушной оболочкой — **атмосферой**. Слои воздуха, расположенные выше, давят на лежащие ниже слои, результатом является **атмосферное давление**:

$$p_0 = 1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101\,325 \text{ Па.}$$

$$p_0 S = mg = \rho_{\text{рт.}} Vg = \rho_{\text{рт.}} ghS, p_0 = \rho_{\text{рт.}} gh.$$

Зависимость давления от высоты  $h$  над поверхностью Земли

(рис. 16.1) можно найти по формуле:  $p = p_0 \cdot e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ , где  $p_0$  — давление на поверхности Земли,  $M$  — молярная масса воздуха,  $T$  — его абсолютная температура.

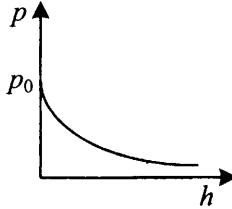


Рис. 16.1

Для измерения атмосферного давления служат **барометры** («бар» означает давление): ртутный барометр Торричелли (рис. 16.2) и металлический барометр-анероид.

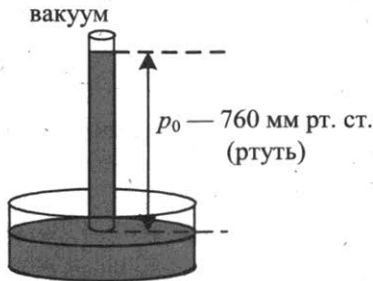


Рис. 16.2

Для измерения давлений в жидкостях и газах, больших или меньших атмосферного, используются **манометры**.

## ЗАДАЧИ

1. Единица давления Па может быть представлена как (выберите два верных варианта)
  - 1)  $\text{м}^3/\text{кг}$
  - 2)  $\text{Дж}/\text{м}^3$
  - 3)  $\text{м}^2/\text{Н}$
  - 4)  $\text{кг} \cdot \text{с}/\text{м}^2$
  - 5)  $\text{кг}/(\text{с}^2 \cdot \text{м})$

Решение

Так как  $p = \frac{F}{S}$ , Па = Н/м<sup>2</sup>, или Па = кг/(с<sup>2</sup> · м) = Дж/м<sup>3</sup>.

Ответ: 25.

2. Кирпич находится на наклонной плоскости. Как изменится давление кирпича на эту плоскость при следующих действиях?
- А) повернуть кирпич на боковую (узкую) поверхность
  - Б) не меняя положения кирпича, увеличить угол наклона плоскости
  - В) поместить кирпич на плоскости в исходном состоянии в кабину лифта, поднимающегося с ускорением, направленным вверх

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

Решение

По определению  $p = \frac{F}{S}$ , где  $F = N$  (по третьему закону Ньютона).

В случае (А) площадь поверхности соприкосновения кирпича с плоскостью уменьшится, следовательно,  $p$  увеличится (1). В случае (Б) при увеличении угла наклона плоскости  $N = mg \cos \alpha$  уменьшится, значит,  $p$  уменьшится (2). В случае (В) вес тела возрастет (см. § 9, рис. 9.3), что приведет к увеличению давления (1).

Ответ: 121.

3. Чему равно показание барометра на уровне московской телевизионной башни  $h = 540$  м, если внизу башни барометр показывает давление  $p_0 = 755$  мм рт. ст.? Плотность воздуха при 27° С считать равной  $1,18$  кг/м<sup>3</sup>.

Решение

Составим пропорцию:

$$\begin{aligned} x \text{ Па} &— 755 \text{ мм рт. ст.}, \\ 10^5 \text{ Па} &— 760 \text{ мм рт. ст.}, \end{aligned}$$

откуда  $x = 0,99 \cdot 10^5$  Па.

Если пренебречь изменением плотности воздуха для данного перепада высоты, то  $p = p_0 - \rho_{\text{воз}} gh \approx 0,93 \cdot 10^5$  Па.

Ответ:  $0,93 \cdot 10^5$  Па.

4. Оцените приближённо массу газовой оболочки, окружающей земной шар, считая плотность воздуха постоянной и учитывая, что высота оболочки намного меньше радиуса Земли.

*Решение*

Давление  $p_0$  на земную поверхность оказывает шаровой слой высоты  $h$ , внутренний радиус которого равен радиусу Земли  $R_3$ . Учитывая, что высота оболочки много меньше радиуса Земли, а плотность воздуха постоянна, получим:  $m = \rho V = \rho h S$ , но  $h = \frac{p_0}{\rho g}$ ,  $S = 4\pi R_3^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m = \frac{\rho S p_0}{\rho g} \Rightarrow m = \frac{4\pi R_3^2 p_0}{g} = 5,15 \cdot 10^{18} \text{ кг.}$$

*Ответ:*  $5,15 \cdot 10^{18}$  кг.

## § 17. Закон Паскаля для жидкостей и газов.

**Гидравлический пресс. Давление внутри жидкости.**

**Архимедова сила. Условие плавания тел**

*Закон Паскаля для жидкостей и газов:* жидкости и газы передают производимое на них давление во все стороны одинаково.

Вследствие этого закона уровень для однородной жидкости в сообщающихся сосудах устанавливается одинаковым (рис. 17.1).

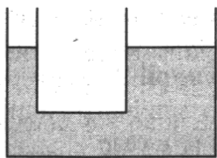


Рис. 17.1

Разным он будет, если использовать различные жидкости.

Сообщающиеся сосуды применяются в качестве манометров и гидравлических машин. Рассмотрим устройство и действие гидравлического пресса (рис. 17.2).

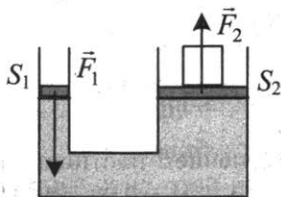


Рис. 17.2

Согласно закону Паскаля  $p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$  (изменением давления с

высотой в условиях опыта можно пренебречь), отсюда  $F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  получаем выигрыш в силе во столько раз, во сколько  $S_2$  больше  $S_1$ .

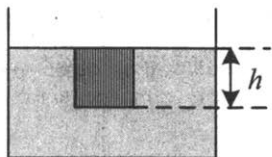


Рис. 17.3

Пусть кубик погружен в жидкость, а его верхняя грань совпадает с поверхностью (рис. 17.3).

Найдем давление жидкости на нижнюю грань:

$$p = \frac{F_{\text{тяж.}}}{\Delta S} = \frac{\rho_{\text{ж.}} V g}{\Delta S} = \frac{\rho_{\text{ж.}} \Delta S h g}{\Delta S} \Rightarrow p = \rho_{\text{ж.}} g h$$

**гидростатическое давление**, это давление одинаково во всех направлениях. Если сосуд открыт и существует внешнее атмосферное давление, то давление на уровне  $h$ :  $p = p_{\text{атм.}} + \rho_{\text{ж.}} g h$ . Среднее давление на

боковую стенку сосуда высотой  $H$ :  $p = p_{\text{атм.}} + \frac{\rho_{\text{ж.}} g H}{2}$ .

На поверхность твердого тела, погруженного в жидкость (газ), действуют силы давления. Эти силы увеличиваются с глубиной погружения, и на нижнюю часть тела будет действовать со стороны жидкости большая сила, чем на верхнюю. Равнодействующая всех сил давления, действующих на тело со стороны жидкости, называется **выталкивающей силой (силой Архимеда)**. Причина появления силы Архимеда — наличие различного гидростатического давления на разной глубине в жидкости или газе.

**Закон Архимеда:** выталкивающая сила, действующая на погруженное в жидкость или газ тело, равна весу жидкости (или газа), вытесненной телом:  $F_A = m_{\text{ж.г}} V_{\text{тела}} g$ .

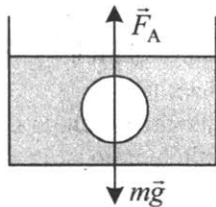


Рис. 17.4

Здесь  $V_{\text{тела}}$  — объем части тела, погруженной в жидкость (рис. 17.4).

**Условие плавания тел:**

а)  $F_A > mg$  — тело всплывает;

б)  $F_A < mg$  — тело тонет;

в)  $F_A = mg$  — тело находится в равновесии на любой глубине.

Если погрузить часть тела объемом  $V_1$  в жидкость, то  $\rho_{\text{ж.}} V_1 g = \rho_{\text{т.}} V_1 g$ , где  $V_1$  — объем части тела, погруженного в

жидкость, следовательно,  $\frac{\rho_{\text{ж.}}}{\rho_{\text{т.}}} = \frac{V_{\text{т.}}}{V_1}$ . На этом основано применение

прибора для измерения плотности жидкостей — **ареометра**.

Закон Архимеда в данной формулировке справедлив, если вся поверхность тела соприкасается с жидкостью или если тело плавает в жидкости.

### **Замечание**

- Если часть поверхности тела плотно прилегает ко дну сосуда так, что между ними нет прослойки жидкости, то закон Архимеда неприменим.

## **ЗАДАЧИ**

1. Какая глубина в море соответствует давлению воды 412 кПа?

*Решение*

$$\text{Давление на глубине } H: p = p_0 + \rho g H \Rightarrow H = \frac{p - p_0}{\rho g} = 31,2 \text{ м.}$$

*Ответ:* 31,2 м.

2. Тело объемом  $0,6 \text{ м}^3$  плавает на поверхности воды. Какой объем имеет та часть этого тела, которая выступает над водой, если действующая на него архимедова сила равна 5 кН?

*Решение*

Сила Архимеда равна:  $F_A = \rho_{\text{в.}} V_{\text{погр.}} g \rightarrow$  объем части тела, погруженной в воду:  $V_{\text{погр.}} = \frac{F_A}{(\rho_{\text{в.}} g)}$ . Следовательно, над водой выступает

часть тела, объем которой равен  $V' = V_{\text{т.}} - V_{\text{погр.}} = V_{\text{т.}} - \frac{F_A}{\rho_{\text{в.}} g} = 0,1 \text{ м}^3$ .

*Ответ:*  $0,1 \text{ м}^3$ .

3. Укажите верные утверждения.

- 1) в условиях невесомости закон Паскаля справедлив
- 2) в условиях невесомости закон Архимеда не выполняется
- 3) в условиях невесомости закон Архимеда справедлив
- 4) в условиях невесомости закон Архимеда справедлив только в отсутствие зазора между дном сосуда и нижней частью тела

*Решение*

Сила Архимеда равна весу вытесненной телом жидкости, а при невесомости вес равен нулю. Давление по всем направлениям определяется равной вероятностью теплового движения по всем направлениям.

*Ответ:* 12.

4. При подъеме груза массой  $m = 1$  т с помощью гидравлического прессы совершена работа  $A = 20$  Дж. При этом малый поршень сделал  $n = 10$  ходов, перемещаясь за один ход на  $h = 5$  см. Во сколько раз площадь большего поршня больше площади малого? Потерей энергии пренебречь.

*Решение*

Работа по подъему груза  $A = mgH$ ,  $H = \frac{A}{mg}$ , но вследствие не-

сжимаемости жидкости перемещаемые объемы в цилиндрах прессы равны:  $S_1nh = S_2H$ .  $\frac{S_2}{S_1} = \frac{nh}{H} = \frac{nmg}{A} = 250$ .

*Ответ:* 250.

5. Алюминиевый и железный шары уравновешены на рычаге. Что произойдет, если шары погрузить в воду? Рассмотрите следующие случаи:

- |                                |                              |
|--------------------------------|------------------------------|
| А) шары имеют одинаковую массу | 1) равновесие не нарушится   |
| Б) шары имеют одинаковый объем | 2) алюминиевый шар опустится |
|                                | 3) железный шар опустится    |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Плотность  $\rho_{Fe} > \rho_{Al}$ , поэтому при равной массе объем алюминиевого шара больше (рис. 17.5, а), следовательно, сила Архимеда для него больше. Рычаги сил, приложенных к шарам, равны. Значит, железный шар окажется в воде ниже (3).

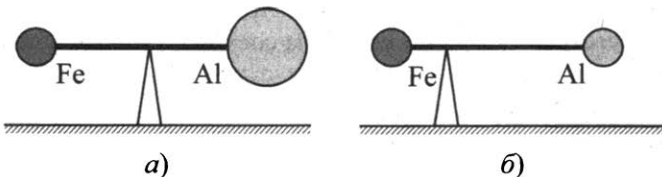


Рис. 17.5

При равных объемах масса железного шара больше. Для равновесия плечо железного шара должно быть меньше (рис. 17.5, б). Силы Архимеда равны, но момент  $F_A$  для железного шара будет меньше, чем для алюминиевого, значит, рычаг будет вращаться против хода часовой стрелки, и железный шар опустится (3).

Ответ: 33.

6. Лыдина равномерной толщины плавает, выступая над уровнем воды на высоту  $h = 2$  см. Найти массу лыдины, если площадь ее основания  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Решение

Поскольку плавающее тело находится в равновесии, равнодействующая сил, действующих на него, равна нулю. Значит,  $mg = F_A$ , но  $m = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$ ,  $F_A = \rho_{\text{в}} V' g$ , где  $V_{\text{л}}$  — объем лыдины,  $V'$  — объем части лыдины, погруженной в воду (рис. 17.6).

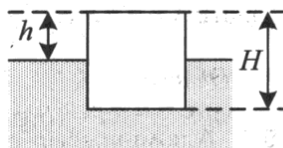


Рис. 17.6

$$V_{\text{л}} = HS, \quad V' = (H - h)S. \quad \text{Получим: } \rho_{\text{в}}(H - h)Sg = \rho_{\text{л}}HSg \text{ или}$$

$$H = \frac{\rho_{\text{в}} h}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} \Rightarrow m = \rho_{\text{л}} H \cdot S = \frac{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{л}} h \cdot S}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 3,6 \text{ кг.}$$

Ответ: 3,6 кг.

7. Цилиндрический сосуд высотой  $h = 1$  м заполняют маслом с плотностью  $\rho = 0,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и погружают открытым концом в бассейн с водой (рис. 17.7).

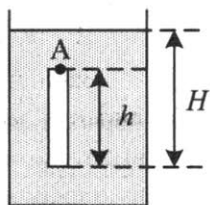


Рис. 17.7

Найдите давление (в кПа) масла в сосуде непосредственно у его дна в точке А, если известно, что открытый конец сосуда находится на глубине  $H = 3$  м от поверхности воды в бассейне.  $p_0 = 0,1$  МПа.

Решение

На границе раздела масла с водой у открытого конца сосуда давление воды:  $p_{\text{гр.}} = p_0 + \rho_{\text{воды}} g H$ . Разность давлений масла внутри сосуда между точкой А и границей раздела масла с водой определяется высотой столба масла:  $p_{\text{гр.}} - p_A = \rho g h$ , отсюда  $p_A = p_0 + g(\rho_{\text{воды}} H - \rho h) = 120,6$  кПа.

Ответ: 120,6 кПа.



8. Тело с плотностью материала  $\rho$  падает с высоты  $H$  в жидкость плотностью  $\rho_1$  ( $\rho < \rho_1$ ). Найдите глубину погружения и время подъема тела на поверхность. Сопротивлением (вязкостью) жидкости пренебречь.

*Решение*

Равнодействующая сил  $F_A$  и  $mg$ , действующих на тело:

$$T = \rho_1 g V - mg,$$

где  $V$  — объем тела,  $m$  — масса тела. Энергия падающего тела в момент касания поверхности жидкости, равная  $mgH$ , затрачивается на работу по преодолению выталкивающей силы  $T$  при погружении тела на глубину  $l$ .

$$mgH = T \cdot l = (\rho_1 g V - mg)l, \text{ так как } m = \rho V, \text{ то}$$

$$\rho \cdot V \cdot g \cdot H = (\rho_1 V - \rho V)gl, \text{ отсюда } l = \frac{\rho H}{\rho_1 - \rho}.$$

Время подъема тела на поверхность определяется из соотношения:

$$l = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}}, \quad a = \frac{T}{m} = \frac{(\rho_1 - \rho)Vg}{\rho V} \Rightarrow t = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho} \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

$$\text{Ответ: } t = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho} \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

9. Аэростат, наполненный газом с плотностью  $\rho_1$ , имеет подъемную силу  $F_1$ . Найти подъемную силу при заполнении аэростата газом с плотностью  $\rho_2$ . Вес оболочки с подвешенным грузом равен  $P$ .

*Решение*

Подъемная сила (рис. 17.8) равна разности  $F_A$  и суммарной силы тяжести (для груза, оболочки и газа внутри нее):  $F_1 = F_A - (P + \rho_1 Vg)$  или  $F_1 = (\rho_{\text{возд.}} - \rho_1)Vg - P$ , где  $P = mg$ ;  $\rho_{\text{возд.}}$  — плотность воздуха, тогда  $V = \frac{F_1 + P}{g(\rho_{\text{возд.}} - \rho_1)}$ .

При заполнении аэростата газом с плотностью  $\rho_2$  подъемная сила равна

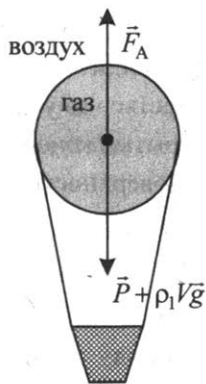


Рис. 17.8

$$F_2 = (\rho_{\text{возд.}} - \rho_2)Vg - P = \frac{(\rho_{\text{возд.}} - \rho_2)(F_1 + P)}{(\rho_{\text{возд.}} - \rho_1)}; P = \frac{(\rho_{\text{возд.}} - \rho_2)}{\rho_{\text{возд.}} - \rho_1} F_1 -$$

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_{\text{возд.}} - \rho_1} P.$$

$$\text{Ответ: } F_2 = \frac{(\rho_{\text{возд.}} - \rho_2)}{\rho_{\text{возд.}} - \rho_1} F_1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_{\text{возд.}} - \rho_1} P.$$

10. Титановый стержень длиной  $L = 50$  см и площадью сечения  $S = 0,2$  см<sup>2</sup> подвешен на вертикальной нити за верхний конец (рис. 17.9).

Нижний конец упирается в горизонтальное дно сосуда, в который налита вода, так, что в воду погружено 0,4 длины стержня. С какой силой стержень давит на дно сосуда? Плотность воды  $\rho_{\text{воды}} = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, титана  $\rho = 4,32 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

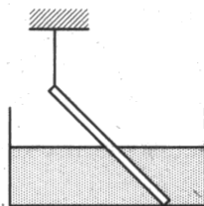


Рис. 17.9

*Решение*

По третьему закону Ньютона сила давления стержня на дно сосуда  $F_{\text{д}}$  равна силе реакции дна  $F$  (рис. 17.10).

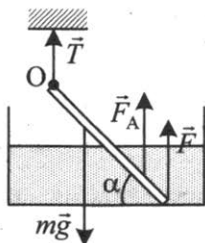


Рис. 17.10

Уравнение моментов сил, действующих на стержень, относительно точки подвеса стержня O:

$$FL \cos \alpha + F_A \left( L - \frac{0,4L}{2} \right) \cos \alpha = mg \frac{L}{2} \cos \alpha. \text{ Но } m = \rho SL,$$

$$F_A = \rho_{\text{воды}} S \cdot 0,4L \cdot g, \text{ тогда } FL \cos \alpha + \rho_{\text{воды}} S \cdot 0,4L \cdot 0,8Lg \cos \alpha = \\ = \rho SL \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cos \alpha.$$

$$F = L S g (0,5\rho - 0,32\rho_{\text{воды}}) = 0,184 \text{ Н.}$$

$$\text{Ответ: } F_{\text{д}} = F = 0,184 \text{ Н.}$$

## § 18. Закон постоянства потока жидкости в трубе.

### Зависимость давления жидкости от скорости ее течения

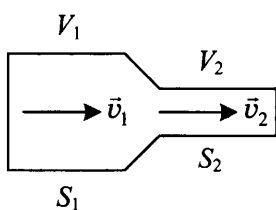


Рис. 18.1

Рассмотрим стационарный (скорость в данной точке не изменяется со временем) поток идеальной (нет внутреннего трения) несжимаемой жидкости. В этом случае выполняется закон сохранения массы. Пусть за время  $t$  через сечение трубы  $S_1$  проходит жидкость массой  $m_1$  (рис. 18.1):

$$m_1 = \rho V_1 = \rho S_1 v_1 t. \text{ Тогда через сечение } S_2 \text{ за}$$

то же время проходит жидкость массой  $m_2$ :  $m_2 = \rho V_2 = \rho S_2 v_2 t$ . Так как жидкость несжимаема,  $m_1 = m_2$ , то  $S_1 v_1 = S_2 v_2$  или  $\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$  (**уравнение неразрывности струи**).

Т.е. в меньшем сечении трубы скорость жидкости больше и наоборот (если  $S_1 > S_2$ , то  $v_1 < v_2$ ).

Заметим, что обсуждаемые в этом разделе законы применимы и для несжимаемых газов (газ считается **несжимаемым**, если его скорость много меньше скорости звука).

Зависимость давления жидкости от скорости ее течения:

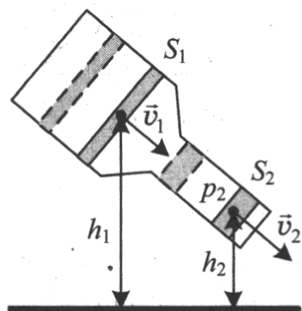


Рис. 18.2

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} = \text{const} \quad \text{—}$$

**уравнение Бернулли**. Здесь  $p$  — статическое,

$\rho g h$  — гидростатическое,  $\frac{\rho v^2}{2}$  — динамиче-

ское давление, индексы 1 и 2 относятся к точкам, находящимся на разных уровнях сосуда с изменяющейся площадью сечения (рис. 18.2).

Для горизонтальной трубы  $h_1 = h_2$ , тогда

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Таким образом, если  $S_2 < S_1$ , то, согласно закону постоянства потока жидкости,  $v_2 > v_1 \Rightarrow p_2 < p_1$ .

### ЗАДАЧИ

1. В трубе переменного сечения в сечении площадью  $20 \text{ см}^2$  скорость течения воды  $2 \text{ м/с}$ . В сечении какой площади скорость будет  $4 \text{ м/с}$ ?

*Решение*

Из уравнения неразрывности струи:  $S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow S_2 = \frac{S_1 v_1}{v_2} = 10 \text{ см}^2$ .

*Ответ:*  $10 \text{ см}^2$ .

2. С какой скоростью вытекает жидкость из отверстия, которое находится внизу сосуда? Высота жидкости равна  $h$  (рис. 18.3).

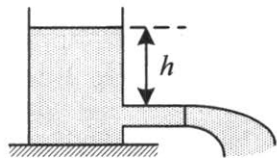


Рис. 18.3

*Решение*

Уравнение Бернулли для урневей отверстия

и поверхности сосуда:  $\frac{1}{2} \rho v_{\text{в}}^2 + \rho gh + p_{\text{атм}} = \frac{1}{2} \rho v_{\text{н}}^2 + \rho gh_{\text{н}} + p_{\text{атм}}$ , для верхнего уровня сосуда можно считать  $v_{\text{в}} = 0$ , для нижнего отверстия  $h_{\text{н}} = 0$ , отсюда  $v_{\text{н}} = \sqrt{2gh}$ .

*Ответ:*  $v_{\text{н}} = \sqrt{2gh}$ .

3. Цилиндрический сосуд высотой 40 см, стоящий на столе, заполнен доверху водой. В боковой стенке сосуда есть три отверстия (рис. 18.4) на расстоянии 10 см (1), 20 см (2) и 30 см (3) от поверхности стола, через которые вытекает вода.

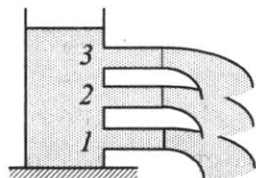


Рис. 18.4

Из какого отверстия струя воды достигнет стола на наибольшем расстоянии от сосуда?

*Решение*

Расстояние, которое проходит струя жидкости по горизонтали,  $s = vt$ , где  $v = \sqrt{2gh}$  — скорость истечения струи из отверстия ( $h$  — расстояние от поверхности жидкости в сосуде до отверстия). Время движения жидкости до поверхности стола определим из выражения

$$H - h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}, \text{ где } H \text{ — высота сосуда. Тогда}$$

$$s = \sqrt{\frac{2g \cdot h \cdot 2 \cdot H}{g}} = 2\sqrt{h \cdot H}. \quad s_1 \approx 0,35 \text{ м}, \quad s_2 = 0,4 \text{ м}, \quad s_3 \approx 0,35 \text{ м}.$$

*Ответ:* из второго отверстия струя воды достигнет поверхности стола на наибольшем расстоянии от сосуда.

4. Две манометрические трубки установлены на горизонтальной трубе переменного сечения в местах, где сечения трубы равны  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 18.5).

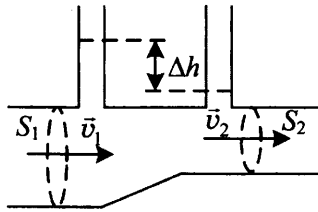


Рис. 18.5

По трубе течет вода. Найдите массу воды  $Q$ , протекающей в единицу времени через сечение трубы, если разность уровней воды в манометрических трубках равна  $\Delta h$ .

*Решение*

Для горизонтальной трубки:  $p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$ , следовательно,

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}. \text{ Из уравнения неразрывности струи } S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$\text{следует: } p_1 - p_2 = \rho v_1^2 \frac{\left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1\right)}{2} = \rho v_1^2 \frac{\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}{2}. \text{ Но } p_1 - p_2 = \rho g \Delta h,$$

$$\text{отсюда } \rho g \Delta h = \frac{\rho v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)}{2}, \quad v_1 = \frac{\sqrt{2g\Delta h}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1}}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \rho S_1 v_1 = \frac{\sqrt{2g\Delta h}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1}} \cdot \rho \cdot S_1 \Rightarrow Q = \rho \cdot S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}}.$$

$$\text{Ответ: } Q = \rho \cdot S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}}.$$

# МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

## Молекулярная физика

### § 19. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Масса и размеры молекул

**Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ):**

- а) вещество состоит из частиц;
- б) частицы находятся в постоянном хаотическом тепловом движении;
- в) частицы взаимодействуют друг с другом.

Рассмотрим подробнее каждое из этих положений молекулярно-кинетической теории.

а) Атомы химических элементов, соединяясь друг с другом, образуют молекулы. Введем понятие атомной единицы массы — а.е.м.,

равной  $\frac{1}{12}$  массы атома изотопа углерода:  $m_{\text{ед.}} = \frac{1}{12} m_{\text{C}}^{12}$ , тогда массу

любого атома в а.е.м. ( $A$ ) можно найти, используя выражение

$\frac{m_{\text{атома}}}{m_{\text{ед.}}} = A$ . Элемент таблицы Менделеева обозначают следующим

образом:  ${}^A_Z X$ , где  $A$  — массовое число,  $Z$  — порядковый номер. Например, массовое число углерода  $A({}^{12}_6\text{C}) = 12$ .

**Моль** — количество вещества системы, содержащей столько же частиц, сколько содержится атомов в 0,012 кг углерода  ${}^{12}_6\text{C}$ . Один моль любого вещества содержит одно и то же число частиц (атомов или молекул)  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> — **число Авогадро**.

**Молярная масса  $M$**  (масса одного моля вещества) — количество вещества, масса которого в граммах численно равна массе частицы в а.е.м., для элемента это  $A$ .

Для сложных веществ общую массу молекулы определяют, суммируя массы атомов (в атомных единицах массы) в соответствии

с химической формулой вещества. Молярная масса воздуха приблизительно равна  $M_{\text{возд.}} = 29 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

**Количество вещества**  $\nu$ , выраженное в молях, равно  $\nu = \frac{N}{N_A}$ , где

$N$  — число частиц вещества. С другой стороны,  $\nu = \frac{m}{M}$ , следовательно,

но,  $m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{M}{N_A}$ , где  $m_0$  — масса одной молекулы.

Для молекулы водорода  $H_2$ :  $m_0 = \frac{2}{6 \cdot 10^{23}} \approx 3,3 \cdot 10^{-24}$  г. Чтобы оце-

нить **размеры атома (молекулы)**, будем считать, что на каждый атом приходится часть пространства кубической формы со стороной, равной диаметру атома, и атомы плотно упакованы, тогда объем одного атома (молекулы) приблизительно равен отношению объема вещества к числу молекул:

$V_1 = \frac{V}{N}$ , но  $m = \frac{N}{N_A} \cdot M$  или  $\rho V = \frac{N}{N_A} \cdot M$ , т.е.

$V_1 = \frac{M}{\rho N_A} = L^3$ , следовательно,  $L \approx \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} \approx 10^{-10}$  м.

**б)** Следствием хаотичного движения частиц является **броуновское движение** (рис. 19.1) — движение мелких частиц, взвешенных в жидкости или газе (в 1827 г. ботаник Броун наблюдал такое движение в микроскоп), и самопроизвольное смешивание веществ — **диффузия**.



Рис. 19.1

**в)** Молекулы вещества взаимодействуют друг с другом. Причина — электромагнитное взаимодействие электронов и ядер соседних молекул (хотя атом и молекула электрически нейтральны). При некотором (равновесном) расстоянии между молекулами силы притяжения и отталкивания уравниваются друг друга.

## ЗАДАЧИ

1. Какова масса 25 моль углекислого газа?

*Решение*

Для  $\text{CO}_2$ :  $M = M_{\text{C}} + 2M_{\text{O}} = 12 + 16 \cdot 2 = 44$  г/моль.

$m = \nu \cdot M = 25 \cdot 44 \cdot 10^{-3} = 1,1$  кг.

*Ответ:* 1,1 кг.

2. Два атома аргона сблизились на расстояние, меньшее их радиуса. Выберите верные утверждения:

- 1) атомы притягиваются
- 2) энергия взаимодействия атомов положительна
- 3) атомы отталкиваются
- 4) энергия взаимодействия атомов отрицательна

*Решение*

При сближении на расстояния меньше  $r_0$  доминирует сила отталкивания, энергия взаимодействия атомов положительна.

*Ответ:* 23.

3. Железный шарик подвесили к динамометру, который показал 5,6 Н. Сколько примерно атомов содержит шар?  $M_{\text{Fe}} = 0,056$  кг/моль.

*Решение*

Вес неподвижного шарика равен  $P = mg = 5,6$  Н, значит, его масса равна  $m = 0,56$  кг. Число атомов в шарике:  $N = \nu N_A = \frac{mN_A}{M} = 6 \cdot 10^{24}$ .

*Ответ:*  $6 \cdot 10^{24}$ .

4. Какие положения молекулярно-кинетической теории подтверждают следующие явления?

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| А) броуновское движение              | 1) наличие взаимодействия частиц вещества  |
| Б) поверхностное натяжение жидкостей | 2) атомное (молекулярное) строение веществ |
| В) сжимаемость газов                 | 3) хаотическое тепловое движение частиц    |
| Г) упругость тел                     |  |
| Д) диффузия                          |  |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г	Д



*Решение*

При диффузии вследствие теплового движения молекул происходит смешивание веществ или выравнивание концентрации одного и того же вещества, эта же причина вызывает броуновское движение частиц. Сжимаемость, например, газов доказывает положение об атомно-молекулярном строении веществ. Поверхностное натяжение жидкостей и упругость тел объясняются наличием сил взаимодействия между частицами.

*Ответ:* 31213.

5. Какое количество вещества содержится в слитке алюминия массой 10,8 кг?

*Решение*

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{10,8}{27 \cdot 10^{-3}} = 400 \text{ моль.}$$

*Ответ:* 400 моль.

6. Вычислите массу молекулы углекислого газа  $\text{CO}_2$ . Ответ дайте в граммах.

*Решение*

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{44 \text{ г/моль}}{6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 7,3 \cdot 10^{-23} \text{ г.}$$

*Ответ:*  $7,3 \cdot 10^{-23}$  г.

7. Вода массой 50 г в открытой кастрюле полностью испарилась за 4,5 ч. Сколько молекул в среднем вылетало с поверхности воды каждую секунду? Молярная масса воды  $M = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

*Решение*

Вначале в кастрюле было  $N = \nu N_A = \frac{mN_A}{M}$  молекул воды. Количе-

ство молекул, вылетающих с поверхности воды за секунду:

$$N_1 = \frac{N}{t} = \frac{mN_A}{(M \cdot t)} = \frac{0,05 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{(18 \cdot 10^{-3} \cdot 4,5 \cdot 3600)} = 1,03 \cdot 10^{20}.$$

*Ответ:*  $1,03 \cdot 10^{20}$ .

8. Сколько частиц находится в 21 г наполовину диссоциированного азота? Молярная масса молекулярного азота  $M = 28$  г/моль,  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

### Решение

При диссоциации молекулы распадаются на атомы. Найдем общее число молекул, содержащееся в азоте  $N_2$  массой  $m$ :  $N_{\text{общ.}} = \frac{mN_A}{M}$ . После диссоциации 50% молекул количество частиц станет равным

$$N = 0,5 \cdot N_{\text{общ.}} + 2 \cdot 0,5 \cdot N_{\text{общ.}} = \frac{1,5mN_A}{M} = 6,75 \cdot 10^{23}.$$

Ответ:  $6,75 \cdot 10^{23}$ .

## § 20. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

Рассмотрим идеализированную модель реальных газов — **идеальный газ**, которая удовлетворяет следующим требованиям:

— объем всех молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда:  $V_{\text{газа}} \ll V_{\text{сосуда}}$ , следовательно, молекулам доступен весь объем сосуда;

— силы притяжения малы, и ими пренебрегают;

— молекулы взаимодействуют только при соударении (удар упругий);

— время столкновения много меньше времени между столкновениями.

При столкновении со стенками сосуда молекулы газа, участвующие в тепловом движении, передают им механический импульс, результатом чего является **давление**.

**Основное уравнение МКТ идеального газа** определяет давление, оказываемое им на стенки сосуда:  $p = \frac{1}{3}nm_0v_{\text{ср.кв.}}^2$ . Здесь  $m_0$  —

масса одной молекулы,  $n$  — **концентрация молекул** (количество молекул в единице объема),  $v_{\text{ср.кв.}}$  — **среднеквадратичная скорость** молекул газа. Квадрат среднеквадратичной скорости молекул характеризует всю совокупность молекул:  $v_{\text{ср.кв.}}^2 = \frac{1}{N}(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2)}{N}}.$$

Среднюю кинетическую энергию  $E_{\text{ср.}}$  поступательного теплового движения молекулы можно выразить как  $E_{\text{ср.}} = \frac{m_0 v_{\text{ср.кв.}}^2}{2}$ , следовательно,  $p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср.}}$ . Но концентрация молекул равна  $n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \cdot \nu}{V}$ , следовательно,  $p = \frac{1}{3} \rho \cdot v_{\text{ср.кв.}}^2$ .

## ЗАДАЧИ

1. Как изменится давление и плотность газа постоянной массы в результате уменьшения его объема в 3 раза и увеличения средней кинетической энергии его молекул в 2 раза?
- 1) увеличится в 3 раза
  - 2) увеличится в 6 раз
  - 3) уменьшится в 3 раза
  - 4) уменьшится в 6 раз

давление	плотность

*Решение*

Исходное давление газа было равно  $p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср.}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} E_{\text{ср.}}$ .

После изменения объема и увеличения  $E_{\text{ср.}}$  новое давление  $p'$  равно:  $p' = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \cdot 3 \cdot 2 E_{\text{ср.}} = 4 \frac{N}{V} E_{\text{ср.}} \Rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{1}{6} \Rightarrow p' = 6p$ . Плотность  $\rho = m/V$ , значит, при уменьшении объема в 3 раза  $\rho$  увеличится в 3 раза.

*Ответ:* 21.

2. Объем идеального газа изменился, как показано на рисунке 20.1. Как при переходе газа из состояния А в состояние В изменились его среднеквадратичная скорость и температура?

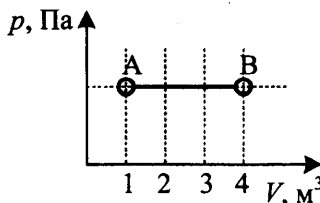


Рис. 20.1

- 1) увеличилась в 2 раза
- 2) увеличилась в 3 раза
- 3) увеличилась в 4 раза
- 4) уменьшилась в 2 раза

среднеквадратичная скорость	температура

*Решение*

Давление при переходе газа из состояния А в состояние В постоянно, а объем увеличивается в 4 раза. Значит, концентрация  $n$  молекул газа постоянной массы (в сосуде) уменьшается в 4 раза.

Согласно основному уравнению МКТ:  $p = \frac{1}{3} m_0 n v_{\text{ср.кв.}}^2 \Rightarrow v_{\text{ср.кв.}}$

увеличилась в 2 раза. Но  $v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \Rightarrow T$  увеличилась в 4 раза.

*Ответ:* 13.

3. В вертикальном сосуде под поршнем находится некоторое количество гелия. На поршень поставили гирю ( $T = \text{const}$ ). Как изменяются следующие физические величины?

- |  |                  |
|--|------------------|
| А) давление газа                                   | 1) увеличивается |
| Б) энергия поступательного движения одной молекулы | 2) уменьшается   |
| В) плотность газа                                  | 3) не изменяется |
| Г) средняя квадратичная скорость молекул           |                  |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

*Решение*

Поскольку сила действия поршня с гирей на газ увеличивается, то давление растет, а объем уменьшается, что приводит к увеличению плотности газа. Энергия поступательного движения одной молекулы и средняя квадратичная скорость молекул зависят только от температуры, следовательно, не изменяются.

*Ответ:* 1313.

4. Найдите концентрацию молекул кислорода, если его давление 0,1 МПа, а среднеквадратичная скорость молекул равна 700 м/с.

*Решение*

Из основного уравнения МКТ:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{ср.кв.}}^2, \text{ но } m_0 = \frac{M}{N_A} \Rightarrow p = \frac{1}{3} n \frac{M}{N_A} v_{\text{ср.кв.}}^2 \Rightarrow n = \frac{3p N_A}{v_{\text{ср.кв.}}^2 M} \approx$$

$$\approx 1,15 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

*Ответ:*  $1,15 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ .

## § 21. Тепловое равновесие. Температура и ее измерение. Закон Дальтона. Уравнение состояния идеального газа

Основное уравнение МКТ связывает макроскопический параметр состояния системы ( $p$ ) с микроскопическими параметрами ( $v_{\text{ср.кв.}}$ ,  $m_0$ ,  $E_{\text{ср.}}$ ):

$$p = \frac{1}{3} m_0 n v_{\text{ср.кв.}}^2 = \frac{2}{3} n E_{\text{ср.}}$$

В правой части уравнения может быть введен другой макроскопический параметр — **температура**. Рассмотрим два по-разному нагретых тела, которые приводятся в соприкосновение (рис. 21.1). Через некоторое время наступает **тепловое равновесие** — состояние системы, когда температура во всех частях системы одинакова и постоянна.

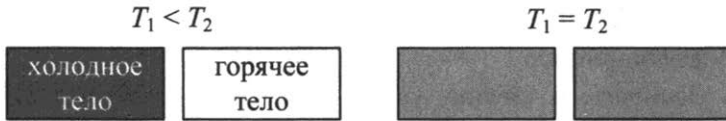


Рис. 21.1

**Температура** — это мера хаотического теплового движения частиц, физический параметр, одинаковый во всех частях системы тел, находящихся в состоянии теплового равновесия. Единицей измерения температуры  $T$  в СИ является **1 К** (по абсолютной термодинамической шкале температуры).

$T = t + 273$  — по абсолютной шкале температуры,  $t$  — температура по шкале Цельсия, в которой за  $0^\circ \text{C}$  принята температура плавления льда,  $100^\circ \text{C}$  соответствует температуре кипения воды при нормальном давлении.

$\Delta T = T_2 - T_1 = t_2 + 273 - t_1 - 273 = \Delta t$  — температурные интервалы равны.

Размер единиц температуры по шкале Цельсия и Кельвина совпадает, т.е.  $\Delta t = \Delta T$ .

**Абсолютный нуль** — предельно низкая температура; по шкале Цельсия  $t_0 = -273,15$  °С (ему соответствует состояние с наименьшей энергией). Достичь абсолютного нуля невозможно — это один из основных законов природы.

Экспериментально было установлено, что для любых газов, находящихся в состоянии теплового равновесия, справедливо отношение

$$\frac{p \cdot V}{N} = \text{const} \text{ или } \frac{p_1 V_1}{N_1} = \frac{p_2 V_2}{N_2} = kT,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — **постоянная Больцмана**. При неизменном числе частиц газа:

$\frac{pV}{T} = \text{const}$  — **объединенный газовый закон**, или **уравнение Клапейрона**.

Перепишем основное уравнение МКТ в виде

$$p = \frac{1}{3} m_0 \cdot n \cdot v_{\text{ср. кв.}}^2 = \frac{2}{3} n \cdot E_{\text{ср.}} \text{ и } n = \frac{N}{V}, \text{ следовательно,}$$

$$E_{\text{ср.}} = \frac{3}{2} kT, v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Поскольку  $m_0 = \frac{M}{N_A}$ , а  $kN_A = R$  ( $R = 8,31$  Дж/(моль · К) — универ-

сальная молярная газовая постоянная, одинаковая для всех газов), то среднеквадратичная скорость молекул газа:

$$v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Таким образом, при одинаковой температуре  $v_{\text{ср. кв.}}$  различных газов определяется их молярной массой.

Так как  $\frac{pV}{N} = kT$ , то  $p = nkT$ .

**Закон Авогадро:** равные объемы идеальных газов при одинаковых температуре и давлении содержат одинаковое число мо-

лекул. При нормальных условиях ( $273 \text{ К}$  или  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  и  $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ) 1 моль газа занимает объем  $V_0 = 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$  (или  $22,4 \text{ л}$ ).

**Закон Дальтона:** давление смеси газов равно сумме парциальных давлений этих газов:  $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ , где  $p_n$  — парциальное давление каждого газа в отдельности в объеме  $V$ .

Давление газа прямо пропорционально его температуре  $p = nkT$ , но концентрация  $n = \frac{N}{V}$ , следовательно,  $pV = NkT$ . Поскольку

$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A$ ,  $kN_A = R$ , то  $pV = \frac{m}{M} RT$  — **уравнение состояния идеального газа**, или **уравнение Менделеева–Клапейрона**.

## ЗАДАЧИ

1. Выберите верные утверждения относительно средних квадратичных скоростей и средних энергий хаотического поступательного движения молекул азота и водорода при одинаковых условиях.

- 1)  $v_{N_2} > v_{H_2}$
- 2)  $v_{N_2} < v_{H_2}$
- 3)  $v_{N_2} = v_{H_2}$
- 4)  $E_{\text{ср}N_2} > E_{\text{ср}H_2}$
- 5)  $E_{\text{ср}N_2} = E_{\text{ср}H_2}$

*Решение*

$$v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \text{ так как } M_{N_2} > M_{H_2} \Rightarrow v_{N_2} < v_{H_2}. \quad E_{\text{ср}} = \frac{3}{2} kT,$$

$$E_{\text{ср}N_2} = E_{\text{ср}H_2}$$

*Ответ:* 25.

2. При какой температуре средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул азота составляет  $830 \text{ м/с}$ ?

*Решение*

Молярная масса азота равна  $M = 2 \cdot 14 \text{ г/моль} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

$$\text{Так как } v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{N_2}}}, \text{ то } T = \frac{M_{N_2} v_{\text{ср. кв.}}^2}{3R} = 774,7 \text{ К.}$$

*Ответ:*  $774,7 \text{ К}$ .

3. При увеличении абсолютной температуры идеального газа в 3 раза давление газа увеличилось на 25%. Как при этом увеличился объем?

*Решение*

Так как изменяются все три параметра состояния газа, воспользуемся уравнением Менделеева–Клапейрона, записав его для обоих случаев:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1, \quad 1,25 p_1 V_2 = \frac{m}{M} R 3 T_1 \Rightarrow \text{отношение объемов газа:}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{1,25} = 2,4.$$

*Ответ:* в 2,4 раза.

4. На рисунке 21.2 представлены графики зависимости  $p(T)$  трех идеальных газов, находящихся в одном баллоне. Молекул какого из газов в этом сосуде больше всего?

*Решение*

Так как газы находятся в одном сосуде, занимаемый ими объем одинаков. Но

$$pV = NkT \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{N}{V}k. \text{ Значит, тангенс угла на}$$

клона прямых к оси  $T$  прямо пропорционален количеству молекул данного газа в сосуде  $N$ .

*Ответ:* газа А.

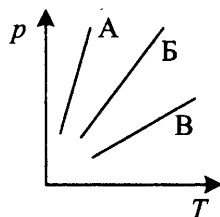


Рис. 21.2

5. Какая масса воздуха (молярная масса  $M = 29$  г/моль) содержится в комнате объемом  $6 \times 8 \times 3$  м<sup>3</sup> при температуре 20 °С и давлении 770 мм рт. ст.?

*Решение*

Составив простую пропорцию, выразим давление в Па:

$$760 \text{ мм рт. ст.} \text{ — } 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

$$770 \text{ мм рт. ст.} \text{ — } x \text{ Па.}$$

$$\text{Отсюда } x = p = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Па. } pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{pV}{RT} M \approx 176 \text{ кг.}$$

*Ответ:* 176 кг.



6. Газ, занимающий при температуре  $T_1 = 400$  К и давлении  $p_1 = 0,1$  МПа объем  $V_1 = 2$  л, изотермически сжимают до объема  $V_2$  и давления  $p_2$ , затем изобарно охлаждают до температуры  $T_3 = 200$  К, после чего изотермически изменяют объем до  $V_4 = 1$  л. Найдите конечное давление  $p_4$ .

*Решение*

Поскольку масса газа постоянна, используем уравнение объединенного газового закона:  $\frac{pV}{T} = \text{const}$ .  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_4 V_4}{T_3} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1 V_1 T_3}{(V_4 T_1)} = 0,1$  МПа.

*Ответ:* 0,1 МПа.

7. Как изменяется энергия одной молекулы идеального газа постоянной массы, расширяющегося по закону  $pV^2 = \text{const}$ ?

*Решение*

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона:  $pV = \frac{m}{M} RT$ .

Умножив левую и правую части уравнения на  $V$ , получим  $pV^2 = \frac{m}{M} RTV$ . По условию  $pV^2 = \text{const} \Rightarrow$  тогда  $TV = \text{const}$ , при увеличении  $V$  температура  $T$  падает — газ охлаждается, значит, энергия поступательного движения молекул уменьшается.

*Ответ:* в данном процессе энергия уменьшается.

8. стакан был неплотно прикрыт листом бумаги. Когда температура воздуха изменилась, масса воздуха в стакане уменьшилась. Как изменяются при этом следующие характеристики воздуха в стакане?

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| А) число молекул | 1) увеличивается |
| Б) температура   | 2) уменьшается   |
| В) плотность     | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Стакан закрыт негерметично, поэтому давление не изменяется. Так как масса  $m = Nm_0$  уменьшилась, количество частиц воздуха в стакане тоже уменьшилось (как и плотность воздуха).

Но  $pV = NkT$ ,  $pV = \text{const} \Rightarrow T$  увеличилась.

*Ответ:* 212.

9. Плотность газообразного гелия при некотором давлении и температуре равна  $0,4 \text{ кг/м}^3$ . В этих же условиях средняя квадратичная скорость хаотического движения молекулы водорода  $1000 \text{ м/с}$ . Определите: концентрацию молекул гелия; кинетическую энергию хаотического движения всех молекул, содержащихся в  $5 \text{ м}^3$  водорода при этих условиях. Молярная масса гелия  $M_{\text{He}} = 0,004 \text{ кг/моль}$ , водорода —  $M_{\text{H}_2} = 0,002 \text{ кг/моль}$ .

*Решение*

Плотность гелия:  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0 N}{V} = m_0 n$ , концентрация гелия:

$$n = \frac{\rho}{m_0} = \frac{\rho N_A}{M_{\text{He}}} = \frac{0,4 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}} = 6,02 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул водорода при данных условиях

$$v_{\text{ср. кв.}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{H}_2}}} \Rightarrow T = \frac{M_{\text{H}_2} v_{\text{ср. кв.}}^2}{3R}.$$

Энергия поступательного движения одной молекулы газа  $E_1 = \frac{3kT}{2}$ ,

для  $N$  молекул, содержащихся в данном объеме:  $E = \frac{3NkT}{2}$ .

$$E = \frac{3nVkT}{2} = \frac{3nkVM_{\text{H}_2} v_{\text{ср. кв.}}^2}{6R} = \frac{\rho N_A kVM_{\text{H}_2} v_{\text{ср. кв.}}^2}{2RM_{\text{He}}},$$

$$N_A k = R \Rightarrow E = \frac{\rho VM_{\text{H}_2} v_{\text{ср. кв.}}^2}{2M_{\text{He}}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

*Ответ:*  $6,02 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ;  $5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

10. Шар объемом  $V = 0,2 \text{ м}^3$ , сделанный из тонкой бумаги, наполняют горячим воздухом при  $T_2 = 340 \text{ К}$  (рис. 21.3).

Температура окружающего воздуха  $T_1 = 290 \text{ К}$ . Давление воздуха  $p$  внутри шара и атмосферное давление одинаковы и равны  $100 \text{ кПа}$ . При каком значении массы  $m$  бумажной оболочки шар будет подниматься?

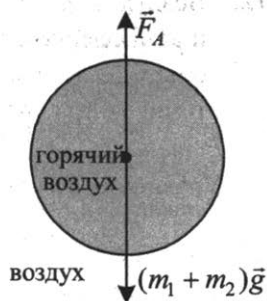


Рис. 21.3

*Решение*

Для окружающего воздуха:  $p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} RT_1$ ,  $\rho_1 = \frac{pM}{RT_1}$ .

Для горячего воздуха, наполняющего шар,  $pV = \frac{m_2}{M} RT_2$ ,

$$m_2 = \frac{pVM}{RT_2}.$$

Поскольку сила Архимеда  $F_A = \rho_1 g V$ , шар будет подниматься, если

$$\frac{pM}{RT_1} V g > \frac{pVM}{RT_2} g + mg \Rightarrow m < \frac{pMV}{R} \cdot \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 35,4 \text{ г}.$$

*Ответ:*  $3,54 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$ .

11. В баллоне вместимостью  $50 \text{ л}$  находится смесь газов, состоящая из аргона (Ar) массой  $20 \text{ г}$  и гелия (He) массой  $2 \text{ г}$  при температуре  $301 \text{ К}$ . Найти давление смеси газов на стенки сосуда.

*Решение*

Согласно уравнению состояния идеального газа:

$$p_{\text{Ar}} = \frac{m_{\text{Ar}}}{M_{\text{Ar}}} \frac{RT}{V}, \quad p_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} \frac{RT}{V}, \quad p = p_{\text{Ar}} + p_{\text{He}} = \frac{RT}{V} \left( \frac{m_{\text{Ar}}}{M_{\text{Ar}}} + \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} \right) =$$

$= 50 \text{ кПа}$ .

*Ответ:*  $50 \text{ кПа}$ .

12. Воздух, находящийся в упругой оболочке при температуре  $20^\circ\text{C}$  и атмосферном давлении  $1,0 \cdot 10^5$  Па, занимает объем 4 л. Какой объем (в л) займет этот воздух под водой на глубине 136 м, где температура  $+4^\circ\text{C}$ ?

*Решение*

Уравнения Менделеева–Клапейрона для двух состояний:

$$\begin{cases} p_{\text{атм.}} V = \frac{m}{M} RT \\ (p_{\text{атм.}} + \rho_{\text{воды}} gh) V' = \frac{m}{M} RT' \end{cases} \Rightarrow V' = \frac{m}{M} \frac{RT'}{(p_{\text{атм.}} + \rho_{\text{воды}} gh)},$$

$$V' = \frac{p_{\text{атм.}} V T'}{T (p_{\text{атм.}} + \rho_{\text{воды}} gh)} \approx 0,26 \text{ л.}$$

Ответ: 0,26 л.

## § 22. Изопроцессы в газах

Уравнение состояния идеального газа  $pV = \frac{m}{M} RT$  имеет пять различных параметров ( $p, V, m, M, T$ ), которые могут изменяться. Если масса и молярная масса постоянны ( $m = \text{const}, M = \text{const}$ ), тогда  $\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R = \text{const}$ , т.е. изменяются три параметра. Но в реальных условиях многие процессы протекают при изменении всего лишь двух параметров — такие процессы называют **изопроцессами**.

■  $T = \text{const}, m = \text{const}, M = \text{const}$  — **изотермический процесс**. Из уравнения Менделеева–Клапейрона получим:

$$p = \frac{\frac{m}{M} RT}{V} = \frac{\text{const}}{V}, \text{ следовательно, } p \cdot V =$$

$$= \text{const}, \text{ т.е. } p_1 V_1 = p_2 V_2 \text{ или } \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \text{ — закон}$$

**Бойля–Мариотта.**

Чем выше расположена **изотерма** (зависимость  $p(V)$  при  $T = \text{const}$ ), тем выше температура процесса: как показано на рисунке 22.1, если  $V = \text{const}$  и  $p_2 > p_1$ , то  $T_2 > T_1$ .

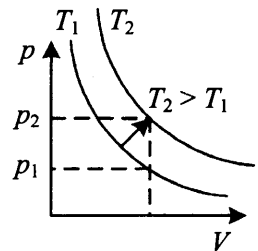


Рис. 22.1

■  $p = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$  — **изобарный процесс**.  
Из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$\frac{V}{T} = \frac{m}{Mp} R = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{const} \quad \text{— закон Гей-Люссака.}$$

Пусть  $V_0$  — объем газа при температуре  $T_0 = 273$  К, тогда

$$V = V_0 \frac{T}{T_0} = V_0 \alpha T, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273} \text{ К}^{-1}.$$

$\alpha$  — температурный коэффициент расширения газа.

Поскольку  $T = t + 273 \Rightarrow T = t + \frac{1}{\alpha}$ , получим закон Гей-Люссака в

виде  $V = V_0 \alpha \left( t + \frac{1}{\alpha} \right) = V_0 (1 + \alpha t)$ .

Так как  $V \sim T$ , график зависимости  $V(T)$  при  $p = \text{const}$  (**изобара**), построенный в координатах  $V$ ,  $T$ , проходит через начало координат (рис. 22.2).

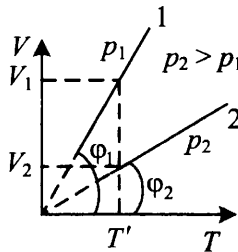


Рис. 22.2

### Замечание

- Пунктир при низких температурах на рис. 22.2 означает, что в этой области газ перестает быть идеальным.

Наклон изобары  $\left( \text{tg} \varphi \sim \frac{V}{T} \right)$  к оси температур для процессов, про-

веденных при различных давлениях, различен. Для определения, какой из изобар соответствует большее давление, проведем изотерму при температуре  $T'$ . Для  $T = T'$  —  $V_1 > V_2$ , следовательно, по закону Бойля–Мариотта —  $p_2 > p_1$ , т.е. нижней изобаре (2) соответствует большее давление (рис. 22.2). Этот же результат можно получить,

анализируя выражение для объема:  $V = \frac{m}{Mp} R \cdot T$ . Таким образом, если

$\varphi_2 < \varphi_1$ , то  $p_2 > p_1$ .

■  $V = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$  — **изохорный процесс**. Проводя аналогичные рассуждения, получим:  $\frac{p}{T} = \frac{mR}{MV} = \text{const}$ , следовательно,

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{const}$  — это **закон Шарля**. Вторая запись закона

Шарля:  $p = p_0 \alpha T = p_0(1 + \alpha t)$ ,  $\alpha = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$ , где  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $p_0$  —

давление газа при этой температуре (т.е.  $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ),  $\alpha$  — температурный коэффициент давления.

График зависимости  $p(T)$  при  $V = \text{const}$  (**изохора**) в координатах  $p$ ,  $T$  также проходит через начало координат, а тангенс угла наклона изохоры к оси температур  $\text{tg}\varphi = \frac{p}{T} = \frac{mR}{MV} = \text{const}$ .

Чем ниже изохора к оси  $T$ , тем больше объем, занимаемый газом, т.е. если  $\varphi_2 < \varphi_1$ , то  $V_2 > V_1$  (рис. 22.3).

На рисунке 22.4 изображены изопроцессы в различных координатах, обозначенные цифрами: 1 — изохора, 2 — изобара, 3 — изотерма.

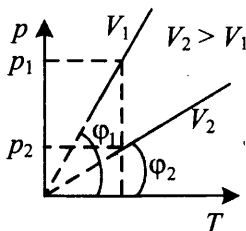


Рис. 22.3

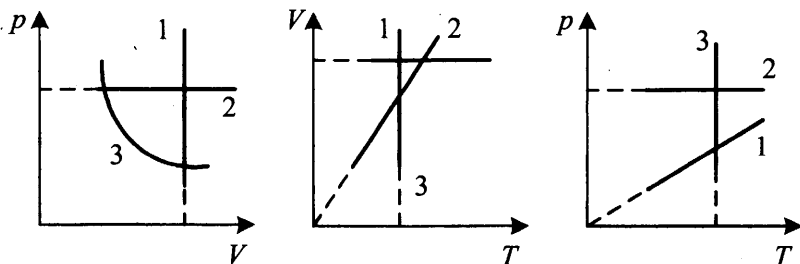


Рис. 22.4

## ЗАДАЧИ

1. Как изменилось давление идеального газа (осталось неизменным, увеличилось, уменьшилось) при переходе из состояния 1 в 2 (рис. 22.5)? Ответ поясните, используя физические законы.

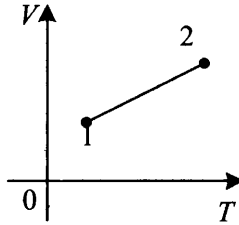


Рис. 22.5

*Решение*

Проведем изобары, проходящие через точки 1 и 2, и секущую их изотерму (рис. 22.6).

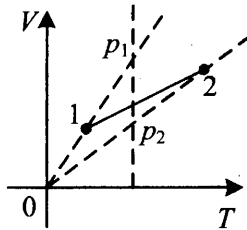


Рис. 22.6

Для всех точек, лежащих на изотерме, выполняется закон Бойля–Мариотта:  $pV = \text{const}$ , следовательно, состоянию, имеющему больший объем, соответствует меньшее давление, значит,  $p_2 > p_1$  (наклон изобары 2 к оси  $T$  меньше).

*Ответ:* давление увеличилось.

2. На каких участках цикла (рис. 22.7) объем некоторого количества идеального газа увеличивается?

*Решение*

Участок 1–2 — изобара,  $T$  увеличивается, значит, и  $V$  увеличивается. Участок 4–1 — изохора, объем не меняется. Через точки 2, 3, 4 проведем изохоры (рис. 22.7). Чем ниже изохора, тем  $V$  больше, поэтому на участке 2–3  $V$  увеличивается, а на участке 3–4 —  $V$  уменьшается.

*Ответ:* на участках 1–2 и 2–3.

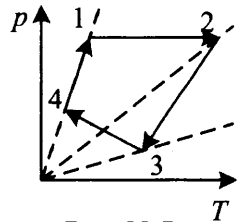


Рис. 22.7

3. Нагревается или охлаждается газ, расширяющийся по законам:

а)  $p = \text{const}$ ;

б)  $\frac{p}{V} = \text{const}$ ;

в)  $pV^3 = \text{const}$ ?

*Решение*

Для данной массы газа во всех трех случаях справедливо соотношение  $\frac{pV}{T} = \text{const}$ .

а) При  $p = \text{const}$   $V$  увеличивается, значит, и  $T$  увеличивается — газ нагревается.

б)  $\frac{p}{V} = \text{const}$ , т.е.  $p = V \cdot \text{const}$  или  $\frac{V^2}{T} = \text{const}$ , при увеличении  $V$   $T$  увеличивается — газ нагревается.

в)  $pV^3 = \text{const}$ ,  $p = \frac{\text{const}}{V^3}$ ,  $\frac{1}{(TV^2)} = \text{const}$ , при увеличении  $V$   $T$  уменьшается — газ охлаждается.

*Ответ:* в случаях (а) и (б) газ нагревается, (в) — охлаждается.

4. Ученик поочередно наполнял сосуды известного объема воздухом некоторой постоянной массы и при помощи манометра измерял его давление. При этом значения объема и давления он занес в таблицу. Каким значением давления  $p$  следует дополнить таблицу?

$V$ , л	0,5	1	3	5	10
$p$ , кПа	120	60	20	12	?

*Решение*

Поскольку  $T = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ , выполняется закон Бойля–Мариотта:  $pV = \text{const}$ . Взяв любую пару значений  $p$ ,  $V$  (например, вторую), получим их произведение:  $p_2V_2 = pV \Rightarrow p = \frac{p_2V_2}{V} = \frac{10^{-3} \cdot 60 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^3 \text{ Па}$ .

*Ответ:* 6 кПа.

5. На рисунке 22.8 изображен круговой процесс на диаграмме в координатах  $V(T)$ . В какой из точек

А) давление газа на стенки сосуда минимально

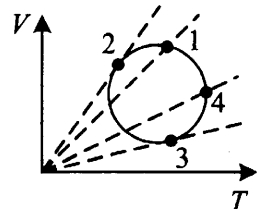


Рис. 22.8



Б) средняя квадратичная скорость одной молекулы наибольшая  
 Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Проведем изобары через все указанные точки. Изобара с большим углом наклона к оси температур (2) соответствует минимальному давлению. Наибольшая среднеквадратичная скорость соответствует большей температуре (точка 4).

*Ответ:* 24.

6. Пузырек воздуха всплывает со дна водоема. На глубине 6 м он имел объем 5 мм<sup>3</sup>. Найти объем пузырька (в мм<sup>3</sup>) у поверхности воды ( $T = \text{const}$ ).

*Решение*

Гидростатическое давление на дне:  $p = \rho_{\text{в}}gh = 10^3 \cdot 10 \cdot 6 = 6 \cdot 10^4$  Па, полное давление на дне  $p_1 = p_0 + p$ , где  $p_0 = 10^5$  Па — атмосферное, давление. Так как процесс изотермический:  $(p_0 + p)V_1 = p_0V_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{p + p_0}{p_0} V_1 = 8 \text{ мм}^3.$$

*Ответ:* 8 мм<sup>3</sup>.

7. С газом некоторой массы был произведен замкнутый процесс (рис. 22.9). Как изменялся объем газа при переходах 1–2, 2–3, 3–4, 4–1?

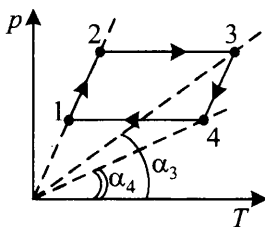


Рис. 22.9

- 1) увеличивался
- 2) уменьшался
- 3) не изменялся

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

1–2	2–3	3–4	4–1

*Решение*

1–2 — изохорный процесс ( $V = \text{const}$ ).

2–3 — изобарный процесс ( $p = \text{const}$ ,  $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$ ,  $\Rightarrow V$  увеличивался

пропорционально  $T$ ).

3–4 —  $\frac{p_3 V_3}{T_3} = \frac{p_4 V_4}{T_4}$  или  $V_3 \cdot \text{tg} \alpha_3 = V_4 \cdot \text{tg} \alpha_4 \Rightarrow V$  увеличивался.

4–1 — изобарный процесс ( $V$  уменьшался пропорционально  $T$ ).

Т.е. 1–2 —  $V = \text{const}$ , 2–3 и 3–4 —  $V$  увеличивался, 4–1 —  $V$  уменьшался.

*Ответ:* 3112.

8. На рисунке 22.10 представлен замкнутый цикл. Участок  $CD$  соответствует изотерме. Изобразите эту диаграмму в координатах  $p(T)$  и  $V(T)$ .

*Решение*

$AB$  — изохорный нагрев ( $p$  растет при  $V = \text{const}$ ,  $\Rightarrow T$  увеличивается).  $BC$  — изобарное нагревание,  $CD$  — изотерма, участок  $DA$  — изобарное охлаждение. В координатах  $p, T$  этот замкнутый цикл представлен на рисунке 22.11, в координатах  $V, T$  — на рисунке 22.12.

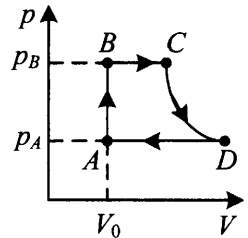


Рис. 22.10

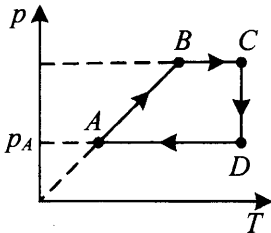


Рис. 22.11

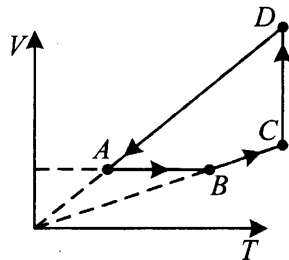


Рис. 22.12

9. В цилиндре под поршнем площадью  $S = 50 \text{ см}^2$  и массой  $m_1 = 10 \text{ кг}$  находится воздух при температуре  $t_1 = 7^\circ \text{C}$ . Поршень находится на высоте  $h_1 = 20 \text{ см}$  от дна цилиндра. Воздух в цилиндре нагревают до  $t_2 = 47^\circ \text{C}$ . На сколько поднимется поршень по сравнению с исходным положением? Каким будет давление газа после подъема поршня?  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ .

*Решение*

На поршень действуют сила тяжести  $mg$ , сила давления атмосферного воздуха  $F_0$  и сила давления со стороны газа в цилиндре  $F$  (рис. 22.13). В состоянии равновесия  $F = mg + F_0$ , но  $F = p \cdot S$ , где  $p$  — давление газа в цилиндре, а  $F_0 = p_0 \cdot S \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S}$ .

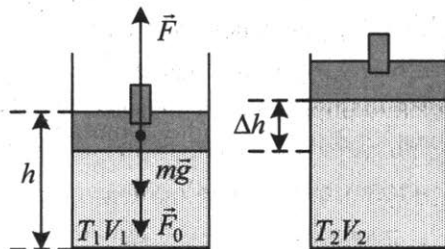


Рис. 22.13

Когда газ находится под подвижным поршнем, его давление остается постоянным.

Таким образом, процесс является изобарным, следовательно,

$$p_1 = p_2 = p = p_0 + \frac{mg}{S} = 10^5 + \frac{10 \cdot 10}{50 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Исходный объем равен  $V_1 = h \cdot S$ ,  $V_2 = (h + \Delta h) \cdot S$ , при  $p = \text{const} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{h \cdot S}{T_1} = \frac{(h + \Delta h) \cdot S}{T_2} \Rightarrow \Delta h = h \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 0,2 \left( \frac{320}{280} - 1 \right) =$$

$$= 2,86 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Ответ:  $1,2 \cdot 10^5$  Па,  $2,86 \cdot 10^{-2}$  м.

10. В вертикальной пробирке длиной  $L = 24$  см находится столбик ртути высотой  $h = 8$  см, причем верхняя граница столбика совпадает с краем пробирки (рис. 22.14, а). Какой высоты столбик ртути (мм) останется в пробирке после ее переворачивания (рис. 22.14, б)?  $p_{\text{атм.}} = 760$  мм рт. ст.

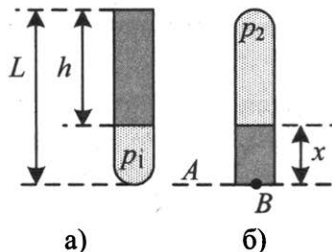


Рис. 22.14

### Решение

Поскольку температура процесса постоянна, он является изотермическим, значит,  $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ . Начальный объем газа, запертого ртутью,  $V_1 = (L - h) \cdot S$ , конечный —  $V_2 = (L - x) \cdot S$ , где  $x$  — высота оставшегося в пробирке столбика ртути после ее переворачивания.

Начальное давление  $p_1$  складывается из гидростатического давления столбика ртути и атмосферного давления:  $p_1 = p_{\text{атм.}} + \rho gh$ .

Конечное давление определим, учитывая, что на уровне  $A$  давление атмосферного воздуха одинаково, но в точке  $B$  оно определяется суммой гидростатического давления оставшегося столбика ртути  $\rho gx$  и давления газа в пробирке  $p_2$ :  $p_{\text{атм.}} = \rho gx + p_2 \Rightarrow p_2 = p_{\text{атм.}} - \rho gx$ .  
 $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow (p_{\text{атм.}} + \rho gh)(L - h)S = (p_{\text{атм.}} - \rho gx)(L - x)S$  или  $(p_{\text{атм.}} + \rho gh) \cdot (L - h) = (p_{\text{атм.}} - \rho gx)(L - x)$ .

В нашем случае, поскольку атмосферное давление задано в мм рт. ст. и гидростатическое давление создает также ртуть, можно упростить последнее уравнение, выразив  $p_{\text{атм.}}$  через плотность ртути  $\rho$  (опыт Торричелли):  $p_{\text{атм.}} = \rho gH_0$ , где  $H_0 = 760$  мм рт. ст. Тогда уравнение примет вид

$$(\rho gH_0 + \rho gh)(L - h) = (\rho gH_0 - \rho gx)(L - x) \text{ или } (H_0 + h)(L - h) = (H_0 - x)(L - x).$$

Получено квадратное уравнение относительно  $x$ :

$$x^2 - x(H_0 + L) - h(L - h - H_0) = 0.$$

Найдем корни этого уравнения:

$$x_{1,2} = \frac{(H_0 + L) \pm \sqrt{(H_0 + L)^2 + 4 \cdot h(L - h - H_0)}}{2} = 50,6 \text{ мм.}$$

Ответ: 50,6 мм.

# Термодинамика

## § 23. Внутренняя энергия. Закон сохранения энергии в термодинамике. Два способа изменения внутренней энергии: теплопередача и работа

**Термодинамика** — это теория тепловых явлений, не рассматривающая микропроцессы, лежащие в их основе.

Тело как система составляющих его частиц обладает внутренней энергией. **Внутренняя энергия** — это энергия хаотического движения микрочастиц системы и энергия взаимодействия этих частиц. К внутренней энергии не относятся кинетическая и потенциальная (во внешних полях) энергии системы как целого. В термодинамике внутренняя энергия  $U$  тела определяется как функция его макроскопических величин, например  $T$  и  $V$ .

$U = U(V, T)$ , следовательно, внутренняя энергия

- характеризует потенциальную энергию частиц системы;
- характеризует кинетическую энергию частиц системы.

**Закон сохранения энергии в термодинамике:** при любых процессах в изолированной термодинамической системе ее внутренняя энергия остается постоянной:  $U(V, T) = \text{const}$ ,  $\Delta U = 0$ .

Для идеального газа вычисление внутренней энергии является более простой задачей. Так как потенциальной энергией взаимодействия частиц идеального газа можно пренебречь, то  $U = U(T)$ , тогда

$$U = N \cdot E_{\text{ср.}} = \nu \cdot N_A \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} RT.$$

Используя уравнение состояния идеального газа, получим

$$U = \frac{3}{2} p \cdot V.$$

### Замечание

- Оба уравнения получены (и справедливы) только для идеального одноатомного газа. В случае многоатомных газов  $U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot RT = \frac{i}{2} p \cdot V$ .

Здесь  $i$  — число степеней свободы.

Внутренняя энергия определяется только абсолютной температурой газа  $U = f(T)$ , хотя и может выражаться через другие величины.

Как видно из формул  $U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} RT$ ,  $U = \frac{3}{2} p \cdot V$ , внутреннюю энергию газа можно изменить, изменяя его температуру  $T$  (при осуществлении теплопередачи, мерой которой является количество теплоты  $Q$ ) и давление  $p$  или объем  $V$  (например, за счет механической работы внешних сил  $A_{\text{вн}}$  по сжатию газа):  $Q \leftrightarrow \Delta U \leftrightarrow A_{\text{вн}}$  (если при этом изменяется и  $T$ ). Здесь  $\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T$ , где  $\Delta T = T_2 - T_1$ , или  $\Delta U = \frac{3}{2} \Delta(pV) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$ .

При этих процессах соблюдается закон сохранения и превращения энергии — так называемое **первое начало (закон) термодинамики**.

**Теплопередача (теплообмен)** — процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы. Теплопередача может осуществляться разными способами:

- **путем теплопроводности** — передачи теплоты от более нагретой части системы к менее нагретой (например, от горячего конца металлического стержня или от одного тела к другому при их контакте) без переноса частиц;

- **путем конвекции** — переноса теплоты потоком частиц вещества из одного объема пространства в другие (например, теплый дым);

- **путем теплового излучения** — переноса теплоты посредством электромагнитных волн.

Считают, что  $Q > 0$ , если тело получает тепло,  $Q < 0$  — если отдает. Единица измерения теплоты, как и внутренней энергии:  $[Q] = [U] = \text{Дж}$ .

Если газ, расширяясь, сместил поршень на некоторое расстояние  $\Delta l$  ( $p = \text{const}$ ) (рис. 23.1), то он совершил **работу**  $A = F \cdot \Delta l \cdot \cos \alpha = p \cdot S \cdot \Delta l = p \cdot \Delta V$ .

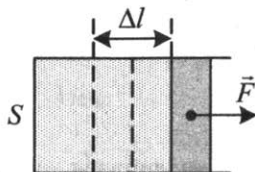


Рис. 23.1

Если  $F \uparrow \Delta l$ ,  $\cos \alpha = 1$ , газ расширяется —  $A > 0$ .

Если  $F \downarrow \Delta l$ ,  $\cos \alpha = -1$ , газ сжимается —  $A < 0$ .

Обратите внимание,  $A$  — работа самого газа.

### Замечание

- Внимание! Работа совершается только при изменении объема газа!

В общем случае работу газа можно определить графически, как площадь под графиком зависимости  $p = p(V)$  в координатах  $p, V$  (рис. 23.2, 23.3).

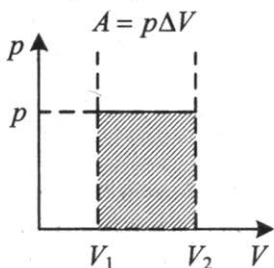


Рис. 23.2

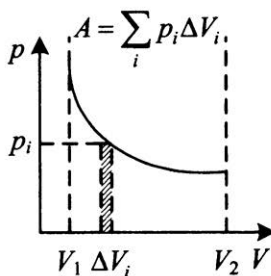


Рис. 23.3

Если газ совершает работу в цикле, как, например, на рисунке 23.4, полную работу за цикл можно найти как сумму работ на каждом участке:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}.$$

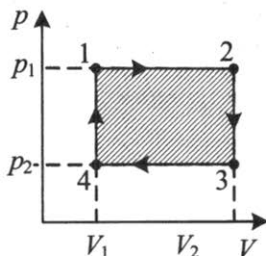


Рис. 23.4

Участки 2–3 и 4–1 соответствуют изохорному процессу ( $V = \text{const}$ ), следовательно,  $A_{23} = A_{41} = 0$ .

1–2 и 3–4 — изобары,  $A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$ ,  $A_{34} = p_2(V_1 - V_2)$ , следовательно,  $A = A_{12} + A_{34} = p_1(V_2 - V_1) + p_2(V_1 - V_2) = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1) = \Delta p \Delta V$ .

Т.е. работа равна площади фигуры, описывающей циклический процесс в координатах  $p, V$ . Если процесс идет по часовой стрелке,  $A > 0$ , если против, то  $A < 0$ .

### Замечание

- Этот вывод верен для любых циклических процессов.

Проанализируем выражения для внутренней энергии:

$$U = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} RT, \quad \Delta U = \frac{3}{2} \Delta(pV) = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

Данная формула справедлива только для одноатомного газа, молекулы которого имеют три степени свободы (например, у инертных газов).

Для многоатомных газов:

$$U = \frac{i}{2} pV = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT, \quad \Delta U = \frac{i}{2} \Delta(pV) = \frac{i}{2} (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = \\ = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T.$$

**Число степеней свободы** тела (молекулы)  $i$  называется число любых независимых движений, которое оно может совершить.

Значения  $i$  для разных газов приведены в таблице:

Количество атомов в молекуле газа	1 (He, Ar)	2 (H <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> , O <sub>2</sub> )	≥ 3 (H <sub>2</sub> O, CO <sub>2</sub> )
Значение $i$	3	5	6

## ЗАДАЧИ

1. Как относятся внутренние энергии аргона и гелия при одинаковых температурах? Массы газов одинаковы.

*Решение*

$$U_{\text{Ar}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M_{\text{Ar}}} RT, \quad U_{\text{He}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M_{\text{He}}} RT,$$

$$\frac{U_{\text{Ar}}}{U_{\text{He}}} = \frac{M_{\text{He}}}{M_{\text{Ar}}} = \frac{4 \text{ г/моль}}{40 \text{ г/моль}} = \frac{1}{10}.$$

*Ответ:*  $U_{\text{Ar}}/U_{\text{He}} = 0,1$ .

2. Как изменяются внутренняя энергия и давление идеального газа постоянной массы при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 23.5)?

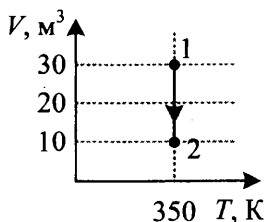


Рис. 23.5



- 1) увеличивается в 3 раза
- 2) увеличивается в 2 раза
- 3) уменьшается в 3 раза
- 4) не изменяется

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

внутренняя энергия	давление

*Решение*

Так как  $T = \text{const} \Rightarrow U = \text{const}$ .  $pV = \text{const}$ ,  $V \downarrow$  в 3 раза, значит,  $p \uparrow$  в 3 раза.

*Ответ:* 41.

3. Как изменится внутренняя энергия одноатомного идеального газа, если его объем увеличить на 50%, а давление уменьшить на 50%?

*Решение*

Величина  $U$  определяется температурой газа:  $U = 3\nu \frac{RT}{2}$ , в дан-

ном случае  $V_2 = 1,5V_1$ ,  $p_2 = 0,5p_1$ . Для данной массы газа

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}. \text{ Подставив данные условия, получим } T_2 = 0,75T_1,$$

т.е.  $\frac{U_2}{U_1} = 0,75$ .

*Ответ:* уменьшится в  $\frac{4}{3}$  раза.

4. Дан график процесса (рис. 23.6) в координатах  $V(T)$ . На каких участках внутренняя энергия газа уменьшается без совершения газом работы?

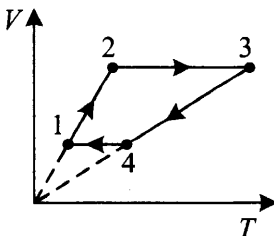


Рис. 23.6

*Решение*

Внутренняя энергия  $U$  уменьшается при уменьшении температуры, т.е. на участках (3–4) и (4–1), но работа  $A = 0$  только при  $V = \text{const}$  на участке (4–1).

*Ответ:* (4–1).

5. Состояние идеального газа постоянной массы изменяется в соответствии с графиком  $V(T)$ . Каков характер изменения внутренней энергии на участках графика (рис. 23.7)?

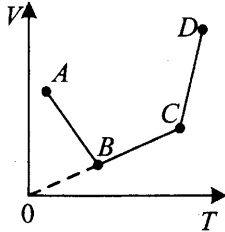


Рис. 23.7

УЧАСТОК

ИЗМЕНЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

А) А–В

1) увеличивается

Б) В–С

2) уменьшается

В) С–D

3) не изменяется

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

На всех участках температура газа увеличивается  $\Rightarrow U$  везде растет.

*Ответ:* 111.

6. Газ имеет следующие параметры:  $V_1 = 0,01 \text{ м}^3$ ,  $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ ,  $T_1 = 300 \text{ К}$ ,  $T_2 = 320 \text{ К}$ ,  $T_3 = 350 \text{ К}$ . Найти работу газа  $A$  при переходе из состояния 1 в состояние 3 (рис. 23.8).

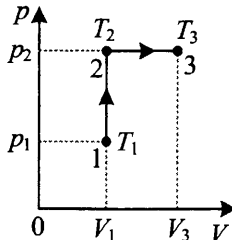


Рис. 23.8

*Решение*

1–2 — изохорный процесс:  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ,  $V_1 = V_2$ .  $A_{1-2} = 0$ .

2–3 — изобарный процесс:  $\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3}$ .

Значит, работа газа при переходе из состояния 1 в состояние 3:

$$A = A_{2-3}$$

$$A = p_2(V_3 - V_2) = \frac{p_1 T_2}{T_1} \left( \frac{V_2 T_3}{T_2} - V_2 \right) = p_1 V_2 \frac{T_3 - T_2}{T_1} = 200 \text{ Дж} \quad (\text{учитывая,}$$

что  $V_2 = V_1$ ).

*Ответ:* 200 Дж.

7. В цилиндрическом горизонтальном сосуде массой  $m = 15$  кг, перегородённом поршнем массой  $M = 10$  кг, с обеих сторон от поршня находится по 2 моля аргона. Коротким ударом сосуду сообщают скорость  $v = 5$  м/с, направленную вдоль оси сосуда. Каково изменение температуры газа после затухания колебаний поршня? Трением между поршнем и стенками сосуда и теплоемкостью поршня пренебречь.

*Решение*

В покоящемся сосуде поршень находится в равновесии. После сообщения сосуду скорости газ сожмется около заднего торца (по движению) и расширится с другой стороны поршня. Результатом разности давлений будет сила, приложенная к поршню и направленная в сторону объема с меньшим давлением. Возникнут затухающие колебания поршня.

Рассмотрим два состояния системы «сосуд + газ + поршень».

1) В момент толчка сосуда газ и поршень покоились, сосуд имел скорость  $v$ .

2) После затухания колебаний поршня система будет двигаться как целое со скоростью  $v_2$ . Так как в направлении движения сосуда система замкнута, закон сохранения импульса:  $mv = (m + M + m_{\text{газа}})v_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{mv}{(m + M + m_{\text{газа}})}.$$

Поскольку  $v_2 = \text{const}$ , после затухания колебаний поршень будет в равновесии, деля сосуд на равные части, т.е. изменения объема газа нет, значит,  $A = 0$ . Поэтому уменьшение внутренней энергии газа равно разности начальной и конечной кинетических энергий системы:

$$\Delta U = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m + M + m_{\text{газа}})v_2^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m + M + m_{\text{газа}}) \cdot m^2 v^2}{2(m + M + m_{\text{газа}})^2} =$$

$$= \frac{mv^2(M + m_{\text{газа}})}{2(m + M + m_{\text{газа}})}.$$

Оценим массу газа  $m_{\text{газа}} = \nu M_{\text{Ar}}$ , где  $\nu = 4$  моль,  $m_{\text{газа}} = 4 \cdot 0,04 = 0,16$  кг. Значит,  $m_{\text{газа}} \ll M$  и  $m \Rightarrow \Delta U = \frac{m \cdot M \cdot v^2}{2(M + m)}$ . Изменение внут-

ренней энергии одноатомного газа (аргона):

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{m M v^2}{3 \nu R (M + m)} = 1,5 \text{ К}.$$

Ответ: 1,5 К.

## § 24. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам

Если термодинамическая система изолирована, ее внутренняя энергия (полная энергия движения и взаимодействия всех частиц, ее составляющих) остается постоянной:  $U = \text{const}$ ,  $\Delta U = 0$ .

Если система не изолирована, то внутренняя энергия системы может быть изменена только при передаче системе (например, газу) энергии извне: вследствие теплопередачи (при этом может изменяться температура или фазовое состояние вещества); при осуществлении механической работы. Пусть идеальному газу, находящемуся в цилиндре с подвижным поршнем, передается некоторое количество теплоты  $Q$ , внешние силы совершают над газом работу  $A'$ , т.е. поршень передвигают влево и газ сжимают (рис. 24.1).

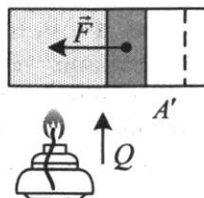


Рис. 24.1

Поскольку выполняется закон сохранения и превращения энергии, то  $Q = \Delta U - A'$ , или  $\Delta U = Q + A'$ , т.е. внутреннюю энергию можно изменить двумя способами: совершив  $A'$  и сообщив  $Q$ . В ряде случаев

работу совершает сама система:  $A = -A'$  (рис. 24.2): газ, расширяясь, совершает работу против внешних сил. Здесь  $A$  — работа термодинамической системы (самого газа) над внешними телами.

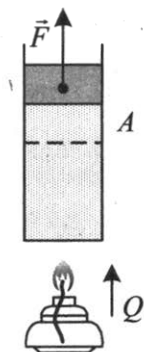


Рис. 24.2

Работа любой тепловой машины (неизолированной термодинамической системы) совершается только за счет получения извне количества теплоты  $Q$  и уменьшения внутренней энергии рабочего тела  $\Delta U$ .

Для неизолированной термодинамической системы закон сохранения и изменения энергии принимает форму *первого закона (начала) термодинамики*:  $Q = \Delta U + A$  — количество подведенного к системе (газу) тепла идет на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой (самим газом) механической работы.

### Замечание

- В этой формуле работа газа  $A > 0$ , если газ расширяется,  $A < 0$ , если он сжимается;  $Q > 0$  — когда система (газ) получает тепло извне,  $Q < 0$  — когда отдает.

Если газ не совершает работы,  $A = 0$ , то  $\Delta U = Q$ , тогда количество теплоты, необходимое для нагревания тела:  $Q = cm\Delta T$ , где  $\Delta T = T_2 - T_1$ ;  $c$  — **удельная теплоемкость вещества**, определяющая количество теплоты  $Q$ , необходимое для нагревания 1 кг вещества на 1 К, единица измерения  $[c] = \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ :

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}.$$

Удельную теплоемкость  $c$  следует отличать от теплоемкости тела  $C_T$ :

$$C_T = \frac{Q}{\Delta T}.$$

В случае, когда  $A = 0$ , изменение внутренней энергии  $\Delta U$  можно выразить как:  $\Delta U = Q = c_V m \Delta T = C_V \frac{m}{M} \Delta T$ , где  $c_V$  — удельная теплоемкость вещества при  $V = \text{const}$ ;  $C_V = c_V M$  — теплоемкость моля вещества при  $V = \text{const}$ .

Применение первого закона термодинамики к изопроцессам и адиабатному процессу:

■ **Изотермический процесс** (рис. 24.3) —  $T = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ .



Рис. 24.3

Так как  $\Delta T = 0$ , следовательно,  $\Delta U = 0$  и  $Q = A$ , т.е. сообщаемое газу количество теплоты  $Q$  равно работе  $A$ , совершаемой газом, где  $A$  — площадь под кривой процесса в координатах  $p, V$ .

■ **Изобарный процесс** —  $p = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ . В этом случае газ, изменяя объем (рис. 24.4), совершает работу  $A$ , а изменение температуры приводит к изменению  $\Delta U$ :  $Q = \Delta U + A$ , следовательно, количество теплоты, сообщаемое газу, идет на изменение внутренней энергии и работу, совершаемую газом:

$$p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T \Rightarrow A = \frac{m}{M} R \Delta T.$$

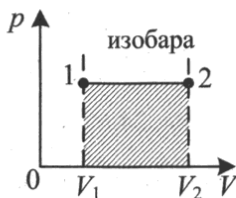


Рис. 24.4

Тогда первый закон термодинамики для изобарного процесса, совершаемого с одноатомным газом, можно представить в виде

$$\begin{aligned} Q = \Delta U + A &= \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T + p \Delta V = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \\ &= \frac{5}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{5}{2} p \Delta V. \end{aligned}$$

■ **Изохорный процесс** —  $V = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ .  
 Так как объем не изменяется,  $\Delta V = 0$ , то  $A = 0$  (рис. 24.5),

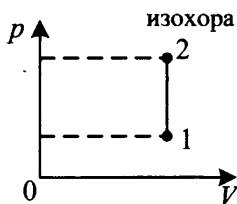


Рис. 24.5

$Q = \Delta U = \frac{3}{2}(\Delta pV)$ , следовательно, вся теплота идет на увеличение

внутренней энергии газа. Для одноатомного газа:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} V \Delta p.$$

**Замечание**

- В случае **многоатомных** газов для изобарного и изохорного процессов необходимо учитывать количество степеней свободы молекул.

■ **Адиабатный процесс** (нет теплопередачи) —  $Q = 0$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ .

График адиабатного процесса (рис. 24.6), где  $Q = 0$  (адиабата),  $T = \text{const}$  (изотерма):

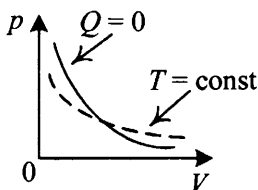


Рис. 24.6

$pV^\gamma = \text{const}$ ,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ . Здесь  $C_v$  и  $C_p$  — теплоемкости моля веществ-

ва при  $V = \text{const}$  и  $p = \text{const}$ , соответственно,  $C_p = C_v + R$ .

**Замечание**

- Обратите внимание, адиабата идет круче изотермы. Кроме того, отметим, что адиабатный процесс не относится к изопроцессам, так как изменяются  $T$ ,  $V$ ,  $p$ .

Поскольку  $Q = 0$ , то  $\Delta U = -A$  или  $A = -\Delta U = U_1 - U_2$ . Значит,  $A > 0$ , если  $U_1 > U_2$ , следовательно, газ может совершить положи-

тельную работу (расширяется) за счет уменьшения своей внутренней энергии.

$$\text{Для одноатомного газа: } A = -\Delta U = -\frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T = \frac{3m}{2M} R(T_1 - T_2).$$

### Замечание

- В случае многоатомных газов следует учитывать, что  $\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \cdot \Delta T$ .

## ЗАДАЧИ

1. По приведенному графику (рис. 24.7) определите, чему равно изменение внутренней энергии идеального газа в идеальной тепловой машине за цикл, если газ совершил работу 10 кДж, получив от нагревателя 16 кДж.

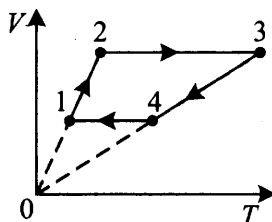


Рис. 24.7

*Решение*

$U$  является функцией состояния (зависит от температуры для данной массы газа). Поэтому при любых циклических процессах, когда начальное и конечное состояния системы совпадают,  $\Delta U = 0$ .

*Ответ:* 0.

2. Газ сжали, совершив работу 23 Дж, при этом он передал окружающей среде количество тепла 27 Дж. Как изменилась его внутренняя энергия?

*Решение*

Согласно первому закону термодинамики  $\Delta U = Q + A'$ . Так как газ отдал тепло,  $Q = -27$  Дж;  $A' = +23$  Дж — это работа внешних сил над газом, следовательно,  $\Delta U = -27 + 23 = -4$  Дж, но  $\Delta U = U_2 - U_1$ , следовательно,  $U$  уменьшилась на 4 Дж.

*Ответ:*  $\Delta U = -4$  Дж, уменьшилась.

3. В сосуде под поршнем находится 3 моль аргона. Определите начальную температуру газа (в К), если при сообщении ему 6 кДж тепла объем за счет поднятия поршня увеличился в 1,2 раза.

*Решение*

Так как газ находится под поршнем,  $p = \text{const}$ .

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu \cdot R \Delta T, A = \nu \cdot R \Delta T \Rightarrow Q = \Delta U + A = \frac{5}{2} \nu \cdot R \Delta T.$$



Но для изобарного процесса

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1,2T_1, \Delta T = 0,2T_1, \Rightarrow T_1 = \frac{2Q}{5 \cdot 0,2 \cdot \nu \cdot R} = \frac{12 \cdot 10^3}{3 \cdot 8,31} = 481 \text{ К.}$$

Ответ: 481 К.

4. Состояние идеального газа изменяется в соответствии с графиком зависимости  $p(V)$  (рис. 24.8). Какое количество теплоты сообщено газу?  $p_0 = 10^5$  Па,  $V_0 = 3$  л.

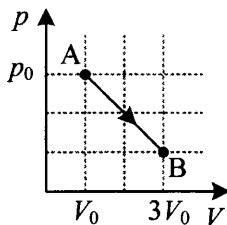


Рис. 24.8

Решение

Так как  $p_A V_A = p_B V_B$ , то  $T_A = T_B$ , значит,  $\Delta U = 0$ , то  $Q = A$ . Работа  $A$  определяется площадью под прямой  $AB$  (площадь трапеции):

$$Q = \left( p_0 + \frac{p_0}{3} \right) \cdot \frac{2V_0}{2} = \frac{4p_0 V_0}{3}. \quad Q = 400 \text{ Дж.}$$

Ответ:  $Q = 400$  Дж.

5. На  $p$ - $T$ -диаграмме (рис. 24.9) представлен процесс изменения состояния постоянного количества идеального одноатомного газа. Газ совершает работу, равную 3 кДж. Чему равно количество теплоты, полученное газом?

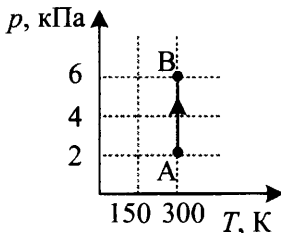


Рис. 24.9

Решение

Так как  $T = \text{const}$ , процесс изотермический,  $\Delta U = 0$ ,

$$Q = A \Rightarrow Q = 3 \text{ кДж.}$$

Ответ:  $Q = 3$  кДж.

6. Какое количество теплоты газ получает (или отдает) в процессе, показанном на рисунке 24.10 (1–3 изотерма)?

*Решение*

Точки 1 и 3 лежат на изотерме, при переходе 1–2–3  $\Delta U = 0$ , т.е.  $Q = A$ .  $A_{23} = 0$  (поскольку  $V = \text{const}$ ),  $A = A_{12} = p\Delta V = -6 \text{ кДж} \Rightarrow Q = -6 \text{ кДж}$  (отдает).

*Ответ:*  $Q = -6 \text{ кДж}$  (отдает).

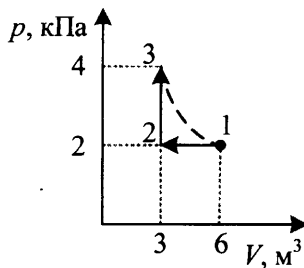


Рис. 24.10

7. Какое количество теплоты нужно передать двум моль одноатомного идеального газа, находящегося при температуре  $T_0 = 300 \text{ К}$ , чтобы изохорно увеличить его давление в 2 раза?

*Решение*

Для изохорного процесса  $A = 0$ ,  $Q = \Delta U = \frac{3\nu R \Delta T}{2}$ ;  $\Delta T = T_2 - T_0$ ;

но  $T_2 = \frac{T_0 p_2}{p_1} = 2T_0$ , т.е.  $\Delta T = T_0$ .  $Q = \frac{3\nu R \Delta T}{2} = 3RT_0 = 7,48 \text{ кДж}$ .

*Ответ:* 7,48 к Дж.

8. Используя первый закон термодинамики, установите соответствие между описанными в первом столбце особенностями процесса для идеального газа и его названием (записать число).

#### ОСОБЕННОСТИ ИЗОПРОЦЕССА

- А) все переданное газу количество теплоты идет на совершение работы, а внутренняя энергия газа остается неизменной
- Б) изменение внутренней энергии газа происходит только за счет совершения работы, так как теплообмен с окружающими телами отсутствует

#### НАЗВАНИЕ ИЗОПРОЦЕССА

- 1) изотермический  
2) изобарный  
3) изохорный  
4) адиабатный

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

В случае А)  $Q = A$ ; для Б)  $A_{\text{газа}} = -\Delta U$ .

*Ответ:* 14.

9. В горизонтально расположенном теплоизолированном сосуде с поршнем находится одноатомный идеальный газ, занимающий объем  $V_1$  при температуре  $T_1$  и давлении  $p_1$ . Какую работу  $A$ , сжимая газ адиабатно, следует совершить, чтобы нагреть его до температуры  $T_2 > T_1$ ? Сопротивлением движению поршня пренебречь.

*Решение*

Для адиабатного процесса:  $A_{\text{газа}} = -\Delta U$ , при сжатии газа внешние силы совершают работу  $A = -A_{\text{газа}}$ , следовательно,  $A = \Delta U$ .

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = A$ . Определим  $\nu$ :

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow \nu = \frac{p_1 V_1}{R T_1} \Rightarrow A = \frac{3}{2} \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right).$$

$$\text{Ответ: } A = 3 p_1 V_1 \frac{\left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)}{2}.$$

10. Для повышения температуры одноатомного идеального газа при постоянном давлении необходимо затратить  $Q_1 = 1$  МДж. Какое количество теплоты  $Q_2$  следует отнять у этого газа в изохорном процессе, чтобы снизить температуру этого газа до исходной? Ответ дайте в МДж.

*Решение*

При изобарном нагревании газа  $Q_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T$ . При изохорном

охлаждении  $Q_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T$ .  $Q_2 = \frac{3}{5} Q_1 = 0,6$  МДж.

*Ответ:* 0,6 МДж.

11. Идеальный газ из состояния с давлением  $2 \cdot 10^5$  Па и объемом 4 л переводят в состояние с давлением  $10^5$  Па и объемом 1 л двумя различными путями. В первом случае переход сначала

осуществляется по изобаре, а затем по изохоре, а во втором случае сначала по изохоре, а затем по изобаре. В каком случае выделяется больше теплоты? Определить разницу в тепловыделении.

*Решение*

Первому случаю соответствует участок 1-а-2, второму — 1-б-2 (рис. 24.11).

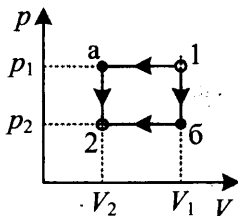


Рис. 24.11

Используем первый закон термодинамики:  $Q = \Delta U + A$ . Поскольку  $\Delta U_{1-a-2} = \Delta U_{1-б-2} = \Delta U$ , то  $Q_1 = \Delta U + A_1$ ,  $Q_2 = \Delta U + A_2$ . Так как  $A = p\Delta V$ , то  $A_1 = p_1(V_2 - V_1)$ ,  $A_2 = p_2(V_2 - V_1)$ . Тогда  $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = A_2 - A_1$ ,  $\Delta Q = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = (1 - 2) \cdot 10^5 \cdot (1 - 4) \cdot 10^{-3} = 300 \text{ Дж} \Rightarrow Q_2 > Q_1$ , но  $|Q_2| < |Q_1|$ .

*Ответ:* 300 Дж.

12. В цилиндре под поршнем находится некоторая масса воздуха. На его нагревание при постоянном давлении затрачено  $Q = 10 \text{ кДж}$ . Найдите работу, произведенную при этом газом, если удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении  $c_p = 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ , молярная масса  $M = 29 \text{ г/моль}$ .

*Решение*

$$\text{При } p = \text{const} \quad Q = mc_p \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc_p}.$$

$$A = \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{RQ}{Mc_p} = 2,87 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

*Ответ:*  $2,87 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ .

## § 25. Тепловые двигатели. Второй закон термодинамики. Цикл Карно

**Круговой процесс**, или **цикл** — процесс, в результате совершения которого рабочее тело (газ) возвращается в исходное состояние.

На рисунке 25.1:

1–а–2 — процесс расширения газа;

2–1 — процесс сжатия газа.

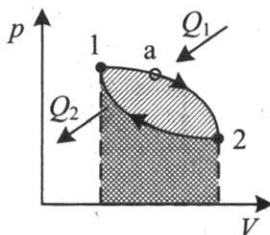




Рис. 25.1

Работа, совершаемая газом при его расширении,  $A > 0$  (на рис. 25.1 штриховка вправо ) , так как  $\Delta V > 0$ ,  $A_{\text{вн.}} = -A$ . Работа, совершаемая газом при его сжатии,  $A < 0$  (на рис. 25.1 штриховка влево ) , так как  $\Delta V < 0$ .

Работа, совершаемая газом за цикл, есть площадь, охватываемая кривой  $p(V)$  (см. рис. 25.1). Цикл, протекающий по ходу часовой стрелки, называется **прямым** (используется в тепловых двигателях):  $A > 0$ , следовательно, работа совершается за счет полученной извне теплоты.

Цикл, протекающий против хода часовой стрелки, называется **обратным** (используется в холодильных машинах):  $A < 0$ , за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

Если процесс может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, то такой процесс называется **обратимым**. При таком процессе ни в окружающей среде, ни в самой системе не происходит изменений. Всякий другой процесс является **необратимым** (например, процесс теплопередачи от горячего тела к холодному). Все реальные процессы — необратимые процессы.

**Тепловым двигателем** называется устройство, в котором происходит преобразование части теплоты, полученной от сгорания топлива, в механическую работу. Тепловой двигатель состоит из трех основных частей: рабочего тела, нагревателя и холодильника.

В основе работы теплового двигателя лежат циклические процессы (рис. 25.2).

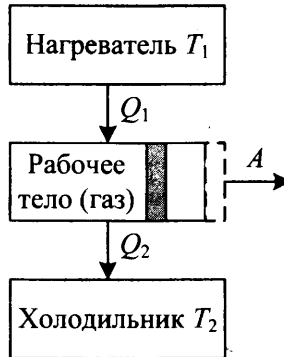


Рис. 25.2

За цикл рабочее тело (газ или пар) получает количество теплоты от нагревателя  $Q_1 > 0$ , совершает работу  $A$ , расширяясь, и отдает холодильнику  $Q_2 < 0$ , возвращаясь в исходное состояние (при сжатии), следовательно,  $Q = Q_1 - |Q_2|$ . Наличие холодильника при циклическом процессе является необходимым условием. Чаще всего им является окружающая среда. Давление газа при расширении больше, чем при сжатии, и это обеспечивает полезную работу двигателя  $A$ . За цикл внутренняя энергия газа не изменяется:  $\Delta U = 0$ , следовательно,  $Q = A = Q_1 - |Q_2|$ .

**Второй закон термодинамики:** в циклически действующей тепловой машине невозможен процесс, единственным результатом которого было бы преобразование в механическую работу всего количества теплоты, полученного от нагревателя.

Второй закон термодинамики связан с необратимостью процессов в природе. В связи с этим дается и другая формулировка второго закона:

невозможен процесс, единственным результатом которого была бы передача энергии путем теплообмена от холодного тела к горячему.

Второй закон термодинамики имеет вероятностный характер. Он применим лишь к системам, состоящим из очень большого числа частиц.

Самопроизвольные процессы в изолированной системе всегда происходят в направлении перехода из менее вероятного состояния в более вероятное состояние (статистическое толкование второго закона термодинамики).

Коэффициент полезного действия тепловой машины (КПД):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}\right) \cdot 100\%,$$

где  $A$  — полезно использованная энергия (работа);  $Q_1$  — количество теплоты, полученное от нагревателя;  $Q_2$  — количество теплоты, отданное холодильнику.

Обратимые процессы — это идеализация реальных процессов,

### Замечание

- Обратимые процессы обычно рассматривают по трем причинам:
  - 1) исследование обратимого процесса является менее сложной задачей;
  - 2) многие процессы в природе и технике почти обратимы;
  - 3) обратимые процессы являются наиболее экономичными, т.е. имеют максимальный КПД, что позволяет указать путь повышения КПД реальных машин.

**Цикл Карно:** из всех циклических тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателя  $T_1$  и холодильника  $T_2$ , наибольшим КПД обладают идеальные машины (независимо от рабочего тела и конструкции), цикл которых состоит из двух адиабат и двух изотерм (цикл Карно) (рис. 25.3).

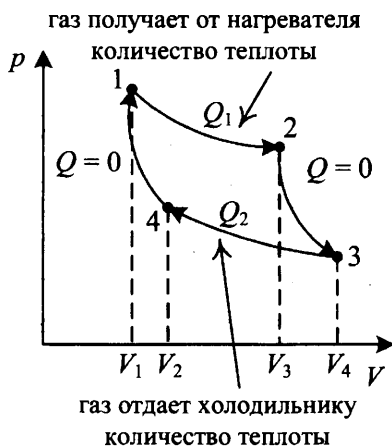


Рис. 25.3

КПД определяется температурами нагревателя и холодильника. Таким образом, максимальный КПД тепловой машины равен

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%.$$

### Замечание

- Эта формула верна только для цикла Карно.

В реальных двигателях не удается осуществить цикл, состоящий из идеальных изотермических и адиабатических процессов. Кроме того, существуют различного рода потери энергии: на трение, рассеяние и т.д., поэтому  $\eta_{\text{реал.}} < \eta_{\text{Карно}}$ .

## ЗАДАЧИ

1. Чему равно максимальное значение КПД, которое может иметь тепловой двигатель с температурой нагревателя 227 °С, а холодильника 27 °С?

*Решение*

Максимальное значение КПД равно  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = 40\%$ .

*Ответ:* 40%.

2. КПД теплового двигателя равен 40%. Во сколько раз количество теплоты, полученное двигателем от нагревателя, больше количества теплоты, отданной холодильнику?

*Решение*

$$\text{КПД: } \eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}\right) \cdot 100\%,$$

$$\text{отсюда } \frac{Q_1}{|Q_2|} = \frac{1}{1 - \frac{\eta}{100\%}} = 1,67.$$

*Ответ:* 1,67.

3. Двигатель работает по циклу Карно и за цикл получает от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 2,094$  кДж. Температура нагревателя  $T_1 = 600$  К, температура охладителя  $T_2 = 300$  К. Чему равна работа за цикл?

*Решение*

КПД двигателя, работающего по циклу Карно, равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%, \text{ отсюда } A = Q_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1047 \text{ Дж.}$$

*Ответ:* 1047 Дж.



4. Температуру нагревателя и холодильника тепловой идеальной машины понизили на одинаковое количество градусов  $\Delta T$ . Как изменятся при этом следующие величины?

- |   |                 |
|---|-----------------|
| А) работа, совершаемая за цикл                | 1) увеличится   |
| Б) КПД машины                                 | 2) уменьшится   |
| В) количество полученного рабочим телом тепла | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Работа тепловой машины за цикл не изменится, так как  $A = \Delta Q = \text{const}$  (поскольку  $T_1 - T_2 = \text{const}$  в цикле Карно). Для идеальной тепловой машины  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ . Согласно условию  $\eta = \frac{(T_1 - \Delta T) - (T_2 - \Delta T)}{T_1 - \Delta T} \times 100\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - \Delta T} \cdot 100\%$ . Знаменатель дроби уменьшился, следова-

тельно, КПД увеличился.  $Q_n$  уменьшилось, так как  $T$  понизилась.

*Ответ:* 312.

5. Один моль идеального газа совершает замкнутый процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Температура в точке 1 равна  $T_1$ , в точке 3 —  $T_3$ . Определите работу, совершаемую газом за цикл, если точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.

*Решение*

Работа численно равна площади цикла 1–2–3–4 (рис. 25.4):

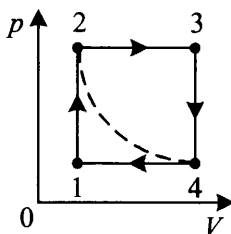


Рис. 25.4

$$A = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1) = p_2V_4 - p_2V_1 - p_1V_4 + p_1V_1.$$

Запишем уравнения для каждого состояния:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1, p_3 V_3 = \nu R T_3, p_2 V_2 = \nu R T_2, p_4 V_4 = \nu R T_4.$$

Так как  $p_1 = p_4$ ,  $p_2 = p_3$ ,  $V_1 = V_2$ ,  $V_3 = V_4$ ,  $T_2 = T_4 = T$ , то

$$\frac{T}{T_1} = \frac{T_3}{T}; A = R\nu(T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_1).$$

Ответ:  $A = R\nu(T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_1).$

6. КПД тепловой машины, работающей по циклу, состоящему из изотермы 1–2, изохоры и адиабаты 3–1, равен  $\eta$ , а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна  $\Delta T$ . Найти работу, совершенную  $\nu$  молями одноатомного идеального газа в изотермическом процессе.

Решение

Рассмотрим отдельно процессы 1–2; 2–3; 3–1 (рис. 25.5):

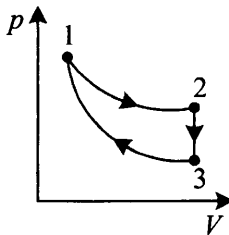


Рис. 25.5

1–2 — изотермический процесс:  $T = \text{const}$ ,  $\Delta U = 0$ ,  $Q_{12} = A_{12}$ .

2–3 — изохорный процесс:  $V = \text{const}$ ,  $A_{23} = 0$ ,  $Q_{23} = \Delta U = U_3 - U_1 =$   
 $= \frac{3m}{2M} R(T_3 - T_1) = \frac{3m}{2M} R \Delta T.$

3–1 — адиабатный процесс  $Q = 0$ ,  $\Delta U = -A_{31}$ ,  $U_1 - U_3 = A_{31}$ .

$$\eta = \frac{Q_{12} - |Q_{23}|}{Q_{12}}, \text{ отсюда } Q_{12} = \frac{|Q_{23}|}{1 - \eta} \text{ или } Q_{12} = A_{12} = \frac{\frac{3m}{2M} R \Delta T}{1 - \eta}.$$

$$A_{12} = \frac{3}{2} \nu R \frac{|\Delta T|}{1 - \eta}.$$

Ответ:  $A_{12} = \frac{3}{2} \nu R \frac{|\Delta T|}{1 - \eta}.$

7. На рисунке 25.6 представлена диаграмма цикла с одноатомным идеальным газом, взятым в количестве 0,3 моль. Участки  $BC$  и  $DA$  — адиабаты. Вычислите  $\eta$  данной тепловой машины. Определите работу на участке  $BC$ , найдите  $\eta_{\max}$ .

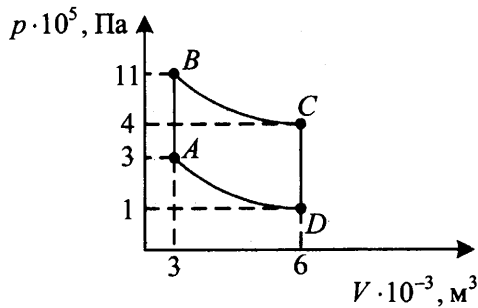


Рис. 25.6

*Решение*

$A-B$  — изохорный процесс:  $V = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ ,  $M = \text{const}$ ,  $A = 0$ ,

$$Q = \Delta U_{AB} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{3}{2} V \Delta p, \quad \frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}.$$

$B-C$  — адиабатный процесс:  $Q = 0$ ,  $\Delta U_{BC} = -A_{BC} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_C - T_B)$ .

Процессы  $C-D$ ,  $D-A$  — аналогичны вышеописанным.

За цикл  $Q_1 = \frac{3}{2} V_{AB} \Delta p_{AB}$ ,  $Q_2 = \frac{3}{2} V_{CD} \Delta p_{CD}$ ,

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^5} = 1 - \frac{3}{4} = 0,25.$$

$$A_{BC} = -\Delta U_{BC} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_C - T_B) = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} R(T_B - T_C).$$

Для того чтобы определить  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ , воспользуемся уравнением состояния идеального газа  $pV = \nu RT$ , где  $\nu = \frac{m}{M}$ :

$$T_B = \frac{p_B V_B}{\nu R}, \quad T_C = \frac{p_C V_C}{\nu R}, \quad T_D = \frac{p_D V_D}{\nu R}, \quad A_{BC} = \frac{3}{2} \nu R \left( \frac{p_B V_B}{\nu R} - \frac{p_C V_C}{\nu R} \right) =$$

$$= \frac{3}{2} (p_B V_B - p_C V_C) \approx 1,35 \text{ кДж};$$

$$\eta_{\max} = \frac{T_B - T_D}{T_B} \approx 0,82 \text{ — определяется для цикла Карно.}$$

*Ответ:*  $A_{BC} = 1,35 \text{ кДж}$ ,  $\eta = 0,25$ ,  $\eta_{\max} = 0,82$ .

8. Междугородный автобус прошел путь 80 км за 1 ч. Двигатель при этом развивал среднюю мощность 70 кВт при КПД, равном 25%. Сколько дизельного топлива, плотность которого  $800 \text{ кг/м}^3$ , сэкономил водитель в рейсе, если норма расхода горючего 45 л на 100 км пути?  $q = 42 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ .

*Решение*

Так как  $N = \frac{A}{t}$ , то  $A = N \cdot t$  — работа двигателя. Количество те-

плоты, которую получил двигатель,  $Q = \frac{A}{\eta}$ . С другой стороны,

$$Q = q_{\text{диз.}} \cdot m, \quad \frac{N \cdot t}{\eta} = q_{\text{диз.}} \cdot m, \quad m = \frac{N \cdot t}{\eta \cdot q_{\text{диз.}}}, \text{ или } \rho \cdot V = \frac{N \cdot t}{\eta q_{\text{диз.}}}, \text{ откуда}$$

$$V = \frac{N \cdot t}{\eta \cdot q_{\text{диз.}} \cdot \rho} \text{ м}^3; \quad V = \frac{N \cdot t}{\eta \cdot q_{\text{диз.}} \cdot \rho} \cdot 10^3 \text{ л.}$$

Норма расхода горючего на 1 км пути равна  $V' = \frac{V_n}{s_n}$ , для  $s_1$ :  $V'' = \frac{V_n}{s_n} \cdot s_1$ . Водитель сэкономил

$$\Delta V = V'' - V = \frac{V_n}{s_n} \cdot s_1 - \frac{N \cdot t}{\eta \cdot q_{\text{диз.}} \cdot \rho} \cdot 10^3 \text{ л,}$$

$$\Delta V = \frac{45}{100} \cdot 80 - \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 3,6 \cdot 10^6}{0,25 \cdot 42 \cdot 10^6 \cdot 800} = 6 \text{ л.}$$

*Ответ:*  $\Delta V = 6 \text{ л}$ .

## § 26. Уравнение теплового баланса

Напомним, что внутренняя энергия, получаемая (или теряемая) телами при теплообмене, называется количеством теплоты  $Q$ , Дж.

При теплопередаче  $Q = cm\Delta T$ , где  $\Delta T = T_2 - T_1$ ,  $c$  — удельная теплоемкость вещества,  $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ , [Дж/(кг · К)] — показывает, какое количество теплоты  $Q$  необходимо для нагревания 1 кг вещества на 1 К.

При осуществлении теплообмена между телами, образующими изолированную термодинамическую систему (рис. 26.1), в случае когда  $A = 0$ , согласно закону сохранения энергии:

$$\Delta U = 0, \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 0,$$

или  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$  — уравнение теплового баланса.

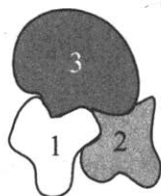


Рис. 26.1

Опытным путем установлено:

$Q_p = rm$  — количество теплоты, необходимое для превращения жидкости массой  $m$  в пар при постоянной температуре.

$Q_k = -rm$  — количество теплоты, выделяемое при конденсации ( $Q < 0$ ).

$Q_{пл} = \lambda m$  — количество теплоты, необходимое для плавления любого кристаллического вещества при постоянной температуре.

$Q_{кр} = -\lambda m$  — количество теплоты, выделяемое при кристаллизации ( $Q < 0$ ).

$Q = qm$  — количество теплоты, выделяемое при сгорании топлива, где  $r$  — удельная теплота парообразования,

$\lambda$  — удельная теплота плавления,

$q$  — удельная теплота сгорания топлива.

Процессы, происходящие с веществом при подведении к нему тепла (нагревание, фазовые превращения), удобно анализировать с помощью кривой нагрева (зависимости температуры вещества от количества подводимого тепла  $t = t(Q)$ ). Кривая нагрева для воды изображена на рисунке 26.2.

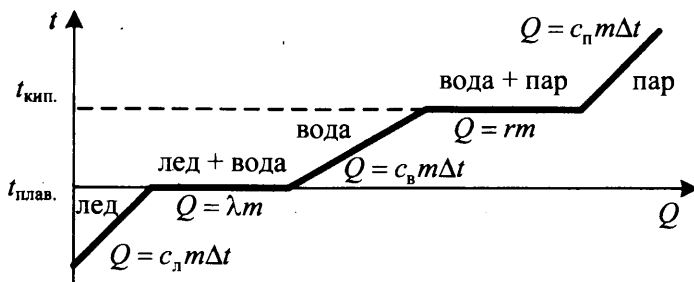


Рис. 26.2

Для практического решения задач удобно использовать следствие из уравнения теплового баланса:  $Q_{\text{получ.}} = |Q_{\text{отд.}}|$ .  $Q_{\text{получ.}}$  — количество теплоты, полученное при теплообмене между всеми телами системы;  $|Q_{\text{отд.}}|$  — отданное тепло (также величина положительная).

### ЗАДАЧИ

1. Жидкое вещество, находящееся при температуре выше точки плавления, переводится в твердое вещество с температурой ниже точки плавления. Какой график (рис. 26.3) соответствует этому процессу?

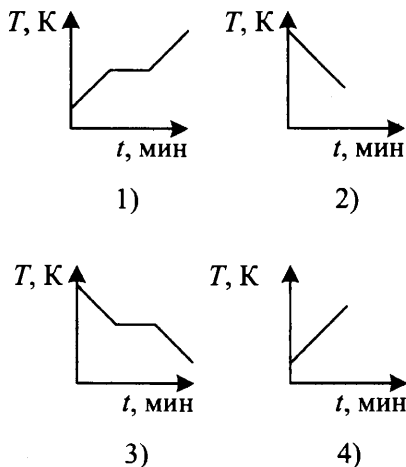


Рис. 26.3

*Решение*

При данном процессе вначале температура снижается, затем идет процесс кристаллизации при  $T = \text{const}$ , затем вещество остывает. Процессу соответствует график 3.

*Ответ:* 3.

2. Медной и стальной гирькам одинаковой массы передали равные количества теплоты. У какой гирьки температура изменится сильнее и во сколько раз? Удельная теплоемкость меди  $c_m = 380$  Дж/(кг · К), стали  $c_{ст.} = 460$  Дж/(кг · К).

*Решение*

При теплопередаче  $Q = cm\Delta T$ , отсюда  $\Delta T = \frac{Q}{cm}$ . Из выражения

для  $\Delta T$  следует, что при одинаковых массах гирек и количествах теплоты температура изменится сильнее у гирьки, которая имеет наименьшую удельную теплоемкость. Наименьшую удельную теплоемкость имеет медь.  $\Delta T_m / \Delta T_{ст.} = c_{ст.} / c_m = 1,21$ .

*Ответ:* у меди в 1,21 раза.

3. В ванне вместимостью 400 л смешали холодную воду при  $10^\circ\text{C}$  с горячей при  $60^\circ\text{C}$ . В каких объемах ту и другую воду надо взять, чтобы установилась температура  $40^\circ\text{C}$ ?

*Решение*

$$\begin{cases} c_m \Delta T_x + c_m \Delta T_r = 0, \\ m_x + m_r = m, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho V_x \cdot 30^\circ + \rho V_r (-20^\circ) = 0, \\ \rho V_x + \rho V_r = \rho V, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3V_x = 2V_r, \\ V_x + V_r = V \end{cases} \Rightarrow V_x = 160 \text{ л}, V_r = 240 \text{ л}.$$

*Ответ:*  $V_x = 160$  л;  $V_r = 240$  л.

4. Сколько дров надо сжечь в печке с КПД 40%, чтобы получить из 20 кг снега, взятого при температуре  $-10^\circ\text{C}$ , воду при температуре  $20^\circ\text{C}$ ? Удельная теплота сгорания дров  $q = 10$  МДж/кг.

*Решение*

При сжигании дров образуется количество теплоты  $Q = qm$ . На нагрев пойдет  $Q' = 0,4qm_{др.}$ . Чтобы снег превратить в воду с заданной температурой, необходимо количество теплоты  $Q = c_л m \Delta t_1 + \lambda m + c_в m \Delta t_2$ . Согласно закону сохранения энергии  $Q' = Q$ . Отсюда

$$m_{др.} = \frac{(c_л m \Delta t_1 + \lambda m + c_в m \Delta t_2)}{0,4q} = 2,18 \text{ кг}.$$

*Ответ:* 2,18 кг.

5. Какой физический процесс будет происходить, если в сосуд с водой при температуре  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$

- |   |   |
|---|---|
| А) опустить лед при температуре $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$          | 1) вода будет нагреваться до температуры $+5\text{ }^{\circ}\text{C} > t > 0\text{ }^{\circ}\text{C}$                             |
| Б) добавить порцию воды при температуре $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$  | 2) вода будет нагреваться до температуры $t > +5\text{ }^{\circ}\text{C}$   |
| В) пустить порцию пара при температуре $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ | 3) вода будет нагреваться до $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  |
|   | 4) вода может нагреться до температуры $t = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ или меньшей в зависимости от величины порции пара        |
|   | 5) вода будет кристаллизоваться до тех пор, пока температура льда не станет равной $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (порция льда мала) |
|   | 6) лед будет плавиться, а вода будет переходить в лед   |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Вода в случае А будет кристаллизоваться до тех пор, пока температура льда не станет равной  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для случая Б вода нагревается до некоторой температуры  $0^{\circ} < t < 5^{\circ}$ . В случае В возможны варианты: пар конденсируется и охлаждается до некоторой общей с водой температуры; при большом количестве пара может установиться тепловое равновесие вода–пар при  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

*Ответ:* 514.

6. После опускания в воду, имеющую температуру  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тела, нагретого до  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , через некоторое время установилась общая температура  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Какой станет температура воды, если, не вынимая первого тела, в нее опустить еще одно такое тело, нагретое до  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

*Решение*

Уравнение теплового баланса после опускания в воду первого тела:  $c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_2 - t_1) + c_{\text{т}}m_{\text{т}}(t_2 - t_{\text{т}}) = 0$ , или



$$c_B m_B (50^\circ - 10^\circ) + c_T m_T (50^\circ - 100^\circ) = 0 \Rightarrow \frac{4c_B m_B}{5} = c_T m_T.$$

После опускания второго тела после достижения теплового равновесия в системе установится общая температура  $t'$ , а уравнение теплового баланса:  $c_B m_B (t' - t_2) + c_T m_T (t' - t_2) + c_T m_T (t' - t_T) = 0 \Rightarrow t' - 50^\circ + \frac{4}{5} (t' - 50^\circ) + \frac{4}{5} (t' - 100^\circ) = 0, t' = 65,4^\circ \text{C}.$

*Ответ:*  $t' = 65,4^\circ \text{C}.$

7. Через воду, имеющую температуру  $10^\circ \text{C}$ , пропускают водяной пар при  $100^\circ \text{C}$ . Сколько процентов составит масса воды, образовавшейся из пара, от массы всей воды в сосуде в момент, когда ее температура равна  $60^\circ \text{C}$ ?

*Решение*

Согласно уравнению теплового баланса:

$$c_B m \Delta T_1 + c_B \Delta m \Delta T_2 - r \Delta m = 0,$$

$$\Delta T_1 = 60^\circ \text{C} - 10^\circ \text{C}, \Delta T_2 = 60^\circ \text{C} - 100^\circ \text{C},$$

$$\frac{m}{\Delta m} = \frac{c_B |\Delta T_2| + r}{c_B \Delta T_1} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 40 + 2,3 \cdot 10^6}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 50} \approx 11,7; k = \frac{\Delta m}{\Delta m + m}, \text{ или}$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{m}{\Delta m}} \approx 0,078.$$

*Ответ:*  $k = 7,8\%.$

8. В сосуд со льдом массой  $m_{\text{л}}$  при  $0^\circ \text{C}$  влили воду массой  $m_{\text{в}}$  при температуре  $t$ . 1) Какая температура смеси установится, если расплывется весь лед? 2) Какая часть  $k$  льда останется в нерасплавленном состоянии, если расплывется не весь лед? Теплоемкостью сосуда пренебречь.

*Решение*

$$1) \lambda m_{\text{л}} + c_B m_{\text{л}} (t' - 0) + c_B m_{\text{в}} (t' - t) = 0, t' = \frac{c_B m_{\text{в}} t - \lambda m_{\text{л}}}{c_B (m_{\text{в}} + m_{\text{л}})}.$$

2) Уравнение теплового баланса во 2-м случае имеет вид:

$$\lambda \Delta m_{\text{л}} + c_B m_{\text{в}} (0^\circ - t) = 0, \Delta m_{\text{л}} = -\frac{c_B m_{\text{в}} (0^\circ - t)}{\lambda},$$

$$k = \frac{m_{\text{л}} - \Delta m_{\text{л}}}{m_{\text{л}}} = 1 - \frac{\Delta m_{\text{л}}}{m_{\text{л}}} = 1 - \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} t}{\lambda m_{\text{л}}}$$

$$\text{Ответ: } t' = \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} t - \lambda m_{\text{л}}}{c_{\text{в}} (m_{\text{в}} + m_{\text{л}})}, \quad k = 1 - \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} t}{\lambda m_{\text{л}}}$$

9. Вода массой  $m = 3,6$  кг, имевшая начальную температуру  $t = 20$  °С, превращается в холодильнике в лед при температуре  $t_0 = 0$  °С за время  $\tau = 1$  ч. Какая мощность  $N$  потребляется холодильником от сети, если он отдает в окружающее пространство в единицу времени энергию  $Q_{\tau} = 840$  Дж/с?  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг.

*Решение*

В окружающее пространство за время  $\tau$  отдается количество теплоты  $Q_0 = m(c(t - t_0) + \lambda)$ , отнятое у воды при ее охлаждении и превращении в лед, а также превращенная в теплоту в процессе работы холодильника энергия  $W$ , полученная от электросети.  $Q_{\tau} \tau = Q_0 + W$  — количество теплоты, отдаваемое в окружающее пространство за время  $\tau$ . От сети потребляется мощность:

$$N = \frac{W}{\tau} = \frac{Q_{\tau} \cdot \tau - Q_0}{\tau} = Q_{\tau} - \left(\frac{m}{\tau}\right) \cdot [c(t - t_0) + \lambda] = 416 \text{ Вт.}$$

*Ответ:*  $N = 416$  Вт.

10. В ведре находится смесь воды со льдом. Ведро внесли в комнату и сразу же начали измерять температуру  $t$  смеси. Получившийся график зависимости температуры от времени  $\tau$  изображен на рисунке 26.4. Определить долю льда от общей массы смеси в ведре, когда его внесли в комнату. Удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · К) и удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг. Теплоемкостью ведра пренебречь.

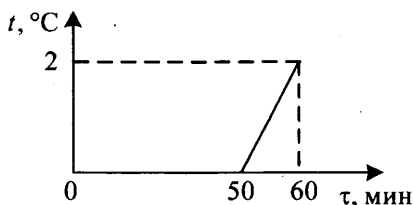


Рис. 26.4

### Решение

Температура смеси  $t_0 = 0$  °С. Считая, что подвод тепла к смеси осуществляется с постоянной скоростью, получим  $\frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{Q_2}{\tau_2} \cdot \frac{\lambda m_{\text{л}}}{\tau_1} =$   
 $= \frac{cM\Delta t}{\tau_2}; \frac{m_{\text{л}}}{M} = \frac{c\Delta t\tau_1}{(\lambda\tau_2)} = 0,124.$

Ответ: 0,124.

11. Теплоизолированный сосуд объемом  $V = 22,4$  дм<sup>3</sup> разделен тонкой, непроницаемой для молекул, но проводящей тепло перегородкой на две равные части. В первую половину сосуда вводят  $m_1 = 11,2$  г азота при  $t_1 = 20$  °С, во вторую  $m_2 = 16,8$  г азота при  $t_2 = 15$  °С. Какое давление установится в каждой части сосуда после выравнивания температур?

### Решение

Определим температуру в состоянии равновесия. Запишем уравнение теплового баланса:  $Q_1 + Q_2 = 0$ , или  $cm_1(t_k - t_1) + cm_2(t_k - t_2) = 0$ , где  $t_k$  — установившаяся температура, тогда  $t_k = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 17$  °С.

Из уравнения Менделеева–Клапейрона давление в первой и второй половинах сосуда:  $p_1 = \frac{2m_1 RT_k}{\mu V} = 8,6 \cdot 10^4$  Па  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow p_2 = \frac{2m_2 RT_k}{\mu V} = 1,29 \cdot 10^5$  Па.

Ответ:  $p_1 = 8,6 \cdot 10^4$  Па,  $p_2 = 1,29 \cdot 10^5$  Па.

## § 27. Испарение и конденсация. Насыщенные и ненасыщенные пары. Кипение. Влажность воздуха

**Испарение** — процесс, при котором с поверхности жидкости или твердого тела вылетают молекулы, у которых  $E_{\text{кин.}} > E_{\text{пот.}}$ . Испарение сопровождается охлаждением (так как вылетают самые быстрые молекулы). **Конденсация** — процесс, обратный испарению.

Пар, находящийся в состоянии динамического равновесия со своей жидкостью, называется **насыщенным паром**. В закрытом сосуде с жидкостью при динамическом равновесии между процессами испаре-

ния и конденсации перестает меняться количество жидкости и пара. Давление насыщенного пара не зависит от объема, занимаемого паром, так как при уменьшении объема насыщенного пара все большая часть пара переходит в жидкость.

Зависимости давления ( $p$ ) и плотности ( $\rho$ ) от температуры ( $T$ ) для насыщенного пара представлены на рисунке 27.1.

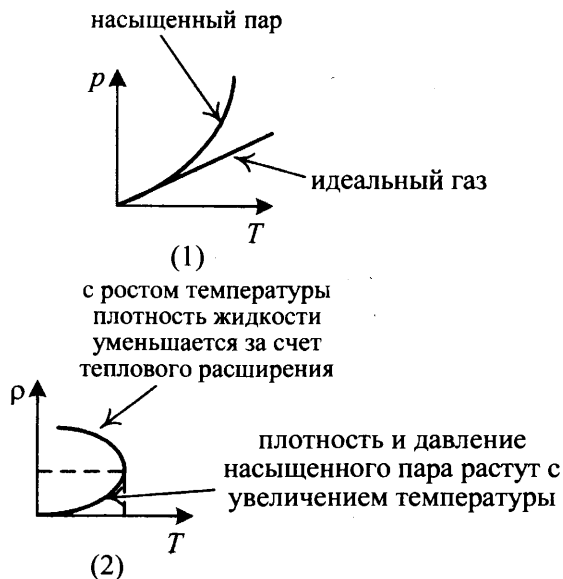


Рис. 27.1

Как видно из графика зависимости  $p(T)$ , насыщенный пар в определенном интервале температур с достаточной степенью точности подчиняется уравнению состояния идеального газа.

Параметры состояния насыщенного пара приближенно описываются уравнением Менделеева–Клапейрона в условиях, близких к нормальным. Другие законы идеального газа неприменимы, так как масса газа изменяется.

С ростом температуры плотность насыщенного пара возрастает (см. график зависимости  $\rho(T)$ ), плотность жидкости, находящейся в динамическом равновесии с паром, при этом уменьшается в результате теплового расширения данной жидкости. В критической точке плотность жидкости равна плотности насыщенного пара, т.е. стирается различие между жидкостью и газообразным состоянием вещества.

**Кипение** — процесс испарения, идущий по всему объему жидкости, если давление насыщенного пара внутри пузырька пара равно либо больше внешнего давления, следовательно, температура кипения зависит от внешнего давления.

В атмосферном воздухе интенсивность испарения воды зависит от того, насколько близко давление паров воды  $p$  к давлению насыщенных паров воды  $p_0$  при той же температуре.

$\varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%$  — **относительная влажность воздуха**, или

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%.$$

**Абсолютная влажность** — масса водяного пара в единице объема газа  $m_n = \frac{p_n VM}{RT}$ , где  $p_n$  — парциальное давление водяного пара.

Плотность водяных паров воды  $\rho_n = \frac{p_n M}{RT}$ .

**Точка росы** — температура, при которой находящийся в воздухе водяной пар становится насыщенным. Чем выше относительная влажность, тем точка росы ближе к фактической температуре воздуха, и наоборот. Если относительная влажность составляет 100%, то точка росы совпадает с фактической температурой. Относительную влажность определяют с помощью **психрометра** и **гигрометра**.

Для человека наиболее благоприятна относительная влажность 40–60%.

Модель идеального газа не учитывает взаимодействие молекул и размеры молекул. Учитывая эти факторы, можно описывать **реальный газ**.

Иследуем реальный газ при помощи **изотерм Ван-дер-Ваальса**. В координатах  $p(V)$  они имеют вид, показанный на рисунке 27.2. При  $T > T_{кр.}$  вещество при любом давлении находится в газообразном состоянии.  $T_{кр.}$  — критическая температура (для каждого вещества имеет свое определенное значение).

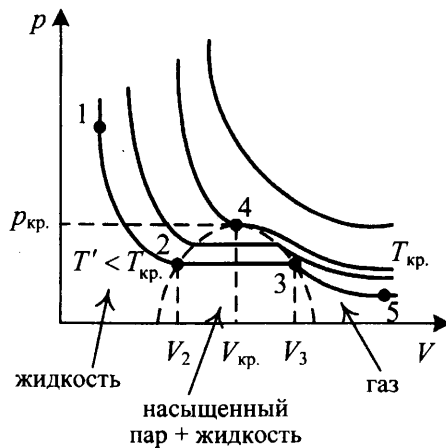


Рис. 27.2

Если через крайние точки горизонтальных участков семейства изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая, которая ограничивает область двухфазных состояний вещества. Данная кривая и критическая изотерма делят диаграмму под изотермой на три области: под колоколообразной кривой находится область двухфазных состояний (жидкость и насыщенный пар), слева — жидкость, справа — пар. **Критическая изотерма** имеет одну точку перегиба 4, ей соответствует температура  $T_{кр.}$  — **критическая температура**, выше которой газ не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении (для воды критическая температура  $T_{кр.} = 374,15\text{ }^{\circ}\text{C}$  при давлении 218,3 атм и плотности  $\rho = 0,32 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ ).

Для сжижения любого газа сначала необходимо охладить его до  $T' < T_{кр.}$ , а затем увеличивать давление до значения, превышающего давление насыщенного пара. При изотермическом расширении насыщенного пара или при его изохорном нагревании пар становится ненасыщенным.

Для участка кривой  $T' < T_{кр.}$  между объемами  $V_2$  и  $V_3$ , насыщенный пар имеет постоянное давление, т.е. с уменьшением объема концентрация увеличивается, равновесие нарушается и часть пара превращается в жидкость — восстанавливается равновесие. При увеличении объема процесс идет в обратном направлении.

Вывод: давление насыщенного пара не зависит от объема (при постоянной температуре).

## ЗАДАЧИ

1. Как можно перевести ненасыщенный пар в насыщенный? Укажите два верных варианта.

- 1) увеличением объема сосуда
- 2) уменьшением объема сосуда
- 3) уменьшением температуры
- 4) увеличением температуры

*Решение*

Ненасыщенный пар можно сделать насыщенным, уменьшая как  $V$ , так и  $T$ .

*Ответ:* 23.

2. Как изменится давление А) насыщенного пара, Б) ненасыщенного пара при небольшом изотермическом уменьшении объема сосуда?

- 1) уменьшится
- 2) увеличится
- 3) вначале увеличится, а затем уменьшится
- 4) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Давление насыщенного пара не зависит от объема, занимаемого паром (с уменьшением объема насыщенного пара часть пара переходит в жидкость). Давление ненасыщенного пара подчиняется закону  $pV = \text{const}$ . При небольшом изотермическом уменьшении объема (пока пар не стал насыщенным)  $p$  увеличивается.

*Ответ:* 42.

3. Температуру насыщенного пара в сосуде при постоянном объеме увеличили в 3 раза. Как изменится давление насыщенного пара?

*Решение*

Из графика зависимости  $p(T)$  для насыщенного пара (см. рис. 27.1) следует, что при увеличении  $T$  в 3 раза  $p$  возрастет больше чем в 3 раза.

*Ответ:* увеличится больше чем в 3 раза.

4. При каких неперенных условиях любой газ обращается в жидкость? Выберите два необходимых и одновременно выполняемых условия.
- 1) при температуре ниже критической
  - 2) при давлении, большем давления насыщенного пара
  - 3) при температуре выше критической
  - 4) при давлении, меньшем давления насыщенного пара

*Решение*

Любой газ обращается в жидкость при температуре ниже критической и давлении, большем давления насыщенного пара.

*Ответ:* 12.

5. В герметично закрытом сосуде находится воздух с паром. Как изменится относительная и абсолютная влажность воздуха в сосуде, если понизить температуру воздуха в следующих случаях?
- |                       |  |
|-----------------------|--|
| А) насыщенного пара   | 1) абсолютная влажность увеличится, а относительная останется неизменной |
| Б) ненасыщенного пара | 2) абсолютная влажность уменьшится, а относительная останется неизменной |
|                       | 3) относительная влажность увеличится, а абсолютная останется неизменной |
|                       | 4) относительная влажность уменьшится, а абсолютная останется неизменной |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

В случае (А) при понижении температуры начнется конденсация насыщенного пара, плотность пара (т.е. абсолютная влажность) уменьшится, а относительная останется равной 100%.

В случае (Б) плотность пара в закрытом сосуде не меняется, а плотность насыщенного пара с понижением температуры уменьшается, так как  $\varphi = \frac{\rho}{\rho_n} \cdot 100\% \Rightarrow \varphi$  увеличивается.

*Ответ:* 23.



6. В сосуде под поршнем находится ненасыщенный пар массой 0,4 г при  $T = 290$  К. Этот пар занимает объем 40 л. Как сделать пар насыщенным?

*Решение*

Из уравнения состояния водяного пара (считая его идеальным газом):

$$p_n V_n = \frac{m_n}{M_n} RT_n, \quad p_n = \frac{m_n}{M_n V_n} RT_n \approx 1,33 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

Из таблицы зависимости давления насыщенного пара от температуры (в справочниках) видим, что при данном давлении водяной пар становится насыщенным, если его изохорно охладить до  $11$  °С или уменьшать объем, соответственно понижая температуру, или изотермически сжать до давления  $p = p_n = 1,93$  кПа (при  $t = 17$  °С), т.е. до

$$\text{объема } V_n = \frac{m_n}{M_n p_n} RT_n = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 290}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 1,93 \cdot 10^3} = 27,7 \text{ л.}$$

7. Влажный термометр психрометра показывает  $10$  °С, а сухой  $14$  °С. Найти относительную влажность, парциальное давление и плотность водяного пара.

*Решение*

Из психрометрической таблицы (в справочниках) для сухого термометра  $14$  °С и разности показаний сухого и влажного термометра  $4$  °С находим величину относительной влажности  $\varphi = 60\%$ .  $\varphi = \frac{p}{p_n} \times$

$\times 100\% \Rightarrow p_n = \varphi \cdot p_n$  (при  $t = 14$  °С), из таблицы зависимости  $p(t)$  для насыщенного водяного пара (в справочниках) при  $t = 14$  °С  $p_n = 1,6$  кПа, тогда  $p_n = 0,96$  кПа.

Запишем уравнение состояния для водяного пара:

$$p_n \cdot V_n = \frac{m_n}{M_n} RT \Rightarrow \frac{m_n}{V_n} = \rho_n = \frac{p_n M_n}{RT} = \frac{0,96 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 287} = 0,0073 \text{ кг/м}^3.$$

*Ответ:*  $\varphi = 60\%$ ,  $p_n = 0,96$  кПа,  $\rho_n = 7,3 \cdot 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>.

8. Сосуд содержит атмосферный воздух при температуре  $T_1$ . Сосуд закрывают и начинают медленно охлаждать. При температуре  $T_2$  на стенках сосуда появляется роса. Найти относительную влажность атмосферного воздуха, если давления насыщенных паров при температурах  $T_1$  и  $T_2$  равны  $p_{н1}$  и  $p_{н2}$  соответственно.

*Решение*

Относительная влажность:  $\varphi = \frac{p}{p_n}$ , в нашем случае  $\varphi = \frac{p_2}{p_1}$ ,  $\rho_1$  — плотность насыщенного пара при  $T_1$ ,  $\rho_2$  — при  $T_2$  (точка росы). Из уравнения Менделеева–Клапейрона  $\rho = \frac{pM}{RT}$ . С учетом этого

$$\varphi = \frac{p_{н2}T_1}{p_{н1}T_2}.$$

*Ответ:*  $\varphi = \frac{p_{н2}T_1}{p_{н1}T_2}.$

## § 28. Модели газа, жидкости и твердого тела.

### Кристаллические и аморфные тела.

#### Механические свойства твердых тел

Вещества (за малым исключением) находятся в трех агрегатных состояниях — газообразном, жидком и твердом (кристаллическом). Пусть  $E_n$  — потенциальная энергия взаимодействий молекул вещества, а  $E_k$  — средняя кинетическая энергия хаотического теплового движения молекул. Если:

- $E_k \gg E_n$  — вещество находится в газообразном состоянии;
- $E_k \sim E_n$  — вещество находится в жидком состоянии;
- $E_k \ll E_n$  — вещество находится в твердом состоянии.

Соотношение между  $E_k$  и  $E_n$  определяется, в свою очередь, внешними условиями — температурой и давлением. Температура и давление перехода из одного агрегатного состояния в другое зависят от значения  $E_n$  для данного вещества. Например, для газа  $E_k \gg E_n$ , это условие выполнено, если он достаточно нагрет и разрежен.

**Фаза** — это термодинамически равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний того же вещества и отделенное от них границами раздела.

**Кристаллы** — твердые тела, в которых атомы и молекулы расположены упорядоченно, образуя трехмерную кристаллическую решетку. Зависимость физических свойств кристаллов от направления — **анизотропия**.

Кристаллические тела подразделяют на **монокристаллы** и **поликристаллы**.

**Монокристалл** имеет единую упорядоченную кристаллическую решетку (например, алмаз, исландский шпат). Характерными особенностями монокристаллов являются их анизотропность и постоянство углов между гранями.

**Поликристалл** — твердое тело, состоящее из маленьких кристаллов — кристаллитов (большинство металлов и сплавов, не прошедших специальную обработку). Свойства поликристаллов по всем направлениям в среднем одинаковы, изотропны.

**Аморфные тела** имеют одинаковые физические свойства по всем направлениям (янтарь, затвердевшая смола, стекло и пр.), некоторая упорядоченность наблюдается на расстояниях порядка межатомных (т.е. среднее число ближайших соседей и среднее расстояние между ними одинаково). Характерной особенностью аморфных тел является то, что они не имеют определенной температуры плавления.

Рассмотрим диаграмму состояния вещества, построенную на основе экспериментальных данных и позволяющую судить, в каком состоянии находится данное вещество при определенных  $p$  и  $T$ , а также какие фазовые переходы будут происходить при том или ином процессе (рис. 28.1).

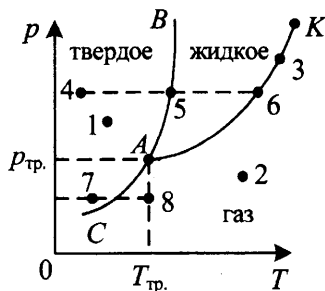


Рис. 28.1

$AK$  — кривая испарения,  $AB$  — кривая плавления. Это кривые, характеризующие равновесное состояние вещества.

$CA$  — кривая сублимации (т.е. испарения твердых тел).

Точка, в которой пересекаются эти три кривые, называется **тройной точкой**, она определяет условия ( $p_{тр.}$ ,  $T_{тр.}$ ), при которых существуют одновременно три равновесных агрегатных состояния (твердое, газообразное, жидкое состояния). Например, тройной точке воды соответствует  $p_{тр.} = 4,58$  мм рт. ст. и  $t_{тр.} = 0,0075$  °С.

Точке 1 (см. рис. 28.1) соответствует твердое состояние вещества, точке 2 — газообразное состояние; точке 3 — одновременно жидкое и газообразное состояние. Если вещество находится в твердом состоянии, соответствующем точке 4, то при изобарном нагревании оно плавится в точке 5, а в точке 6 превращается в газ. Если состояние вещества характеризуется точкой ниже  $T_{тр.}$ , то возможен процесс сублимации, и наоборот (например, 7–8).

При изобарном сжатии через точку 3 происходит переход вещества из газа в жидкость, а затем в кристаллическое состояние.

Рассмотрим самые простые виды деформации — растяжение и сжатие.

Пусть  $\Delta l = l - l_0$  — абсолютное удлинение,  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  — относитель-

ное удлинение,  $\sigma = \frac{|\vec{F}|}{S}$  — механическое напряжение,  $S$  — площадь поперечного сечения тела.

При малых деформациях  $\sigma = E|\varepsilon|$ , где  $E$  — модуль упругости Юнга.  $E = \frac{\sigma}{|\varepsilon|} = \frac{F l_0}{|\Delta l| S} = \text{const}$  или  $F = \frac{E S}{l_0} |\Delta l|$ , но  $F = k |\Delta l| \Rightarrow k = \frac{E S}{l_0}$ .

Связь между деформацией и напряжением представляют в виде диаграммы напряжений, которую строят по экспериментальным данным. **Диаграмма напряжений** — это графическая зависимость  $\sigma$  от  $\varepsilon$ , которая является одной из важнейших характеристик упругих свойств твердого тела (рис. 28.2).

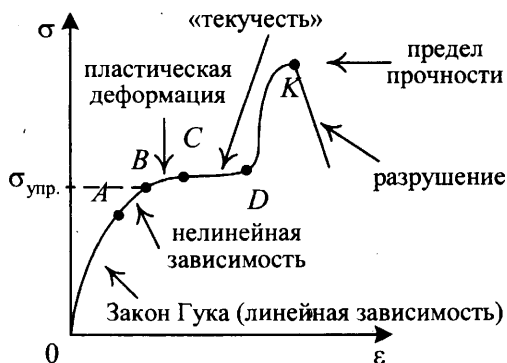


Рис. 28.2

**Пластичность** — свойство материала при незначительных нагрузках приобретать остаточную деформацию. Если  $CD$  велико (см. рис. 28.2), то вещество пластичное (медь, золото).

**Хрупкость** — свойство материала разрушаться при небольших деформациях. Если  $CD$  мало, то вещество хрупкое (стекло, чугун, бетон).

$OA$  — линейная зависимость, здесь выполняется закон Гука;  $AB$  — нелинейная зависимость,  $\sigma_{\text{упр}}$  — предел упругости, в этой области тело восстанавливает первоначальную форму после снятия напряжения.  $BC$  — нелинейная зависимость, тело не восстанавливает форму — имеет место пластическая деформация, при которой возникают дефекты структуры.  $CD$  — деформация пластическая, материал «течет» (смещение слоев) — деформация увеличивается, а напряжение остается практически постоянным.  $K$  — предел прочности, дальше начинается разрушение материала.

## ЗАДАЧИ

1. Почему не существует природных кристаллов и минералов в сферической форме? Укажите две причины.
  - 1) так как площадь поверхности сферы минимальна
  - 2) так как кристаллы растут в неидеальных условиях
  - 3) вследствие анизотропии роста
  - 4) так как на кристаллы случайным образом влияют внешние воздействия
  - 5) так как форма кристалла отражает симметрию его кристаллической решетки

*Решение*

Природных кристаллов и минералов в сферической форме не существует вследствие анизотропии роста и проявления внутренней симметрии (кристаллической решетки) во внешней форме.

*Ответ:* 35.

2. Зависимость силы от удлинения для проволоки длиной 1 м и площадью поперечного сечения  $4 \text{ мм}^2$  представлена в таблице.

$F, \text{ Н}$	56	112	168	200
$\Delta l, \text{ мм}$	0,2	0,4	0,6	0,8

Каков модуль Юнга материала проволоки?

*Решение*

Так как  $F = \frac{ES\Delta l}{l_0}$ , то  $E = \frac{Fl_0}{S\Delta l}$ . Подставляя величины, согласно

условию задачи и значениям первого столбика таблицы, получим  $E = 70 \text{ ГПа}$ .

*Ответ:* 70 ГПа.

3. Как изменится абсолютное удлинение проволоки, если, не меняя нагрузку, заменить проволоку другой — из того же материала, но имеющей вдвое большую длину и в 2 раза больший диаметр?

*Решение*

$$F = \frac{ES}{l_0} |\Delta l|, \text{ тогда } F_1 = \frac{ES_1}{l_{01}} |\Delta l_1|, F_2 = \frac{ES_2}{l_{02}} |\Delta l_2|, \frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \frac{l_{02} S_1}{l_{01} S_2}.$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, S_2 = \frac{\pi (2d)^2}{4} = \pi \cdot d^2 \Rightarrow S_2 = 4S_1, \frac{|\Delta l_2|}{|\Delta l_1|} = \frac{2l_0}{l_0} \frac{S_1}{4S_1} = \frac{1}{2}.$$

*Ответ:* уменьшится в 2 раза.

4. При какой наименьшей длине  $h$  свинцовая проволока, подвешенная за один конец, разорвется от собственного веса? ( $\sigma_{\text{пр.}} = 15 \text{ МПа}$ ,  $\rho = 11\,300 \text{ кг/м}^3$ ).

*Решение*

$$\sigma_{\text{пр.}} = \frac{|\vec{F}|}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho hg, h = \frac{\sigma_{\text{пр.}}}{\rho g} \approx 133 \text{ м}.$$

*Ответ:*  $h = 133 \text{ м}$ .

## Электростатика

### § 29. Электризация тел. Взаимодействие заряженных тел. Дискретность электрического заряда. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

**Электрический заряд** — это связанный с материальным объектом источник электромагнитного поля. Величина заряда  $q$  определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий. Тела состоят из молекул и атомов, которые электронейтральны.

Существуют положительные и отрицательные электрические заряды.

При трении заряды перераспределяются, например янтарь и эбонит, потертые о мех, заряжаются отрицательно, а стекло, потертое о шелк, — положительно. Явление, сопровождающееся перераспределением зарядов на телах, называется **электризацией** (при трении, соприкосновении и электрической индукции). Считают, что тело заряжено положительно при недостатке электронов.

Элементарным электрическим зарядом называется наименьший заряд, которым обладают элементарные частицы: электрон ( $-e$ ) и протон ( $+e$ ). Величина элементарного заряда:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

**Дискретность электрического заряда**: заряд тела кратен величине заряда электрона  $Q = Ne$ , где  $N$  — целое число.

**Закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов изолированной системы при любых взаимодействиях остается постоянной:  $q_1 + q_2 + \dots + q_N = \text{const}$ .

**Закон Кулона** — основной закон электростатики (рассматривается система двух неподвижных точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  — самая простая из систем): сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Сила Кулона направлена вдоль прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Разноименные заряды притягиваются, а одноименные — отталкиваются. В скалярной форме:  $F_{12} = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_{12}^2}$ , где  $r_{12}$  — расстояние между зарядами;  $\vec{F}_{12}$  — сила, действующая на частицу с зарядом  $q_1$  со стороны частицы с зарядом  $q_2$ . В СИ коэффициент пропорциональности равен:  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ ,

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \text{ (или Ф/м)}.$$

$\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

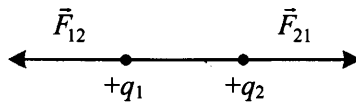
Если заряды находятся в среде, то  $F_{12} = \frac{k|q_1| \cdot |q_2|}{\epsilon r_{12}^2}$ ,

$\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды. Сила взаимодействия точечных зарядов в какой-либо среде (диэлектрике) в  $\epsilon$  раз меньше силы их взаимодействия в вакууме.

### Замечание

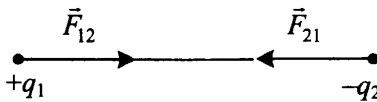
- Закон Кулона в данной форме справедлив и для заряженных сферических тел, в этом случае расстояние  $r$  отсчитывается от их центров.

Характер взаимодействия одноименных зарядов показан на рисунке 29.1, разноименных — на рисунке 29.2.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Рис. 29.1



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Рис. 29.2



**Принцип суперпозиции:** результирующая сила  $\vec{F}$ , действующая со стороны поля системы зарядов на заряд  $q_1$ , равна векторной сумме сил  $\vec{F}_i$ , действующих на него со стороны каждого заряда:  $\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$  (рис. 29.3).

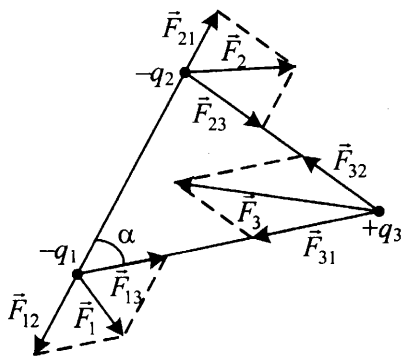


Рис. 29.3

Модуль силы, действующей на заряд  $q_1$ , можно найти, используя теорему косинусов:  $F_1^2 = F_{12}^2 + F_{13}^2 - 2F_{12}F_{13} \cos \alpha$ .

## ЗАДАЧИ

1. При электризации трением стеклянная палочка приобрела заряд, равный по модулю  $8 \cdot 10^{-19}$  Кл. Следовательно (выберите два возможных случая):

- 1) палочка приобрела 5 протонов
- 2) палочка потеряла 5 протонов
- 3) палочка приобрела 5 электронов
- 4) палочка потеряла 5 электронов

*Решение*

Если стеклянная палочка приобрела заряд  $|Q|$ , то она потеряла или приобрела  $\frac{Q}{q_e}$  электронов, так как протоны при трении не перемещаются с одного тела на другое.

*Ответ:* 34.

2. Два разноименных точечных заряда расположены на расстоянии  $r$  друг от друга. Как изменится модуль силы, действующий на правый заряд  $(+q)$  (рис. 29.4), если третий заряд  $+\frac{q}{2}$  поместить в точках  $M, N, L$ ?

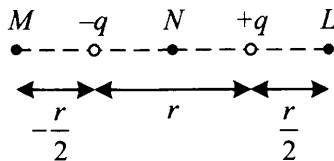


Рис. 29.4

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

$M$	$N$	$L$

*Решение*

До размещения третьего заряда  $+q$  на правый заряд  $+q$  со стороны левого  $-q$  действует сила, равная по величине  $F_1 = \frac{kq^2}{r^2}$  и направленная влево. Если третий заряд поместить в точку  $M$ , то возникнет дополнительная сила, действующая на правый заряд,  $F_1 = \frac{2kq^2}{9r^2}$ , и направленная вправо. Результирующая сила уменьшится. Если третий заряд поместить в точку  $N$ , то возникнет дополнительная сила, действующая на правый заряд,  $F_2 = \frac{2kq^2}{r^2}$ , и направленная вправо. Результирующая сила будет направлена вправо, равна  $F = \frac{kq^2}{r^2}$  и по величине не изменится. Если третий заряд поместить в точку  $L$ , то возникнет дополнительная сила, действующая на правый заряд,  $F_3 = \frac{2kq^2}{r^2}$ , и направленная влево. Результирующая сила увеличится.

*Ответ:* 231.

3. После того как два маленьких одинаковых заряженных металлических шарика соединили тонким проводом и вновь разъединили, сила их кулоновского взаимодействия увеличилась в  $\frac{9}{4}$  раза.

Одноименными или разноименными были заряды? Найдите отношение модуля большего заряда к модулю меньшего.

*Решение*

Так как шарики одинаковы, то после соединения каждый из них будет иметь заряд  $Q = \frac{(q_1 + q_2)}{2}$ . Рассмотрим случай, когда шарики были заряжены одноименно:

$$F_1 = \frac{kq_1q_2}{r^2}, F_2 = \frac{k(q_1 + q_2)^2}{(4r^2)}; \text{ но } \frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{4}. \text{ Отсюда } \frac{q_1}{q_2} = 6,85.$$

Если шарики заряжены разноименно, то  $F_2 = \frac{k(q_1 - q_2)^2}{(4r^2)}$ ;

тогда  $\frac{q_1}{q_2} = 10,9$ .

*Ответ:*  $\frac{q_1}{q_2} = 6,85, \frac{q_1}{q_2} = 10,9$ . Заряды могут быть одноименными и разноименными.

4. Четыре одинаковых заряда  $q$  размещены в углах квадрата. Какой заряд  $Q$  противоположного знака надо поместить в центр квадрата (рис. 29.5), чтобы вся система находилась в равновесии?

*Решение*

Система симметрична, поэтому можно рассматривать один из зарядов, например второй (см. рис. 29.5).

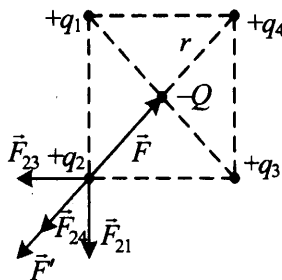


Рис. 29.5

Так как каждый из зарядов находится в равновесии, то  $\vec{F} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{24} = 0$ .

На заряд  $q_2$  со стороны  $q_1$  и  $q_3$  действует общая сила  $\vec{F}' = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{21}$ , модуль которой  $F' = \sqrt{F_{23}^2 + F_{21}^2} = F_1\sqrt{2}$ , где  $F_1 = k\frac{q^2}{l^2}$ . Так как

$$2r = a\sqrt{2}, \text{ то } F - F_{24} - F_1\sqrt{2} = 0, \text{ или } k \left( \frac{qQ}{r^2} - \frac{q^2}{(2r)^2} - \frac{q^2\sqrt{2}}{a^2} \right) = 0,$$

$$Q = \frac{q(2\sqrt{2} + 1)}{4} = 0,96q.$$

Ответ:  $Q = 0,96q$ .

5. Тонкое проволочное кольцо радиусом  $R$  несет электрический заряд  $q$ . В центре кольца расположен одноименный с зарядом  $q$  заряд  $Q$ , причем  $Q \gg q$ . Определите силу натяжения кольца.

Решение

Выделим малый элемент кольца (рис. 29.6)  $\Delta l = R\Delta\alpha$ . Со стороны заряда  $Q$  на него действует сила  $\Delta F$  (взаимодействием между отдельными элементами кольца пренебрегаем):  $\Delta F = k \frac{Q\Delta q}{R^2}$ ,

где  $\Delta q = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}$  — заряд элемента  $\Delta l$ . Силу  $\Delta F$  уравнивают силы натяжения кольца  $T$ :

$$\Delta F = 2T \sin \frac{\Delta\alpha}{2} = 2T \frac{\Delta\alpha}{2} = T\Delta\alpha, \text{ так как угол } \alpha$$

мал, то  $\sin\alpha \approx \alpha$ . Отсюда  $T = \frac{\Delta F}{\Delta\alpha} = k \frac{Qq\Delta\alpha}{2\pi R^2\Delta\alpha}$  или  $T = \frac{Qq}{8\pi^2\epsilon_0 R^2}$ .

$$\text{Ответ: } T = \frac{Qq}{8\pi^2\epsilon_0 R^2}.$$

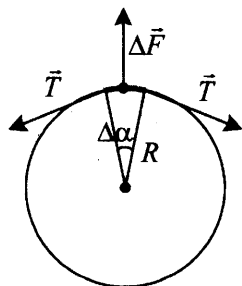


Рис. 29.6

### § 30. Электрическое поле. Напряженность электрического поля точечного заряда. Линии напряженности электрического поля (силовые линии).

#### Принцип суперпозиции полей

Электрическое поле — вид материи, посредством которого взаимодействуют электрические заряды.

**Напряженность электрического поля** (силовая характеристика поля) в данной точке пространства — векторная физическая величина, равная отношению силы, с которой электрическое поле действует

на внесенный в поле заряд, к величине этого заряда:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ .

Например, для поля точечного заряда:  $\vec{F}_{12} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} = q_1 \vec{E}_2$ ,

$\vec{E}_2 = k \frac{q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}$  — это **напряженность электрического поля точечного**

**заряда в вакууме**. Единицы измерения напряженности:  $[E] = \text{Н/Кл} = \text{В/м}$ .

Модуль напряженности поля точечного заряда:  $E = k \frac{q}{r^2}$ ,  $r$  — расстояние от точечного заряда до точки, в которой определяется напряженность.

Чтобы определить направление вектора напряженности электрического поля в данной точке, надо поместить в нее воображаемый положительный заряд (пробный), тогда вектор силы, действующей на него, укажет направление  $\vec{E}$ .

### **Замечания**

- Модуль  $E$  не зависит от величины пробного заряда, помещенного в данную точку поля, а зависит только от заряда источника поля.
- Вектор напряженности всегда направлен вдоль линии, соединяющей точечные заряды.

**Линией напряженности электрического поля** называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$ , а густота линий пропорциональна величине напряженности  $E$ . Линии напряженности электростатического поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах (или уходят в бесконечность). Вид линий напряженности электрического поля точечных зарядов приведен на рисунке 30.1.

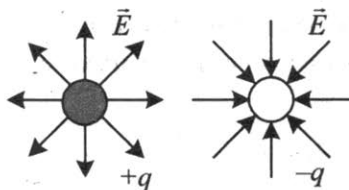


Рис. 30.1

### **Замечание**

- Линии напряженности никогда не пересекаются.

На рисунке 30.2 изображена картина силовых линий системы положительного и отрицательного зарядов.

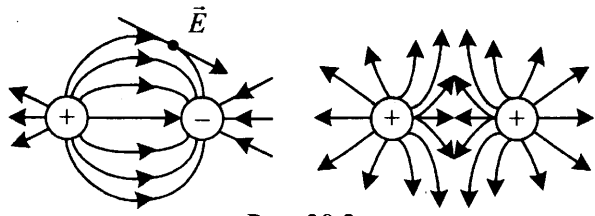


Рис. 30.2

Поле неподвижных зарядов называют **электростатическим полем**. **Однородное поле** — это поле, в каждой точке которого вектор напряженности  $\vec{E}$  одинаков по величине и направлению.

В качестве примера однородного электростатического поля рассмотрим **напряженность поля заряженной плоскости** (рис. 30.3).

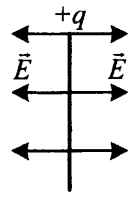


Рис. 30.3

Величина напряженности поля равна  $E = \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , где  $\sigma = \frac{q}{S}$  —

**поверхностная плотность заряда.**

**Принцип суперпозиции полей:** если электростатическое поле создано не одним, а несколькими зарядами или заряженными телами, то результирующий вектор напряженности равен геометрической сумме векторов напряженности от каждого из зарядов (рис. 30.4):  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$ ,  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ,

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha.$$

Рисунок 30.4 иллюстрирует определение величины и направления результирующего поля системы одинаковых положительных зарядов в точке, находящейся на равном расстоянии от каждого из них.

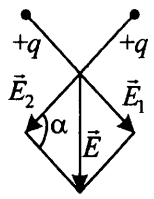


Рис. 30.4

## ЗАДАЧИ

1. Чему равна напряженность поля, создаваемого двумя точечными зарядами  $q_1 = 12$  мкКл и  $q_2 = -24$  мкКл в точке, лежащей посередине прямой, соединяющей заряды, если напряженность поля, создаваемого в этой точке только вторым зарядом, равна 8 В/м?

*Решение*

На рисунке 30.5 указано, что заряды разноименные, значит, векторы напряженности направлены в одну сторону.

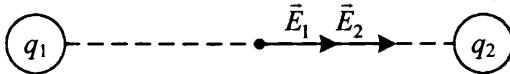


Рис. 30.5

$$E_{\text{общ.}} = E_1 + E_2. \text{ Но } |q_1| = \frac{|q_2|}{2}, \text{ поэтому } E_1 = \frac{E_2}{2}. E_{\text{общ.}} = \frac{3E_2}{2} =$$

$= 12$  В/м.

*Ответ:* 12 В/м.

2. Шарик массой  $m$ , несущий заряд  $q$ , свободно падает в однородном электрическом поле напряженностью  $E$ . Линии напряженности направлены параллельно поверхности Земли. Укажите вид траектории движения (рис. 30.6). Ось  $X$  параллельна вектору напряженности, а ось  $Y$  направлена вертикально вниз.

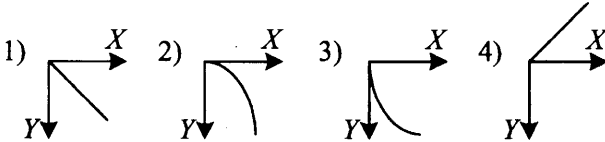


Рис. 30.6

*Решение*

Уравнения динамики шарика в проекциях на оси  $X$  и  $Y$ :  $ma_x = qE$ ,

$$ma_y = mg \text{ (рис. 30.7), откуда: } x = \frac{a_x t^2}{2}, \quad y = \frac{gt^2}{2}. \text{ Ис-}$$

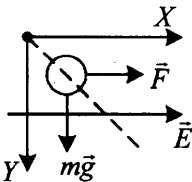


Рис. 30.7

ключив из уравнений  $t$ , получим уравнение траектории:  $y = \frac{gx}{a_x}$  — прямая.

*Ответ:* 1).

3. Две плоские пластины больших размеров установлены параллельно друг другу на небольших расстояниях. На пластинах равномерно распределены электрические заряды с поверхностной плотностью на одной пластине  $(+\sigma_1)$ , на второй  $(-\sigma_2)$ . Пластинами создается некоторая напряженность электрического поля. Установите соответствие между значениями напряженности электрического поля (в точках, удаленных от краев пластин) и областями электрического поля I, II, III (рис. 30.8).

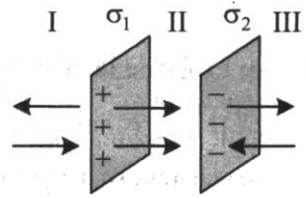


Рис. 30.8

1)  $E_0 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\epsilon_0}$

I	II	III

2)  $E_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}$

3)  $E_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}$

*Решение*

Поле внутри конденсатора создается обеими пластинами, а векторы напряженности направлены в одну и ту же сторону (разноименные заряды), поэтому  $E_0 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}$ . Вне пластин поле, создаваемое пластиной с поверхностной плотностью заряда  $(+\sigma_1)$ , направлено противоположно полю, создаваемому пластиной с поверхностной плотностью  $(-\sigma_2)$ . Суммарное поле равно  $E_0 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} =$

$$= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\epsilon_0}.$$

Ответ: 121.

4. Два одинаково заряженных шарика массы  $m$  подвешены в одной точке на нитях длиной  $l$  каждая. В точке подвеса находится третий шарик, заряженный так же, как и первые два. Вычислить заряд  $q$  шариков, если угол между нитями в положении равновесия равен  $\alpha$ .



*Решение*

Уравнения динамики для шарика (рис. 30.9) в проекциях на оси имеют следующий вид.

$$(X): F_1 + F_2 \sin \frac{\alpha}{2} - T \sin \frac{\alpha}{2} = 0;$$

$$(Y): T \cos \frac{\alpha}{2} - F_2 \cos \frac{\alpha}{2} - mg = 0.$$

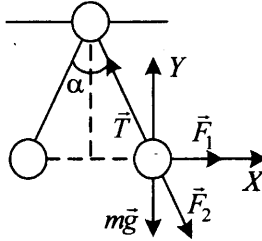


Рис. 30.9

Тогда  $F_1 = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , или  $\frac{kq^2}{(2l \sin \frac{\alpha}{2})^2} = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ ,

$$q = 4l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{mg \pi \epsilon_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$$

Ответ:  $q = 4l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{mg \pi \epsilon_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}.$

**§ 31. Работа электрического поля при перемещении заряда. Потенциал. Связь между разностью потенциалов и напряженностью однородного поля. Потенциал поля точечного заряда. Эквипотенциальные поверхности**

Рассмотрим электростатическое поле, не изменяющееся со временем. Работа сил электростатического поля при перемещении заряда не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положений заряда (рис. 31.1):  $A_{1a62} = A_{1c2}$ .

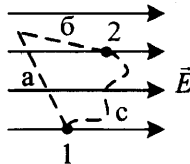


Рис. 31.1

То есть электростатическое поле **потенциально**. Работа сил электростатического поля по замкнутой траектории равна нулю  $A_{1a62c1} = 0$ .

Найдем работу сил поля в случае перемещения заряда в однородном поле — когда в каждой точке напряженность одинакова по величине и направлению (например, поле заряженной плоскости). Пусть заряд  $q$  перемещается из точки 1 в точку 2 (рис. 31.2):

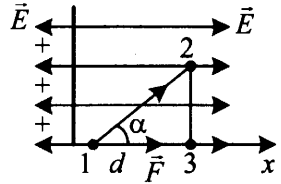


Рис. 31.2

$$A_{12} = F \cdot s \cdot \cos\alpha.$$

$A_{12} = A_{132} = A_{13} + A_{32} = A_{13}$  (так как  $A_{32} = 0$ ,  $\cos 90^\circ = 0$ ). Поскольку  $F = q \cdot E$ , то  $A = q \cdot E \cdot d$ .

**Замечание**

- Независимо от направления перемещения расстояние  $d$  отсчитывается вдоль линии напряженности электрического поля.

**Потенциал электростатического поля** в данной точке пространства равен отношению потенциальной энергии взаимодействия заряда

с полем к величине этого заряда:  $\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q}$ .

Потенциал поля — скалярная величина, энергетическая характеристика электростатического поля.

**Замечание**

- $\varphi$  не зависит от  $q$  (величины пробного заряда, помещенного в данную точку поля), а зависит только от заряда источника поля и расстояния до точки.

Единицы измерения потенциала:  $[\varphi] = \text{В}$ .

Работа сил поля по перемещению заряда  $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ , но  $A = qEd$ , где  $d$  — расстояние между точками 1 и 3, тогда  $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$ . Это выражение определяет **связь между разностью потенциалов и напряженностью однородного поля**. Если ввести напряжение между двумя точками поля как разность потенциалов (рис. 31.3):

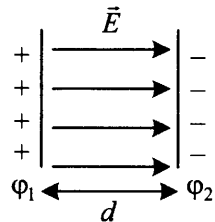


Рис. 31.3

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \text{ то } U = Ed.$$

Пусть источником поля является заряд  $q_2$ , тогда работа сил поля при перемещении заряда  $q_1$  из данной точки в бесконечность

$$A = k \frac{q_1 q_2}{r_1} = W_{\text{п1}}. \text{ Потенциальную энергию можно записать и в виде}$$

$W_{\text{пл}} = k \frac{q_1 q_2}{r} = q_1 \cdot \varphi$ , где  $\varphi = \frac{W_{\text{пл}}}{q_1} = \frac{k q_2}{r}$  — потенциал поля, создаваемого

точечным источником  $q_2$ . Отметим, что если  $q_1$  — единичный положительный заряд, то из данного выражения вытекает другое определение потенциала: потенциал в какой-либо точке численно равен работе сил поля по перемещению единичного точечного положительного заряда из данной точки в бесконечность (потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке).

**Потенциальная энергия системы зарядов** равна сумме энергий взаимодействий зарядов попарно. Например, для четырех зарядов:

$$W = W_{12} + W_{13} + W_{14} + W_{23} + W_{24} + W_{34}.$$

**Эквипотенциальные поверхности** — поверхности равного потенциала.

Для точечного заряда они имеют вид сферических поверхностей (рис. 31.4). Эквипотенциальные поверхности всегда перпендикулярны линиям напряженности поля.

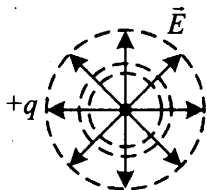


Рис. 31.4

Работа сил однородного электростатического поля равна  $A = qEd$ , так как  $A = -\Delta W_{\text{пл}}$ , то  $\Delta W_{\text{пл}} = -qEd$ . Графики зависимости  $E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  и

$\varphi(x) = \varphi_0 - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}|x|$  для положительно заряженной плоскости ( $x$  — координата на оси, перпендикулярной плоскости, см. на рис. 31.5):

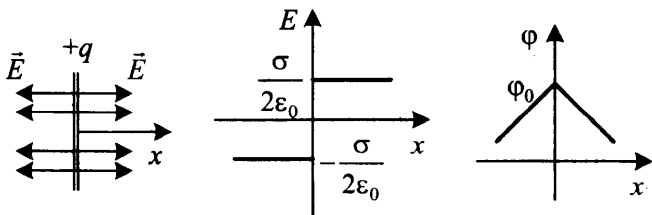


Рис. 31.5

Зависимость  $E = E(r)$ ,  $\varphi = \varphi(r)$  для заряженной металлической сферы (шара): внутри сферы  $E = 0$ ,  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$ ;

вне сферы  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ,  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$  (рис. 31.6).

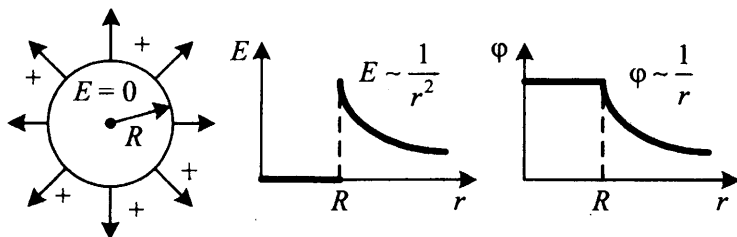


Рис. 31.6

## ЗАДАЧИ

1. Чему равна работа сил поля при перемещении заряда  $q$  точки 1 в точку 2, находящегося между двумя разноименно заряженными плоскостями (рис. 31.7)? Считать заданными расстояние между плоскостями  $l$ , поверхностную плотность заряда  $\sigma$ , расстояние между зарядами  $s$ .

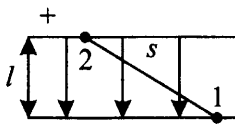


Рис. 31.7

*Решение*

Поскольку  $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha = F \cdot l$ , тогда  $A = qEl$ ,

где  $E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ,  $\Rightarrow A = q \frac{\sigma}{\epsilon_0} l$ .

*Ответ:*  $A = q \frac{\sigma}{\epsilon_0} l$ .

2. Чему равно напряжение между точками А и В (рис. 31.8)?  
 $AB = 10$  см,  $\alpha = 30^\circ$ , напряженность поля  $E = 40$  кВ/м.

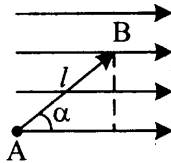


Рис. 31.8

*Решение*

$A = qEl\cos\alpha = qU$ , отсюда  $U = El\cos\alpha = 3464$  В.

*Ответ:* 3464 В.

3. Два одноименных точечных заряда расположены на некотором расстоянии друг от друга. Определите изменение физических величин при их сближении.

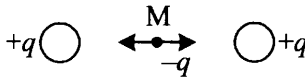


Рис. 31.9

- А) напряженность поля в точке М, находящейся на линии, соединяющей заряды строго между ними (рис. 31.9)
- Б) потенциал поля в точке М
- В) сила, действующая на отрицательный заряд, помещенный в точку М

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Предположим, оба заряда положительны (знак не влияет на результат решения). Результирующая напряженность в точке между ними останется равной нулю и при их сближении не изменится, следовательно, не изменится и сила (равная нулю), действующая на заряд в точке М (см. рис. 31.9).

Потенциал общего поля увеличится, так как  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ , а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  увеличатся с уменьшением расстояния от каждого из зарядов до точки М.

*Ответ:* 313.

4. Три заряда  $q_1 = q$ ,  $q_2 = -2q$  и  $q_3 = 2q$  расположены в вершинах правильного треугольника со стороной  $a$ . Какую работу надо совершить, чтобы расположить заряды вдоль одной прямой друг за другом на расстоянии  $a$ ?

*Решение*

Работа внешних сил:  $A_{\text{внешн.}} = W'' - W'$ . Энергия системы зарядов  $W = W_{12} + W_{13} + W_{23}$ , где, например,  $W_{12} = \frac{kq_1q_2}{r}$ . В исходном состоянии  $W' = \frac{k[q \cdot (-2q) + q \cdot 2q + 2q \cdot (-2q)]}{a} = -\frac{4kq^2}{a}$ . При расположении зарядов вдоль прямой (рис. 31.10).

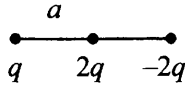


Рис. 31.10

$$W'' = k \left[ \frac{q \cdot (2q)}{a} + \frac{q \cdot (-2q)}{(2a)} + \frac{2q \cdot (-2q)}{a} \right] = -\frac{3kq^2}{a}. \quad A_{\text{внешн.}} = \frac{kq^2}{a} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

*Ответ:*  $A_{\text{внешн.}} = \frac{kq^2}{a} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$

5. В электроннолучевой трубке поток электронов с кинетической энергией  $W_k = 8$  кэВ движется вдоль пластин плоского конденсатора длиной  $x = 4$  см. Расстояние между пластинами  $d = 2$  см. Какое напряжение надо подать на пластины, чтобы смещение электронного пучка на выходе из конденсатора оказалось равным  $y = 0,8$  см? Силой тяжести пренебречь. ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж.)

*Решение*

Из определения кинетической энергии найдем скорость  $W_k = \frac{mv^2}{2}$ ,

$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}$ . Время движения вдоль пластин:  $t = \frac{x}{v}$ , сила, смещающая

электроны:  $F_y = eE$ , где  $E = \frac{U}{d}$ ,  $F_y = \frac{eU}{d} = ma_y$ ,  $a_y = \frac{eU}{md}$ ,  $y = \frac{at^2}{2}$ ,  
 $y = \frac{eUx^2}{2mdv^2}$ ,  $U = \frac{4ydW_k}{ex^2} = 3200 \text{ В}$ .

Ответ: 3200 В.

### Замечание

- Действием силы тяжести на электрон можно пренебречь, так как она мала по сравнению с силой, с которой действует электрическое поле на электрон. Данное допущение правомерно для всех элементарных частиц.

6. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) несут на себе заряды  $q_1$  и  $-q_2$ . Найдите напряженность и потенциал поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстоянии: 1)  $r_1 < R_1$ ; 2)  $R_1 < r_2 < R_2$ ; 3)  $r_3 > R_2$ . Постройте графики зависимости  $E = E(r)$  и  $\varphi = \varphi(r)$ .

Решение

$$E_1 = 0, \quad \varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \quad (\text{только для первой сферы}), \quad E_2 = 0,$$

$$\varphi_2 = -\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \quad (\text{только для второй сферы}). \quad \text{Тогда:}$$

$$1) E = E_1 + E_2 = 0, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2};$$

$$2) E = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_2^2} + 0,$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{R_2};$$

$$3) E = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_3^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_3^2},$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_3} - \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3}.$$

Графики зависимости  $E = E(r)$  и  $\varphi = \varphi(r)$  представлены на рисунках 31.11 и 31.12.

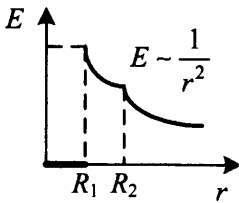


Рис. 31.11

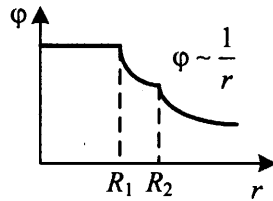


Рис. 31.12

## § 32. Проводники и диэлектрики в электрическом поле. Емкость. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов. Энергия поля заряженного конденсатора

**Проводники** — вещества, хорошо проводящие электрический ток вследствие наличия в них свободных носителей электрических зарядов. К проводникам относятся металлы, электролиты, ионизованные газы.

В незаряженном проводнике электрические заряды находятся в равновесии, т.е. общий заряд равен нулю. Напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю. Потенциал всех точек проводника одинаков и равен потенциалу на поверхности проводника. В случае незаряженного проводника он равен нулю.

Если проводник заряжен, то вследствие электростатического отталкивания зарядов они распределяются на поверхности проводника. Напряженность электрического поля внутри проводника также равна нулю. Потенциал всех точек проводника одинаков, отличен от нуля и равен потенциалу на поверхности проводника. При соединении двух заряженных проводников с зарядами  $q_1$  и  $q_2$  тонкой проволочкой заряды перераспределяются, но общий заряд, согласно закону сохранения заряда, сохраняется:  $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ , потенциалы обоих проводников выравниваются.

Поместим незаряженный металлический проводник во внешнее электростатическое поле. Электроны будут перемещаться в направле-



нии, противоположном направлению поля. На одной части проводника будут накапливаться отрицательные, а на другой — положительные заряды (рис. 32.1).

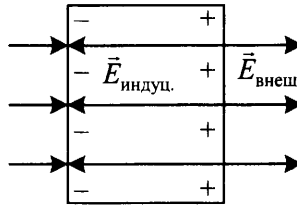


Рис. 32.1

Заряды будут перераспределяться до тех пор, пока напряженность поля во всех точках внутри проводника не станет равной нулю. Явление перераспределения зарядов в проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**. С помощью электростатической индукции можно разделить заряды, разделив проводник в поле на две части.

Внутри проводника, помещенного во внешнее поле, суммарное поле равно нулю. Заряды распределяются по поверхности:  

$$\vec{E}_{\text{общ.}} = \vec{E}_{\text{индуц.}} + \vec{E}_{\text{внеш.}} = 0.$$

**Диэлектрики (изоляторы:** воздух, стекло, эбонит, слюда, фарфор, сухое дерево, плексиглас) — вещества, плохо проводящие электрический ток. Они почти не имеют свободных зарядов, но содержат

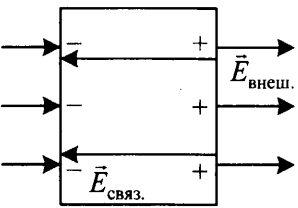


Рис. 32.2

связанные заряды. Если поместить диэлектрик во внешнее электростатическое поле, то происходит **поляризация** диэлектрика, т.е. смещение положительных и отрицательных связанных зарядов под действием поля. На его поверхности появляются связанные заряды, не способные перемещаться по диэлектрику (рис. 32.2). Поэтому нельзя отде-

литель отрицательные заряды от положительных (в отличие от проводника).

Согласно принципу суперпозиции полей напряженность в диэлектрике:  $\vec{E} = \vec{E}_{\text{внеш.}} + \vec{E}_{\text{связ.}}$ ; с учетом направления векторов:

$$E = E_{\text{внеш.}} - E_{\text{связ.}}$$

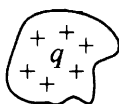
$\epsilon = \frac{E_0}{E}$  — **диэлектрическая проницаемость**, которая показывает,

во сколько раз поле в среде меньше, чем в вакууме ( $E_0$ ).

**Емкость** характеризует свойство проводников накапливать заряды и численно равна заряду, при сообщении которого потенциал проводника изменяется на 1 В.

**Емкость единичного проводника** (рис. 32.3):

$C = \frac{q}{\varphi}$ , где  $q$  — заряд проводника,  $\varphi$  — его потенциал.



$[C] = \Phi$  (фарада).

Рис. 32.3

Используя определение емкости, найдем емкость металлического шара (или сферы), имеющего заряд  $q$ . Потенциал шара постоянен и равен потенциалу на поверхности  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ , где  $r$  — радиус шара. Значит, емкость шара в вакууме равна

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 r.$$

Рассмотрим плоский конденсатор (рис. 32.4).

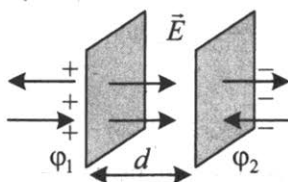


Рис. 32.4

$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$  — емкость конденсатора (зависит от формы,

размеров и диэлектрических свойств среды ( $\epsilon$ ) между обкладками).

Так как  $E = \frac{q}{\epsilon_0 S}$  или  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  и  $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$ , то  $\frac{q}{C} = \frac{q}{\epsilon_0 S} d \Rightarrow$

$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Если между обкладками конденсатора находится диэлек-

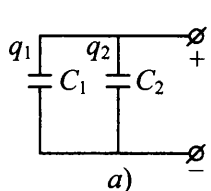
трик, то  $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды.

Сила взаимодействия между пластинами равна  $F = E_2 q_1$ , где  $E_2$  — напряженность поля, созданного второй пластиной конденсатора, а

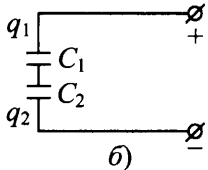
$q_1$  — заряд на первой пластине. Если  $q_1 = q_2$ , то  $F = \frac{E}{2} q = \frac{Uq}{2d}$ .

## Замечания

- Поле внутри конденсатора создается обеими пластинами, напряженности поля каждой пластины равны по величине  $E' = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$  и направлены в одну сторону.
- Так как вне пластин вектор напряженности поля, создаваемого пластиной с зарядом  $+q$ , направлен противоположно вектору напряженности поля, создаваемого пластиной  $-q$ , то суммарное поле за пределами конденсатора стремится к нулю.



а)



б)

Рис. 32.5

**Типы соединения конденсаторов:** параллельное и последовательное.

При **параллельном** соединении конденсаторов (рис. 32.5, а)  $q_{\text{общ.}} = q_1 + q_2$ ,  $U_1 = U_2 = U$ ,  $C = \frac{q}{U}$ ,  $C = C_1 + C_2$ .

При **последовательном** соединении конденсаторов (рис. 32.5, б)  $q_1 = q_2 = q_{\text{общ.}}$ ,  $U = U_1 + U_2$ ,  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

**Потенциальная энергия** (энергия электрического поля) **заряженного конденсатора** равна:

$$W_{\text{п}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} \quad \text{или для плоского конденсатора } W_{\text{п}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \cdot V, \quad \text{где } \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \text{ — объемная плотность энергии}$$

электрического поля в вакууме;  $V$  — объем, в котором создано электрическое поле.

По аналогии с формулой для потенциальной энергии заряженного конденсатора получим выражение для **потенциальной энергии заряженного уединенного проводника**:

$$W = \frac{C\phi^2}{2}.$$

## Замечание

- При любых манипуляциях с емкостью конденсатора, например сдвиг пластин, введение или удаление диэлектрика из пространства между обкладками, следует учитывать, что:



ность в точке А увеличится, потенциал поля, будучи отрицательным, также увеличится (хотя его модуль уменьшится).

*Ответ:* 11.

3. Плоский воздушный конденсатор отключили от источника тока, а затем увеличили расстояние между его пластинами. Что произойдет при этом с зарядом на обкладках конденсатора, электроемкостью конденсатора и напряжением на его обкладках?

- |                            |                 |
|----------------------------|-----------------|
| А) заряд конденсатора      | 1) увеличится   |
| Б) электроемкость          | 2) уменьшится   |
| В) напряжение на обкладках | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Если конденсатор заряжают и отключают от источника, то сохраняется заряд конденсатора или общий заряд батареи конденсаторов.

Электроемкость конденсатора равна  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$  и при увеличении расстояния между его пластинами емкость уменьшается. Напряжение на обкладках конденсатора равно  $U = Ed = \frac{q}{\epsilon_0 S} d$ , при увеличении расстояния  $d$  напряжение растет.

*Ответ:* 321.

4. Три конденсатора одинаковой емкости зарядили до напряжений  $U_1 = 30$  В,  $U_2 = 70$  В,  $U_3 = 80$  В, отключили от источника и соединили параллельно между собой одноименными полюсами. Какое установится напряжение на батарее конденсаторов? Какое установилось бы напряжение, если бы при соединении перепутали полюса первого конденсатора?

*Решение*

При соединении проводников заряды перераспределяются до тех пор, пока не выравняются их потенциалы, т.е.  $U'_1 = U'_2 = U'_3 = U'$ .

По закону сохранения заряда  $q_1 + q_2 + q_3 = q'_1 + q'_2 + q'_3$  или  $CU_1 + CU_2 + CU_3 = 3CU'$ .  $U' = \frac{(U_1 + U_2 + U_3)}{3} = 60$  В. Если при со-

единении перепутать полюса первого конденсатора, то  $-q_1 + q_2 + q_3 = q_1'' + q_2'' + q_3''$  или  $U'' = \frac{(-U_1 + U_2 + U_3)}{3} = 40 \text{ В}$ .

Ответ:  $U' = 60 \text{ В}$ ,  $U'' = 40 \text{ В}$ .

5. Между двумя пластинами, расположенными горизонтально в вакууме на расстоянии 5 мм друг от друга, находится в равновесии отрицательно заряженная капелька масла массой 10 мг (рис. 32.8). Сколько избыточных электронов имеет капелька, если на пластины подано напряжение 2 кВ?

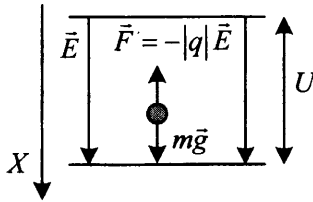


Рис. 32.8

*Решение*

Уравнение динамики для капельки в проекции на ось  $X$ :

$$mg - |q| \cdot E = 0, \text{ откуда } |q| = \frac{mg}{E}, \text{ но } E = \frac{U}{d} \Rightarrow |q| = \frac{mgd}{U}.$$

$$\text{Так как } |q| = e \cdot N, \text{ то } N = \frac{mgd}{eU} = 15\,625 \cdot 10^5.$$

Ответ:  $N = 15\,625 \cdot 10^5$ .

6. Между обкладками плоского конденсатора находится парафиновая пластинка ( $\epsilon = 2$ ). Емкость конденсатора  $C = 6 \text{ мкФ}$ , его заряд  $q = 0,1 \text{ мкКл}$ . Какую работу нужно совершить, чтобы выгащить пластинку из конденсатора? Конденсатор отключен от источника тока.

*Решение*

Так как конденсатор отключен от источника, то  $q = \text{const}$ ,

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1}, \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d}. \quad \text{Без парафиновой пластинки: } C_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d},$$

$$W_2 = \frac{q^2}{2C_2}.$$

$$\text{Тогда } A = W_2 - W_1 = \frac{q^2(\epsilon - 1)}{2C} = 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}.$$

Ответ:  $A = 8,3 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$ .

## Постоянный ток

### § 33. Электрический ток. Сила тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для участка электрической цепи. Закон Ома для замкнутой цепи. Электрическое сопротивление. Последовательное и параллельное соединение проводников. Измерительные приборы

**Электрический ток** — направленное движение заряженных частиц (в металлах это свободные электроны). Условия, необходимые для этого:

- а) наличие проводника (наличие свободных носителей заряда);
- б) наличие электрического поля в проводнике  $\vec{E}$  или разности потенциалов на концах проводника.

**Сила тока** (скалярная величина) численно равна заряду, протекающему через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ . За направление тока принимают направление движения положительных зарядов. На самом деле в большинстве случаев (например, в металлах и полупроводниках) движутся электроны.

Характеристикой источника является **электродвижущая сила  $\mathcal{E}$**  (ЭДС), численно равная отношению работы сторонних сил (например, в процессе химической реакции) к величине положительного заряда  $q$  при перемещении последнего внутри источника от «-» к «+»:  $\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст.}}}{q}$ .

Рассмотрим замкнутую электрическую цепь (рис. 33.1).

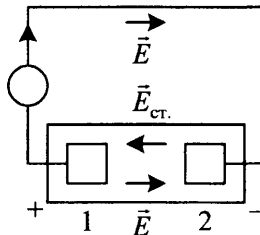


Рис. 33.1

Работа по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой цепи равна сумме работы электростатического поля и работы сторонних сил:  $A = A_{\text{элект.}} + A_{\text{ст.}}$ .

Так как работа электростатического поля по перемещению заряда по замкнутой цепи равна нулю, то работа при перемещении единичного положительного заряда по замкнутой цепи равна  $\mathcal{E}$  ( $A = A_{\text{ст.}} = q_1 \cdot \mathcal{E}$ ).

**Закон Ома для участка цепи** (на участке нет источника тока (рис. 33.2)): сила тока, текущего по однородному проводнику, т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы, пропорциональна разности потенциалов (напряжению) между концами проводника:  $I \sim (\varphi_1 - \varphi_2) = U$  или  $\frac{U}{I} = R = \text{const.}$

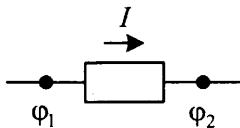


Рис. 33.2

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\Delta\varphi}{R} = \frac{U}{R} \quad \text{— закон Ома для участка цепи, где } R \text{ —}$$

электрическое сопротивление этого участка.

Отметим, что  $\varphi_1$  (потенциал на входе) выше, чем  $\varphi_2$  (потенциал на выходе тока из проводника), следовательно, ток течет от большего потенциала к меньшему.

### Замечание

- В выражении для разности потенциалов знак « $\Delta$ » трактуется иначе, чем во всех остальных случаях:  $\Delta\varphi$  — потенциал на входе минус потенциал на выходе.

На рисунке 33.3 представлен график зависимости силы тока от напряжения: чем больше сопротивление, тем меньше угол  $\alpha$ ,

$$\text{tg}\alpha \sim \frac{1}{R}.$$

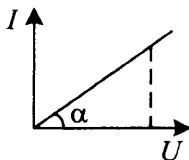


Рис. 33.3



Рассмотрим неоднородный участок цепи 1–2, (рис. 33.4), содержащий источник постоянного тока ЭДС  $\mathcal{E}$  с внутренним сопротивлением  $r$ , разность потенциалов на концах участка равна  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

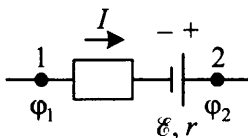


Рис. 33.4

1) Пусть ток направлен так, как показано на рисунке 33.4, тогда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R + r}.$$

Отметим, что  $\mathcal{E} > 0$ , если в выбранном направлении ЭДС повышает потенциал (от «-» к «+»), и  $\mathcal{E} < 0$ , если в выбранном направлении ЭДС понижает потенциал (от «+» к «-»).

2) В случае  $\mathcal{E} = 0, r = 0$  получаем знакомое выражение закона Ома:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}.$$

3) При  $R = 0$  получаем  $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{r}$ , или  $Ir = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$ .

$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}$  — напряжение на концах участка цепи 1–2, равное сумме разности потенциалов и ЭДС. Если ток направлен в противоположную сторону, то

$$I = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 - \mathcal{E}}{R + r}.$$

**Закон Ома для замкнутой цепи** (рис. 33.5):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

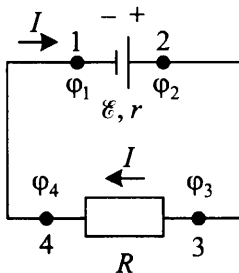


Рис. 33.5

Так как  $IR + Ir = \mathcal{E}$ , то напряжение на зажимах источника  $U = IR = \mathcal{E} - Ir$  ( $\varphi_1 = \varphi_4, \varphi_2 = \varphi_3$ ).

Для однородного проводника постоянного сечения опытным путем получена следующая зависимость электрического сопротивления  $R$  от размеров и свойств вещества проводника:  $R = \rho \frac{l}{S}$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление;  $l$  — длина проводника;  $S$  — площадь поперечного сечения.

Т.е. сопротивление  $R$  зависит только от рода вещества проводника, его формы и геометрических размеров (и при малых напряжениях и токах не зависит от  $U$  и  $I$ ). При этом  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ , где  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления;  $\rho_0$  — удельное сопротивление при  $t = 0^\circ\text{C}$ .

**Последовательное и параллельное соединение проводников:**

при последовательном соединении (рис. 33.6)  $I_1 = I_2 = I, U = U_1 + U_2, U_1 = I \cdot R_1, U_2 = I \cdot R_2$ , следовательно,  $R = R_1 + R_2$ ;

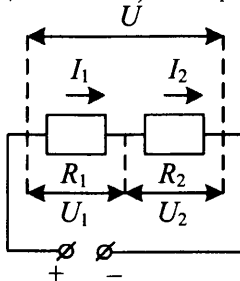


Рис. 33.6

при параллельном соединении (рис. 33.7)

$U = U_1 = U_2, I = I_1 + I_2, I = \frac{U}{R}, I_1 = \frac{U}{R_1}, I_2 = \frac{U}{R_2}$ , следовательно,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

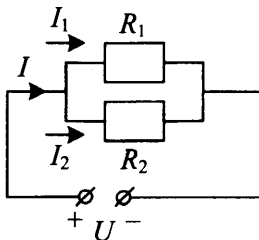


Рис. 33.7

Для измерения силы тока используют **амперметр** (включают в цепь последовательно с резистором, в котором определяют силу тока). Внутреннее сопротивление идеального амперметра  $r_A \rightarrow 0$ .

Для измерения напряжения на резисторе или любом участке цепи параллельно ему включают **вольтметр**. Внутреннее сопротивление идеального вольтметра  $R_V \rightarrow \infty$ .

Для расширения диапазона измерений амперметра параллельно к нему подсоединяют резистор (как правило, меньшего сопротивления) — **шунт**.

Для увеличения диапазона измерения вольтметра последовательно с ним подключают **добавочное сопротивление**.

Основным законом для расчета электрических цепей является закон Ома. Однако в случае сложных электрических цепей удобно пользоваться **правилами Кирхгофа**:

■ **первое правило** (вытекает из закона сохранения электрического заряда) — сумма вытекающих токов в точку разветвления (узел) равна сумме вытекающих токов из точки разветвления (узла).

■ **второе правило** (является следствием закона сохранения энергии) — в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжения  $\sum I \cdot R = \sum \mathcal{E}$ .

При решении задач следует использовать следующий **алгоритм**:

1) показать стрелками на схеме направления токов на всех участках;

2) выбрать произвольно направление обхода контура (по ходу часовой стрелки или против);

3) считать токи положительными, если они совпадают с направлением обхода контура; считать  $\mathcal{E} > 0$ , если в выбранном направлении обхода контура она повышает потенциал (от « $\leftarrow$ » к « $\rightarrow$ »);

4) если при решении некоторые токи получаются меньше нуля, значит, они направлены противоположно выбранному направлению.

Рассмотрим электрическую схему (рис. 33.8), выбрав произвольно направление токов и обход замкнутого контура.

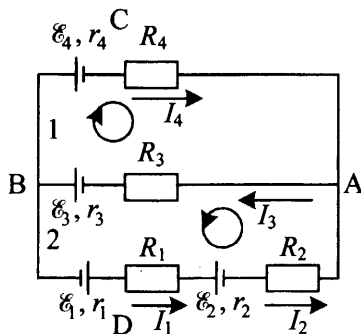


Рис. 33.8

При обходе любого замкнутого контура сумма разностей потенциалов на резисторах и конденсаторах равна сумме ЭДС источников, входящих в контур. При этом если направление обхода совпадает с направлением тока, то разность потенциалов на резисторе равна  $+IR$ , если не совпадает, то  $-IR$ . Тогда получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \text{для контура BCAB} & +\varepsilon_3 - \varepsilon_4 = I_4(R_4 + r_4) + I_3(R_3 + r_3), \\ \text{для контура BDAВ} & +\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_3(R_3 + r_3) + I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2), \\ & I_3 = I_1 + I_4, \\ & I_1 = I_2. \end{cases}$$

Из полученной системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными находим  $I_1, I_2, I_3, I_4$ .

## ЗАДАЧИ

1. Сила тока в проводнике меняется со временем согласно зависимости  $I(t)$  (рис. 33.9). Каков заряд, прошедший по проводнику за 2 с?

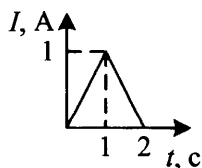


Рис. 33.9

*Решение*

Заряд, протекающий через данное поперечное сечение проводника за  $\Delta t$ , равен  $\Delta q = I \cdot \Delta t$ . На графике зависимости  $I(t)$  это соответствует площади получившейся фигуры (треугольника),  $\Delta q = 1$  Кл.

*Ответ:*  $\Delta q = 1$  Кл.

2. Как изменятся показания приборов в приведенной схеме, если ползунок реостата передвинуть влево (рис. 33.10)?

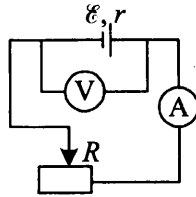


Рис. 33.10

*Решение*

При передвижении ползунка влево  $R$  увеличится, значит, ток в цепи уменьшится. Но  $U = \mathcal{E} - Ir$ , поэтому  $U$  увеличивается.

*Ответ:* ток в цепи уменьшится, напряжение увеличится.

3. Четыре одинаковых сопротивления соединены двумя различными способами, как показано на рисунке 33.11. Во сколько раз сопротивление участка АВ больше сопротивления участка CD?

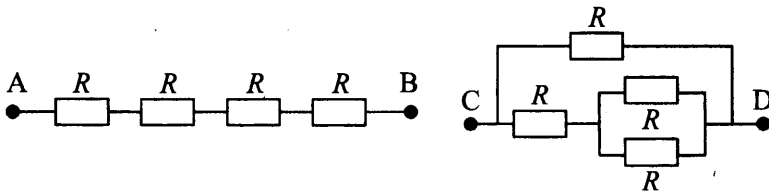


Рис. 33.11

*Решение*

Сопротивление участка АВ для четырех одинаковых сопротивлений, включенных последовательно в цепь, равно  $4R$ . Сопротивление участка CD состоит из двух параллельно включенных сопротивлений, общим сопротивлением  $\frac{R}{2}$ , последовательно включенного сопротив-

ления  $R \rightarrow \left( \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2} \right)$  и параллельно с ними включенного сопротивления  $R \rightarrow \left( \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} \right) = \frac{5}{3R}$ . Общее сопротивление цепи равно

$\frac{3R}{5}$ . Тогда отношение сопротивления участка АВ к сопротивлению

участка CD равно  $\frac{20}{3}$ .

*Ответ:*  $\frac{20}{3}$ .

4. К концам длинного однородного проводника приложено напряжение  $U$ . Провод укоротили втрое и приложили к нему прежнее напряжение  $U$ . Как изменятся при этом сила тока, мощность тока и сопротивление проводника?

- |                             |                 |
|-----------------------------|-----------------|
| А) сила тока                | 1) увеличится   |
| Б) мощность тока            | 2) уменьшится   |
| В) сопротивление проводника | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Сопротивление проводника равно  $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$ , при уменьшении дли-

ны проводника сопротивление уменьшается. Мощность тока  $P = \frac{U^2}{R}$  при уменьшении сопротивления увеличивается, как и сила тока  $I = \frac{U}{R}$ .

*Ответ:* 112.

5. Амперметр сопротивлением  $r_a = 0,1$  Ом имеет шкалу до  $I_1 = 4$  А. Какое сопротивление должно быть у шунта, чтобы увеличить предел измерения амперметра до  $I_2 = 24$  А?

*Решение*

Чтобы расширить предел измерения амперметра, следует параллельно с ним подключить шунт (рис. 33.12).

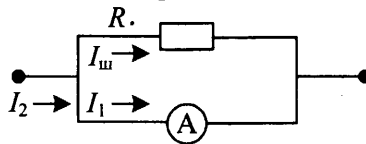


Рис. 33.12

Ток в неразветвленной части цепи  $I_2 = I_1 + I_{ш}$ , но так как шунт и амперметр соединены параллельно, то  $U = I_1 r_a = I_{ш} R$ ,  $I_{ш} = \frac{I_1 r_a}{R}$ , т.е.

$$I_2 = I_1 + \frac{I_1 r_a}{R}. \text{ Отсюда } R = \frac{r_a}{\left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right)} = 0,02 \text{ Ом.}$$

*Ответ:*  $R = 0,02$  Ом.

6. Найдите показания вольтметра в схеме (рис. 33.13),  $\mathcal{E} = 12$  В. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

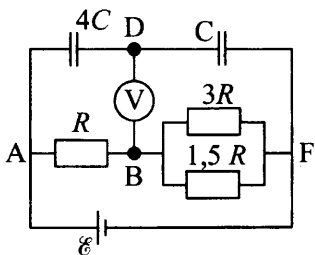


Рис. 33.13

*Решение*

Вольтметр измеряет разность потенциалов между точками D и B. Если пренебречь внутренним сопротивлением источника, разность потенциалов  $\Delta\varphi_{AF} = \mathcal{E}$  (так как нет падения напряжения на внутреннем сопротивлении).  $\Delta\varphi_{DB} = \Delta\varphi_{AB} - \Delta\varphi_{AD}$ .

Разность потенциалов  $\Delta\varphi_{AB}$  равна падению напряжения на резисторе  $R$ , а  $\Delta\varphi_{AD}$  — падению напряжения на конденсаторе  $4C$ :

$$\Delta\varphi_{AB} = U_R = IR = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{3R \cdot 1,5R}{3R + 1,5R}} R = \frac{\mathcal{E}}{2}. \quad \Delta\varphi_{AD} = U_{4C} = \frac{q_{4C}}{4C}. \quad \text{При по-}$$

следовательном соединении конденсаторов все их заряды равны:

$$q_{4C} = q_C = q_{\text{общ.}} = \mathcal{E}C_{\text{общ.}} = \mathcal{E}C \cdot \frac{4C}{(C + 4C)} = 0,8\mathcal{E}C.$$

$$\Delta\varphi_{AD} = U_{4C} = \frac{q_{4C}}{4C} = 0,2\mathcal{E}. \quad \text{Тогда } \Delta\varphi_{DB} = \Delta\varphi_{AB} - \Delta\varphi_{AD} = 0,5\mathcal{E} - 0,2\mathcal{E} = 0,3\mathcal{E} = 3,6 \text{ В.}$$

*Ответ:*  $\Delta\varphi_{BD} = 3,6$  В.

### § 34. Работа и мощность тока. Количество теплоты, выделяемое проводником с током. КПД источника. Закон Джоуля—Ленца

В любой замкнутой цепи электрическая энергия превращается в другие виды энергии (внутреннюю, механическую) в соответствии с законом сохранения энергии. Мерой такого превращения является работа поля по перемещению заряда  $q$ .

Работа сил электрического поля — работа поля на участке цепи:

$$A = Fl = qEl = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU, A = qU = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2 \Delta t}{R}.$$

Мощность тока на участке цепи (полезная мощность):

$$P_R = \frac{A}{\Delta t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Если ток идет по неподвижному проводнику (участку цепи), то вся работа идет на его нагревание, и по закону сохранения энергии  $Q = A$ .

**Закон Джоуля–Ленца** (для участка цепи) определяет количество теплоты, выделенное в проводнике при прохождении по нему электрического тока:  $Q = A = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2 \Delta t}{R}$ .

$Q = I^2 R\Delta t$  — для последовательного соединения потребителей энергии;  $Q = \frac{U^2 \Delta t}{R}$  — для параллельного соединения потребителей энергии.

В общем случае при протекании тока в замкнутой цепи, состоящей из сопротивления  $R$  и источника тока с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , за счет работы источника тока происходит нагревание проводников:  $I\mathcal{E}\Delta t = I^2 R\Delta t + I^2 r\Delta t$ .

График зависимости напряжения от силы тока:  $U = \mathcal{E} - Ir$  — прямая; зависимость полезной мощности от силы тока:  $P_R = \mathcal{E}I - I^2 r$  — парабола (ветви параболы направлены вниз); график зависимости полной мощности от тока:  $P = I\mathcal{E}$  — прямая; зависимость КПД от силы тока:  $\eta = 1 - I\frac{r}{\mathcal{E}}$  — прямая. Эти зависимости представлены на рисунке 34.1.

**Коэффициент полезного действия (КПД) источника** в электрической цепи:  $\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{U}{\mathcal{E}} = 1 - I\frac{r}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r} = 1 - \frac{r}{R+r}$ . Очевидно, что при наибольшей полезной мощности КПД равен 50% (при  $R = r$ ). При увеличении КПД сила тока уменьшается и соответственно уменьшается полезная мощность.



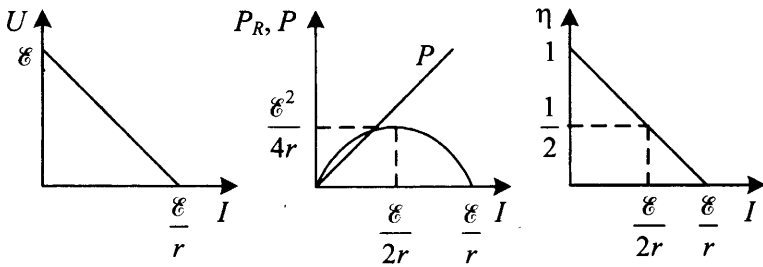


Рис. 34.1

### Режимы работы источника тока:

1) короткое замыкание при  $R = 0$ ; ток короткого замыкания

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}, \text{ а } U = 0.$$

2) Максимальная мощность тока на участке цепи (полезная мощность) достигается при  $R = r$ :

$$I_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{2r}, \quad U = I_{\text{max}} \cdot r = \frac{\mathcal{E}}{2}, \quad P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}.$$

## ЗАДАЧИ

1. Две лампы, рассчитанные на 220 В и имеющие номинальные мощности  $P_1 = 60$  Вт,  $P_2 = 100$  Вт, включены в сеть  $U = 220$  В последовательно. Какая из ламп будет гореть ярче?

### Решение

Так как резисторы включены последовательно в цепь, то токи, протекающие через резисторы, будут одинаковыми. Мощность тока на участке цепи  $P_R = IU$ , или  $P_R = I^2 R$ . Лампочка, мощность которой больше, т.е. сопротивление больше, будет гореть ярче. Сопротивление лампочек найдем, используя номинальные значения напряжения и мощности:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} \approx 807 \text{ Ом}, \quad R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 484 \text{ Ом.} \Rightarrow \text{первая лампочка будет}$$

гореть ярче.

*Ответ:* первая лампочка будет гореть ярче.

2. Какой из графиков на рисунке 34.2 представляет зависимость КПД источника постоянного тока с внутренним сопротивлением  $r$  от сопротивления  $R$ ? Укажите номер графика.

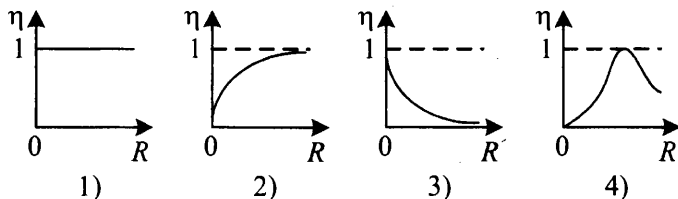


Рис. 34.2

*Решение*

Коэффициент полезного действия электрической цепи  $\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{R}{R+r} = 1 - \frac{r}{R+r}$ . Данной зависимости КПД источника постоянного тока с внутренним сопротивлением  $r$  от сопротивления  $R$  соответствует график под номером 2.

*Ответ:* 2).

3. В электрической цепи, изображенной на рисунке 34.3, ползунок реостата перемещают влево.

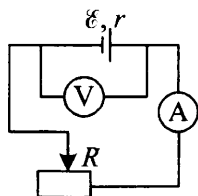


Рис. 34.3

Как изменятся при этом следующие величины?

- А) показание вольтметра      1) уменьшится  
 Б) показание амперметра      2) увеличится  
 В) КПД источника цепи      3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При перемещении ползунка реостата влево сопротивление растёт.

Ток  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$  уменьшается, напряжение  $U = \mathcal{E} - I \cdot r$  растёт, КПД источника

в цепи  $\eta = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$  растёт.

*Ответ:* 212.

4. Электрокипятильник со спиралью сопротивлением  $R$  поместили в сосуд, содержащий воду массой  $m$  при температуре  $t_1$ , и включили в сеть напряжением  $U$ . Через время  $\tau$  кипятильник выключили. Найдите температуру  $t_2$  воды, если вода за это время не нагревается до кипения; определите, сколько воды выкипит, если вода закипит. Теплоемкостью сосуда и испарением при температуре ниже  $t_{\text{кип}}$  пренебречь, считать КПД  $\eta = 100\%$ .

*Решение*

Для того чтобы нагреть воду от температуры  $t_1$  до  $t_2$ , надо сообщить ей количество теплоты  $Q$ ; так как КПД кипятильника 100%, все тепло, выделяющееся при прохождении по спирали тока, идет на нагревание воды:  $Q = A = I^2 \cdot R \cdot \tau = \left(\frac{U}{R}\right)^2 \cdot R \cdot \tau = U^2 \cdot \frac{\tau}{R}$ ,

где  $Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)$ . Отсюда  $t_2 = \frac{U^2 \cdot \tau}{R \cdot c \cdot m} + t_1$ .

$Q = c \cdot m \cdot (100 - t_1) + r \cdot m'$ ,  $m' = \frac{U^2 \cdot \tau}{R} - c \cdot m \cdot (100 - t_1)$ .

*Ответ:*  $t_2 = \frac{U^2 \cdot \tau}{R \cdot c \cdot m} + t_1$ ,  $m' = \frac{U^2 \cdot \tau}{R} - c \cdot m \cdot (100 - t_1)$ .

### § 35. Конденсаторы в цепи постоянного тока

Соединения конденсаторов в цепи могут быть сложными. Для их анализа используют следующие *правила*.

1) Если на участке АВ имеется конденсатор и источник ЭДС, то заряд конденсатора можно определить по следующему алгоритму:

пусть потенциал  $\varphi_A > \varphi_B$  (рис. 35.1),  $\mathcal{E} > 0$ , так как в выбранном направлении ЭДС повышает потенциал (от «-» к «+», следовательно,  $\varphi_K - \varphi_A = +\mathcal{E}$ ), тогда напряженность поля в конденсаторе направлена вправо, левая обкладка конденсатора заряжена положительно, а правая — отрицательно.

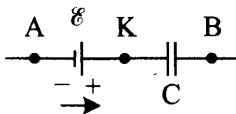


Рис. 35.1

Данные правила можно записать в более компактном виде:

а)  $q = C(\mathcal{E} + \varphi_A - \varphi_B)$ , если  $\varphi_A > \varphi_B$ , или  $q = C(\mathcal{E} + U)$ , где  $U = \varphi_A - \varphi_B$  и одинаково по полярности с  $\mathcal{E}$ ;

б)  $q = C(\mathcal{E} - U)$ , если  $\varphi_A < \varphi_B$ , следовательно,  $U = \varphi_B - \varphi_A$  (полярность противоположна  $\mathcal{E}$ );

в) если  $(\varphi_B - \varphi_A) > \mathcal{E}$ , то  $q = C(U - \mathcal{E})$ ;

г) если  $\varphi_B$  и  $\varphi_A$  неизвестны заранее, то следует выбирать один из возможных вариантов (например,  $\varphi_A > \varphi_B$ ) и исходить из этого при записи соответствующих равенств.

2) Если несколько участков электрической цепи сходятся в одной точке (рис. 35.2), то  $q_1 + q_2 + q_3 = 0$ , где  $q_1, q_2, q_3$  — алгебраические значения зарядов на обкладках, примыкающих к узлу А.

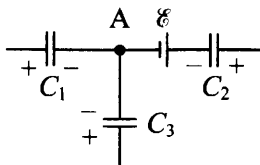


Рис. 35.2

Это соотношение справедливо и тогда, когда перед конденсаторами имеются источники ЭДС.

Если заранее известны знаки зарядов на пластинах конденсаторов, примыкающих к узлу А, например  $-q_1, +q_2, -q_3$ , то из вышеприведенного равенства получим  $q_2 = q_1 + q_3$ , где  $q_1, q_2, q_3$  — абсолютные величины зарядов. Отметим, что знаки заряда каждой пластины конденсаторов  $C_1$  и  $C_3$  можно определить сразу: соединенная с полюсом источника обкладка конденсатора будет иметь заряд того же знака, что

и соответствующий полюс. Если обкладка конденсатора соединена одновременно и с положительным полюсом одного источника, и с отрицательным полюсом другого, то необходимо предположить, что, например, определенная обкладка конденсатора имеет положительный знак. Далее необходимо написать уравнения, связывающие напряжения на конденсаторах с ЭДС источников. Если в результате вычислений напряжение на данном конденсаторе получилось положительное, то мы угадали знак заряда. Если напряжение отрицательное, то знак на выбранной обкладке не положительный, а отрицательный.

3) При решении задач для сложных электрических цепей удобно использовать потенциалы узловых точек. Потенциал каждого узла обозначают, например,  $\varphi_0, \varphi_1, \dots$  и т.д., затем потенциал одного из них приравнивают к нулю, заряды на конденсаторах выражают через потенциалы узловых точек и записывают выражения  $q_1 + \dots + q_N = 0$  для каждой из точек. Полученная система уравнений позволяет найти все потенциалы и заряды.

Часто в задачах встречаются следующие режимы включения конденсаторов в электрическую цепь:

а) рассмотрим электрическую схему, состоящую из конденсатора емкостью  $C$  (рис. 35.3), заряженного до напряжения  $U$ , резистора  $R$ , ЭДС  $\mathcal{E}$  и ключа  $K$ .

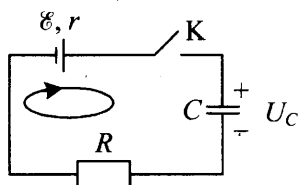


Рис. 35.3

Сразу после замыкания цепи сохраняется то напряжение на конденсаторе, которое было до замыкания.

Начальный ток не зависит от емкости конденсатора и определяется из второго правила Кирхгофа: при обходе замкнутого контура сумма падений напряжений равна сумме ЭДС, входящих в контур:  $\mathcal{E} = U_C + I(R + r)$ . Затем начинается зарядка или разрядка конденсатора. При установлении стационарного режима ток равен нулю и  $\mathcal{E} = U_C$ .

б) Рассмотрим конденсатор, подключенный к источнику постоянного тока (рис. 35.4).

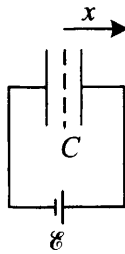


Рис. 35.4

Если отодвинуть пластину на расстояние  $x$ , то емкость конденсатора уменьшится, а следовательно, уменьшится заряд на обкладках конденсатора при постоянном напряжении на них. При этом внешние силы совершают работу  $A$ . По закону сохранения энергии эта работа расходуется на изменение энергии конденсатора и на совершение работы против ЭДС источника. Так как заряд на конденсаторе уменьшается и ток течет противоположно направлению, задаваемому ЭДС, то  $A = (W_2 - W_1) + (q_1 - q_2)\mathcal{E}$ .

В случае отсутствия источника постоянного тока заряд на обкладках конденсатора сохраняется, емкость конденсатора уменьшается, значит, увеличивается напряжение между ними. По закону сохранения энергии работа идет на изменение энергии конденсатора:  $A = W_2 - W_1$ .

в) Рассмотрим электрическую схему, состоящую из конденсатора емкостью  $C$ , резистора  $R$ , ЭДС  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  и ключа  $K$  (рис. 35.5).

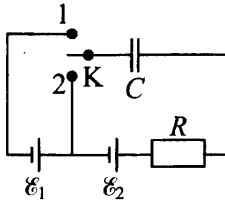


Рис. 35.5

При переводе ключа из положения 1 в 2 через батарею  $\mathcal{E}_2$  протечет заряд  $\Delta q = q_1 - q_2$ , где  $q_2$  — заряд на обкладках конденсатора после переключения,  $q_1$  — заряд на обкладках конденсатора до переключения. Работа источника ЭДС равна  $A = -\Delta q \mathcal{E}_2$ . Энергия, запасенная в конденсаторе, уменьшается. По закону сохранения энергии:  $A = W_2 - W_1 + Q$ , или  $-\Delta q \mathcal{E}_2 = W_2 - W_1 + Q$ ,  $\Delta q \mathcal{E}_2 = W_1 - W_2 - Q$ .

## ЗАДАЧИ

1. Резисторы сопротивлениями  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 11 \text{ Ом}$  и  $R_3 = R_4 = 3 \text{ Ом}$  и конденсаторы емкостями  $C_1 = 5 \text{ нФ}$ ,  $C_2 = 2 \text{ нФ}$  включены в цепь с источником постоянного тока  $\mathcal{E} = 20 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 1 \text{ Ом}$  (рис. 35.6).

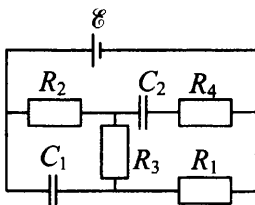


Рис. 35.6

Определите разницу зарядов, установившихся на конденсаторах.

*Решение*

Поскольку сопротивление постоянному току для конденсатора бесконечно, ток протекает по цепи ( $\mathcal{E}$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_1$ ,  $\mathcal{E}$ ) и

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3 + r} = \frac{20}{5 + 11 + 3 + 1} = 1 \text{ А.}$$

Напряжение на конденсаторе  $C_1$ :  $U_1 = I \cdot (R_2 + R_3) = 14 \text{ В}$ .

На конденсаторе  $C_2$ :  $U_2 = I \cdot (R_1 + R_3) = 8 \text{ В}$ .

$$q_1 = C_1 U_1 = 7 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}, \quad q_2 = C_2 U_2 = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$$

$$q_1 - q_2 = 5,4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл.}$$

*Ответ:*  $q_1 - q_2 = 5,4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ .

2. Конденсатор емкости  $C$ , заряженный до напряжения  $4\mathcal{E}$ , подключен через резистор с большим сопротивлением  $R$  к батарее с ЭДС  $\mathcal{E}$  (рис. 35.7).

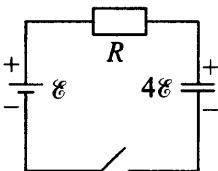


Рис. 35.7

Найдите количество тепла, выделившееся в цепи после замыкания ключа.

### Решение

Работа батареи идет на выделение тепла в проводниках и изменение потенциальной энергии конденсатора  $A = Q + \Delta W$ . Работа батареи  $A = \mathcal{E}q$ , где  $q$  — протекший по цепи заряд.  $\Delta W = W_k - W_n$ .

Здесь  $W_k = \frac{q_k^2}{2 \cdot C}$  — энергия конденсатора в конце перезарядки,

$W_n = \frac{q_n^2}{2 \cdot C}$  — начальная энергия конденсатора до замыкания ключа, где  $q_k$  — конечный заряд конденсатора,  $q_n$  — его начальный заряд.

Начальный и конечный заряды конденсатора найдем, зная начальное напряжение на конденсаторе, равное  $4\mathcal{E}$ , и его конечное напряжение, равное ЭДС батареи  $\mathcal{E}$ , так как после перезарядки ток в цепи прекратится и напряжение на сопротивлении станет равным нулю. Следовательно,  $q_n = 4C\mathcal{E}$ ,  $q_k = C\mathcal{E}$ . Заряд  $q$ , протекший по цепи, приходит на верхнюю обкладку. Поэтому, зная конечный и начальный заряды верхней обкладки, найдем протекший заряд:  $\Delta q = q_k - q_n = -3 \cdot C \cdot \mathcal{E}$ . Теперь определим количество выделившегося тепла:

$$Q = A - \Delta W = -3 \cdot C \cdot \mathcal{E} \cdot \mathcal{E} - \frac{C \cdot \mathcal{E}^2}{2} + \frac{C \cdot (4 \cdot \mathcal{E})^2}{2} = \frac{9}{2} C \mathcal{E}^2.$$

Ответ:  $Q = \frac{9}{2} C \mathcal{E}^2$ .

## § 36. Основные положения классической электронной теории проводимости металлов. Электрический ток в металлах. Зависимость сопротивления от температуры. Сверхпроводимость

**Основные положения электронной теории проводимости металлов:**

1. Металл можно описать следующей моделью: кристаллическая решетка ионов погружена в идеальный газ, состоящий из свободных электронов (рис. 36.1).



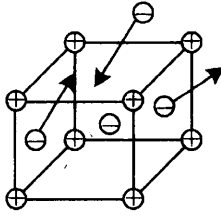


Рис. 36.1

У большинства металлов каждый атом ионизирован, поэтому концентрация свободных электронов примерно равна концентрации атомов  $10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$  и практически не зависит от температуры.

2. Свободные электроны в металле находятся в непрерывном тепловом хаотическом движении.

3. Электрический ток в металле образуется только за счет упорядоченного движения свободных электронов.

4. Сталкиваясь с ионами, колеблющимися в узлах кристаллической решетки, электроны отдают им полученную от поля избыточную энергию. Поэтому при прохождении тока проводники нагреваются.

Сила тока в проводнике (рис. 36.2):  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q_0 n S v$ , где  $v$  — сред-

няя скорость направленного движения заряженных частиц,  $S$  — площадь поперечного сечения проводника,  $n$  — концентрация электронов проводимости (свободных электронов).

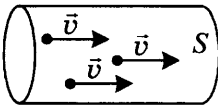


Рис. 36.2

Отметим, что скорость распространения тока в проводнике равна скорости распространения электромагнитных волн в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

**Вольт-амперная характеристика металлов:** из закона Ома для участка цепи  $I = \frac{U}{R}$  следует, что вольт-амперная характеристика

(рис. 36.3) металлов  $\left( \frac{I}{U} = \frac{1}{R} \right)$  — прямая линия. Ее наклон ( $\text{tg}\beta$ ) характеризует сопротивление проводника.

Напомним, что сопротивление однородного проводника  $R = \rho \frac{l}{S}$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление металла,  $l$  — длина,  $S$  — площадь поперечного сечения проводника.

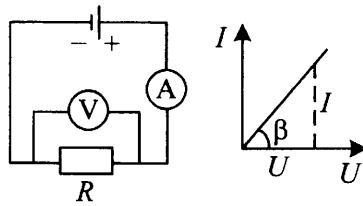


Рис. 36.3

Каждое вещество характеризуется постоянной для него величиной в определенном интервале температуры — температурным коэффициентом сопротивления  $\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \Delta T}$ , где  $\rho_0$  — удельное сопротивление

при  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $\rho$  — удельное сопротивление при  $T$ ,  $\Delta T = T - T_0 = \Delta t$ .

У металлов концентрация электронов не зависит от температуры, но время свободного пробега уменьшается, а число соударений электронов с ионами решетки увеличивается с повышением температуры. Поэтому сопротивление металлов увеличивается с повышением температуры (рис. 36.4):  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$  или  $R = R_0(1 + \alpha t)$ , где  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления,  $\rho_0$  — удельное сопротивление,  $R_0$  — сопротивление при  $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

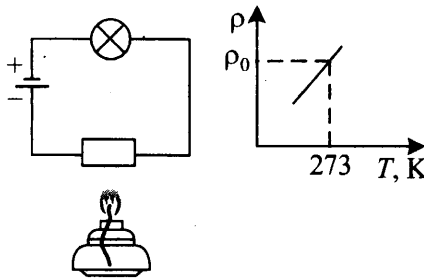


Рис. 36.4

**Сверхпроводимость** — это явление потери металлом электрического сопротивления при температурах вблизи абсолютного нуля (открыл голландский ученый Камерлинг-Оннес в 1911 г.).

## ЗАДАЧИ

1. Какой из графиков соответствует зависимости удельного сопротивления металлических проводников от температуры (рис. 36.5)?

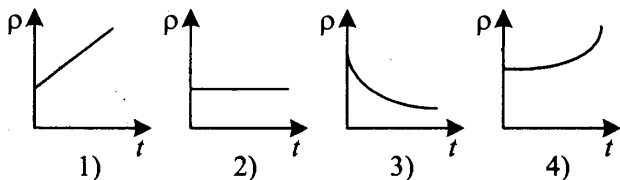


Рис. 36.5

*Решение*

Удельное сопротивление металлов увеличивается с повышением температуры по закону  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \Rightarrow$  первый график.

*Ответ:* 1).

2. На рисунке 36.6 изображены две вольт-амперные характеристики для терморезистора. Какой график относится к нагретому терморезистору?

*Решение*

Сопротивление металлов увеличивается с повышением температуры по закону  $R = R_0(1 + \alpha t)$ . Из закона Ома для участка цепи  $I = \frac{U}{R}$  следует, что вольт-

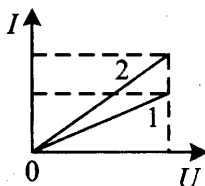


Рис. 36.6

амперная характеристика металлов — прямая линия и отношение  $\frac{I}{U} = \frac{1}{R}$  определяет  $\operatorname{tg}\beta$ . Чем больше сопротивление, тем меньше  $\operatorname{tg}\beta$  — тангенс угла наклона графика к оси  $U$ , следовательно, и угол наклона  $\beta$ . Поэтому нагретому терморезистору соответствует график 1.

*Ответ:* 1).

3. В электрической цепи (рис. 36.7) источник тока с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$  замкнут на сопротивление  $R$ . Затем температуру внешнего сопротивления уменьшили. Как изменились при этом внешнее сопротивление, показания амперметра, показания вольтметра?

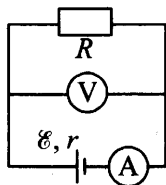


Рис. 36.7

- |                                      |                  |
|--------------------------------------|------------------|
| А) сопротивление внешнего проводника | 1) увеличилось   |
| Б) сила тока                         | 2) уменьшилось   |
| В) напряжение                        | 3) не изменилось |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При уменьшении температуры сопротивление проводника уменьшится. Сила тока  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$  увеличится, напряжение  $U = \mathcal{E} - I \cdot r$  уменьшится.

*Ответ:* 212.

4. На какое расстояние переместятся электроны по медному проводнику сечением  $2 \text{ мм}^2$  при силе тока  $10 \text{ А}$  за  $5 \text{ с}$  (рис. 36.8)?

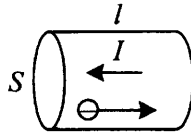


Рис. 36.8

На какое расстояние распространился бы ток за это время?  $1 \text{ м}^3$  меди содержит  $9 \cdot 10^{28}$  атомов.

*Решение*

Поскольку  $I = enSv$ ,  $v = \frac{I}{enS}$ , где  $n = 9 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ ,  $v = 0,347 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$ . Тогда

$s_1 = v \cdot t = 1,74 \text{ мм}$ ,  $s_2 = v_{\text{тока}} \cdot t = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ м}$ .

*Ответ:*  $s_1 = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $s_2 = 1,5 \cdot 10^9 \text{ м}$ .

5. Подключенная к сети спираль электроплитки раскалена. Как изменится накал спирали, если на часть ее попадет вода?

*Решение*

При попадании воды за счет ее испарения спираль охлаждается. Это сопровождается уменьшением сопротивления части спирали, значит,  $I$  возрастает. Поэтому накал остальной части спирали возрастает в соответствии с законом Джоуля–Ленца.

*Ответ:* накал другой части спирали возрастает.

## § 37. Электрический ток в различных средах

### Полупроводники

Обычно проводимость полупроводников намного хуже, чем проводимость металлов, и намного лучше, чем проводимость диэлектриков. Например, при нормальных условиях:

$\rho_{\text{металлов}} \ll \rho_{\text{полупроводников}} \ll \rho_{\text{диэлектриков}}$

$$10^{-8} \div 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м} \ll 10^{-3} \div 10^7 \text{ Ом} \cdot \text{ м} \ll 10^{10} \div 10^{16} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$$

Простые (элементарные) полупроводники, как правило, состоят из четырехвалентных атомов с ковалентными связями ( $\text{Si}^{\text{IV}}$  — кремний,  $\text{Ge}^{\text{IV}}$  — германий) (рис. 37.1).

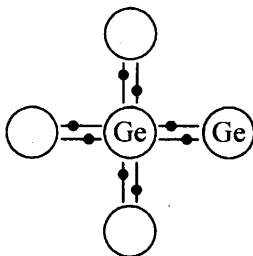


Рис. 37.1

При образовании ковалентной связи объединяются внешние электроны с противоположными спинами.

**Отличительной особенностью** полупроводников является уменьшение удельного сопротивления при повышении температуры (рис 37.2).

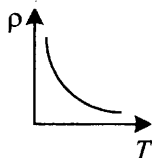


Рис. 37.2

Это связано с тем, что с ростом  $T$  усиливается генерация свободных носителей зарядов (электронов и «дырок») вследствие разрушения ковалентных связей. «Дырка» — отсутствие электрона связи, положительный заряд в полупроводнике.

Электрический ток в **собственных полупроводниках** (без примесей) создается направленным движением электронов против поля  $E$ , а «дырок» — по полю.

Если в полупроводнике, например  $\text{Si}$  (валентность 4), имеется примесь пятивалентных атомов мышьяка  $\text{As}$ , то пятый электрон оказывается не занятым в ковалентной связи, и образуется свободный электрон — такая примесь называется **донорной**, а полупроводник — ***n*-типа** (отрицательный).

Если в кристаллический кремний  $\text{Si}$  (4) ввести примесь индия  $\text{In}$  (3), то увеличения концентрации свободных электронов нет, а есть

увеличение концентрации «дырок» — **акцепторные** примеси. Такой полупроводник называется полупроводником ***p*-типа** (положительный).

Рассмотрим систему, состоящую из полупроводников *n*- и *p*-типов, ***p-n*-переход** (рис. 37.3).

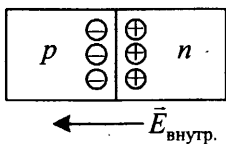


Рис. 37.3

За счет диффузии электроны будут проникать в *p*-область, а «дырки» в *n*-область. В результате образуется внутреннее запирающее поле  $E_{\text{внутр}}$ . Внутреннее поле  $E_{\text{внутр}}$  препятствует дальнейшей диффузии зарядов (область *p-n*-перехода становится запирающей).

**Типы включений *p-n*-перехода:** прямое и обратное.

**Прямое включение** (уменьшение ширины области запирающего слоя *p-n*-перехода — уменьшение сопротивления). При помещении системы полупроводников *n*- и *p*-типов в электрическую цепь так, что положительный полюс соединен с областью *p*-проводимости, внешнее поле направлено противоположно внутреннему полю. Ширина запирающего слоя уменьшается. Движение основных носителей облегчается и через *p-n*-переход будет протекать ток (рис. 37.4).

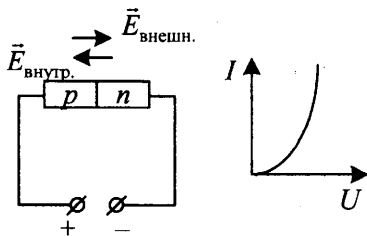


Рис. 37.4

**Обратное включение** (увеличение толщины области запирающего слоя — увеличение сопротивления). При помещении системы полупроводников *n*- и *p*-типов в электрическую цепь так, что положительный полюс соединен с областью *n*-проводимости, внешнее поле сонаправлено внутреннему полю. Ширина запирающего слоя увеличивается. Движение основных носителей затрудняется, и ток через *p-n*-переход будет незначительным (рис. 37.5).

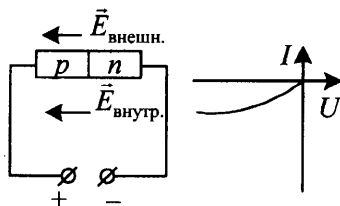


Рис. 37.5

Отметим, что при одной и той же величине напряжения обратный ток во много раз меньше, чем прямой.

Полупроводниковый прибор с одним  $p$ - $n$ -переходом называется **диодом** (рис. 37.6).

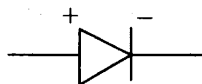


Рис. 37.6

Диод пропускает ток преимущественно в одном направлении. Полупроводниковые диоды применяются для выпрямления тока, в детекторах, в различных электронных устройствах.

### Газы

В обычных условиях газы — диэлектрики, это свойство используется, например, при изоляции обкладок воздушных конденсаторов. **Электрический ток в газах (газовый разряд)** — направленное движение электронов и ионов. Чтобы газ стал проводником, необходима его **ионизация** — процесс отделения электронов от атомов и молекул с образованием положительных и отрицательных частиц. Ионизацию вызывают: высокая температура (термическая ионизация), радиоактивные излучения, электромагнитные излучения, например ультрафиолетовые лучи (фотоионизация), электронный удар (ударная ионизация).

**Ударная ионизация** молекул газа происходит при условии  $eE\lambda > W_{\text{связи}}$  (или  $A_{\text{и}}$  — работа по ионизации молекулы газа), где  $e$  — элементарный заряд,  $\lambda$  — длина свободного пробега заряженных частиц в поле напряженностью  $E$ .

### Электролиты

**Электрический ток в электролитах** обусловлен движением положительных и отрицательных ионов. В растворах солей, щелочей,

кислот происходит распад молекул на ионы  $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$  — электролитическая диссоциация. В дальнейшем между этими процессами устанавливается динамическое равновесие. Отметим, что при нагревании увеличивается количество образовавшихся ионов, вследствие чего сопротивление электролита уменьшается.

Прохождение тока через электролит сопровождается электролизом — выделением на электродах веществ, входящих в состав электролита.

**Закон Фарадея для электролиза:** масса вещества  $m$ , выделяющегося на каком-либо из электродов, прямо пропорциональна величине заряда  $q$ , прошедшего через электролит:  $m = kq = kIt$ .

Поскольку  $m = \frac{M}{N_A} N$ ,  $q = Nne$ , электрохимический эквивалент

$k = \frac{M}{neN_A}$ , где  $M$  — молярная масса вещества,  $n$  — валентность,  $e$  — элементарный заряд.

## ЗАДАЧИ

1. Каким типом проводимости обладают полупроводниковые материалы: А) без примесей; Б) с акцепторной примесью?

- 1) в основном электронной
- 2) в основном дырочной
- 3) в равной степени электронной и дырочной
- 4) ионной

А	Б

*Решение*

Свободные носители зарядов (электроны и «дырки») образуются вследствие разрушения ковалентных связей. «Дырка» — отсутствие электрона связи, поэтому число электронов и «дырок» в полупроводнике без примеси одинаково. Акцепторная примесь приводит к увеличению концентрации «дырок», поэтому проводимость будет в основном дырочной.

*Ответ:* 32.



2. Какой из графиков соответствует зависимости удельного сопротивления полупроводников от температуры (рис. 37.7)?

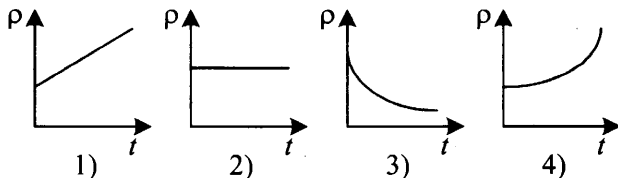


Рис. 37.7

*Решение*

Отличительной особенностью полупроводников является уменьшение удельного сопротивления при повышении температуры. Это связано с тем, что с ростом  $t$  усиливается генерация свободных носителей зарядов (электронов и «дырок») вследствие разрушения ковалентных связей.

*Ответ:* 3).

3. Какими носителями электрического заряда создается ток: А) в полупроводниках  $n$ -типа; Б) в металлах?

- 1) в основном электронами      3) электронами и ионами  
2) только ионами                  4) в основном «дырками»

А	Б

*Решение*

В полупроводниках  $n$ -типа основными носителями заряда являются электроны, в металлах — электроны.

*Ответ:* 11.

4. Какими носителями электрического заряда создается ток: А) в газах; Б) в полупроводниках  $p$ -типа?

- 1) в основном электронами      3) электронами и ионами  
2) только ионами                  4) в основном «дырками»

А	Б

*Решение*

Носители заряда в газе образуются в результате ионизации его частиц. Ток в газах создается только электронами и ионами. В полупроводниках  $p$ -типа основными носителями заряда являются «дырки».

*Ответ:* 34.

5. В прямом или обратном направлении включен  $p$ - $n$ -переход, если левая часть кристалла германия содержит акцепторную примесь, а правая — донорную (рис. 37.8)?

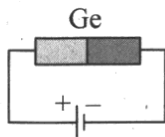


Рис. 37.8

*Решение*

Поскольку левая часть кристалла германия содержит акцепторную примесь ( $p$ ), а правая — донорную ( $n$ ), а положительный полюс источника подключен к  $p$ -области, отрицательный — к  $n$ -области  $p$ - $n$ -перехода, включение — прямое.

*Ответ:* включение — прямое.

6. Какой из графиков, представленных на рисунке 37.9, соответствует вольт-амперной характеристике полупроводникового диода, включенного в прямом направлении, а какой — в обратном направлении?

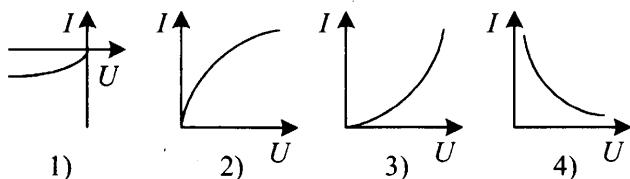


Рис. 37.9

Диод включен в прямом направлении	Диод включен в обратном направлении

*Решение*

Вольт-амперной характеристике полупроводникового диода, включенного в прямом направлении, соответствует график 3, в обратном — 1.

*Ответ:* 31.

7. Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре  $n = 3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Какую часть составляет число электронов проводимости от общего числа атомов? Плотность германия  $\rho = 5,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , молярная масса 72,6 г/моль.

*Решение*

Так как  $n$  (концентрация электронов) определяет их количество в единице объема, определим количество атомов  $n_{\text{ат.}}$  германия в  $1 \text{ м}^3$ :

$$n_{\text{ат.}} = \frac{\rho}{M_{\text{Ge}}} \cdot N_A = \frac{5,4 \cdot 10^3}{72,6 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 4,48 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Отсюда  $N = \frac{n}{n_{\text{ат.}}} = 6,7 \cdot 10^{-10}$ .

*Ответ:*  $N = 6,7 \cdot 10^{-10}$ .

8. Какими носителями электрического заряда создается электрический ток: А) в металлах; Б) растворах или расплавах электролитов?

- 1) только электронами
- 2) только ионами
- 3) электронами и ионами
- 4) в основном «дырками»

А	Б

*Решение*

В металле носителями электрического заряда являются электроны. В растворах солей, щелочей, кислот происходит распад молекул на ионы. Электрический ток в растворах или расплавах электролитов создается только ионами.

*Ответ:* 12.

9. При пропускании электрического тока через раствор электролита за время  $t$  на катоде выделилось  $m$  грамм вещества. Сколько граммов вещества выделится при увеличении силы тока в 3 раза и времени в 4 раза?

*Решение*

Согласно закону Фарадея при пропускании электрического тока через раствор электролита за время  $t$  на катоде выделяется  $m = kIt$ . При увеличении силы тока в 3 раза и времени в 4 раза масса увеличится в 12 раз.

*Ответ:* 12 $m$ .

10. Две одинаковые электролитические ванны заполнены раствором медного купороса, причем в первой ванне концентрация раствора выше. Сравните количество выделившейся на катодах меди, если

- 1) ванны соединены последовательно
- 2) параллельно

*Решение*

Масса меди  $m = kIt$ . В случае (1)  $I_1 = I_2$ . Поэтому  $m_1 = m_2$ . Во втором случае  $U_1 = U_2$ , значит,  $I_1 R_1 = I_2 R_2$ . Так как сопротивление обратно пропорционально концентрации носителей заряда  $R_1 < R_2$ ,  $I_1 > I_2$ ,  $m_1 > m_2$ .

*Ответ:* 1)  $m_1 = m_2$ ; 2)  $m_1 > m_2$ .

# Электromагнетизм

## § 38. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Линии магнитной индукции. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов. Магнитная проницаемость

В пространстве вокруг упорядоченно движущихся электрических зарядов, т.е. вокруг электрического тока, существует кроме электрического поля **магнитное поле**.

Возникновение магнитного поля вблизи проводника с током доказывает **опыт Эрстеда**. Если магнитную стрелку, которая может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, поместить над прямолинейным проводником с постоянным током, то она повернется (рис. 38.1, вид сверху), стремясь расположиться перпендикулярно к проводнику с током.

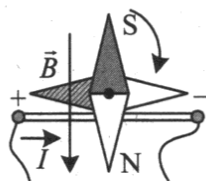


Рис. 38.1

В дальнейшем было замечено (**опыт Ампера**), что два параллельных проводника с током взаимно притягиваются, если токи текут в одном направлении, или отталкиваются при противоположных направлениях токов (рис. 38.2).

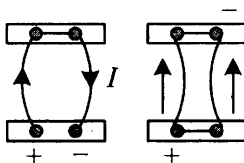


Рис. 38.2

На основании опытов Ампер выдвинул гипотезу, согласно которой взаимодействие тока с магнитом и магнитов между собой можно объяснить, если предположить, что внутри магнита существуют мо-

лекулярные микротоки (позднее установили, что они обусловлены движением электронов в атомах и молекулах).

Эти микротоки создают магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков, т.е. все магнитные явления объясняются взаимодействием движущихся электрических зарядов, создающих вокруг себя магнитное поле.

**Магнитное поле** — вид материи, посредством которого осуществляется действие на движущиеся электрические заряды, проводники с током, магниты.

#### **Свойства магнитного поля:**

1) магнитное поле порождается электрическими токами (движущимися зарядами);

2) магнитное поле действует только на движущиеся заряды (в отличие от электрического поля), проводники с током и магниты.

Для характеристики магнитного поля вводится векторная величина — **магнитная индукция**  $\vec{B}$  (силовая характеристика поля).

Для определения величины  $B$  используется рамка с током или линейный проводник с током. **Индукция магнитного поля** — отношение максимального значения силы, действующей на прямой проводник с током, к силе тока в проводнике и его длине:  $B = \frac{F_{\max}}{I \cdot l}$ , единица

измерения магнитной индукции — тесла,  $[B] = \text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$ .

**Линии магнитной индукции** — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Их направление задается **правилом правого винта** (или **буравчика**): головка винта (рукоятка буравчика), ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Для прямого проводника с током линия магнитной индукции и направление вектора индукции магнитного поля в заданной точке представлены на рисунке 38.3.

В центре кругового тока направление вектора  $\vec{B}$  также определяется по правилу буравчика (рис. 38.4). Направление вектора магнитной индукции совпадает с направлением поступательного движения

буравчика, если вращение рукоятки буравчика совпадает с направлением тока в проводнике.

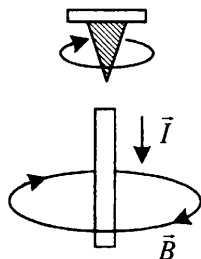


Рис. 38.3

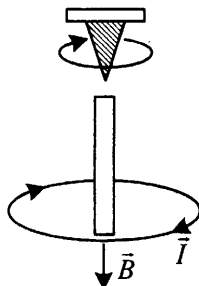


Рис. 38.4

Линии магнитной индукции, или силовые линии магнитного поля, всегда замкнуты.

Силовые линии магнитного поля постоянного магнита (намагниченного тела) выходят из северного полюса ( $N$ ), идут вне магнита, входят в южный полюс ( $S$ ) и идут внутри магнита к его северному полюсу (рис. 38.5).



Рис. 38.5

### Замечание

- Название полюсов имеет исторические корни: северным полюсом назван тот конец магнитной стрелки (у компаса), который показывал на географический север.

Во внешнем магнитном поле постоянный магнит в виде стержня с полюсами на концах (магнитная стрелка) старается расположиться вдоль поля так, чтобы его собственное магнитное поле совпадало по направлению с внешним.

Ампер установил, что сила, с которой магнитное поле  $\vec{B}$  действует на прямой проводник длиной  $l$  с током  $I$ , равна  $F_A = I \cdot l B \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между направлением тока и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , направление  $\vec{F}_A$  — от нас (рис. 38.6).

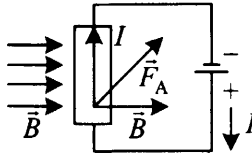


Рис. 38.6

Направление силы Ампера  $F_A$  определяют по правилу левой руки (рис. 38.7).

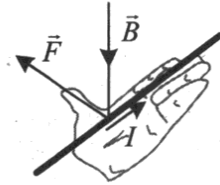


Рис. 38.7

**Правило левой руки:** четыре пальца левой руки располагают по току (или по направлению движения положительно заряженной частицы) так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, тогда отогнутый большой палец укажет направление силы Ампера (см. рис. 38.7).

Два бесконечно длинных параллельных проводника, расположенных вблизи друг от друга, взаимодействуют согласно закону Ампера. Каждый из них создает магнитное поле, в которое попадает второй проводник (рис. 38.8).

**Взаимодействие параллельных токов:**

Проводники с токами, текущими в одном направлении, притягиваются, при противоположном направлении токов проводники отталкиваются.

Из опыта следует, что сила, действующая со стороны магнитного поля (см. рис. 38.8), созданного проводником с током  $I_1$ , на проводник длиной  $l$ , по которому протекает ток  $I_2$ , равна

$$F = k' \frac{I_2 I_1 l}{r}$$

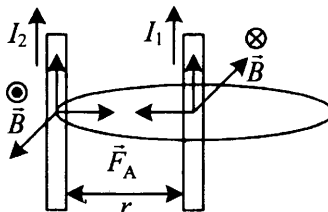


Рис. 38.8



Эта формула используется для определения основной электрической единицы СИ — ампера (А).

Согласно закону Ампера сила равна  $F = I_2Bl$ . Сопоставляя два выражения, получим  $B = k' \frac{I_1}{r}$ . Коэффициент  $k'$  находим из определения размерности силы тока, согласно которому при  $I_1 = I_2 = 1$  А и  $l = r = 1$  м, сила  $F = 2 \cdot 10^{-7}$  Н, отсюда  $k' = 2 \cdot 10^{-7}$  Н/А<sup>2</sup>, или  $k' = \frac{\mu_0}{2\pi}$ , где  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Тогда индукция магнитного поля прямого проводника:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ,

а сила взаимодействия между параллельными проводниками  $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$ .

Пусть два параллельных прямолинейных длинных проводника расположены на расстоянии  $l$  друг от друга. По проводникам текут токи  $I_1 = I_2 = I$  в противоположных направлениях. Найдем модуль и направление индукции магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии  $l$  от каждого проводника. На рисунке 38.9 изображены проводники с токами и создаваемые ими поля в точке А.

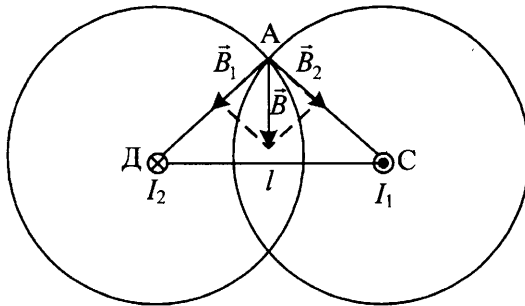


Рис. 38.9

По принципу суперпозиции:  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ ,  $\vec{B}_2 \perp AD$ ,  $\vec{B}_1 \perp AC$ ,  $\alpha = 120^\circ$  — угол между  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ . Векторы  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  и  $\vec{B}$  составляют ромб с острым углом  $60^\circ$ , поэтому короткая диагональ ( $\vec{B}$ ) равна по модулю  $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot l}$ . Модуль результирующей индукции  $B$  можно най-

ти и по теореме косинусов для одного из треугольников, составляющих ромб:  $B^2 = B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos 60^\circ = B_1^2 = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot l}\right)^2$ .

В центре *кругового тока* радиусом  $r$  величина магнитного поля равна  $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$ , а направление линий индукции  $\vec{B}$  определяется по правилу буравчика (рис. 38.10).

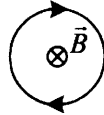


Рис. 38.10

Пусть по двум одинаковым металлическим кольцам, оси которых взаимно перпендикулярны, а центры совмещены, текут одинаковые токи. Применив правило буравчика, найдем направление векторов  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ , затем, сложив векторы, получим результирующий вектор  $\vec{B}$  магнитного поля (рис. 38.11).

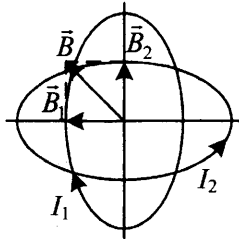


Рис. 38.11

Физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в однородной среде  $\vec{B}$  отличается по модулю от индукции магнитного поля в вакууме, называется **магнитной проницаемостью**  $\mu = \frac{B}{B_0}$ . Введем вектор **напряженности магнитного поля**  $\vec{H}$  как  $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ .

Напряженность магнитного поля  $H$  определяется только источником поля и не зависит от свойств среды.

**Классификация веществ по их магнитным свойствам:**

1) **Диамагнетики** —  $\mu < 1$ , например висмут, серебро, свинец, цинк, азот и др.

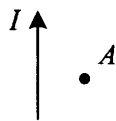
2) **Парамагнетики** —  $\mu > 1$ , например алюминий, платина, кислород, натрий и др.

3) **Ферромагнетики** —  $\mu \gg 1$ , например железо, никель, кобальт и их сплавы — инвар, пермаллой, пермендюр и др.

Температура, при которой исчезают свойства ферромагнетиков (разрушаются домены за счет теплового движения атомов), называется **температурой Кюри**; для железа  $t_{KFe} = 770^\circ\text{C}$ . Выше температуры Кюри ферромагнетики становятся парамагнетиками.

## ЗАДАЧИ

1. Ток в прямом проводнике идет в направлении:  
 А) указанном на рисунке 38.12.; Б) в противоположном направлении.



Как направлен вектор индукции магнитного поля в точке А?

Рис. 38.12

- 1) вниз                      3) в плоскость листа  
 2) вверх                    4) из плоскости листа

А	Б

*Решение*

Направление линии магнитной индукции задается правилом правого винта или правилом буравчика: головка винта (рукоятка буравчика), ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции. В случае А) касательная к линии в точке А совпадает с направлением вектора  $\vec{B}$  и направлена в плоскость листа. В случае Б) вектор  $\vec{B}$  направлен из плоскости листа.

*Ответ:* 34

2. Два параллельных проводника с током: А) отталкиваются; Б) притягиваются? (рис. 38.13). Как направлен ток в верхнем проводнике, если в нижнем он направлен влево?

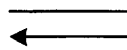


Рис. 38.13

- 1) влево  
 2) вправо  
 3) может быть как влево, так и вправо  
 4) нельзя определить без данных о направлении магнитного поля

А	Б

*Решение*

Два параллельных проводника с током взаимно отталкиваются, если токи текут в противоположных направлениях и притягиваются, если токи сонаправлены (опыт Ампера).

*Ответ:* 21.

3. Прямоугольная рамка с током (текущим по ходу часовой стрелки) находится в однородном магнитном поле (рис. 38.14). Выберите два верных утверждения.

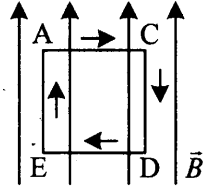


Рис. 38.14

- 1) рамка поворачивается стороной ED на нас
- 2) рамка поворачивается стороной AC на нас
- 3) стороны AB и CD отталкиваются друг от друга
- 4) сила Ампера, действующая на сторону AE, направлена из плоскости рисунка к нам

*Решение*

Рассмотрев действие силы Ампера на каждый из участков контура (по правилу левой руки), заметим, что  $F_{AE} = F_{CD} = 0$ , сила  $F_{AC}$  направлена на нас, а  $F_{ED}$  — от нас. Два параллельных проводника с током взаимно отталкиваются, если токи текут в противоположных направлениях (опыт Ампера).

*Ответ:* 23.

4. Перпендикулярно катушке с током  $I_2$  расположен прямолинейный проводник с током  $I_1$  (рис. 38.15).

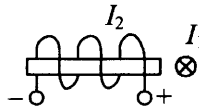


Рис. 38.15

Как направлена сила, действующая на ток  $I_1$  со стороны  $I_2$ ?

*Решение*

За направление тока принимается направление от положительного потенциала к отрицательному потенциалу. Ток протекает справа налево по часовой стрелке (см. рис. 38.15). В центре кругового тока направление вектора  $\vec{B}$  определяется по правилу буравчика. Направление вектора магнитной индукции совпадает с направлением поступательного движения буравчика, если вращение рукоятки буравчика совпадает с направлением тока в проводнике. Линии магнит-

ной индукции в витках с током  $I_2$  будут направлены справа налево. Такое же направление будет иметь вектор магнитной индукции в области проводника с током  $I_1$ . По закону Ампера действующая на первый проводник сила направлена вверх.

*Ответ:* вверх.

5. Магнитное поле создано двумя параллельными проводниками с токами (рис. 38.16), направленными перпендикулярно чертежу («от нас» и «на нас»), причем  $I_1 = I_2$ . Каково направление вектора результирующей магнитной индукции в точке А?

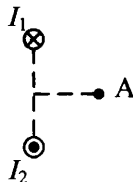


Рис. 38.16

*Решение*

Направление линии магнитной индукции задается правилом буравчика: головка винта (рукоятка буравчика), ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции. Касательная к линии в точке А совпадает с направлением вектора магнитной индукции в данной точке. Вектор магнитной индукции в точке А, порождаемый током  $I_1$ , направлен вниз и влево, током  $I_2$  — вверх и влево (рис. 38.17). Результирующее магнитное поле направлено влево.

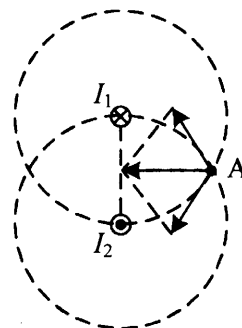


Рис. 38.17

6. Установите соответствие между определением физической величины и названием величины, к которому оно относится.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ**

**ФИЗИЧЕСКАЯ  
ВЕЛИЧИНА**

- |   |  |
|---|--|
| <p>А) отношение индукции магнитного поля в однородной среде к индукции магнитного поля в вакууме</p> <p>Б) отношение максимального значения силы, действующей на прямой проводник с током, к силе тока в проводнике и его длине</p> | <p>1) магнитная проницаемость среды</p> <p>2) магнитный поток</p> <p>3) индукция магнитного поля</p> <p>4) сила Ампера</p> |
|---|--|

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Определение А) соответствует магнитной проницаемости среды, а определение Б) — индукции магнитного поля.

*Ответ:* 13.

7. Проводник длиной  $l$  и массой  $m$  подвешен на тонких проволоочках. При прохождении по нему тока  $I$  он отклонился в однородном магнитном поле (рис. 38.18) так, что нити образовали угол  $\alpha$  с вертикалью. Какова индукция магнитного поля?

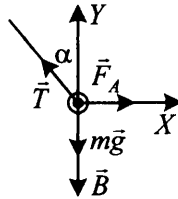


Рис. 38.18

*Решение*

Уравнения динамики в проекциях на оси имеют вид:

$$T \sin \alpha = I \cdot l \cdot B, \quad T \cos \alpha = mg, \quad \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{I \cdot l \cdot B}{mg}, \quad B = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha}{I \cdot l}.$$

*Ответ:*  $B = \frac{mgtg\alpha}{I \cdot l}$ .

8. На горизонтальных рельсах, расстояние между которыми  $l = 60$  см, лежит стержень массой  $m = 0,5$  кг перпендикулярно им (рис. 38.19).

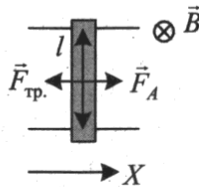


Рис. 38.19

Рельсы и стержень находятся в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией  $B = 60$  мТл. Коэффициент трения о рельсы  $\mu = 0,1$ . Какова сила тока, который надо пропустить по стержню, чтобы он начал двигаться?

*Решение*

По второму закону Ньютона в проекции на ось  $X$  (рис. 38.19):

$$-F_{\text{тр.}} + F_A = 0, F_{\text{тр.}} = F_A, \mu \cdot mg = I \cdot l \cdot B, I = \frac{\mu \cdot mg}{l \cdot B} = 13,9 \text{ А.}$$

Ответ:  $I = 13,9 \text{ А.}$

### § 39. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле

На электрические заряды, движущиеся в магнитном поле, действует **сила Лоренца**, величина которой равна  $F_L = qvB \sin \alpha$ , где  $q$  — величина заряда,  $v$  — скорость заряда,  $B$  — величина индукции магнитного поля,  $\alpha$  — угол между вектором скорости и вектором индукции магнитного поля.

#### Замечание

- Сила Лоренца действует только на заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле.

Направление силы Лоренца определяют согласно правилу «буравчика» (рис. 39.1) или правилу левой руки (рис. 39.2).

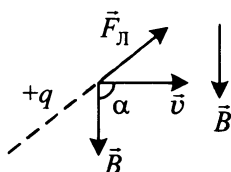


Рис. 39.1

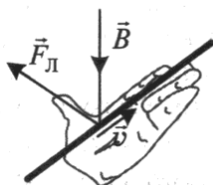


Рис. 39.2

Если заряд  $q$  — отрицателен, как, например, у электрона, то сила направлена противоположную сторону.

Покажем, что действие силы Ампера обусловлено действием силы Лоренца на каждый отдельный заряд. Для этого рассмотрим проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле (рис. 39.3).

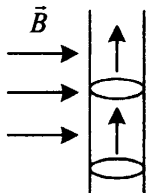


Рис. 39.3

Поскольку величина силы тока равна  $I = qnvS$ , а сила Ампера  $F_A = IlB \sin \alpha \Rightarrow F_A = qnvSlB \sin \alpha$ , так как  $nSl = N$  — число зарядов во

всем объеме проводника, тогда  $F_A = F_L \cdot N$ , где  $F_L = qvB\sin\alpha$  — сила Лоренца.

Рассмотрим движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.

а) Если частица влетает перпендикулярно к линиям магнитного поля с постоянной по величине скоростью, то сила Лоренца сообщает частице центростремительное ускорение и частица движется равномерно по окружности (рис. 39.4).

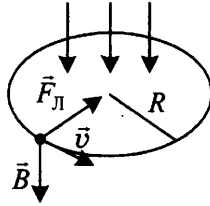


Рис. 39.4

Согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB, \quad R = \frac{mv}{qB}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

б) Если частица влетает под углом  $\alpha$  к линиям магнитного поля с постоянной по величине скоростью, то движение представляется в виде наложения двух движений:

■ равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью  $v_x = v_{\parallel} = v_0 \cos\alpha$  (составляющая скорости, параллельная вектору  $\vec{B}$ );

■ равномерного движения по окружности со скоростью (перпендикулярная вектору  $\vec{B}$  составляющая)  $v_y = v_{\perp} = v_0 \sin\alpha$ .

В результате наложения обоих типов движения возникает движение по винтовой линии вдоль вектора  $\vec{B}$  (рис. 39.5). Шаг винтовой линии (расстояние, на которое перемещается частица вдоль оси вращения за один период вращения) равен  $h = v_{\parallel}T = Tv_0 \cos\alpha$ , или

$$h = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot v_0 \cdot \cos\alpha}{q \cdot B}.$$

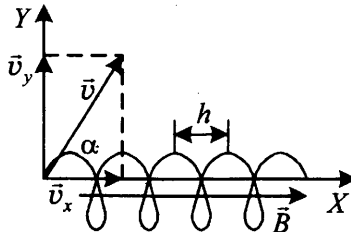


Рис. 39.5



Если  $\alpha = 0$ , то и  $F_{\text{Л}} = 0 \Rightarrow$  магнитное поле не отклоняет движущийся заряд от его первоначального направления движения.

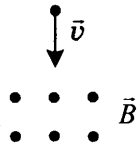
**Замечание**

- Так как сила Лоренца  $F_{\text{Л}}$  перпендикулярна направлению скорости движения заряда, то она не совершает работы (не меняет кинетическую энергию заряда), а лишь искривляет траекторию движения заряда, являясь причиной возникновения центростремительного ускорения.

При движении зарядов в области пространства, где созданы электрические и магнитные поля одновременно, на заряды действует равнодействующая сил:  $\vec{F} = \vec{F}_{\text{Л}} + \vec{F}_{\text{эл.}}$ .

**ЗАДАЧИ**

1. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 39.6). По какой траектории он будет двигаться? Ответ обоснуйте, опираясь на законы физики.



*Решение*

Если частица влетает перпендикулярно к линиям магнитного поля с постоянной по величине скоростью, то она движется равномерно по окружности. Согласно правилу левой руки четыре пальца левой руки располагают по направлению движения положительно заряженной частицы так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, тогда отогнутый большой палец укажет направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу. Так как заряд электрона отрицателен, то сила направлена в противоположную сторону, т.е. вправо  $\Rightarrow$  электрон будет двигаться по окружности против хода часовой стрелки.

Рис. 39.6

*Ответ:* по окружности против хода часовой стрелки.

2. В масс-спектрографе (рис. 39.7) заряженные частицы ускоряются на участке 1 электрическим полем и, попав в магнитное поле индукцией  $B$ , описывают окружность радиусом  $R$ . Получить аналитическое выражение для расчета удельного заряда частицы  $\frac{q}{m}$ , если ускоряющее напряжение равно  $U$ . Начальную скорость частицы считать равной нулю.

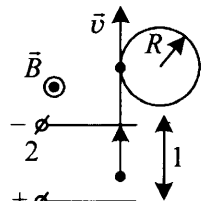


Рис. 39.7

Решение

Согласно закону сохранения энергии

$$qU = \frac{mv^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}, \quad F = ma, \quad \frac{mv^2}{R} = q \cdot v \cdot B,$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{BR}, \quad \frac{q}{m} = \frac{\sqrt{\frac{2qU}{m}}}{BR}, \quad \frac{q^2}{m^2} = \frac{q}{m} \cdot \frac{2U}{B^2 R^2}, \quad \frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2}.$$

Ответ:  $\frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2}.$

3. Частица массой  $m$ , несущая заряд  $q$ , влетает в однородное магнитное поле со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к вектору индукции магнитного поля и движется по винтовой линии радиуса  $R$  и шагом винтовой линии  $h$  (рис 39.8).

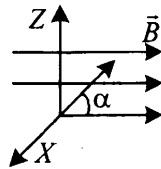


Рис. 39.8

Как изменятся следующие величины при увеличении угла  $\alpha$ ?

- |                           |                 |
|---------------------------|-----------------|
| А) радиус $R$             | 1) уменьшится   |
| Б) шаг винтовой линии $h$ | 2) увеличится   |
| В) период вращения        | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

Решение

Заряженная частица в плоскости  $ZX$  движется по окружности. Из

уравнения динамики найдем:  $\frac{mv_{\perp}^2}{R} = qBv_{\perp} \Rightarrow R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$ . Период

вращения:  $\frac{2\pi R}{T} = v_{\perp}, \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{qB}$ . Шаг винтовой линии равен

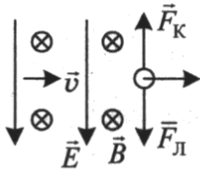
$h = v \cdot \cos \alpha \cdot T = \frac{2\pi m v \cdot \cos \alpha}{qB}$ . Следовательно, при увеличении угла  $\alpha$

радиус растёт, шаг винтовой линии уменьшается, период не изменяется.

Ответ: 213.

4. Однородное электрическое и магнитное поля расположены взаимно перпендикулярно, при этом  $E = 0,5$  кВ/м,  $B = 1,0$  мТл. С какой скоростью и в каком направлении должен лететь электрон, чтобы двигаться прямолинейно?

Решение



Электрон будет двигаться прямолинейно в том случае, если сила Кулона  $\vec{F}_K$  и сила Лоренца  $\vec{F}_L$  будут направлены вдоль одной прямой в разные стороны и равны друг другу по модулю

Рис. 39.9 (рис. 39.9), т.е.  $F = -eE + evB = 0$ ,  $v = \frac{E}{B}$ .

Ответ:  $v = \frac{E}{B}$ .

5. Небольшое заряженное тело массой  $m$  с зарядом  $q > 0$ , прикрепленное к нити длиной  $l$ , может двигаться по окружности в вертикальной плоскости. Вся система помещена в горизонтальное магнитное поле  $B$ . При какой наименьшей скорости тела в нижней точке оно сможет совершить полный оборот?

Решение

Сила Лоренца работы не совершает. Для верхнего и нижнего положений тела, согласно ЗСЭ (рис. 39.10):

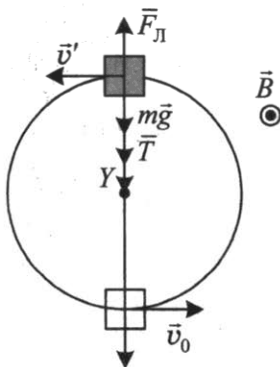


Рис. 39.10

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg2l + \frac{mv'^2}{2}. \quad (1)$$

Скорость тела в верхней точке траектории  $v'$  найдем, записав уравнение динамики тела в проекции на ось  $Y$ :

$$\frac{mv'^2}{l} = -F_{\text{Л}} + mg + T, F_{\text{Л}} = qBv', T = 0. \text{ Тогда } v'^2 + \frac{q \cdot B \cdot l}{m} \cdot v' - l \cdot g = 0.$$

Решение имеет вид:  $v' = \frac{-\frac{q \cdot B \cdot l}{m} + \sqrt{\left(\frac{q \cdot B \cdot l}{m}\right)^2 + 4l \cdot g}}{2}$ . Так как из (1)

$$v_0^2 = 4g \cdot l + v'^2, \text{ то } v_0 = \sqrt{4g \cdot l + \frac{q^2 B^2 l^2}{4m^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4m^2 g}{q^2 B^2 l}}\right)^2}.$$

Ответ:  $v_0 = \sqrt{4g \cdot l + \frac{q^2 B^2 l^2}{4m^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4m^2 g}{q^2 B^2 l}}\right)^2}$ .

6.  $\alpha$ -Частица ( $m_\alpha = 4m_p$ ,  $q_\alpha = 2e$ ), ускоренная разностью потенциалов  $U$ , пролетает поперечное магнитное поле с индукцией  $B$ . Толщина области с полем  $d$ . Определить угол  $\varphi$  отклонения частицы от первоначального направления движения.

Решение

$\alpha$ -Частица в магнитном поле движется по окружности, радиус которой находим из уравнения динамики (рис. 39.11):  $\frac{m_\alpha v^2}{R} = q_\alpha v B \Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{m_\alpha v}{q_\alpha B}. \text{ Так как } d = R \sin \varphi, \text{ то}$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{dq_\alpha B}{m_\alpha v}\right), \text{ где } v \text{ найдем из ЗСЭ: } \frac{m_\alpha v^2}{2} = q_\alpha U, v = \sqrt{\frac{2q_\alpha U}{m_\alpha}},$$

тогда  $\varphi = \arcsin\left(dB \sqrt{\frac{q_\alpha}{2Um_\alpha}}\right)$ .

Ответ:  $\varphi = \arcsin\left(dB \sqrt{\frac{q_\alpha}{2Um_\alpha}}\right)$ .

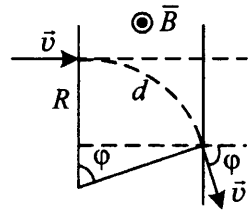


Рис. 39.11

## § 40. Магнитный поток. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Вихревое электрическое поле

Пусть некий контур находится в однородном магнитном поле,  $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$  — поток вектора магнитной индукции, где  $\vec{n}$  — единичный вектор, перпендикулярный плоскости контура  $S$ ;  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$  (рис. 40.1).

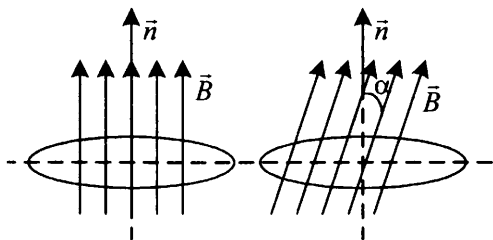


Рис. 40.1

Единица измерения магнитного потока: 1 вебер,  $[\Phi] = \text{Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2$ . Магнитный поток максимален, когда вектор магнитной индукции нормален плоскости контура.

Опытным путем Фарадей показал, что в замкнутом проводящем контуре, который пронизывает переменный во времени магнитный поток, возникает **индукционный ток**, независимо от того, как достигается изменение магнитного потока сквозь площадь поверхности, ограниченную контуром (рис. 40.2). Данное явление называется **электромагнитной индукцией**.

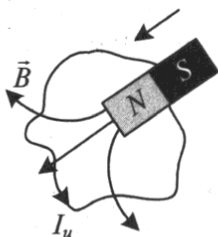


Рис. 40.2

**Закон электромагнитной индукции Фарадея:** ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$  в замкнутом контуре численно равна скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Если магнитный поток изменяется неравномерно, то  $\mathcal{E} = -\Phi'$ .

Отметим, что знаки ЭДС индукции  $\mathcal{E}$  и изменения магнитного потока  $\Delta\Phi$  противоположны: если  $\Delta\Phi > 0$ , то  $\mathcal{E} < 0$ , и наоборот. Знак «—» отражает **правило Ленца**: возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, чтобы своим магнитным полем противодействовать изменению магнитного потока,

вызывающего данный ток, т.е. ЭДС индукции всегда имеет такую полярность, чтобы препятствовать причине, ее вызывающей. Правило Ленца определяет и направление индукционного тока.

Так как магнитный поток равен  $\Phi = BS \cos \alpha$ , то  $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta(BS \cos \alpha)}{\Delta t}$ .

Из данного выражения следует, что ЭДС отлична от нуля, если изменится хотя бы один из параметров:  $B$ ,  $S$  или угол  $\alpha$ .

Сила индукционного тока  $I$  в замкнутом проводящем контуре с сопротивлением  $R$  равна  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ . Заряд  $\Delta q$ , который протекает в контуре с сопротивлением  $R$  при изменении пересекающего его магнитного потока, равен  $\Delta q = It = -\frac{\Delta \Phi}{R}$ .

Согласно закону Фарадея возникновение ЭДС электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае с ее помощью нельзя объяснить возникновение ЭДС индукции. Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижном проводнике предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве **вихревое электрическое поле**, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике.

Рассмотрим движение проводника в однородном магнитном поле (рис 40.3). На электроны проводника действует сила Лоренца, приводящая к разделению зарядов на его концах. По мере разделения зарядов возникает электрическое поле, в результате установится равновесие, когда  $|\vec{F}_M| = |\vec{F}_{эл.}|$ , где  $|\vec{F}_{эл.}| = |e\vec{E}_к|$ ,  $evB \sin \alpha = eE_к$ ,  $E_к = vB \sin \alpha$ , здесь  $\alpha$  — угол между векторами скорости  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Напряжение, возникающее между концами проводника, движущегося в магнитном поле, равно  $U = E_к l = vBl \sin \alpha$ , где  $l$  — длина проводника.

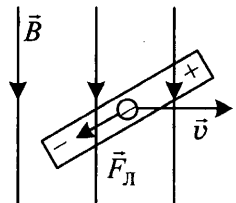


Рис. 40.3

В системе отсчета, связанной с проводником, действия магнитных сил нет. Поэтому для объяснения разделения зарядов, необходимо допустить, что возникает **индукционное электрическое поле**  $\vec{E}_{инд.} = -\vec{E}_к$ . Тогда  $E_{инд.} = -vB \sin \alpha$  — проекция вектора индукционного поля на направление  $E_к$ .

Если соединить концы движущегося проводника посредством неподвижной проводящей рамки, то на свободные электроны движущегося проводника действуют магнитные силы (сила Лоренца), которые и выполняют роль сторонних сил (рис. 40.4).

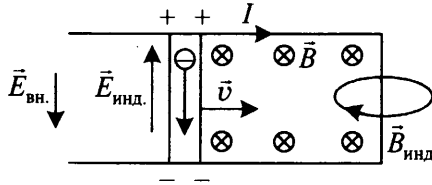


Рис. 40.4

Отношение работы сторонних сил к величине заряда  $q$  — электродвижущая сила:  $\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор.}}}{q} = \frac{F_{\text{стор.}} \cdot l}{q} = E_{\text{инд.}} \cdot l = -vBl \sin \alpha$ . Пусть  $\sin \alpha = 1$ , тогда  $\mathcal{E} = -vBl = -\frac{v\Delta t B l}{\Delta t} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  или  $\mathcal{E} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  — закон электромагнитной индукции.

## ЗАДАЧИ

1. Зависимость от времени  $t$  магнитного потока  $\Phi$ , пронизывающего замкнутый контур, показана на рисунке 40.5. Чему равна сила тока в контуре, сопротивление которого 0,2 Ом, если изменение магнитного потока соответствует участку 2?

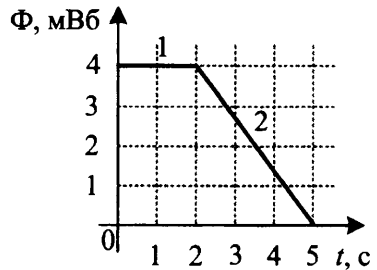


Рис. 40.5

*Решение*

Сила индукционного тока  $I$  в замк-

нутом проводящем контуре с сопротивлением  $R$  равна  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ , где

$$\text{ЭДС } \mathcal{E} = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{3} = 1,33 \text{ мВ} \Rightarrow I = \frac{1,33 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 6,67 \text{ мА.}$$

*Ответ:*  $I = 6,67 \text{ мА.}$

2. В проволочный виток вдвигают постоянный магнит: один раз быстро, второй раз медленно. Сравните значения возникающего индукционного тока.





индукция магнитного поля  $B'$ , порождаемая индукционным током, должна быть направлена в ту же сторону, что и  $B$ . Таким образом, магнитное поле тока в кольце будет обращено южным полюсом к выдвигаемому магниту.

Ответ: 21.

4. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10^{-2}$  Тл расположены вертикально на расстоянии  $L = 50$  см два металлических прута, замкнутых наверху. Плоскость, в которой расположены прутья, перпендикулярна направлению индукции магнитного поля. По прутьям без трения и нарушения контакта скользит вниз с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с перемычка  $MN$  массой  $m = 1$  г (рис. 40.7).

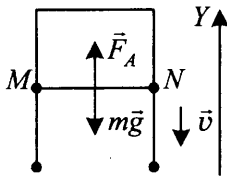


Рис. 40.7

Определить сопротивление  $R$  перемычки. Сопротивлением остальной части системы пренебречь.

Решение

Второй закон Ньютона для перемычки в проекции на ось  $Y$  имеет вид  $F_A - mg = 0$ , где  $F_A = IBL$ . Так как  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ ,  $\mathcal{E} = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = BvL$ , то

$$mg = \frac{BvL}{R} BL \Rightarrow R = \frac{B^2 L^2 v}{mg} = 0,25 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Ответ:  $R = 0,25 \cdot 10^{-2}$  Ом.

5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл расположен плоский проволочный виток так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, прошедший через гальванометр при повороте витка,  $Q = 7,5 \cdot 10^{-3}$  Кл. На какой угол повернули виток? Площадь витка  $S = 10^3 \text{ см}^2$ , сопротивление  $R = 2$  Ом.

*Решение*

Величина тока, проходящего через гальванометр:  $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ ,  $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ .

Так как  $Q = I\Delta t$ , то  $Q = -\frac{\Delta\Phi}{R}$ . В начальный момент времени  $\Phi_1 = BS$ , при повороте рамки на угол  $\alpha$   $\Phi_2 = BS\cos\alpha$ . Поэтому  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -BS(1 - \cos\alpha)$ , тогда  $Q = \frac{BS(1 - \cos\alpha)}{R}$ ,  
 $\cos\alpha = 1 - \frac{QR}{BS} = -0,5$ ;  $\alpha = 120^\circ$ .

*Ответ:*  $\alpha = 120^\circ$ .

6. Замкнутая катушка диаметром  $b$  и числом витков  $N$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  так, что ее плоскость перпендикулярна линиям индукции. Какой заряд  $q$  протечет по катушке, если ее повернуть на угол  $\alpha = 180^\circ$ ? Проводник катушки изготовлен из материала с удельным сопротивлением  $\rho$  и имеет диаметр поперечного сечения  $d$ .

*Решение*

ЭДС, индуцируемая в катушке:  $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Так как  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ , начальный поток через катушку  $\Phi_1 = \Phi_0 N$ , где  $\Phi_0 = BS$  или  $\Phi_0 = B \cdot \frac{\pi \cdot b^2}{4}$ , конечный —  $\Phi_2 = \Phi_0 N \cdot \cos\alpha$  или  $\Phi_2 = -\Phi_0 N$ , тогда  $\mathcal{E}\Delta t = -(\Phi_2 - \Phi_1)$  или  $\mathcal{E}\Delta t = 2\Phi_0 N$ .

По закону Ома  $\mathcal{E} = IR$  или  $\mathcal{E}\Delta t = qR$ , откуда  $q = \frac{2\Phi_0 \cdot N}{R}$ , где  $R = \rho \frac{L_0 N}{S} = \rho \frac{\pi b N}{\pi d^2}$ . Таким образом,  $q = \frac{2B\pi b^2}{4\rho b^4 N} \cdot Nd^2$  или  $q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{Bbd^2}{\rho}$ .

*Ответ:*  $q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{Bbd^2}{\rho}$ .

7. Проводник  $MN$  длиной 1 м и сопротивлением 2 Ом находится в однородном магнитном поле индукцией  $B = 0,1$  Тл. Проводник подключен к источнику с ЭДС  $\mathcal{E} = 1$  В (рис. 40.8).

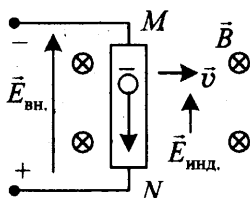


Рис. 40.8

Сопротивлением подводящих проводов и внутренним сопротивлением источника пренебречь. Какова сила тока в проводнике, если:

- проводник покоится
- проводник движется вправо со скоростью 4 м/с
- проводник движется влево с такой же скоростью

В каком направлении и с какой скоростью надо перемещать проводник, чтобы через него не шел ток?

*Решение*

Если проводник покоится, то  $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0,5$  А. Если проводник движется вправо, то индукционное поле и внешнее поле совпадают по направлению и  $E_{\text{общ.}} = E_{\text{вн.}} + E_{\text{инд.}} = \frac{\mathcal{E}}{l} + vB$ ,  $I = \frac{E_{\text{общ.}} \cdot l}{R} = 0,7$  А. Если проводник движется влево, то индукционное поле и внешнее поле противоположны по направлению и  $E_{\text{общ.}} = E_{\text{вн.}} - E_{\text{инд.}} = \frac{\mathcal{E}}{l} - vB$ ,

$I = \frac{E_{\text{общ.}} \cdot l}{R} = 0,3$  А. Ток равен нулю, когда проводник движется влево:

$E_{\text{общ.}} = E_{\text{вн.}} - E_{\text{инд.}} = \frac{\mathcal{E}}{l} - vB = 0 \Rightarrow v = \frac{\mathcal{E}}{lB} = 10$  м/с.

*Ответ:* 0,5 А; 0,7 А; 0,3 А; 10 м/с (влево).

8. Какова связь правила Ленца с законом сохранения энергии?

*Ответ:* правило Ленца — это следствие закона сохранения энергии в электромагнитных процессах. Энергия индуцированного электрического тока в контуре может возникнуть лишь за счет других видов энергии, а именно за счет работы внешних сил против сил Ампера, возникающих при возбуждении индукционного тока в контуре.

**§ 41. Самоиндукция. Индуктивность. ЭДС самоиндукции.  
Энергия магнитного поля катушки индуктивности.  
Энергия магнитного поля. Рамка с током  
в магнитном поле**

Явление возникновения ЭДС в электрической цепи в результате изменения силы тока в этой же цепи называется **самоиндукцией**.

Пусть в контуре протекает изменяющийся со временем ток  $I(t)$ . Ток создает в окружающем пространстве магнитное поле, часть линий которого пересекают поверхность, ограниченную этим контуром. Известно, что  $B \sim I$ ,  $\Phi \sim B \sim I$ , тогда магнитный поток через контур прямо пропорционален силе тока в контуре  $\Phi = L \cdot I$ ,  $L = \frac{\Phi}{I}$ . Коэффициент пропорциональности  $L$  — **индуктивность** контура. Единица измерения индуктивности: 1 генри,  $[L] = \text{Гн} = \text{Вб/А}$ .

Отметим, что индуктивность зависит от магнитной проницаемости  $\mu$ , от формы и размеров контура. Индуктивность не зависит от силы тока, протекающего по контуру (для малых токов).

По закону Фарадея при изменении текущего по контуру тока:

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = -\left(L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} + I \frac{\Delta L}{\Delta t}\right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется, то  $L = \text{const}$ , следовательно, ЭДС самоиндукции равна:

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Если ток в контуре со временем нарастает  $\frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$ , то  $\mathcal{E} < 0$ , т.е.

ток самоиндукции направлен навстречу току  $I$ , обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание. Если ток со временем убывает  $\frac{\Delta I}{\Delta t} < 0$ , то  $\mathcal{E} > 0$ , т.е. ток самоиндукции имеет такое же

направление, что и ток  $I$ , и замедляет его убывание. Таким образом, ЭДС самоиндукции препятствует нарастанию силы тока при включении и убыванию при выключении тока в цепи, а  $L$  характеризует инерционные свойства контура.

Магнитное поле неразрывно связано с током: оно появляется, изменяется и исчезает вместе с появлением, изменением и исчезновением тока. Следовательно, часть энергии тока всегда идет на создание магнитного поля.

Явление электромагнитной индукции основано на взаимных превращениях энергий электрического тока и магнитного поля.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника питания, ключа, катушки и лампы (рис. 41.1).

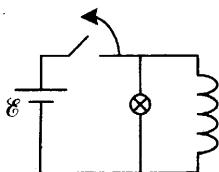


Рис. 41.1

В момент размыкания цепи наблюдается кратковременная вспышка лампы. В этот момент ЭДС самоиндукции может во много раз превышать ЭДС источника тока, включенного в цепь.

Таким образом, контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как это может привести к пробое изоляции.

Энергия магнитного поля  $W_m$  при размыкании цепи пойдет на кратковременную вспышку электрической лампочки (на работу  $A$  электрического тока):

$$\mathcal{E}_L = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{L \cdot I}{\Delta t}, \quad q = I_{\text{ср.}} \cdot \Delta t = \frac{I + 0}{2} \cdot \Delta t = \frac{I \cdot \Delta t}{2}, \quad \text{следовательно,}$$

$$A = q \cdot \mathcal{E}_L = \frac{L \cdot I^2}{2} = W_m, \quad W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{I \cdot \Phi}{2}.$$

Пусть произвольный контур с током находится во внешнем магнитном поле. Тогда полный магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий контур, состоит из потока от внешнего поля  $\Phi_{\text{внеш.}}$  и потока от собственного поля  $\Phi_{\text{соб.}}$ :  $\Phi = \Phi_{\text{внеш.}} + \Phi_{\text{соб.}}$ . При этом внешний магнитный поток  $\Phi_{\text{внеш.}}$  может изменяться со временем как из-за изменения внешнего магнитного поля во времени, так и из-за движения контура или отдельных его частей. Собственный магнитный поток  $\Phi_{\text{соб.}}$  может тоже меняться со временем в результате изменения тока в контуре и в результате изменения индуктивности контура.

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}}}{\Delta t} - \frac{\Delta\Phi_{\text{соб.}}}{\Delta t}.$$

Слагаемое  $-\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}}}{\Delta t}$  представляет собой ЭДС индукции, возникающую из-за изменения внешнего магнитного потока. Слагаемое  $\mathcal{E}_c = -\frac{\Delta\Phi_{\text{соб.}}}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} - I \cdot \frac{\Delta L}{\Delta t}$  представляет собой ЭДС самоиндукции, возникающую благодаря изменению во времени собственного магнитного потока через контур. Если индуктивность не изменяется во времени, то

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}}}{\Delta t} - L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Если сила тока изменяется неравномерно, то  $\mathcal{E} = -LI'$ .

Если в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  поместить рамку с током площадью  $S$  таким образом, что угол между нормалью к плоскости рамки и направлением  $\vec{B}$  равен  $\alpha$ , то на рамку будет действовать момент сил, стремящийся повернуть рамку так, чтобы ее плоскость была перпендикулярна  $\vec{B}$  (рис. 41.2).

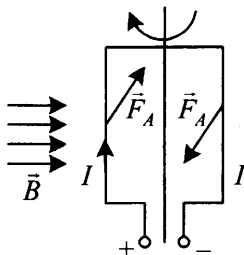


Рис. 41.2

$M = F_A \cdot 2r = IB\sin\alpha \cdot 2r = ISB\sin\alpha$ ,  $M_{\text{max}} = ISB$ , где  $r$  — плечо силы Ампера.

Максимальный момент сил  $M_{\text{max}}$  пропорционален площади  $S$  независимо от формы плоского витка.

Работа, совершаемая при перемещении рамки (или проводника) с током в магнитном поле:  $A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$ .

$\Delta\Phi$  — изменение магнитного потока, пронизывающего контур или магнитный поток, пересекаемый проводником при его движении. Если рамка перемещается под действием сил поля, то  $A > 0$ , если  $A < 0$ , значит перемещение рамки может произойти только под действием внешних сил.

## ЗАДАЧИ

1. По графику зависимости силы тока в катушке от времени (рис. 41.3) определить ЭДС самоиндукции на участках (1) и (2) при индуктивности катушки  $L = 15 \text{ мГн}$ .

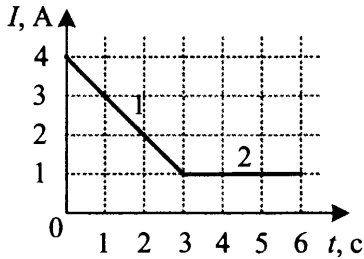


Рис. 41.3

*Решение*

ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E} = L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$ , на участке (1)  $\mathcal{E}_1 = 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3}{3} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ .

На участке (2) ток не изменяется, поэтому  $\mathcal{E}_2 = 0$ .

*Ответ:*  $\mathcal{E}_1 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 0 \text{ В}$ .

2. Ток в катушке изменяется согласно зависимости  $I(t)$  (рис. 41.4). Какой из графиков на рисунке 41.5 в наибольшей степени описывает характер зависимости величины возникающей при этом ЭДС самоиндукции от времени?

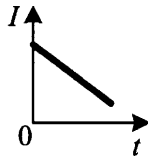


Рис. 41.4

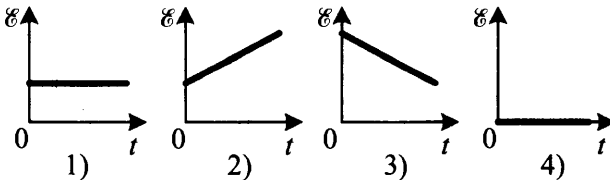


Рис. 41.5

*Решение*

Величина ЭДС самоиндукции равна  $\mathcal{E} = \left| -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$ . Так как зависи-

мость  $I(t)$  линейна, то  $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \text{const}$ , следовательно,  $\mathcal{E} = \text{const}$ , что соответствует графику 1.

*Ответ:* 1).

3. На рисунке 41.6 представлена электрическая схема. В какой лампе (укажите номер) после замыкания ключа сила тока достигнет своего максимального значения:

- А) позже  
Б) раньше

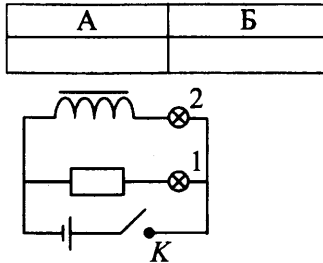


Рис. 41.6

*Решение*

В той части ветви электрической цепи, где включена катушка индуктивности, ЭДС самоиндукции препятствует нарастанию силы тока при включении тока в цепи. Поэтому сила тока во второй лампе позже достигнет своего максимального значения.

*Ответ:* 21.

4. Катушка сопротивлением  $R = 30$  Ом и индуктивностью  $L = 0,02$  Гн замкнута накоротко и находится во внешнем магнитном поле (рис. 41.7). Начиная с определенного момента, внешнее поле начинает изменяться. В результате изменения внешнего поля магнитный поток через катушку возрос на  $0,001$  Вб, а ток достиг значения  $0,07$  А. Какой заряд прошел за это время по катушке?

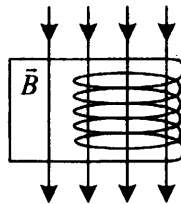


Рис. 41.7



*Решение*

Изменяющееся внешнее поле вызывает в катушке ЭДС индукции, в результате чего возникает изменяющийся со временем ток, являющийся причиной появления ЭДС самоиндукции (которым нельзя пренебречь при большом количестве витков, т.е. большом  $L$ ).

Тогда  $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}}}{\Delta t} - L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ , или по закону Ома для замкнутой цепи:

$-\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}}}{\Delta t} - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = I_{\text{ср.}}R$ . Здесь  $I_{\text{ср.}}$  — среднее значение тока в катушке в течение времени  $\Delta t$ . Умножив обе части равенства на  $\Delta t$ , получим:

$-\Delta\Phi_{\text{внеш.}} - L\Delta I = R\Delta q$ . Так как ток в момент начала изменения внешнего магнитного поля равен нулю, то  $\Delta I = I$  (значение силы тока в конце опыта)  $\Rightarrow q = -\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш.}} + LI}{R}$ .

Отметим, что знаки индукционного тока и изменения магнитного потока  $\Delta\Phi_{\text{внеш.}}$  противоположны: если  $\Delta\Phi_{\text{внеш.}} > 0$ , то  $I < 0$ , и наоборот. Противоположность знаков этих двух величин отражает правило Ленца.

Если направление нормали к витку катушки выбрать таким образом, чтобы  $\Delta\Phi_{\text{внеш.}}$  было положительным (нормаль направлена сверху вниз, обход витка катушки по ходу часовой стрелки), т.е.

$\Delta\Phi_{\text{внеш.}} = 0,001$  Вб, то значение  $I$  надо взять отрицательным:

$$I = -0,07 \text{ А. } q = -\frac{(\Delta\Phi_{\text{внеш.}} + LI)}{R} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

*Ответ:*  $1,3 \cdot 10^{-5}$  Кл.

# КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

## Механические колебания

### § 42. Колебательное движение. Колебания груза на пружине. Превращение энергии при колебательном движении

**Механические колебания** — движения тел или частей тел, характеризующиеся определенной повторяемостью во времени. При повторении состояния системы точно или приблизительно через одинаковые промежутки времени колебания называются **периодическими**.

**Свободные (собственные) колебания** — колебания, возникающие в системе под действием внутренних сил. **Вынужденные колебания** возникают под действием внешних периодических сил.

Простейший тип колебаний любой природы — *гармонические колебания* — это колебания, в которых изменение колеблющейся величины во времени описывается функциями синуса или косинуса (рис. 42.1):

$$x = x_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ или}$$

$$x = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ где } x_{\max} \text{ — амплитуда колебаний,}$$

максимальное отклонение от положения равновесия,  $\omega_0$  — **циклическая частота собственных колебаний** —

число колебаний за  $2\pi$  секунд ( $\omega_0 = 2\pi\nu$ , где

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ — частота колебаний), } \omega_0 t + \varphi_0 \text{ —}$$

**фаза колебаний**,  $\varphi_0$  — начальная фаза в момент  $t = 0$ ,  $T$  — **период коле-**

**баний** — время одного полного колебания:  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

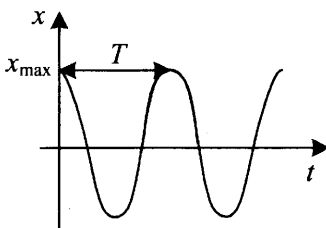


Рис. 42.1

#### Замечания

- Амплитуда любой колеблющейся величины, например, отклонения от положения равновесия, скорости, ускорения и т.д., всегда положительна.
- Угловая скорость и циклическая частота неслучайно имеют одинаковое обозначение и размерность (рад/с). При вращении в горизонтальной плоскости шара на нити с угловой скоростью  $\omega$  его тень будет колебаться с циклической частотой  $\omega$ .

Условием гармонических колебаний является наличие возвращающей силы, пропорциональной отклонению от положения равновесия, при отсутствии сопротивления в системе.

Рассмотрим колебания пружинного маятника (груз на пружине). Сила упругости, действующая на груз со стороны пружины (рис. 42.2):

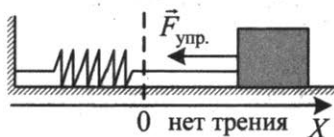


Рис. 42.2

$$F_{\text{упр.}} = -kx \Rightarrow ma_x = -kx \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0, \text{ или } x'' + \omega_0^2 x = 0 \text{ — уравнение, описывающее собственные колебания, здесь } x'' \text{ — вторая производная координаты по времени, } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Решения уравнения собственных колебаний  $x'' + \omega_0^2 x = 0$ :

### Замечание

- Период колебаний одинаков для горизонтального и вертикального расположения пружинного маятника.

Решения уравнения собственных колебаний  $x'' + \omega_0^2 x = 0$ :

1)  $x = x_{\text{max}} \cos \omega_0 t$  — если при  $t = 0$  координата  $x = x_{\text{max}}$ , т.е. движение началось из крайнего положения со скоростью  $v_0 = 0$ ;

2)  $x = x_{\text{max}} \sin \omega_0 t$  — если при  $t = 0$  скорость равна  $v_0$ , т.е. движение началось из положения  $x = 0$  с начальной скоростью  $v = v_0$ ;

3)  $x = x_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  — если при  $t = 0$  координата  $x = x_0$ ,  $v = v_0$  (наиболее общий случай).

Найдем кинематические характеристики колебательного движения. Если колебания происходят по закону:  $x = x_{\text{max}} \cos \omega_0 t$ , то

$$v = x' = -\omega_0 x_{\text{max}} \sin \omega_0 t = -v_{\text{max}} \sin \omega_0 t, v_{\text{max}} = \omega_0 x_{\text{max}},$$

$$a = v' = x'' = -\omega_0^2 x_{\text{max}} \cos \omega_0 t = -a_{\text{max}} \cos \omega_0 t, a_{\text{max}} = \omega_0^2 x_{\text{max}}.$$

Величина скорости достигнет максимального значения, когда ускорение  $a = 0$ , т.е. равнодействующая сил, действующих на колеблющееся тело, равна 0.

Чтобы начались гармонические колебания с начальными условиями  $t = 0$ ,  $x = x_{\text{max}}$  (т.е. движение начинается из крайнего положения со скоростью  $v_0 = 0$ , рис. 42.2), надо совершить работу  $A = \frac{kx_{\text{max}}^2}{2} = E_0$ .

В дальнейшем система является замкнутой, а силы консервативными, поэтому выполняется закон сохранения энергии:  $E_K + E_{\Pi} = E_0$ , или  $\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = E_0$ . Так как  $x = x_{\max} \cos \omega_0 t$ , то  $v = x' = -\omega_0 x_{\max} \cdot \sin \omega_0 t$ , и

$$E_K = \frac{m\omega_0^2 x_{\max}^2 \sin^2 \omega_0 t}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_{\max}^2 (1 - \cos 2\omega_0 t)}{4},$$

$$E_{\Pi} = \frac{kx_{\max}^2 \cos^2 \omega_0 t}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_{\max}^2 (1 + \cos 2\omega_0 t)}{4}.$$

Кинетическая и потенциальная составляющие механической энергии при свободных колебаниях изменяются во времени с удвоенной циклической частотой собственных колебаний (рис. 42.3).  $T_E$  — период изменения кинетической и потенциальной энергий.

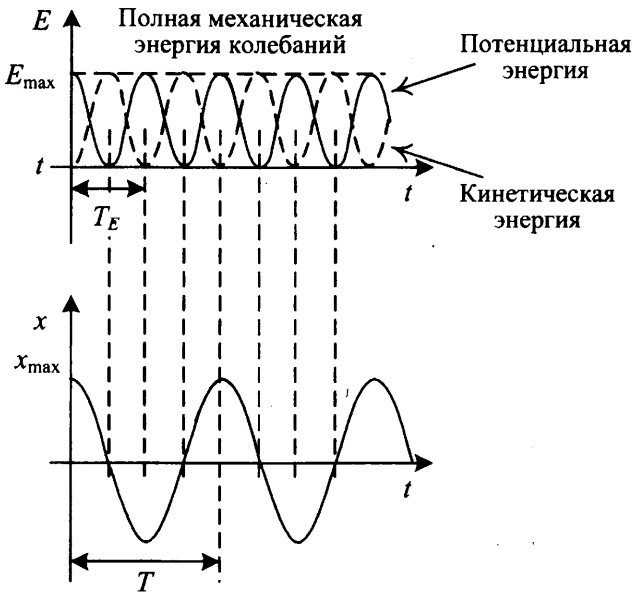


Рис. 42.3

Для определения периода колебаний какой-либо колебательной системы следует получить уравнение, описывающее процесс изменения колеблющихся величин. Существуют два основных способа нахождения периода колебаний  $T$ :

- а) с использованием второго закона Ньютона;
- б) с использованием закона сохранения энергии.

а) Рассмотрим систему «груз + пружина», пружина расположена вертикально. Согласно второму закону Ньютона (в проекции на ось  $X$ ,

направленную вертикально вниз):  $mx'' = -kx + mg$ , введем новую ось координат  $Y$ , расположив нуль в координате  $x_0$  (положение равновесия),  $y = x - x_0$ , тогда уравнение имеет вид  $my'' = -ky - kx_0 + mg$ , так как  $kx_0 = mg$ , то  $my'' = -ky$  или  $y'' + \frac{k}{m}y = 0$ , т.е. получаем уравнение

колебаний, аналогичное ранее полученному, следовательно,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

б) Период и частоту колебаний можно определить не только из уравнения колебаний, но и из выражения для полной энергии системы.

При колебаниях пружинного маятника полная энергия системы складывается из потенциальной энергии пружины и кинетической энергии тела:

$$W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{m(x')^2}{2}.$$

Если в положении равновесия  $x_0$  потенциальную энергию принять равной нулю, то для положения ниже  $x_0$ :  $\frac{m(x')^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx = \text{const}$ ,

дифференцируя по времени, получим  $mx'x'' + kxx' - mgx' = 0$ , или  $mx'' + kx - mg = 0$ , произведя замену переменной  $y = x - \frac{m}{k}g$ , получим

$$y'' + \frac{k}{m}y = 0.$$

Частота колебаний такого маятника, как уже говорилось, равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{т.е. определяется отношением постоянных коэффициентов в}$$

выражениях для потенциальной и кинетической энергии).

### **Замечание**

- Утверждение справедливо для любой колеблющейся системы: если полную энергию системы можно представить в виде двух слагаемых, одно из которых пропорционально квадрату отклонения системы от положения равновесия (коэффициент пропорциональности  $k$ ), а другое — квадрату производной этой величины по времени (коэффициент пропорциональности  $m$ ), то циклическая частота колебаний:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

## ЗАДАЧИ

1. Пружинный маятник совершает горизонтальные колебания на Земле без трения с периодом  $T_1$ . Период его колебаний на Луне, где сила тяжести меньше в 6 раз, равна  $T_2$ . Найдите отношение  $\frac{T_2}{T_1}$ .

*Решение*

Период колебаний пружинного маятника не зависит от силы тяжести, а определяется массой тела и жесткостью пружины, следовательно,  $T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .

*Ответ:* 1.

2. Уравнение колебаний точки  $x = 0,07\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  м. Чему равен период  $T$ ?

*Решение*

Циклическая частота колебаний  $\omega = 6\pi \cdot \text{с}^{-1}$ , но  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , следовательно,  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{3}$  с.

*Ответ:*  $T = \frac{1}{3}$  с.

3. Материальная точка колеблется вдоль оси  $X$ , проходя за один период  $T$  путь  $s = 18$  см, максимальное значение скорости точки  $v_{\max} = 0,03$  м/с. Чему равен  $T$ ?

*Решение*

За период точка проходит путь  $s = 4A$ , где  $A$  — амплитуда колебаний. Но  $v_{\max} = \omega A$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi A}{v_{\max}} = \frac{2\pi s}{4v_{\max}} = \frac{\pi s}{2v_{\max}} = 9,42$  с.

*Ответ:*  $T = 9,42$  с.

4. На рисунке 42.4 представлен график изменения со временем кинетической энергии ребенка на качелях. Чему равна его потенциальная энергия взаимодействия с Землей в момент, обозначенный на графике точкой А?

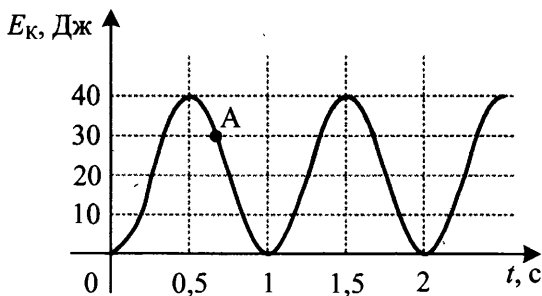


Рис. 42.4

*Решение*

Максимальное значение кинетической энергии, согласно закону сохранения энергии, равно полной механической энергии, которая при отсутствии сопротивления постоянна.

$$E_{\text{полн.}} = E_{\text{max}} = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}, E_{\text{п}} = 40 - 30 = 10 \text{ Дж.}$$

*Ответ:*  $E_{\text{п}} = 10 \text{ Дж.}$

5. По графику зависимости кинетической энергии материальной точки от времени (рис. 42.4) определите частоту колебаний точки.

*Решение*

Кинетическая энергия изменяется с частотой вдвое больше частоты колебаний точки. По данным графика  $T_E = 1 \text{ с}$ ,  $\nu_E = 1 \text{ Гц}$ . Тогда  $\nu = 0,5 \text{ Гц}$ .

*Ответ:*  $\nu = 0,5 \text{ Гц}$ .

6. По данным задачи 4 запишите уравнение изменения скорости материальной точки  $v(t)$ , если масса тела равна 20 кг.

*Решение*

$$E_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = 40 \text{ Дж}; v_{\text{max}} = 2 \text{ м/с. Так как в момент } t = 0 \text{ (рис. 42.4)}$$

$$E_{\text{к}} = 0, v(0) = 0 \Rightarrow v(t) = v_{\text{max}} \sin \omega t = 2 \sin(2\pi \nu t) = 2 \sin(\pi t).$$

*Ответ:*  $v(t) = 2 \sin \pi t$ .

7. Каков период колебания тела массой  $m$  в системах А и Б, изображенных на рисунке 42.5? Жесткость пружин  $k_1$  и  $k_2$ . Трением пренебречь.

Для каждого случая выберите выражение для периода колебаний и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

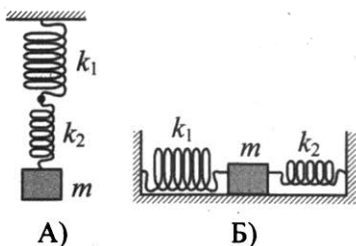


Рис. 42.5

$$1) 2\pi\sqrt{m \frac{k_1 + k_2}{2k_1 \cdot k_2}}$$

$$2) 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

$$3) 2\pi\sqrt{m \frac{k_1 + k_2}{k_1 \cdot k_2}}$$

А	Б

*Решение*

Рассмотрим рисунок 42.5, А — последовательное соединение пружин. Под действием силы тяжести, действующей на груз, пружины растянутся на длину  $x = x_1 + x_2$ , где  $x_1 = \frac{mg}{k_1}$ ,  $x_2 = \frac{mg}{k_2}$ .

Для системы пружин в состоянии равновесия

$$F = kx = k(x_1 + x_2) = k\left(\frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}\right) = mg \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2},$$

$$\text{тогда } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{m \frac{k_1 + k_2}{k_1 \cdot k_2}}.$$

В случае Б при смещении тела силы, действующие на него со стороны пружин, равны  $F_1 = k_1 x_1$ ,  $F_2 = k_2 x_2$ . При этом восстанавливающая сила  $F = F_1 + F_2$ , тогда  $kx = k_1 x_1 + k_2 x_2 \Rightarrow$  результирующая жесткость такого соединения пружин  $k = k_1 + k_2$ . Период колебаний груза:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$$

*Ответ:* 32.

8. Тело массой  $m = 10^{-2}$  (кг) колеблется по закону  $x = 2\sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$  (см).

Найдите максимальную силу  $F_{\max}$ , действующую на тело, и полную энергию  $E$  колеблющегося тела.



*Решение*

По второму закону Ньютона  $F = ma_{\max}$ .  $\omega_0 = \frac{\pi}{5}$  рад/с;  $x_{\max} = 0,02$  м.

$$a_{\max} = \omega_0^2 x_{\max} = \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 x_{\max}; F = m \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 x_{\max} = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ Н.}$$

*Ответ:*  $7,9 \cdot 10^{-5}$  Н.

9. Через какое время колеблющаяся по гармоническому закону точка сместится от равновесия на половину амплитуды, если период колебаний  $T = 24$  с? Начальная фаза  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ .

*Решение*

Так как при  $t = 0$  фаза  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ , то  $x = x_{\max} \cos \omega t = x_{\max} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ ,

$$x = \frac{x_{\max}}{2}.$$

Тогда  $\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = 0,5$ , т.е.  $\frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{3}$ ;  $t = \frac{T}{6} = 4$  с.

*Ответ:* 4 с.

10. Лодка в море под действием волн совершает вертикальные колебания с амплитудой  $A$ . При каком периоде колебаний  $T$  легкий листок бумаги, лежащий на горизонтальной корме лодки, придавленный книгой, может улететь при дуновении ветра?

*Решение*

Задача сводится к определению условий, при которых книга будет отделяться от поверхности лодки. При ее отделении сила трения бумаги о поверхность лодки практически не может воспрепятствовать движению легкого листка, сдуваемого ветром. Книга может оказаться в состоянии невесомости (сила реакции опоры равна нулю) в крайне верхнем положении при условии  $a \geq g$ , где  $a$  — ускорение поверхности лодки, направленное вниз, имеющее в этом положении

наибольшее значение  $a_{\max} = \omega_0^2 x_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A$ .

Поэтому наименьшее значение периода колебаний лодки, при котором книга еще придавливает листок к ее поверхности:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{A}{g}}$ .

Ответ:  $T \geq 2\pi\sqrt{\frac{A}{g}}$ .

11. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой  $M$ , прикрепленный к пружине жесткостью  $k$ . В шар попадает пуля массой  $m$ , имеющая в момент удара скорость  $v_0$ , направленную вдоль оси пружины (рис. 42.6). Считая удар неупругим и пренебрегая массой пружины, определите амплитуду и период колебаний.

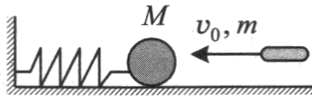


Рис. 42.6

*Решение*

Максимальная потенциальная энергия колебания шара после неупругого удара:  $E_{\text{Пmax}} = \frac{kx_0^2}{2}$ . Так как трения нет, то максимальная потенциальная энергия равна максимальной кинетической энергии шара после неупругого удара:

$$E_{\text{Кmax}} = \frac{(m + M)v^2}{2}, \text{ где } v \text{ — скорость шара после удара. Из зако-}$$

на сохранения импульса в проекции на направление движения пули:

$$(m + M)v = mv_0 \Rightarrow v = \frac{mv_0}{m + M}.$$

$$\text{Так как } E_{\text{Кmax}} = E_{\text{Пmax}} \Rightarrow x_0 = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m + M)}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

Можно решить задачу и другим способом. Амплитуда скорости выражается через амплитуду самих колебаний как:  $v_{\text{max}} = \omega_0 x_{\text{max}} =$

$$= \omega_0 x_0, \text{ где } T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m + M}} \Rightarrow x_{\text{max}} = x_0 = \frac{v_{\text{max}}}{\omega_0} =$$

$$= \frac{mv_0}{m + M} \sqrt{\frac{m + M}{k}} = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m + M)}}.$$

Т.е. результат получился такой же, как при решении с использованием закона сохранения энергии.

Ответ:  $x_0 = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m+M)}}$ ;  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$ .

12. К пружине подвешена чашка весов с гирями. Период вертикальных колебаний чашки равен  $T_1$ . После того как на чашку положили добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равен  $T_2$ . Насколько сместилась точка равновесия пружинного маятника после этого?

Решение

Исходный период колебаний пружинного маятника:  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ,

после добавления гирь  $\Delta m$  период  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}}$ . Возводя в

квадрат обе части уравнений, получим:  $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{(\Delta m)}{k}$ , но для

упругой силы  $k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{\Delta mg}{\Delta x}$ , где  $F$  — сила, вызывающая удлинение

пружины в состоянии равновесия на  $\Delta x$ . Тогда  $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta x}{g} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta x = \frac{g}{4\pi^2} (T_2^2 - T_1^2)$ .

Ответ:  $\Delta x = \frac{g}{4\pi^2} (T_2^2 - T_1^2)$ .

- 13\*. Определите период колебаний 1 кг воды, налитой в U-образную трубку диаметром  $d = 2$  см (рис. 42.7).

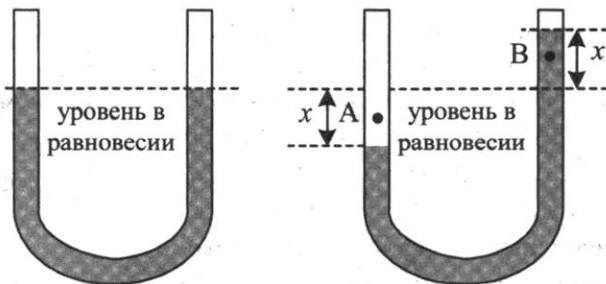


Рис. 42.7

### Решение

После сообщения энергии воде в трубке извне в системе начнутся свободные колебания (полная механическая энергия которых неизменна). Пусть в произвольный момент времени отклонение уровней в каждом колене трубки от положения равновесия равно  $x$ , а скорость воды  $v$ . В этот момент:  $E = E_K + E_{\Pi}$  (полная энергия системы).

Кинетическая энергия воды  $E_K = \frac{mv^2}{2}$ , но  $v = x' \Rightarrow E_K = \frac{mx'^2}{2}$ , где  $m$  — масса всей воды в трубке.

Центр масс столбика воды в правом колене поднимется относительно левого (рис. 42.7, точки А и В) на высоту  $\Delta x$ . Потенциальная энергия  $E_{\Pi} = \Delta mg\Delta x$ , где  $\Delta m = \rho\Delta V = \frac{\rho\pi d^2 x}{4}$  — масса столбика справа,  $\Delta x = x$ .

$$E = \frac{mx'^2}{2} + \frac{\rho g \pi \cdot d^2 x^2}{4} = \text{const.}$$

Продифференцировав обе части уравнения по времени, получим:

$$\frac{1}{2} m 2x'x'' + \frac{\rho \cdot g \cdot \pi \cdot d^2}{4} 2xx' = 0 \Rightarrow x'' + \frac{\rho \cdot g \cdot \pi \cdot d^2}{2m} x = 0 \text{ или}$$

$$x'' + \omega^2 x = 0 \Rightarrow \omega = d \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot \pi}{2m}}, \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{d} \sqrt{\frac{2m}{\rho \cdot g \cdot \pi}} = 2,5 \text{ с.}$$

Ответ: 2,5 с.

### Замечание

- Рассмотренные методы можно применять во всех случаях для систем, которые нельзя свести к пружинному или математическому маятнику.

## § 43. Математический маятник

**Математический маятник** — небольшое тело, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити (рис. 43.1). При отклонении от положения равновесия (т.е. при сообщении телу потенциальной энергии) на тело действует возвращающая сила  $F_x \approx -mgs\sin\alpha$ , и начинаются свободные колебания. Строго говоря, колебания маятника можно считать гармоническими только при малых амплитудах.

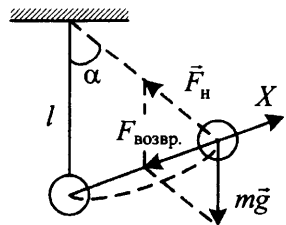


Рис. 43.1

В этом случае длина дуги траектории:

$$\tilde{x} \approx x, \quad x = l \sin \alpha, \quad F_x = -mg \sin \alpha = -mg \frac{x}{l}, \quad \text{следовательно, } x'' + \frac{g}{l} x = 0,$$

$$\text{или } x'' + \omega_0^2 x = 0, \quad \text{где } \omega_0^2 = \frac{g}{l}.$$

**Период колебаний математического маятника:**  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .

В общем случае период колебаний математического маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}, \quad \text{где } g' = \frac{F_n}{m} \text{ — величина, эквивалентная}$$

ускорению свободного падения  $g$ , которая зависит от условий колебаний (например, движение с ускорением точки подвеса; наличие электромагнитных воздействий на колеблющееся заряженное тело и т.д.),  $F_n$  — натяжение нити при равновесии маятника в состоянии покоя для данных условий. Для маятника, покоящегося на Земле,  $g' = g$ .

Формулы для  $E_K$  и  $E_{\Pi}$  и начальные условия аналогичны рассмотренным для пружинного маятника.

## ЗАДАЧИ

1. Период колебаний математического маятника равен 1,5 с. Во сколько раз необходимо увеличить длину маятника, чтобы период колебаний стал равен 3 с?

*Решение*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad \text{Чтобы } T \text{ увеличить вдвое, длину } l \text{ надо увеличить в 4 раза.}$$

*Ответ:* 4.

2. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а радиус Земли в 3,7 раза больше радиуса Луны. Во сколько раз увеличится период колебаний математического маятника, если перенести его с Земли на Луну?

*Решение*

Запишем выражения для периодов колебаний на Земле и Луне:

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_3}}, \quad g_3 = G\frac{M_3}{R_3^2}, \quad T_{\text{Л}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{\text{Л}}}}, \quad g_{\text{Л}} = G\frac{M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}^2}, \quad \text{следовательно,}$$

$$\frac{T_{\text{Л}}}{T_3} = \sqrt{\frac{g_3}{g_{\text{Л}}}} = \sqrt{\frac{M_3 R_{\text{Л}}^2}{M_{\text{Л}} R_3^2}} = \frac{9}{3,7} = 2,4 \text{ раза.}$$

Ответ: 2,4.

3. Маленький груз на нити совершает свободные колебания с частотой  $\nu$ . Какая из величин, характеризующих движущийся груз, изменяется: А) с частотой  $\nu$ ; Б) с частотой  $2\nu$ ?

- 1) ускорение
- 3) масса
- 2) полная механическая энергия
- 4) потенциальная энергия

А	Б

Решение

При колебаниях ускорение груза изменяется с частотой  $\nu$ . Полная механическая энергия и масса остаются постоянными. Потенциальная энергия изменяется с частотой  $2\nu$ .

Ответ: 14.

4. Математический маятник отклонили на небольшой угол и отпустили без толчка. Период колебания маятника равен  $T$ . Через какое минимальное время кинетическая энергия маятника достигнет максимума?

Решение

Изменения энергии происходят с периодом в 2 раза меньшим, чем период самих колебаний, в положениях 1 и 3 (рис. 43.2), кинетическая энергия маятника равна нулю, в точке 2 она максимальна, значит, минимальное время, через которое кинетическая энергия маятника достигнет максимума, равно  $\frac{T}{4}$ .

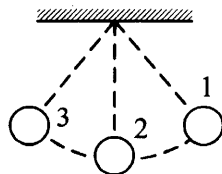


Рис. 43.2

Ответ:  $\frac{T}{4}$ .

5. Груз на нити совершает свободные колебания между точками 1 и 3 (см. рис. 43.2). В каком положении груза станут равными нулю значения перечисленных в левом столбце величин?

- |   |                        |
|---|------------------------|
| А) равнодействующей силы  | 1) в точке 2           |
| Б) скорости   | 2) в точках 1 и 3      |
| В) потенциальной энергии (относительно нижней точки траектории) | 3) в точках 1, 2, 3    |
| Г) угловой скорости   | 4) ни в одной из точек |
| Д) циклической частоты колебаний                                |                        |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г	Д

*Решение*

Согласно второму закону Ньютона равнодействующая сил равна:

$\vec{F}_{\text{равн.}} = m\vec{a}$ , но полное ускорение груза ни в одной из точек не равно нулю. В самом деле, в точках 1 и 3 скорость груза равна нулю, но он имеет касательное ускорение, направленное так же, как возвращающая сила. В точке 2 скорость груза максимальна, и он имеет центростремительное ускорение, здесь потенциальная энергия равна 0. Угловая скорость ( $\omega = \frac{v}{L}$ ) становится равной нулю в тех же точках (1 и 3), что и  $v$ . Циклическая частота, как и период, являются постоянными для собственных незатухающих колебаний.

*Ответ:* 42124.

6. С каким ускорением  $a$  и в каком направлении должна двигаться кабина лифта, чтобы находящийся в ней секундный математический маятник за время  $t = 2$  мин 30 с совершил  $n = 100$  колебаний?

*Решение*

В зависимости от направления ускорения лифта  $g' = g \pm a$ . Период гармонических колебаний математического маятника:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$ ,

причем «+» соответствует ускорению, направленному вверх, а «-» — направленному вниз. Так как период увеличился (маятник совершил  $n = 100$  колебаний за время  $t = 2$  мин 30 с = 150 с, а не за время  $t_1 = 100$  с), то  $g' = g - a \Rightarrow$  ускорение лифта направлено вниз.

Период колебаний маятника в движущемся лифте:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}} = \frac{t}{n}$$

В неподвижном лифте маятник имел период:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{t}{nT_0} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} \Rightarrow a = g \left( 1 - \frac{n^2 T_0^2}{t^2} \right) \approx 5,4 \text{ м/с}^2.$$

*Ответ:* вниз  $5,4 \text{ м/с}^2$ .

7. За одинаковое время один математический маятник делает 50 колебаний, а другой 30. Найдите их длины, если один из них на 32 см короче другого.

*Решение*

Пусть одно и то же время для двух колебаний  $t$ , тогда

$$T_1 = \frac{t}{50}, T_2 = \frac{t}{30} \text{ — периоды колебания для первого и второго маятников.}$$

Так как  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , то меньший период соответствует маятнику с

меньшей длиной нити. Составим систему уравнений, учитывая, что  $l = l' - \Delta l$ ,  $\Delta l = 0,32 \text{ м}$ :

$$\begin{cases} \frac{t}{50} = 2\pi \sqrt{\frac{l' - \Delta l}{g}}, \\ \frac{t}{30} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}, \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{l' - \Delta l}{l'}}$$

Подставив данные задачи, получим:  $l' = 0,5 \text{ м}$ ,  $l = 0,18 \text{ м}$ .

*Ответ:*  $0,5 \text{ м}$ ;  $0,18 \text{ м}$ .

8. Определите длину маятника по графику зависимости его координаты от времени  $x(t)$  (рис. 43.3).

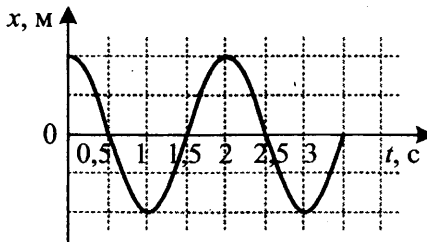


Рис. 43.3



*Решение*

По графику определим период колебаний маятника (время одного полного колебания):  $T = 2$  с. Так как  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , то  $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 1,01$  м.

*Ответ:* 1,01 м.

9. Математический маятник длиной 1 м совершает гармонические колебания в кабине самолета. Чему равен период колебаний маятника при движении самолета в горизонтальном направлении с постоянным ускорением  $3 \text{ м/с}^2$ ? Будет ли зависеть период от знака ускорения?

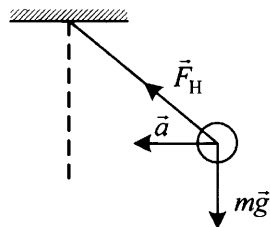


Рис. 43.4

*Решение*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}, \text{ где } g' = \frac{F_H}{m} \text{ (рис. 43.4).}$$

$$F_H = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} \Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2} = 10,44 \text{ м/с}^2.$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,31 = 1,94 \text{ с.}$$

Период не будет зависеть от знака ускорения, так как он будет определять лишь направление отклонения маятника в положении равновесия.

*Ответ:* 1,94 с, от направления ускорения не зависит.

10. Два шарика подвешены на нитях одинаковой длины  $l$ . Первый шарик поднимают по вертикали до точки подвеса, второй при натянутой нити отклоняют на малый угол  $\alpha$  от вертикали, так что его колебания можно считать гармоническими. Шарика одновременно отпускают. Какой из них раньше достигнет положения равновесия?

*Решение*

Первый шарик свободно падает в течение времени

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}} = 1,41\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Второй шарик окажется в положении равновесия через время

$$t_2 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{l}{g}} = 1,57\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow t_2 > t_1.$$

*Ответ:* первый шарик.

11. Точные астрономические часы с секундным маятником установлены в подвале здания. На сколько отстанут эти часы за сутки, если их перенести на верхний этаж здания? Высота верхнего этажа относительно подвала 200 м.

*Решение*

За сутки маятник с периодом  $T_1$  делает  $N$  колебаний:

$$N = \frac{24 \cdot 3600}{T_1}.$$

После переноса часов период колебаний маятника  $T_2$ . За сутки часы отстанут на  $\Delta t = N(T_2 - T_1)$ . Пусть до переноса часов

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}, \text{ после — } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}.$$

Из закона всемирного тяготения следует, что

$$\frac{g_2}{g_1} = \left( \frac{R_3}{R_3 + h} \right)^2, \text{ тогда } T_2 = T_1 \frac{R_3 + h}{R_3} \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{h}{R_3} T_1,$$

$$\Delta t = \frac{Nh}{R_3} T_1 = 2,7 \text{ с.}$$

*Ответ:* 2,7 с.

12. Маленький шарик массой  $m = 10$  г, имеющий заряд  $q = 10^{-5}$  Кл, подвешен на легкой непроводящей нити длиной  $l = 1$  м в однородном электрическом поле напряженностью  $E = 10^4$  В/м. Силовые линии поля образуют с вертикалью угол  $\alpha = 60^\circ$  (рис. 43.5). Найдите период малых колебаний шарика.

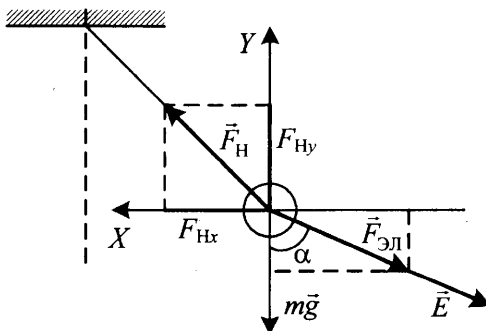


Рис. 43.5

*Решение*

Период колебаний шарика на нити:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ , где  $g' = \frac{F_H}{m}$ .

Величину  $g'$  найдем, записав второй закон Ньютона для шарика в положении равновесия при данных условиях (рис. 43.5):  $m\vec{g} + \vec{F}_H + \vec{F}_{Эл} = 0$ . В проекциях на оси  $X$  и  $Y$ :  $F_{Hx} - F_{Эл}\sin\alpha = 0$ , где  $F_{Эл} = qE$ ,  $F_{Hy} - F_{Эл}\cos\alpha - mg = 0$ .

$$F_H = \sqrt{F_{Hx}^2 + F_{Hy}^2} = \sqrt{(F_{Эл} \sin\alpha)^2 + (F_{Эл} \cos\alpha + mg)^2}, \text{ следовательно,}$$

$$g' = \frac{F_H}{m} = \frac{\sqrt{F_{Эл}^2 + 2mg \cdot F_{Эл} \cos\alpha + m^2 g^2}}{m}.$$

Подставив данные условия, получим:  $g' = 17,3 \text{ м/с}^2$ . Тогда  $T = 1,5 \text{ с}$ .  
 Ответ: 1,5 с.

### Замечание

- Этот ответ можно получить, используя теорему косинусов для векторного сложения приложенных к шарiku сил.

## § 44. Вынужденные колебания. Резонанс. Понятие об автоколебаниях

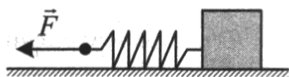


Рис. 44.1

Рассмотрим **вынужденные колебания** — колебания под действием внутренней силы упругости (или возвращающей силы) и внешней периодической силы  $F = F_0 \sin \omega t$  (рис. 44.1).

Уравнение движения:

$$x'' + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t,$$

где  $\omega_0$  — частота собственных колебаний. В установившемся режиме маятник совершает вынужденные гармонические колебания с частотой  $\omega$ , поэтому будем искать решение уравнения в виде  $x = A \sin \omega t$ . Чтобы найти амплитуду  $A$ , подставим данное выражение в уравнение движения:

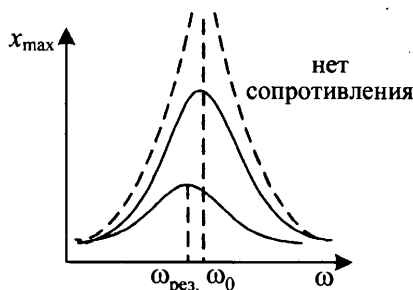


Рис. 44.2

$$-\omega^2 A \sin \omega t + \omega_0^2 A \sin \omega t = \frac{F_0}{m} \sin \omega t,$$

следовательно,  $A = \frac{F_0}{m|\omega_0^2 - \omega^2|}$ .

Следовательно, если  $\omega \rightarrow \omega_0$ , амплитуда  $A$  растет. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от циклической частоты  $A = x_{\max} = f(\omega)$  показана на рисунке 44.2. В отсутст-

вие сопротивления в системе при  $\omega = \omega_0$  амплитуда  $A = x_{\max}$  резко увеличивается — наблюдается резонанс.

**Резонанс** — это явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынужденных колебаний к резонансной частоте. На практике  $x_{\max}$  в точке  $\omega_0$  конечно за счет сопротивления среды. Чем больше сопротивление, тем слабее выражен резонанс. При малом сопротивлении  $\omega_{\text{рез.}} \approx \omega_0$ , т.е. резонансная частота совпадает с частотой собственных колебаний. С ростом сопротивления среды резонансная частота сдвигается в сторону меньших частот, а амплитуда в момент резонанса понижается.

Колебательная система, совершающая незатухающие колебания за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами, называется **автоколебательной системой**. Любая автоколебательная система состоит из четырех частей:

а) колебательная система;

б) источник энергии, компенсирующий потери энергии из-за трения или других сил сопротивления; время его воздействия («открывания») определяется самой колебательной системой;

в) клапан — устройство, которое регулирует поступление энергии в колебательную систему определенными порциями;

г) система обратной связи — устройство для управления работой «клапана» за счет процессов в самой колебательной системе.

К автоколебательным системам относятся часы с анкерным ходом, паровые машины, двигатели внутреннего сгорания, электрические звонки.

## ЗАДАЧИ

1. Для каких маятников, подвешенных на струне (рис. 44.3), возможен резонанс?

*Решение*

Длины маятников 1, 2 и 5 одинаковы  $\Rightarrow$  периоды и частоты собственных колебаний равны.

*Ответ:* 1, 2, 5.

2. В каком из перечисленных устройств использованы автоколебания? Выберите два верных варианта.

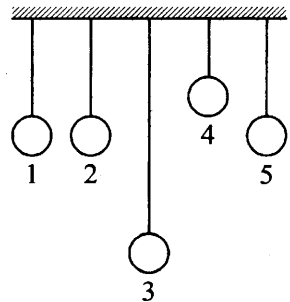


Рис. 44.3

- 1) колебательный контур радиоприемника
- 2) механические часы
- 3) поршневые паровые машины
- 4) рессоры автомобиля

*Решение*

Автоколебания — колебания, поддерживаемые за счет внутренних источников энергии системы при отсутствии внешней переменной силы, этот процесс имеет место в механизме механических часов и поршневых паровых машинах.

*Ответ:* 23.

3. Найдите скорость движения трамвая, при которой амплитуда вертикальных колебаний вагона максимальна, если период собственных вертикальных колебаний вагона  $T = 3$  с, а расстояние между стыками рельсов  $l = 36$  м.

*Решение*

Амплитуда колебаний максимальна при совпадении собственных колебаний вагона и толчков вагона на стыке рельсов:  $v = \frac{l}{T} = 12$  м/с.

*Ответ:*  $v = 12$  м/с.

# Электромагнитные колебания. Переменный ток

## § 45. Свободные электромагнитные колебания в контуре.

### Превращение энергии в колебательном контуре.

#### Затухающие электромагнитные колебания

Электрическая цепь из конденсатора и катушки, в которой происходят электромагнитные колебания, называется **электрическим колебательным контуром**.

Периодически повторяющиеся изменения силы тока (заряда, напряжения) в электрической цепи, происходящие без потребления энергии от внешних источников, называются **свободными электромагнитными колебаниями**. Колебания сопровождаются периодическими превращениями энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки (и наоборот).

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 45.1). При замыкании ключа К в цепи начнутся электромагнитные колебания. По закону сохранения энергии полная электромагнитная энергия контура в любой момент времени, равная сумме энергий электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки индуктивности, с течением времени остается постоянной и равной:

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2}.$$

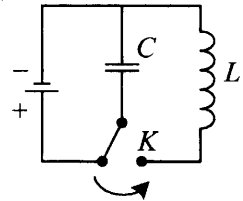


Рис. 45.1

Из последнего выражения можно получить:  $q'' + \frac{1}{CL}q = 0$ , или

$q'' + \omega_0^2 q = 0$  — **уравнение колебаний**, где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  — **собственная циклическая частота** колебательного контура. Период колебаний:

$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$  определяется по

#### формуле Томсона.

Если при  $t = 0$ ,  $q = q_m$ , то решение уравнения колебаний имеет вид:  $q = q_m \cos \omega_0 t$  (рис. 45.2). Поскольку  $I = q' = -\omega_0 q_m \cdot \sin \omega_0 t$ , то  $I_m = \omega_0 q_m$ .

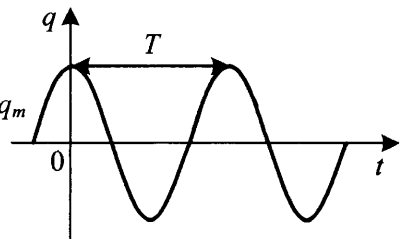


Рис. 45.2

Так как  $\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2}$ , то  $I_m^2 = \frac{C^2}{LC} U_m^2$ , или  $I_m = \omega_0 U_m C$ . Аналогично  $U_m^2 = \frac{L}{C} I_m^2 = \frac{L^2}{LC} I_m^2 = \omega_0^2 L^2 I_m^2$ , или  $U_m = \omega_0 L I_m$ .

По закону Ома из полученных выражений можно определить сопротивление катушки индуктивности и емкости в цепи переменного тока:  $I_m = \frac{U_m}{X_L}$ , где  $X_L = \omega_0 L$  — индуктивное сопротивление;  $I_m = \frac{U_m}{X_C}$ , где  $X_C = \frac{1}{\omega_0 C}$  — емкостное сопротивление.

**Энергия магнитного поля**, запасенная в катушке в произвольный момент времени:

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{L(-\omega_0 q_m \cdot \sin \omega_0 t)^2}{2} = \frac{L\omega_0^2 q_m^2}{2} \left( \frac{1 - \cos 2\omega_0 t}{2} \right).$$

**Энергия электрического поля конденсатора** в произвольный момент времени:  $W_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{(q_m \cdot \cos \omega_0 t)^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \left( \frac{1 + \cos 2\omega_0 t}{2} \right).$

Зависимость энергии магнитного поля от времени показана на рисунке 45.3 пунктирной линией.

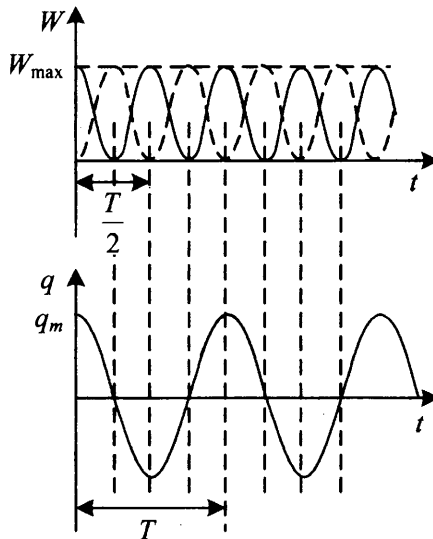


Рис. 45.3

Зависимость энергии электрического поля от времени — сплошной линией. Для сравнения периодов колебаний внизу приведен график  $q(t)$ .

### Замечание

- Энергия магнитного и электрического поля изменяется с удвоенной частотой и в любой момент времени  $W_M + W_E = W_{\max}$ .

Полная энергия электромагнитных колебаний в контуре при отсутствии потерь энергии — неизменна.

В реальных колебательных контурах присутствует активное (омическое) сопротивление  $R$ , что ведет к затуханию колебаний (рис. 45.4).

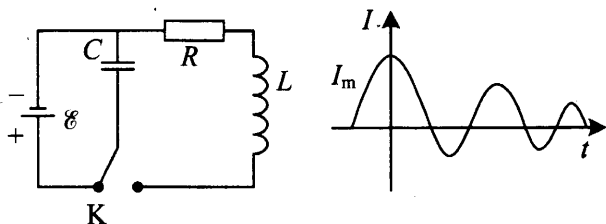


Рис. 45.4

## ЗАДАЧИ

- Чему равна амплитуда колебаний электрического заряда на обкладках конденсатора в колебательном контуре? Зависимость силы тока от времени изображена на рисунке 45.5.

*Решение*

Амплитуда колебаний электрического заряда:  $q_m = \frac{I_m}{\omega_0}$ . По рисунку 45.5

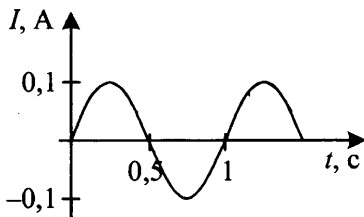


Рис. 45.5

определим амплитуду колебаний силы тока:  $I_m = 0,1$  А. Колебания повторяются через  $T = 1$  с (период колебаний). Циклическая частота колебаний:  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 6,28$  рад/с, тогда  $q_m = 0,016$  Кл.

*Ответ:*  $q_m = 0,016$  Кл.



2. Чему равна начальная фаза колебаний электрического заряда на обкладках конденсатора (рис. 45.6)?

*Решение*

Уравнение колебаний заряда на обкладках конденсатора имеет вид  $q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ . Максимальный заряд конденсатора  $q_m = 0,2$  мКл, при  $t = 0$   $q = 0,1$  мКл (рис. 45.6). Тогда согласно уравнению колебаний:

$$0,1 = 0,2 \cos \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}.$$

*Ответ:*  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

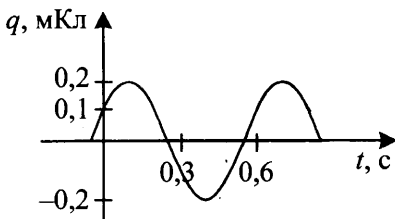


Рис. 45.6

3. Каков закон изменения силы тока в колебательном контуре (рис. 45.7)?

*Решение*

Колебания происходят по закону синуса с начальной фазой  $\varphi_0 = 0$  (рис. 45.7), периодом  $T = 0,2$  с ( $\omega = 10\pi$  рад/с). Амплитуда силы тока:

$$I_m = 0,5 \text{ А} \Rightarrow \text{сила тока изменяется по закону } I = 0,5 \sin 10\pi t.$$

*Ответ:*  $I = 0,5 \sin 10\pi t$ .

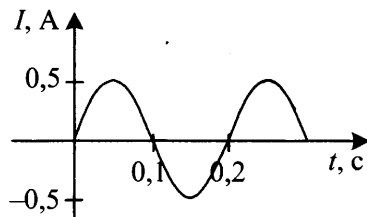


Рис. 45.7

4. Заряд на пластинах конденсатора изменяется с течением времени по закону  $q = 10^{-2} \sin 10^3 \pi t$  (Кл). Как зависит сила тока от времени?

*Решение*

Поскольку  $I = q'$  (первая производная по времени), то  $I = 10^{-2} \cdot 10^3 \pi \cos 10^3 \pi t$  или  $I = 10 \pi \cos 10^3 \pi t$ .

*Ответ:*  $I = 10 \pi \cos 10^3 \pi t$ .

5. Колебательный контур состоит из плоского воздушного конденсатора емкостью  $C$  и катушки индуктивностью  $L$ . Как изменится:

- А) частота электромагнитных колебаний,  
 Б) максимальный заряд на обкладках конденсатора,

В) максимальный ток в катушке индуктивности, если увеличить расстояние между обкладками конденсатора при условии, что полная электромагнитная энергия контура не изменилась?

- 1) уменьшится
- 2) увеличится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Емкость конденсатора равна  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ , при увеличении расстояния между обкладками емкость уменьшается. Частота электромагнитных колебаний  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  возрастет, максимальный заряд на обкладках конденсатора уменьшится, поскольку полная энергия не изменилась

$$W_m = \frac{q_m^2}{2C}. \text{ Максимальный ток не изменится, так как } W_m = \frac{LI_m^2}{2}.$$

*Ответ:* 213.

6. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $C = 400$  пФ и катушки индуктивности  $L = 10$  мГн. Найдите амплитуду колебаний силы тока  $I_m$ , если амплитуда колебаний напряжения  $U_m = 600$  В.

*Решение*

Согласно закону сохранения энергии:  $\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2}$ ; отсюда

$$I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}} = 0,12 \text{ А.}$$

*Ответ:*  $I_m = 0,12$  А.

7. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно (рис. 45.8).

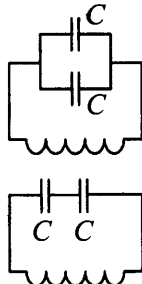


Рис. 45.8

Период собственных колебаний в контуре  $T_1 = 20$  мс. Чему будет равен период  $T_2$ , если конденсаторы включить последовательно?

*Решение*

При параллельном соединении

$$C_{\text{общ.}} = 2C, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{1}{\sqrt{LC_{\text{общ.}}}} = \frac{1}{\sqrt{2LC}}, \quad \text{отсюда } T_1 = 2\pi\sqrt{2LC}.$$

При последовательном соединении  $C_{\text{общ.}} = \frac{C}{2}$ ,

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{LC_{\text{общ.}}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}}, \quad \text{отсюда } T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{LC} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2} = 10 \text{ мс.}$$

*Ответ:*  $T_2 = 10$  мс.

## § 46. Вынужденные электрические колебания.

### Переменный ток. Генератор переменного тока.

#### Двигатель переменного тока

Вынужденными электромагнитными колебаниями называют периодические изменения силы тока и напряжения в электрической цепи, происходящие под действием переменной ЭДС внешнего источника.

**Переменный ток** — вынужденные гармонические колебания силы тока.

Рассмотрим принцип действия **генератора переменного тока**. Пусть в постоянном магнитном поле вращается (под действием

внешней силы) прямоугольная рамка из проводника. При повороте рамки на угол  $\alpha = \omega t$  (рис. 46.1) на ее выводах возникает ЭДС индукции.

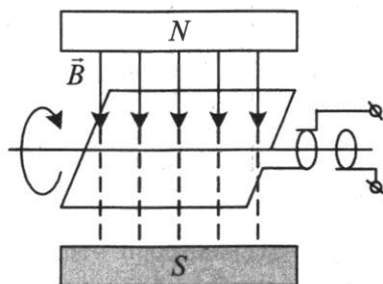


Рис. 46.1

Согласно закону электромагнитной индукции она равна:

$\mathcal{E} = -\Phi' = (-BS \cdot \cos\alpha)' = BS\omega \cdot \sin\omega t$ , или  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$ , где  $\mathcal{E}_m = BS\omega$ . Если рамка имеет  $N$  витков, то  $\mathcal{E}_m = BNS_0\omega$ ,  $S_0$  — площадь одного витка.

Зависимость ЭДС от времени представлена на рисунке 46.2. На практике ЭДС возбуждается не путем вращения рамки в постоянном магнитном поле, а путем вращения постоянного магнитного поля (**ротора**) внутри неподвижной рамки (**статора**). Это позволяет не использовать контактные кольца для снятия напряжения, а следовательно, снимать более высокое напряжение.

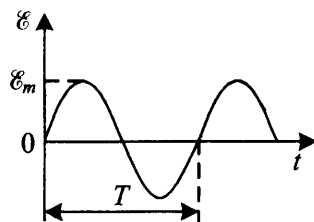


Рис. 46.2

Генератор переменного тока может работать и как **двигатель переменного тока**. Если рамку подключить к внешнему источнику переменного тока, то она начнет вращаться за счет действия силы Ампера на проводники рамки (превращение энергии электромагнитного поля в механическую).

## ЗАДАЧИ

1. Мгновенное значение ЭДС генератора переменного тока для фазы  $30^\circ$  равно 120 В. Чему равна амплитуда ЭДС?

*Решение*

Мгновенное значение ЭДС генератора переменного тока:  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\omega t$  или  $120 = \mathcal{E}_m \sin 30^\circ$ , отсюда  $\mathcal{E}_m = 240$  В.

*Ответ:*  $\mathcal{E}_m = 240$  В.

2. Прямоугольная рамка вращается с частотой  $\omega$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  (рис. 46.3). Как изменится напряжение на клеммах  $ab$ , если:

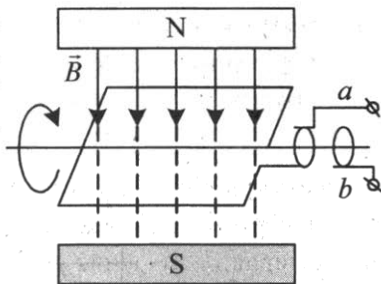


Рис. 46.3

- А) увеличить индукцию магнитного поля  $B$ ,  
 Б) уменьшить площадь рамки  $S$ ,  
 В) увеличить число витков рамки  $N$ ?

- 1) уменьшится  
 2) увеличится  
 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Поскольку максимальное (амплитудное) значение ЭДС  $\mathcal{E}_m = BNS\omega$ , где  $B$  — индукция магнитного поля,  $S$  — площадь витка рамки,  $N$  — число витков обмотки, то максимальное значение ЭДС зависит от числа витков обмотки, числа оборотов ротора в единицу времени, площади витка и индукции магнитного поля. Значит, если  $B \uparrow \Rightarrow \mathcal{E}_m \uparrow$ ,  $S \downarrow \Rightarrow \mathcal{E}_m \downarrow$ ,  $N \uparrow \Rightarrow \mathcal{E}_m \uparrow$ .

*Ответ:* 212.

3. Рамка площадью  $200 \text{ см}^2$  вращается вокруг оси с частотой  $8 \text{ Гц}$  в магнитном поле индукцией  $0,4 \text{ Тл}$ . Написать уравнение  $\Phi = \Phi(t)$  и  $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$ , если при  $t = 0$  нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям индукции поля. Найдите амплитуду ЭДС индукции.

*Решение*

Так как при  $t = 0$ ,  $\Phi_0 = BS \cos \alpha = BS \cos 90^\circ = 0$ , то для произвольного момента времени:  $\Phi = BS \cdot \sin \omega t$  или  $\Phi = 0,4 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 2\pi \nu t$ ,  $\Phi = 0,008 \cdot \sin 16\pi t$ .

Поскольку  $\mathcal{E} = \Phi'$ , то  $\mathcal{E} = -\omega BS \cos \omega t = -0,4 \cos 16\pi t \Rightarrow \mathcal{E}_m = 0,4 \text{ В}$ .

*Ответ:*  $\Phi = 0,008 \cdot \sin 16\pi t$ ,  $\mathcal{E} = -0,4 \cos 16\pi t$ ,  $\mathcal{E}_m = 0,4 \text{ В}$ .

## § 47. Действующие значения напряжения и силы тока.

### Катушка в цепи переменного тока. Конденсатор в цепи переменного тока. Колебательный контур. Электрический резонанс

Действующее (эффективное) значение силы тока (эту величину мы и измеряем приборами) равно силе такого постоянного тока, который за период изменения переменного тока в том же проводнике создал бы тепловой эффект, равный создаваемому имеющимся переменным током:

током:  $I_{\text{д}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ . Аналогично определяется действующее

значение напряжения:  $U_{\text{д}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ .

Активная мощность  $P$  цепи переменного тока связана с превращением электрической энергии во внутреннюю и равна  $P = U_{\text{д}} I_{\text{д}} \cos \varphi$ , где  $\cos \varphi$  — коэффициент мощности,  $\varphi$  — угол сдвига между током и напряжением. Количество теплоты, выделившейся в проводнике за время  $t$  при протекании переменного тока, равно:

$$Q = Pt = \frac{I_m U_m}{2} t = I_{\text{д}} U_{\text{д}} t.$$

Рассмотрим процессы, происходящие в проводнике, включенном в цепь переменного тока (рис. 47.1).

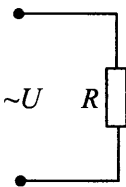


Рис. 47.1

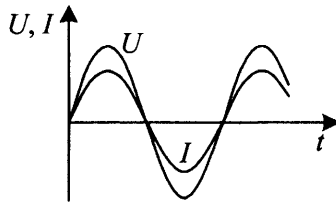


Рис. 47.2

Пусть  $U = U_m \cdot \cos \omega t$ , тогда  $I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t$ , т.е. ток и напряжение совпадают по фазе (рис. 47.2).

Мощность переменного тока  $P = I \cdot U = I_m \cdot U_m \cos^2 \omega t$ . Средняя мощность переменного тока за период колебаний  $T$ :

$$P_{\text{ср.}} = \frac{I_m U_m}{2} = I_{\text{д}} U_{\text{д}}; \text{ закон Ома: } I = I_m \cos \omega t = \frac{U_m \cos \omega t}{R}.$$

Включим идеальную (активным сопротивлением которой можно пренебречь) катушку индуктивности в цепь переменного тока

(рис. 47.3). Пусть  $U = U_m \sin \omega t$ ; поскольку в данной цепи отсутствует активное сопротивление  $R$  и за счет самоиндукции катушки появляется дополнительный источник, то, согласно второму закону Кирхгофа,

$$U + \mathcal{E} = 0, \text{ где } \mathcal{E} = -LI', \text{ тогда } U = LI', \text{ откуда } I = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t, \text{ или}$$

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \text{ То есть ток отстает от напряжения по фазе на } \frac{\pi}{2}$$

(рис. 47.4).

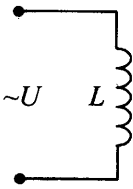


Рис. 47.3

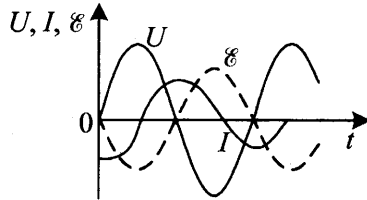


Рис. 47.4

Амплитуда силы тока равна  $I_m = \frac{U_m}{\omega L}$  или  $I_D = \frac{U_D}{\omega L}$ .  $X_L = \omega L$  —

индуктивное сопротивление катушки, тогда закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только индуктивное сопротивление

$X_L = \omega L$ , имеет вид  $I_m = \frac{U_m}{X_L}$  или  $I_D = \frac{U_D}{X_L}$ . Зависимости напряжения,

силы тока и ЭДС от времени представлены на рисунке 47.4.

Мгновенная мощность переменного тока в цепи с катушкой ин-

дуктивности:  $P = IU = -\frac{U_m^2}{\omega L} \sin \omega t \cos \omega t$ .

### Замечание

- На катушке индуктивности мощность (энергия) не выделяется. Половину периода катушка потребляет электрическую энергию от источника тока, а вторую половину периода колебаний катушка отдает полученную энергию источнику.

Включим конденсатор в цепь переменного тока (рис. 47.5).

Пусть  $U = U_m \sin \omega t$ , так как  $q = CU$ , а  $I = q' = (CU_m \sin \omega t)'$ , то  $I = U_m \omega C \times$

$\times \cos \omega t$  или  $I = U_m \omega C \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ , следовательно, ток опережает

напряжение по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

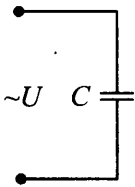


Рис. 47.5

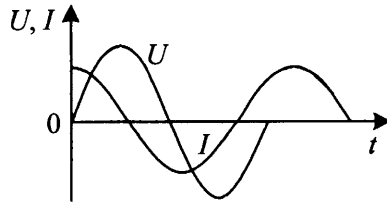


Рис. 47.6

Амплитуда силы тока  $I_m = U_m \omega C$ .  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  — емкостное сопротивление конденсатора, тогда закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только емкостное сопротивление, имеет вид:  $I_m = \frac{U_m}{X_C}$

или  $I_D = \frac{U_D}{X_C}$ . Зависимость напряжения и силы тока от времени представлена на рисунке 47.6. Мгновенная мощность переменного тока в цепи с конденсатором:  $P = IU = U_m^2 \omega \cdot C \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$ .

### Замечание

- На конденсаторе мощность (энергия) не выделяется. Половину периода колебаний он потребляет электрическую энергию от источника тока, а вторую половину периода — отдает полученную энергию источнику.

При последовательном соединении  $R, L, C$  (последовательный колебательный контур) закон Ома имеет вид:

$$I_D = \frac{U_D}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_D}{Z}, \quad \text{где } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ — со-}$$

противление контура.

Если в цепи отсутствует конденсатор ( $C = \infty$ ), то сопротивление цепи равно:  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ . Если в цепи отсутствует катушка ин-

дуктивности ( $L = 0$ ), то сопротивление цепи равно:  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ .

Активная мощность  $P$  цепи переменного тока:  $P = U_D I_D \cos \varphi$ , где  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ .

Явление резкого увеличения амплитуды колебаний тока в последовательном колебательном контуре (см. зависимость  $I_m(\omega)$ ) при прибли-



жении частоты внешних колебаний к собственной частоте электромагнитных колебаний контура называется **электрическим резонансом** (рис. 47.7).

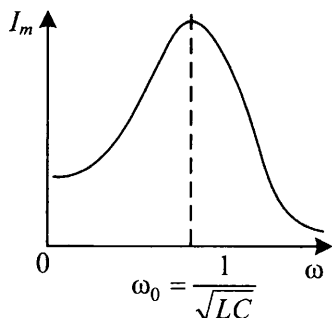


Рис. 47.7

При резонансе, когда  $\omega = \omega_0$  или  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ , амплитуда силы тока равна  $I_m = \frac{U_m}{R}$ , амплитуды напряжения на катушке и на конденсаторе соответственно равны:  $U_{mC} = U_{mL} = I_m \cdot X_L = \frac{U_m}{R} \omega L$ . Если  $\frac{\omega L}{R} \gg 1$ , то амплитуда напряжения на катушке и конденсаторе больше приложенного напряжения  $U_m$ .

## ЗАДАЧИ

- Выберите два верных утверждения. При включении конденсатора в цепь переменного тока
  - колебания напряжения на его обкладках отстают по фазе от силы тока на  $\frac{\pi}{2}$
  - колебания напряжения на его обкладках опережают по фазе силу тока на  $\frac{\pi}{2}$
  - колебания силы тока опережают по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  колебания напряжения на его обкладках
  - колебания напряжения на его обкладках опережают по фазе силу тока на некоторый угол  $\alpha$

*Решение*

Напряжение отстает по фазе от силы тока на  $\frac{\pi}{2}$ . Колебания силы тока опережают по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  колебания напряжения.

*Ответ:* 13.

2. Какой из графиков (рис. 47.8) выражает зависимость емкостного сопротивления в цепи переменного тока от циклической частоты?

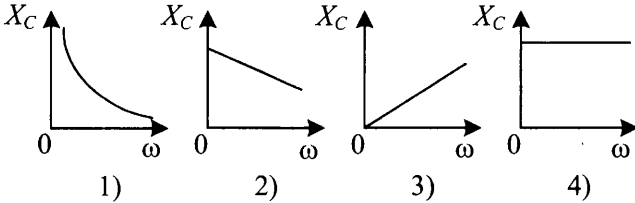


Рис. 47.8

*Решение*

Емкостное сопротивление в цепи переменного тока:  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ .

Данной зависимости соответствует первый график.

*Ответ:* 1).

3. Чему равна разность фаз между:

- А) колебаниями заряда на обкладках конденсатора и силой тока в катушке;
- Б) колебаниями заряда на обкладках конденсатора и ЭДС самоиндукции в катушке в колебательном контуре?

- 1) 0                      2)  $\frac{\pi}{4}$                       3)  $\frac{\pi}{2}$                       4)  $\pi$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Пусть колебания заряда на обкладках конденсатора изменяются по закону  $q = q_m \cos \omega_0 t$ . ЭДС самоиндукции в катушке равна  $\mathcal{E} = -LI'$ , где  $I = q' = -\omega_0 q_m \cdot \sin \omega_0 t$ . Тогда  $\mathcal{E} = -LI' = L\omega_0^2 q_m \cos \omega_0 t$ . Сравнивая

выражения для заряда и тока, для заряда и ЭДС, найдем, что разность фаз в первом случае равна  $\frac{\pi}{2}$ , а во втором равна нулю.

*Ответ:* 31.

4. Какое количество теплоты выделится на резисторе с активным сопротивлением  $R = 10$  Ом за 4 периода колебаний, если мгновенное значение переменного напряжения на сопротивлении описывается уравнением  $U = 15\cos 100\pi t$  (В)?

*Решение*

Активная (средняя) мощность  $P$  цепи переменного тока равна  $P = \frac{U_m I_m}{2}$ , где  $U_m = 15$  В,  $I_m = \frac{U_m}{R} = 1,5$  А. Период колебаний переменного тока равен  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = 0,02$  с. Количество теплоты, выделяющейся в проводнике:  $Q = Pt = P \cdot 4T = 0,9$  Дж.

*Ответ:* 0,9 Дж.

5. Найдите мощность, теряемую в проводах, и КПД линии передачи, если начальная мощность 100 кВт, напряжение на станции 220 В, сопротивление проводов 0,05 Ом, сдвиг фаз между током и напряжением  $30^\circ$ .

*Решение*

Начальная мощность равна  $P = IU\cos\varphi$ , отсюда  $I = \frac{P}{U\cos\varphi}$ . Мощность, теряемая в проводах, равна  $P_{\text{пр.}} = I^2 R$ , с учетом выражения для тока  $I$  получим  $P_{\text{пр.}} = \left(\frac{P}{U\cos\varphi}\right)^2 \cdot R = 13,78$  кВт. КПД линии передачи

$$\eta = \frac{P - P_{\text{пр.}}}{P} \cdot 100\% = 86,22\%.$$

*Ответ:*  $P_{\text{пр.}} = 13,78$  кВт,  $\eta = 86,22\%$ .

6. Конденсатор емкостью  $C$ , катушка индуктивностью  $L$  и лампочка от карманного фонарика соединены последовательно и подключены к звуковому генератору. При какой частоте  $\nu$  яркость лампочки максимальна?

*Решение*

Для последовательного колебательного контура (рис. 47.9):  $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ ,

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

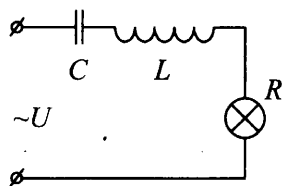


Рис. 47.9

Яркость лампочки максимальна при максимальной амплитуде силы тока, т.е. при  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ .

*Ответ:*  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ .

7. Катушка индуктивности  $L = 63$  мГн обладает активным сопротивлением. Полное сопротивление такой катушки при частоте тока 50 Гц равно 25 Ом. Найдите полное сопротивление этой катушки в цепи переменного тока с частотой 100 Гц.

*Решение*

Сопротивление данной цепи равно  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ , отсюда  $R = \sqrt{Z^2 - (\omega L)^2} = \sqrt{Z^2 - (2\pi\nu_1 L)^2} = 15,3$  Ом. Полное сопротивление в цепи с частотой 100 Гц равно  $Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu_2 L)^2} = 42,5$  Ом.

*Ответ:*  $Z = 42,5$  Ом.

- 8\*. Конденсатор переменной емкости включен в цепь последовательно с лампочкой от карманного фонаря. Схема питается от генератора звуковой частоты (рис. 47.10). Как изменяется накал лампочки, если:

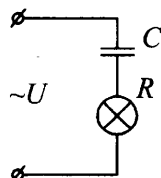


Рис. 47.10

- не меняя емкости конденсатора, увеличивать частоту переменного тока;
- не меняя частоту, увеличивать емкость конденсатора?

*Решение*

Пусть  $i = I_m \cdot \cos\omega t$ , тогда  $U = U_R + U_C$ .

$$\text{Так как } U_R = i \cdot R = I_m R \cdot \cos \omega t \Rightarrow U_C = \frac{1}{C} \int i dt = I_m \frac{1}{\omega C} \sin \omega t = \\ = \frac{I_m}{\omega C} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

$$\text{Тогда } U_R = U - U_C = U - \frac{I_m}{\omega C} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Из последней формулы видно, что при увеличении  $\omega$  второе слагаемое уменьшается,  $U_R$  растёт, как и в случае увеличения ёмкости конденсатора, лампочка будет гореть ярче, так как  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ .

*Ответ:* лампочка будет гореть одинаково ярко в обоих случаях.

## § 48. Трансформатор. Режим холостого хода. Режим нагрузки. Передача электрической энергии

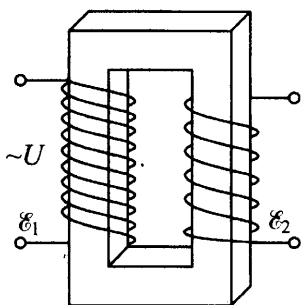


Рис. 48.1

Для преобразования напряжения переменного тока используют **трансформатор**. Принцип действия трансформатора основан на явлении электромагнитной индукции. Пусть первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно  $N_1$  и  $N_2$  витков, укреплены на замкнутом ферромагнитном сердечнике (рис. 48.1). Сердечник состоит из изолированных пластин, служащих для уменьшения вихревых токов.

При подаче переменного напряжения на первичную катушку в ней возникает переменный ток. **Режим холостого хода** — отсутствие тока во вторичной катушке. Переменный ток создает в сердечнике переменный магнитный поток. Этот магнитный поток пронизывает обе катушки и вызывает в первичной катушке ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_1$ , а во вторичной катушке ЭДС взаимной индукции  $\mathcal{E}_2$ :

$\mathcal{E}_1 = -(N_1 \Phi)' = -N_1 \Phi'$ ,  $\mathcal{E}_2 = -(N_2 \Phi)' = -N_2 \Phi'$ , где  $\Phi$  — магнитный поток, созданный одним витком обмотки, а  $\Phi'$  — первая производная потока по времени.

$$\text{Коэффициент трансформации } K = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

При  $K < 1$  трансформатор **повышающий**, при  $K > 1$  трансформатор **понижающий**.

Напряжение на индуктивности в первичной обмотке компенсируется ЭДС самоиндукции  $U_1 = -\mathcal{E}_1$ , напряжение на индуктивности во вторичной обмотке равно создаваемой ЭДС взаимной индукции  $U_2 = -\mathcal{E}_2$ , тогда

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

**Режим нагрузки** — во вторичной катушке существует ток, текущий через сопротивление  $R$  (рис. 48.2). Во вторичной катушке протекает ток  $I_2$ , возбуждающий в том же сердечнике свой магнитный поток, противоположный первому:  $\Phi_{\text{общ.}} = \Phi_1 - \Phi_2$  (знак «-» появляется за счет взаимной индукции). Таким образом, общий магнитный поток уменьшается, что приводит к уменьшению  $\mathcal{E}_1$ . Но так как  $\mathcal{E}_1 \approx -U_1$ , то для сохранения данного равенства необходимо увеличение тока  $I_1$ .

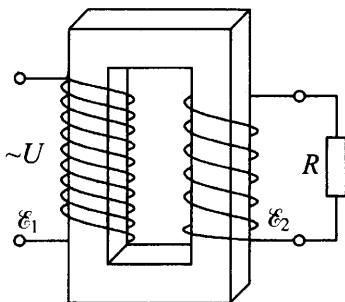


Рис. 48.2

Согласно закону Кирхгофа для вторичной катушки  $\mathcal{E}_2 = U_2 + I_2 R_2$ .

Потери энергии на нагревание проводов и потери в сердечнике за счет перематгничивания в трансформаторе очень малы, и КПД достигает  $\eta = \frac{P_2}{P_1} \approx 95 - 98\%$ . Поэтому можно считать, что мощность  $P_1$ ,

подводимая к первичной обмотке, почти равна мощности  $P_2$ , потребляемой в цепи вторичной обмотки:  $P_1 \approx P_2$  или  $I_1 U_1 \approx I_2 U_2$ , отсюда

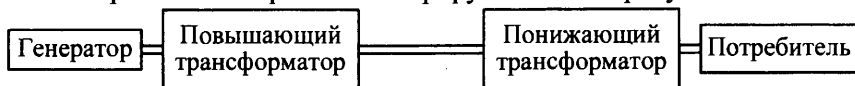
$$\frac{U_1}{U_2} \cong \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{N_1}{N_2} \cong \frac{I_2}{I_1} = K.$$

Пусть надо **передать электрическую энергию** на большое расстояние при минимальных потерях в проводах. Это можно сделать, используя малый ток в проводнике, но при большом напряжении. Потери энергии в подводящих проводах:  $Q = I^2 R t$ .

Для уменьшения потерь необходимо уменьшить силу тока в линии. Это можно осуществить с помощью трансформатора, поскольку

$\frac{N_2}{N_1} \cong \frac{I_1}{I_2}$  или  $I_2 = I_1 K$ . Если  $K \ll 1$ , то потери становятся существенно

меньше, так как  $Q = I_1^2 K^2 R t$ . Здесь  $I, U$  — действующие значения силы тока и напряжения. Таким образом, применение высоковольтной линии передач снижает потери в проводах в  $\frac{1}{K^2}$  раз. Передачу и распределение электрической энергии иллюстрирует схема на рисунке 48.3.



Высоковольтные  
линии  
электропередачи  
(500 кВ, 750 кВ,  
1150 кВ)

Рис. 48.3

## ЗАДАЧИ

1. У какого трансформатора: А) провода первичной обмотки имеют сечение меньше, чем провода вторичной обмотки; Б) число витков первичной обмотки меньше числа витков вторичной обмотки?

- 1) у которого больше мощность
- 2) у понижающего
- 3) у повышающего
- 4) у которого меньше мощность

А	Б

*Решение*

Поскольку  $P_1 \approx P_2$ , то  $I_1 U_1 \approx I_2 U_2$ . Следовательно, если ток в первичной обмотке больше, чем во вторичной, то напряжение на первичной обмотке меньше, чем на вторичной, и наоборот. Согласно закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho \cdot l}, \text{ т.е. проводнику большего сечения соответствует большая}$$

сила тока. Таким образом, если провода первичной обмотки имеют сечение меньше, чем провода вторичной обмотки, то ток первичной обмотки меньше, чем ток вторичной. Следовательно, напряжение на первичной обмотке больше, чем напряжение на вторичной. Трансформатор является понижающим. Если число витков первичной обмотки меньше числа витков вторичной обмотки, то трансформатор повышающий.

*Ответ:* 23.

2. Трансформатор, содержащий в первичной обмотке  $N_1$  витков, позволяет увеличить силу тока в 4 раза. Сколько витков должна иметь вторичная обмотка?

*Решение*

Поскольку  $P_1 \approx P_2$ , т.е.  $U_1 I_1 = I_2 U_2$ , то  $N_2 = \frac{N_1 I_1}{I_2} = \frac{N_1}{4}$ .

*Ответ:*  $N_2 = \frac{N_1}{4}$ .

3. Трансформатор включен в сеть (рис. 48.4). Как изменятся показания приборов при увеличении полезной нагрузки (уменьшении сопротивления резистора  $R$ ):

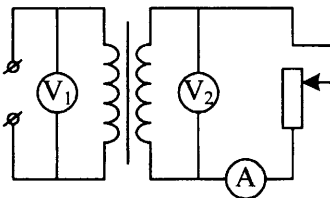


Рис. 48.4

- А) показания первого вольтметра;  
 Б) показания амперметра;  
 В) показания второго вольтметра?  
 1) уменьшатся  
 2) увеличатся  
 3) не изменятся

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При увеличении полезной нагрузки (т.е. повышении мощности во вторичной цепи при уменьшении сопротивления резистора) ток  $I_2$  возрастает. Этот ток уменьшает общий магнитный поток в сердечнике и тем самым уменьшает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_1$  и взаимной индукции  $\mathcal{E}_2$ .  $\mathcal{E}_2$  — уменьшается, а следовательно, уменьшается  $U_2$ . Уменьшение  $\mathcal{E}_1$  приводит к тому, что не выполняется уравнение  $\mathcal{E}_1 \approx -U_1$ , где  $U_1 = \text{const}$ , значит, сила тока  $I_1$  увеличивается.

*Ответ:* 321.

4. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации, равным 10, включен в сеть с напряжением 220 В. Каково напряжение на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки 0,3 Ом, а сопротивление полезной нагрузки 3 Ом?



*Решение*

Поскольку  $\mathcal{E}_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{10}$ , то согласно второму закону Кирхгофа,

$$\mathcal{E}_2 = IR_{\text{пол.}} + IR_{\text{обм.}}, \text{ так как } R_{\text{пол.}} = 10R_{\text{обм.}}, \mathcal{E}_2 = U_{\text{вых.}} + \frac{U_{\text{вых.}}}{10} = \\ = U_{\text{вых.}} \frac{11}{10} \Rightarrow U_{\text{вых.}} = \frac{10\mathcal{E}_2}{11} = 20 \text{ В.}$$

*Ответ:*  $U_{\text{вых.}} = 20 \text{ В.}$

5. Вторичная обмотка трансформатора, имеющая 95 витков, пронизывается магнитным потоком, изменяющимся со временем через один виток по закону  $\Phi = 0,01\sin 100\pi t$ . Найдите зависимость ЭДС во вторичной обмотке от времени и ее действующее значение.

*Решение*

ЭДС во вторичной обмотке:

$$\mathcal{E}_2 = -N_2\Phi', \mathcal{E}_2 = -N_2(0,01\sin 100\pi t)' = -N_2 \cdot 0,01 \cdot 100\pi \cos 100\pi t,$$

$$\mathcal{E}_2 = -95\pi \cos 100\pi t, \text{ отсюда } \mathcal{E}_m = 95\pi, \mathcal{E}_D = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} = \frac{95\pi}{\sqrt{2}} = 211 \text{ В.}$$

*Ответ:*  $\mathcal{E}_D = 211 \text{ В.}$

6. Чтобы узнать, сколько витков содержится в первичной и вторичной обмотках трансформатора, на катушку поверх вторичной обмотки намотали дополнительно 11 витков провода. При включении первичной обмотки в сеть напряжением 220 В вольтметр показал, что на обмотке с 11 витками напряжение равно 4,4 В, а на вторичной обмотке 12 В. Сколько витков в каждой из обмоток?

*Решение*

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}'_2} = \frac{N_1}{N'_2}, \text{ где } \mathcal{E}'_2 = 4,4 \text{ В и } N'_2 = 11, \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}. \text{ Следовательно, } \frac{12}{4,4} = \\ = \frac{N_2}{N'_2}, \text{ отсюда } N_2 = \frac{3}{1,1} \cdot 11 = 30, \text{ тогда } N_1 = N_2 \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = 30 \cdot \frac{220}{12} = 550.$$

*Ответ:*  $N_1 = 550, N_2 = 30.$

# Распространение колебаний в пространстве. Волны

## § 49. Поперечные и продольные механические волны. Уравнение волны. Звуковые волны

Процесс распространения механических колебаний в среде (в твердых телах, жидкостях и газах) называется **механической волной**. Такие волны появляются благодаря силам упругости, возникающим при деформации. В волновом процессе частицы среды не перемещаются вместе с волной, а колеблются около положения равновесия. Совокупность точек, до которых дошел процесс распространения волны к моменту времени  $t$ , называется **волновым фронтом**.

Различают два вида волн: поперечные волны и продольные волны.

В **продольной волне** частицы колеблются в направлении распространения волны. Продольные механические волны могут существовать в твердых телах, жидкостях и газах (звуковые волны).

В **поперечной волне** частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны. Поперечные механические волны распространяются в **твердых телах**.

Газы и жидкости не обладают упругостью формы, следовательно, распространение поперечных волн в них невозможно.

Расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковых фазах, называется **длиной волны**  $\lambda$  (рис. 49.1). С другой стороны,  $\lambda$  — это расстояние, на которое перемещается фронт волны за один период  $T$ .

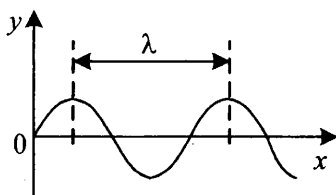


Рис. 49.1

**Скорость волны** определяет быстро-

ту распространения колебаний в пространстве: 
$$v = \frac{s}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu.$$

При распространении механической волны происходит передача энергии от одного участка к другому.

Волны распространяют энергию источника в среде без переноса вещества.

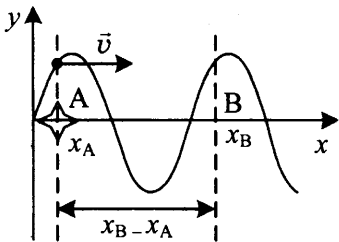


Рис. 49.2

Рассмотрим поперечную волну (рис. 49.2).

Пусть источник колебаний в точке А среды находится на расстоянии  $x_A$  от начала координат и колеблется по известному закону  $y = y_0 \sin \omega t$ . Здесь  $y$  — отклонение точки от положения равновесия в данный момент времени,  $y_0$  — амплитуда отклонения,  $x$  — координата точки, лежащей на оси в направлении распространения волны.

Колебания приходят в точку В с запаздыванием на  $\Delta t$ ,  $t_B = t_A - \Delta t$ . Поскольку  $v = \frac{x_B - x_A}{\Delta t}$ , то  $\Delta t = \frac{x_B - x_A}{v}$ , следовательно,  $y_A = y_0 \sin \omega t_B =$

$$= y_0 \sin \omega (t_A - \Delta t) = y_0 \sin \frac{2\pi}{T} \left( t_A - \frac{x_B - x_A}{v} \right).$$

Если расположить источник в начале координат, то  $x_A = 0$ ,  $t_A = t$  и

$$y = y_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ или } y = y_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \text{ — это уравнение бегущей волны.}$$

Колебания среды, воспринимаемые органом слуха, называются **звуковыми волнами**. Звуковые волны — это продольные волны, они могут распространяться в твердых телах, в газах и в жидкостях. Человеческое ухо воспринимает колебания в интервалах от 16 Гц до 20 000 Гц (меньшую частоту имеет инфразвук, большую — ультразвук). Скорость звука в воздухе при нормальных условиях равна 332 м/с, при 15 °С — 342 м/с.

Скорость звука в воде при 0 °С — 1440 м/с, т.е. в 4,5 раза больше, чем в воздухе. Скорость звука в стали — 5000 м/с.

**Сила звука (громкость)** определяется энергией, переносимой звуковой волной. Энергия пропорциональна квадрату амплитуды.

Громкость и высота звука определяются амплитудой и частотой колебаний звуковой волны. Чем больше амплитуда, тем громче звук (рис. 49.3).

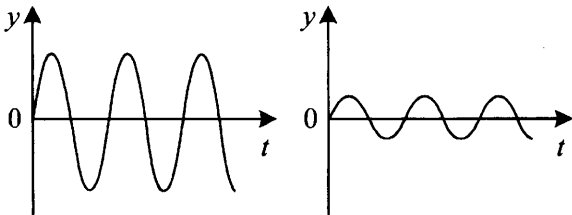


Рис. 49.3

**Высота тона** зависит от частоты звуковой волны. Чем больше частота, тем выше тон (рис. 49.4).

Скорость волны зависит от упругих свойств среды. В твердых телах

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  — модуль Юнга,  $\rho$  — плотность среды.

В газах  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ , где  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  — отношение

удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме,  $T$  — абсолютная температура,  $M$  — молярная масса газа.

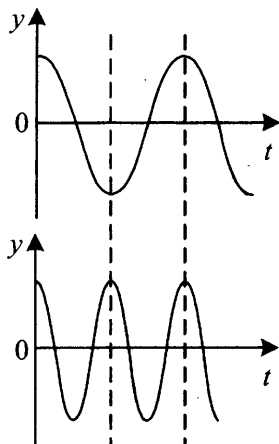


Рис. 49.4

### Замечание

- Отметим, что в твердых телах скорость продольных и поперечных волн разная (последняя зависит от величины модуля сдвига  $G$ ).

Две волны могут приходиться в одну точку, не влияя друг на друга. Однако при наложении (**суперпозиции**) когерентных волн (разность фаз которых не меняется со временем) наблюдается явление интерференции с формированием устойчивой картины минимумов и максимумов интенсивности результирующих колебаний.

Результат	Характер колебаний в данной точке	Разность фаз	Разность хода
Максимум интенсивности		$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$	$\Delta l = \pm 2k \frac{\lambda}{2}$
Минимум интенсивности		$\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi$	$\Delta l = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2}$

Здесь  $k$  — любое целое число.

Механическим волнам присущи и другие волновые явления, например, дифракция, явление огибания механических препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны.

## ЗАДАЧИ

1. Выберите два верных утверждения. Условием распространения звуковой волны является:

- 1) наличие источника продольных колебаний
- 2) наличие упругой среды
- 3) отсутствие неоднородности в среде
- 4) наличие источника поперечных колебаний

*Решение*

Звуковая волна распространяется только в упругих средах. Звуковая волна связана с распространением в пространстве колебаний от источника и является продольной.

*Ответ:* 12.

2. На рисунке 49.5 представлен мгновенный снимок поперечной волны. Определите разность фаз колебаний точек 1 и 2.

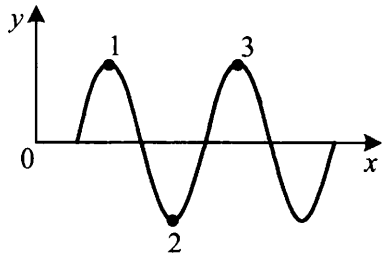


Рис. 49.5

*Решение*

Минимальная разность фаз для точек, колеблющихся в фазе, равна  $2\pi$  (точки 1 и 3). Точки 1 и 2 колеблются в противофазе  $\Rightarrow$  разность фаз между ними равна  $\pi$ .

*Ответ:*  $\Delta\varphi = \pi$ .

3. Выберите два верных утверждения:

- 1) механические волны переносят энергию
- 2) механические волны переносят вещество
- 3) источником волн являются колеблющиеся тела
- 4) механические волны распространяются благодаря силам трения

*Ответ:* 13.

4. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью 15 м/с. Период колебаний точек шнура 1,2 с, амплитуда колебаний  $A = 2$  см. Определите длину волны, фазу и смещение точки, отстоящей на расстоянии 45 м от источника колебаний, через 4 с.

*Решение*

Длина волны  $\lambda = v \cdot T = 15 \cdot 1,2 = 18$  м. Из уравнения волны находим фазу и смещение:  $y = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$ , фаза колебаний рассматриваемой точки:

$$\varphi = \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) = \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = \frac{2\pi}{1,2} \left( 4 - \frac{45}{15} \right) = 5,23 \text{ рад.}$$

Смещение этой точки через 4 с:  $y = A \sin \varphi \approx -1,73 \cdot 10^{-2}$  м.

*Ответ:* 18 м, 5,23 рад,  $-1,73 \cdot 10^{-2}$  м.

5. Две точки находятся на расстоянии 6 и 12 м от источника колебаний. Найдите начальные фазы колебаний этих точек и их разность фаз, если период колебаний 0,04 с, а скорость их распространения 300 м/с.

*Решение*

Уравнения колебаний точек:  $y_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_1}{v} \right)$ ,

$$y_2 = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_2}{v} \right) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_1}{v} \right), \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_2}{v} \right),$$

разность фаз  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{vT} (x_2 - x_1)$ .

При  $t = 0$  фаза  $\varphi_1 = 3,14$  рад,  $\varphi_2 = 6,28$  рад,  $\Delta\varphi = 3,14$  рад.

*Ответ:*  $\varphi_1 = 3,14$  рад,  $\varphi_2 = 6,28$  рад,  $\Delta\varphi = 3,14$  рад.

6. Смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии  $x = 4$  см от источника колебания, через промежуток времени  $\frac{T}{6}$  равно половине амплитуды. Найдите длину волны.

*Решение*

Уравнение бегущей волны имеет вид:  $y = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$ . Так как

циклическая частота колебаний точек волны равна  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ,  $\lambda = v \cdot T$ ,

то  $y = A \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$ ,  $\frac{A}{2} = A \sin \left( \frac{2\pi T}{6T} - \frac{2\pi 0,04}{\lambda} \right)$ , или

$$\frac{A}{2} = A \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{0,08\pi}{\lambda} \right) \Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{0,08\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{6}, \Rightarrow \lambda = 0,48 \text{ м.}$$

*Ответ:* 0,48 м.

7. Два когерентных источника звука колеблются в одинаковых фазах. В точке  $A$ , отстоящей от первого источника на 1,5 м, а от второго — на 3 м, звук не слышен. Скорость звука принять равной 340 м/с. Определите, будет ли слышен звук, если

- А) увеличить расстояние второго источника от точки  $A$  в 2 раза;
  - Б) увеличить расстояние обоих источников от точки  $A$  в 2 раза;
  - В) не передвигая источники, увеличить их частоту в 2 раза.
- 1) звук будет слышен
  - 2) звук не будет слышен

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При наложении когерентных волн происходит интерференция. Так как звук не слышен — в точке  $A$  минимум интенсивности:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \frac{(2k + 1)\lambda}{2} \quad (\text{на разности хода укладывается нечетное}$$

число полудлин волн). По данным задачи определим  $\lambda = \frac{2\Delta L}{(2k + 1)}$ .

Пусть  $k = 0$ ,  $\lambda = 2\Delta L = 3$  м.

А) При увеличении расстояния от 2-го источника до точки  $A$  вдвое  $\Delta L_A = 3 \cdot 2 - 1,5 = 4,5$  м — эта разность хода также соответствует нечетному числу полудлин волн (3) — звук не слышен.

Б) При увеличении вдвое расстояний обоих источников от точки  $A$ :  $\Delta L_B = 3 \cdot 2 - 1,5 \cdot 2 = 3$  м — эта разность хода соответствует условию максимума (на ней укладывается 2 полудлины волны) — звук слышен.

В) При увеличении частоты колебаний обоих источников вдвое длина звуковой волны уменьшится в 2 раза; так как  $v = \lambda\nu$ , то  $\lambda_B = 1,5$  м. Поэтому при неизменном исходном положении источников на  $\Delta L = 3$  м будет укладываться четное число полудлин волн — условие максимума, звук слышен.

*Ответ:* 211.

**§ 50. Идеи теории Максвелла. Электромагнитное поле.  
Опыты Герца. Открытый колебательный контур.  
Электромагнитные волны и их свойства.  
Принципы радиосвязи**

Согласно *теории Максвелла*, между электрическими и магнитными полями существует взаимная зависимость: изменяющееся со временем магнитное поле вызывает появление переменного электрического поля, а переменное электрическое поле приводит к появлению переменного магнитного поля.

Переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле (линии напряженности данного поля замкнуты). Направление линий напряженности электрического поля определяется по **правилу буравчика (левый винт)**.

Если  $\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0$  и направление поступательного движения буравчика совпадает с вектором индукции магнитного поля, то вращение рукоятки буравчика (левый винт) совпадает с направлениями линий вихревого электрического поля (рис. 50.1).

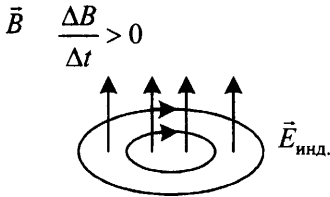


Рис. 50.1

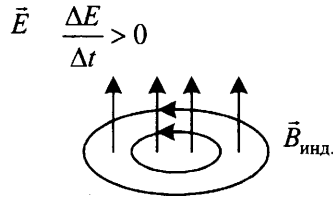


Рис. 50.2

Переменное электрическое поле, в свою очередь, порождает вихревое магнитное поле. Направление линий индукции магнитного поля  $\vec{B}$  определяется по **правилу буравчика (правый винт)**.

Если  $\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0$  и направление поступательного движения буравчика совпадает с вектором напряженности электрического поля, то вращение рукоятки буравчика (правый винт) совпадает с направлениями линий вихревого магнитного поля (рис. 50.2).

**Электромагнитное поле** — один из видов материи, характеризуемый наличием электрического и магнитного полей, связанных непрерывным взаимным превращением.

**Электромагнитная волна** — процесс распространения электромагнитного поля от источника колебаний.



При ускоренном движении заряда в проводнике создается переменное электрическое поле, которое порождает переменное магнитное поле. Переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля уже на большем расстоянии от заряда и т.д. Излучателем электромагнитных волн является, например, открытый колебательный контур.

В колебательном контуре, состоящем из конденсатора и катушки, возникают переменное магнитное поле, связанное с катушкой, и переменное электрическое поле между обкладками конденсатора. Такой контур называется **закрытым**. Он практически не излучает электромагнитные волны в окружающее пространство. Если развернуть обкладки конденсатора, то чем больше они будут развернуты, тем лучше будет происходить излучение электромагнитных волн. Такой контур называется **открытым**. Колебания в такой системе поддерживаются за счет источника переменной ЭДС, подключаемого к обкладкам конденсатора.

Г. Герц, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора, а также раздвигая их, получил открытый колебательный контур (рис. 50.3). В его опытах ускоренное движение зарядов возбуждалось в двух металлических стержнях (обладающих определенной индуктивностью и электроемкостью), разделенных искровым промежутком.

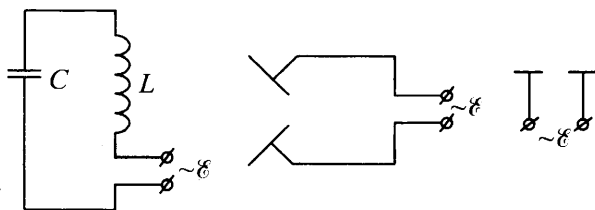


Рис. 50.3

При сообщении стержням достаточно больших разноименных зарядов между ними происходит электрический разряд, и в электрическом контуре возникают свободные электрические колебания. Данные электрические колебания в контуре порождают вихревое электромагнитное поле. Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны (вектором  $\vec{k}$ ) правовинтовую систему (рис. 50.4). Вектор  $\vec{k}$  — единичный вектор и направлен в сторону распространения электромагнитной волны по скорости.

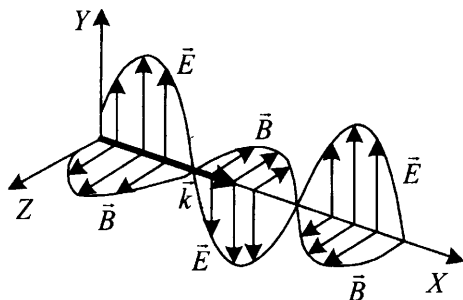


Рис. 50.4

Свойства электромагнитных волн:

1. Прямолинейное распространение в однородной среде.
2. Способность отражаться или преломляться на границе раздела сред.
3. Дифракция.
4. Интерференция.
5. Поляризация.
6. Дисперсия.
7. Поперечность электромагнитных волн (векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях и перпендикулярны направлению распространения волны).

8. Скорость распространения в вакууме равна  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, в среде  $v = \frac{c}{n}$ , где  $n$  — показатель преломления среды. Показатель преломления среды равен  $n = \sqrt{\epsilon\mu} \approx \sqrt{\epsilon}$ , так как для неферромагнитных сред  $\mu \approx 1$ . Напомним, что  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды,  $\mu$  — магнитная проницаемость среды.

При переходе из одной среды в другую меняется длина электромагнитных волн, а частота остается неизменной, так как частота электромагнитных (и вообще любых) волн определяется частотой колебаний источника, а длина волны — скоростью распространения волн, которая зависит от свойств среды, например, показателя преломления.

**Принципы радиосвязи.** Пропорциональность излучаемой энергии электромагнитной волны четвертой степени частоты обуславливает необходимость использования для радиосвязи волн с частотами не ниже 150 кГц. Поскольку напряженность  $\vec{E}$  электрического поля убывает обратно пропорционально первой степени расстояния от источника, то это позволяет осуществлять радиосвязь на больших расстояниях.

С помощью микрофона звуковые колебания преобразуются в электрические звуковой частоты — низкочастотные электрические колебания. Они, так же как и высокочастотные колебания, подаются в модулятор, где воздействуют на амплитуду колебаний высокой частоты, т.е. амплитуда колебаний высокой частоты повторяет колебания низкой частоты — модулированные колебания по амплитуде, далее они возбуждаются в антенне. Модулированная волна, достигая антенны приемника, возбуждает в ней вынужденные электромагнитные колебания. Колебательный контур приемника позволяет наиболее эффективно поддерживать частоту, равную его резонансной частоте. Детектор выделяет низкочастотные электрические колебания, которые далее громкоговорителем преобразуются в звуковую волну (рис. 50.5).

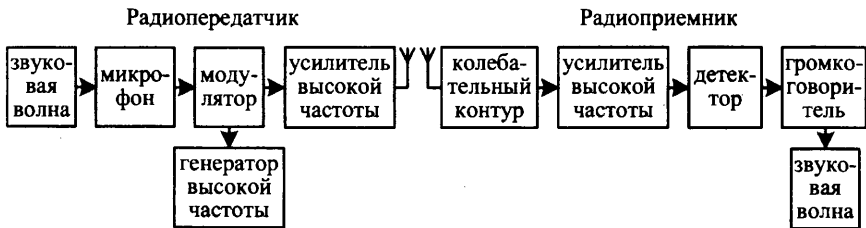


Рис. 50.5

## ЗАДАЧИ

1. Магнитное поле катушки меняется в соответствии с графиком изменения тока в катушке от времени (рис. 50.6). В какие промежутки времени около торца катушки можно обнаружить только магнитное, но не электрическое поле?

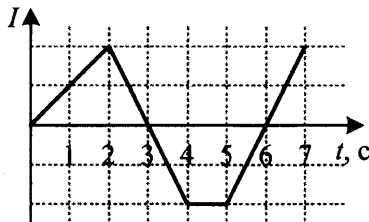


Рис. 50.6

*Решение*

Так как причиной появления электрического поля около торца катушки является переменное магнитное поле, то электрическое поле нельзя обнаружить только в интервале времени 4–5 с.

*Ответ:* 4–5 с.

2. Выберите два верных утверждения. Излучение электромагнитных волн наблюдается:
- 1) при движении любых элементарных частиц с ускорением
  - 2) при равномерном движении положительно заряженных частиц
  - 3) при ускоренном движении положительно заряженных частиц
  - 4) при ускоренном движении отрицательно заряженных частиц

*Решение*

Электромагнитные волны, согласно теории Максвелла, могут возникнуть при любых изменениях магнитных и электрических полей, например, поля ускоренно движущегося заряда. Учитывая, что не все элементарные частицы имеют электрический заряд, получим ответ 3), 4).

*Ответ:* 34.

3. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется в зависимости от времени по закону  $I = 0,4 \cdot \cos(6 \cdot 10^5 \pi t)$ . Какова длина излучаемой волны?

*Решение*

Циклическая частота  $\omega = 2\pi\nu = 6 \cdot 10^5 \pi$  рад/с, отсюда  $\nu = 3 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{с}}$ .

Скорость электромагнитной волны в вакууме:  $c = \nu\lambda$ , тогда  $\lambda = \frac{c}{\nu} = 10^3$  м.

*Ответ:*  $\lambda = 10^3$  м.

4. Выберите два верных утверждения. Электромагнитные излучения различных длин волн отличаются друг от друга тем, что
- 1) одни из них обладают способностью к поляризации, а другие — нет
  - 2) одни из них являются продольными, а другие — поперечными
  - 3) в неоднородной среде они могут давать различные дифракционные картины
  - 4) они с разной скоростью распространяются в веществе

*Решение*

Очевидно, что ответы (1), (2) не подходят, так как все электромагнитные волны поперечны и могут поляризоваться. Пункты 3) и 4) содержат верное утверждение.

*Ответ:* 34.

5. По графику колебаний силы тока в колебательном контуре с антенной (рис. 50.7) определите, на какую длину волны настроен контур.

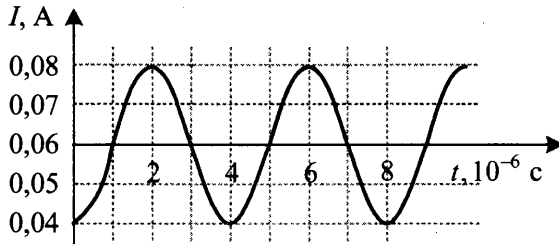


Рис. 50.7

*Решение*

Период равен  $T = 4 \cdot 10^{-6}$  с. Длина волны:  $\lambda = cT = 1,2 \cdot 10^3$  м.

*Ответ:*  $\lambda = 1,2 \cdot 10^3$  м.

6. Как изменится при переходе из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ :

- А) скорость распространения электромагнитной волны;  
 Б) частота волны;  
 В) длина волны?

- 1) уменьшится в  $\sqrt{\epsilon}$  раз  
 2) увеличится в  $\sqrt{\epsilon}$  раз  
 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Скорость распространения электромагнитных волн в среде  $v = \frac{c}{n}$ ,

где  $n = \sqrt{\epsilon\mu} \approx \sqrt{\epsilon}$  — показатель преломления среды. Следовательно, скорость распространения электромагнитной волны при переходе из вакуума в среду уменьшится в  $\sqrt{\epsilon}$  раз. Частота электромагнитной волны не изменится. Длина волны  $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu\sqrt{\epsilon}}$  уменьшится в

$\sqrt{\epsilon}$  раз.

*Ответ:* 131.

7. Колебательный контур радиоприемника настроен на частоту 15 МГц. Чему равна длина волны принимаемого сигнала и во сколько раз нужно изменить индуктивность катушки в контуре, чтобы настроиться на сигнал с длиной волны 5 м?

*Решение*

Длина волны принимаемого в первом случае сигнала  $\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1}$

$$= \frac{3 \cdot 10^8}{(15 \cdot 10^6)} = 20 \text{ м. Для второго случая } \lambda_2 = \frac{c}{\nu_2}, \nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = 60 \text{ МГц.}$$

Но  $\nu = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})}$ ,  $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{1}{4} \Rightarrow$  индуктивность надо уменьшить в 16 раз.

*Ответ:*  $\lambda_1 = 20 \text{ м, } \lambda_2 = 60 \text{ МГц, } \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{16}$ .

8. Изобразите силовые линии индукционного электрического и магнитного полей, соответствующих переменным полям (рис. 50.8).

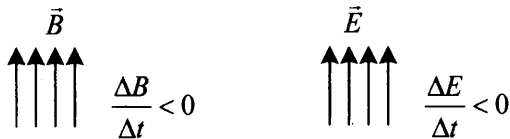


Рис. 50.8

*Решение*

Переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Направление линий напряженности этого поля определяется по правилу буравчика (левый винт). Если  $\frac{\Delta B}{\Delta t} < 0$  и направление поступательного движения буравчика противоположно вектору индукции магнитного поля, то вращение рукоятки буравчика совпадает с направлениями линий вихревого электрического поля.

Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле. Линии индукции магнитного поля  $\vec{B}$  определяются по правилу буравчика (правый винт). Если  $\frac{\Delta E}{\Delta t} < 0$  и направление поступательного движения буравчика противоположно вектору напряженности электрического поля, то вращение рукоятки буравчика (правый винт)

совпадает с направлениями линий вихревого магнитного поля (рис. 50.9).

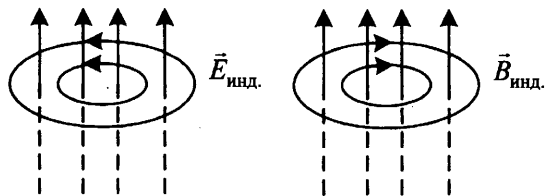


Рис. 50.9

*Ответ:* см. рис. 50.9.

9. Почему при переходе из одной среды в другую меняется длина электромагнитных волн, а частота остается неизменной?

*Ответ:* частота электромагнитных (и вообще любых) волн определяется частотой колебаний источника, а длина волны — скоростью распространения волн, которая зависит от свойств среды, например, показателя преломления.

## § 51. Закон прямолинейного распространения света. Скорость света. Понятие луча. Законы отражения и преломления света. Явление полного (внутреннего) отражения

**Оптика** — раздел физики, в котором изучают свойства света, его физическую природу и взаимодействие с веществом.

В геометрической (лучевой) оптике рассматриваются законы распространения света в прозрачных средах, на основе представления о нем как о совокупности световых лучей. Луч — линия, вдоль которой переносится энергия электромагнитной волны. Луч распространяется вдоль линии, перпендикулярной волновому фронту.

**Закон прямолинейного распространения света:** в однородной среде свет распространяется прямолинейно.

**Закон отражения света:** луч падающий, отраженный и перпендикуляр, восстановленный к отражающей поверхности, лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения  $\alpha = \gamma$  (рис. 51.1).

Углы  $\alpha$  и  $\gamma$  отсчитываются от нормали к отражающей поверхности.

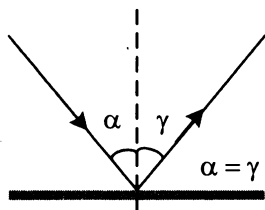


Рис. 51.1

**Построение изображения в плоском зеркале:** в крайних точках зеркала  $C$  и  $D$  восстановим перпендикуляры и направим в эти точки лучи 1 и 2 из точки  $A$ ; отраженные лучи 1' и 2' построим согласно закону отражения (рис. 51.2); продолжения этих

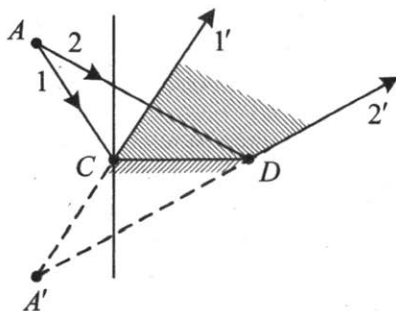


Рис. 51.2



отраженных лучей пересекутся в точке  $A'$  за зеркалом, которая является мнимым изображением точки  $A$ . Чтобы увидеть это изображение, глаз наблюдателя должен находиться в заштрихованной области (ограничена лучами  $1'$  и  $2'$  и плоскостью зеркала  $CD$ ).

**Закон преломления света:** луч падающий, преломленный и перпендикуляр к границе двух сред лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не зависит от угла падения и равно отношению скоростей распространения волн в первой и второй средах (рис. 51.3).

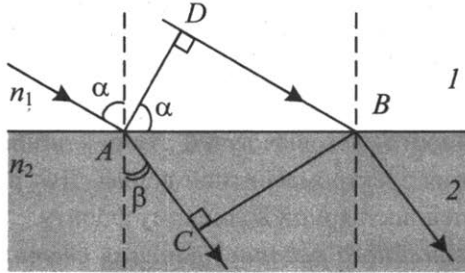


Рис. 51.3

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\frac{BD}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{BD}{AC}, \text{ так как } BD = v_1 t, AC = v_2 t, \text{ то } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21},$$

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1} \text{ — показатель преломления второй среды относи-}$$

тельно первой.

При решении задач удобна следующая форма записи закона преломления:  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ .

**Абсолютный показатель преломления  $n$**  показывает, во сколько раз скорость света в среде меньше, чем в вакууме  $n = \frac{c}{v}$ .

Чем больше показатель преломления среды, тем сильнее луч «прижимается» к перпендикуляру к границе раздела сред. Заметим также, что наблюдается обратимость хода световых лучей (т.е. при обратном направлении ход тот же).

**Полное внутреннее отражение** возможно в случае, когда луч выходит из оптически более плотной среды в менее плотную ( $n_1 > n_2$ ), т.е. когда  $\beta \geq 90^\circ$ .

**Предельный угол**, при котором преломленный луч скользит вдоль направления раздела сред, определяется из соотношения (рис. 51.4):

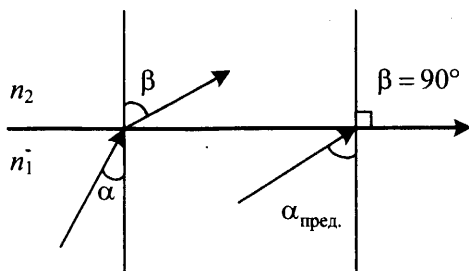


Рис. 51.4

$$\sin \alpha_{\text{пред.}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad \alpha_{\text{пред.}} = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right), \quad \text{где } n_{21} \text{ — относительный показатель преломления.}$$

В вакууме или воздухе  $n_2 = 1$ , следовательно,  $\sin \alpha_{\text{пред.}} = \frac{1}{n}$ .

При  $\alpha > \alpha_{\text{пред.}}$  имеет место явление полного внутреннего отражения (луч отражается от границы раздела сред в более оптически плотную среду), которое применяется в оптических волноводах.

## ЗАДАЧИ

1. Световой пучок выходит из стекла в воздух (рис. 51.5). Что происходит при этом со скоростью их распространения, частотой электромагнитных колебаний в световой волне, длиной волны? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

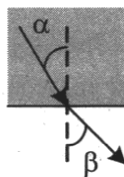


Рис. 51.5

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины.

скорость	частота	длина волны

*Решение*

Скорость распространения световой волны в среде:  $v = \frac{c}{n}$ , поэто-

му скорость увеличится. Частота электромагнитных колебаний при переходе из одной среды во вторую не изменяется. Длина волны в среде равна  $\lambda_1 = \frac{v}{\nu}$ , в воздухе  $\lambda_2 = \frac{c}{\nu}$ , при переходе из стекла в воздух  $\lambda$  увеличится.

*Ответ:* 131.

2. На дне водоема, глубина которого 2 м, находится предмет. На какой глубине увидит этот предмет наблюдатель, который смотрит на него сверху перпендикулярно поверхности воды? Показатель преломления  $n = 1,33$ .

*Решение*

Проведем из точки  $B$ , где лежит предмет, два луча:  $BA$  и  $BCD$  (рис. 51.6).

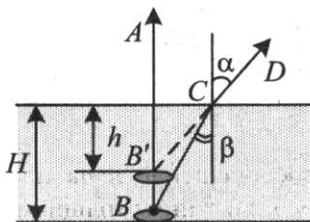


Рис. 51.6

Луч  $BA$  не преломляется, так как он перпендикулярен поверхности раздела. Луч  $BCD$  преломляется. Эти два расходящихся луча попадают в глаз наблюдателя.

Наблюдатель увидит изображение предмета в точке пересечения расходящихся лучей  $BA$  и  $CD$ , т.е. в точке  $B'$ . Искомая глубина  $h = AB'$ . Из прямоугольного треугольника  $AB'C$  для стороны  $AC$  можно записать  $AC = htg\alpha$ . Из треугольника  $ACB$  сторона  $AC = Htg\beta$ . Тогда  $Htg\beta = htg\alpha$ ,  $h = \frac{Htg\beta}{tg\alpha}$ . Ввиду малости углов  $\alpha$  и  $\beta$  можно считать

$$tg\alpha \approx \sin\alpha, tg\beta \approx \sin\beta \Rightarrow h = H \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = H \frac{1}{n} = 1,5 \text{ м.}$$

*Ответ:* 1,5 м.

3. В дно водоема глубиной 2 м вбита свая, на 0,5 м выступающая из воды. Найдите длину тени от сваи на дне водоема при угле падения лучей  $60^\circ$ .  $n = 1,33$ .

*Решение*

Длина тени от сваи на дне водоема  $l = l_1 + l_2$ . Согласно закону преломления (рис. 51.7):

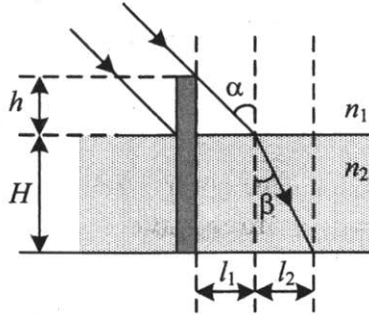


Рис. 51.7

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$$

$$l = h \operatorname{tg} \alpha + H \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = 2,6 \text{ м.}$$

Ответ: 2,6 м.

4. Определите боковое смещение луча после прохождения через плоскопараллельную пластинку толщиной 6 см, имеющую показатель преломления 1,6. Угол падения  $40^\circ$ .

*Решение*

Согласно закону преломления  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow \beta = \arcsin \left( \frac{\sin \alpha}{n} \right)$ .

На рисунке 51.8 гипотенуза  $AC$  является общей для треугольников  $ABC$  и  $ACO$ :

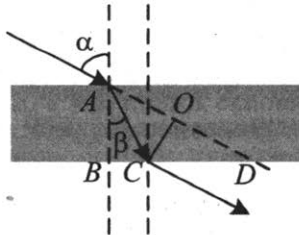


Рис. 51.8

$$AC = \frac{AB}{\cos\beta}, \quad CO = AC \cdot \sin(\alpha - \beta) = 1,85 \text{ см.}$$

Внимание! Смещение луча — перпендикулярный к лучу отрезок  $CO$ , а не  $CD$ .

Ответ: 1,85 см.

5. На рисунке 51.9 показан ход луча в равнобедренной призме с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  (внутри призмы луч параллелен основанию). Найдите угол отклонения луча  $\beta$ . Показатель преломления  $n = 2$ .

Решение

$$\beta_1 = \alpha_2 \text{ (рис. 51.9).}$$

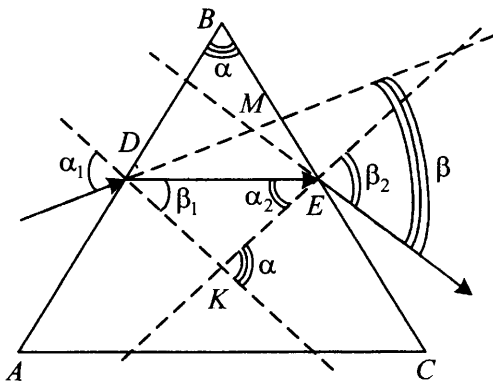


Рис. 51.9

Законы преломления света на каждой из граней имеют вид:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n, \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{1}{n}, \quad \alpha_1 = \beta_2. \quad \text{Из треугольника } DKE \text{ (рис. 51.9):}$$

$$\alpha = \beta_1 + \alpha_2, \quad \text{или } \alpha = 2\beta_1. \quad \text{Из треугольника } DME: \beta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\beta_2 - \alpha_2).$$

$$\text{Поскольку } \alpha_1 = \beta_2 \text{ и } \alpha_2 = \beta_1, \text{ получаем: } \beta = 2(\alpha_1 - \beta_1) \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\beta + \alpha}{2}. \quad \text{При преломлении на грани } AB: \frac{\sin\left(\frac{\beta + \alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = 2 \arcsin\left(n \sin \frac{\alpha}{2}\right) - \alpha = 32,6^\circ.$$

Ответ: 32,6°.

## § 52. Тонкие линзы. Формула линзы. Построение изображений в собирающих и рассеивающих линзах.

### Оптические системы

**Линза** — прозрачное тело, ограниченное в общем случае двумя криволинейными поверхностями (часто сферическими). Линза считается **тонкой**, если ее толщина намного меньше радиусов кривизны ее поверхностей.

**Собирающая линза** превращает падающие на нее параллельные лучи в пучок сходящихся лучей. **Рассеивающая линза** превращает падающие на нее параллельные лучи в пучок расходящихся лучей.

Прямую, на которой лежат центры обеих сферических поверхностей линзы, называют **главной оптической осью**.

Плоскость, проходящую через центр тонкой линзы перпендикулярно главной оптической оси, называют **главной плоскостью линзы**.

Прямая, проходящая через центр линзы и не совпадающая с главной оптической осью, — **побочная оптическая ось**.

Точка, в которой собираются параллельные главной оптической оси лучи после преломления линзой, — **главный фокус**.

Плоскость, проходящую через главный фокус линзы перпендикулярно к главной оптической оси, называют **фокальной плоскостью**.

При построении изображения в линзе достаточно двух лучей, идущих от любой точки предмета. Изображение находится в точке пересечения лучей после преломления в линзе.

При построении изображений в линзе удобно использовать характерные лучи, ход которых после преломления линзой известен:

- 1) луч, параллельный главной оптической оси, после преломления проходит через главный фокус;
- 2) луч, проходящий через главный фокус, после преломления идет параллельно главной оптической оси;
- 3) луч, проходящий через центр линзы, идет без преломления;
- 4) луч, параллельный побочной оптической оси, после преломления проходит через точку пересечения этой оси с фокальной плоскостью.

Найдем соотношение между расстоянием  $f$  от изображения до линзы, расстоянием  $d$  от предмета до линзы и фокусным расстоянием  $F$  собирающей линзы.

Из подобия треугольников, заштрихованных на рисунке 52.1, следу-

ет:  $\frac{h}{H} = \frac{d-F}{F}$ ,  $\frac{h}{H} = \frac{F}{f-F}$ , или  $(d-F)(f-F) = F^2$  — формула Ньютона.

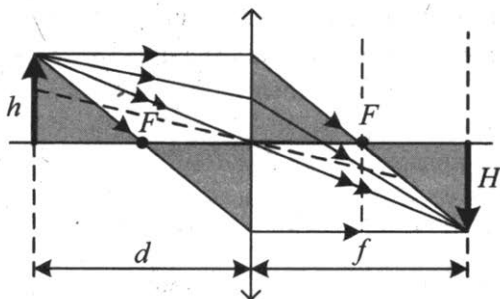


Рис. 52.1

Из этих уравнений находим:  $df = dF + Ff$  или  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$  — **формула тонкой линзы.**

**формула тонкой линзы.**

Это выражение получено для собирающей линзы. В общем случае **формула тонкой линзы:**

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

знак « $\pm$ » ставится, если изображение или фокус мнимые.

Фокусное расстояние собирающей линзы положительная величина, а рассеивающей — отрицательная.

Расстояние от предмета до линзы и от действительного изображения до линзы считают положительными величинами, а расстояние от линзы до мнимого изображения — отрицательным. Таким образом, для собирающей линзы  $d$  и  $F$  всегда положительны. Если изображение действительное, то величина  $f$  положительна и формула тонкой линзы имеет вид  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ . Если изображение мнимое, то величина  $f$

отрицательна и формула тонкой линзы имеет вид:  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$ .

Для рассеивающей линзы величины  $f$  и  $F$  всегда отрицательны. Формула рассеивающей тонкой линзы:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}.$$

**Увеличением** оптической системы называется отношение величины изображения предмета к величине самого предмета.

Здесь полезно выделить два основных случая:

1) предмет лежит в плоскости, расположенной перпендикулярно главной оптической оси системы. Возникающее при этом увеличение называют поперечным и обозначают буквой « $\Gamma$ »;

2) предмет расположен вдоль главной оптической оси, изображение тоже лежит на ней. Возникающее при этом увеличение называется продольным.

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{H}{h} \text{ — формула поперечного линейного увеличения линзы.}$$

**Оптическая сила линзы**  $D = \frac{1}{F}$ , измеряется в диоптриях (дптр),

если фокусное расстояние  $F$  выражено в метрах.

При построении изображения предмета после преломления лучей тонкой собирающей линзой выделим три различных случая, для которых результаты построения приведены в таблице.

Расстояние от линзы до предмета	Изображение прямое или перевернутое	Изображение действительное или мнимое	Изображение увеличенное или уменьшенное
$d < F$	прямое	мнимое	увеличенное
$F < d < 2F$	перевернутое	действительное	увеличенное
$d > 2F$	перевернутое	действительное	уменьшенное

Если предмет помещен в фокус линзы ( $d = F$ ), то изображение находится в бесконечности ( $f = \infty$ ), так как лучи от каждой точки предмета после преломления идут параллельным пучком.

Если предмет находится на двойном фокусном расстоянии ( $d = 2F$ ), то изображение действительное, перевернутое и равное по величине предмету, также находится в двойном фокусе ( $f = 2F$ ).

Рассеивающая линза (рис. 52.2) всегда дает *прямое мнимое уменьшенное* изображение действительного предмета, лежащее между фокусом и линзой.

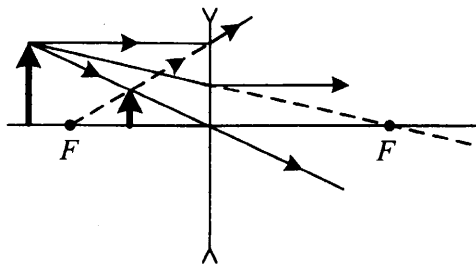


Рис. 52.2



### Замечание

- Если оптическая система состоит из нескольких линз, то результирующая оптическая сила равна алгебраической сумме оптических сил всех линз.

**Глаз** — оптическая система, дающая изображение предмета на светочувствительной сетчатой оболочке глазного яблока.

**Аккомодация** — самопроизвольное изменение фокуса хрусталика глаза, позволяющее получать изображение предмета на поверхности сетчатки независимо от расстояния предмета до глаза.

Нормальный глаз, не аккомодируя, дает на поверхности сетчатки отчетливое изображение бесконечно удаленных предметов, например звезд.

Для человека с нормальным зрением расстояние в 25 см является оптимальным для рассмотрения деталей предмета без чрезмерного утомления глаз. Это расстояние называется **расстоянием наилучшего зрения**.

Если в спокойном состоянии глаза фокус  $F$  находится не на сетчатке, а перед ней, то глаз называется **близоруким** (рис. 52.3, *а*). Близорукие люди видят удаленные предметы неотчетливо. Для компенсации близорукости они должны носить очки с рассеивающими линзами.

Если в спокойном состоянии глаза фокус  $F$  находится за сетчаткой, то глаз называется **дальнозорким** (рис. 52.3, *б*). Дальнозоркие люди неотчетливо видят близкие предметы, и они должны носить очки с собирающими линзами.

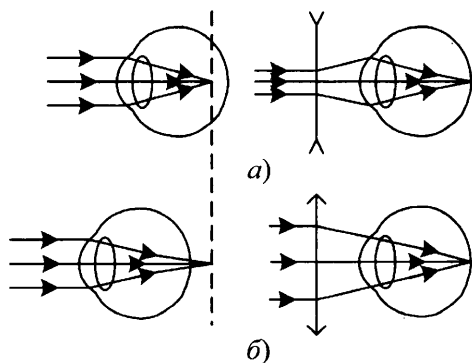


Рис. 52.3

**Лупа** представляет собой собирающую линзу. Предмет располагается перед лупой (рис. 52.4) на расстоянии, меньшем фокусного.

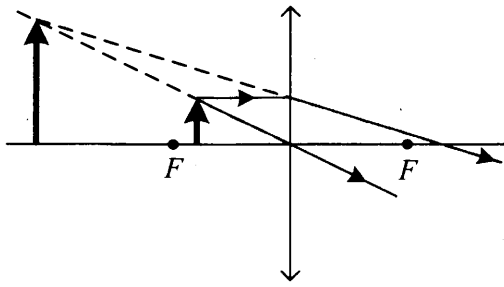


Рис. 52.4

Лупа создает мнимое прямое увеличенное изображение. Увеличение лупы:  $\Gamma = \frac{d_0}{F}$  — при рассмотрении изображения неаккомодированным (настроенным на бесконечность) глазом;  $\Gamma = \frac{d_0}{F} + 1$  — при аккомодации глаза на расстояние наилучшего зрения  $d_0$ .

При расположении объекта на расстоянии, большем двойного фокусного расстояния, линза дает его действительное уменьшенное (рис. 52.5), перевернутое изображение. Это свойство линзы используется в **фотоаппаратах**.

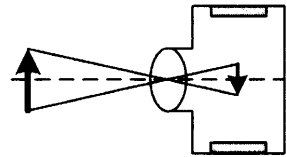


Рис. 52.5

**Микроскоп** состоит из двух собирающих линз: объектива с фокусным расстоянием  $F_1$  (несколько мм) и окуляра с  $F_2$  (несколько см). Предмет ставится непосредственно перед фокусом  $F_1$ . Изображение, полученное в объективе, становится предметом для линзы окуляра. Изображение будет увеличенным мнимым перевернутым (рис. 52.6).

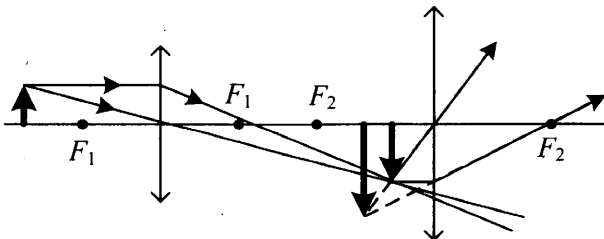


Рис. 52.6

Пусть предмет  $AB$  расположен вдоль главной оптической оси и лежит на ней (рис. 52.7). Изображение, согласно правилам построения лу-

чей, будет  $A'B'$ . Возникающее при этом увеличение  $\frac{H}{h}$  называется продольным. Получим формулу для продольного увеличения тонкой линзы.

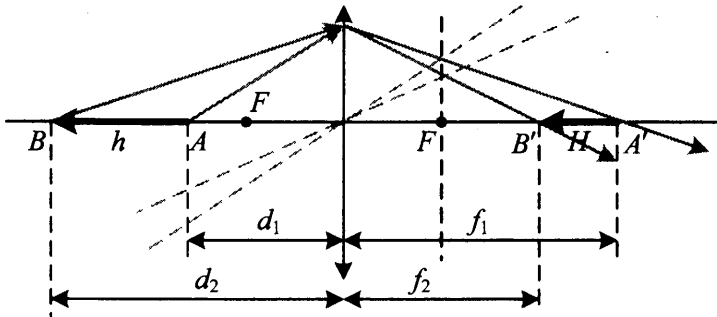


Рис. 52.7

Согласно формулам тонкой линзы для точек  $A$  и  $B$ :  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$ ,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}. \quad \text{Отсюда} \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}, \quad \frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} = \frac{f_1 - f_2}{f_1 f_2}, \quad \text{или}$$

$$\frac{f_1 - f_2}{d_2 - d_1} = \frac{f_1 f_2}{d_1 d_2}. \quad \text{Поскольку } |f_1 - f_2| = H, |d_2 - d_1| = h \text{ и } \frac{f_1}{d_1} = \Gamma_1, \frac{f_2}{d_2} = \Gamma_2,$$

окончательно получим величину продольного увеличения:

$$\Gamma_{12} = \frac{H}{h} = \Gamma_1 \Gamma_2. \quad \text{Если } h \ll d_1, d_2, \text{ и } H \ll f_1, f_2, \text{ то } \Gamma_{12} \approx \Gamma^2.$$

Если система состоит из нескольких линз (например, двух), состоящих друг от друга на некотором расстоянии, то при построении изображений выполняют следующие действия:

- 1) строят изображение предмета в первой линзе, считая, что второй линзы нет;
- 2) используя формулу линзы и формулу увеличения, рассчитывают расстояние до первой и второй линзы;
- 3) первое изображение считают предметом для второй линзы и аналогично предыдущему находят построением и расчетом положение и размер второго изображения и т.д.

## ЗАДАЧИ

1. Величина прямого изображения предмета вдвое больше самого предмета. Расстояние между предметом и изображением равно 20 см. Чему равно фокусное расстояние собирающей линзы?

*Решение*

Так как изображение прямое и увеличенное, то оно может быть только мнимым (рис. 52.8).

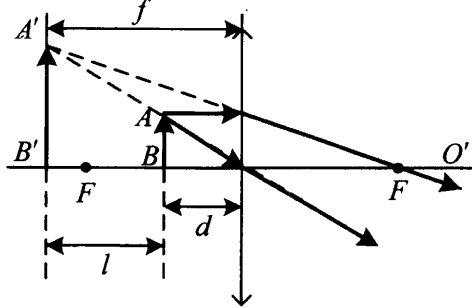


Рис. 52.8

$A'B'$  — мнимое изображение предмета  $AB$ . Увеличение линзы равно  $\frac{A'B'}{AB} = \Gamma = \frac{|f|}{d}$ . Так как изображение мнимое, то  $f < 0$ . Учиты-

вая, что  $l = |f| - d = 0,2$  м, и  $\Gamma = \frac{|f|}{d}$ ,  $|f| = l + d$ , получим:  $\Gamma d = l + d$ ,

$l = \Gamma d - d = d(\Gamma - 1) \Rightarrow d = \frac{l}{\Gamma - 1} = 0,2$  м,  $|f| = 0,4$  м, тогда

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{|f|} = \frac{|f| - d}{|f|d}, \quad F = \frac{|f|d}{|f| - d} = 0,4 \text{ м.}$$

*Ответ:*  $F = 0,4$  м.

2. Предмет, расположенный на двойном фокусном расстоянии от тонкой собирающей линзы, передвигают:

- А) ближе к фокусу линзы;
- Б) дальше от линзы.

Как изменится его изображение при этом?

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

### Решение

Размер изображения предмета, расположенного на двойном фокусном расстоянии от тонкой собирающей линзы, равен размеру предмета. Если его передвинуть ближе к фокусу линзы, то изображение увеличится, и наоборот.

Ответ: 12.

3. Найдите построением положение тонкой линзы и ее фокусов на главной оптической оси, если известны положения источника  $S$  и его изображения  $S'$  (рис. 52.9, а,  $OO'$  — главная оптическая ось).

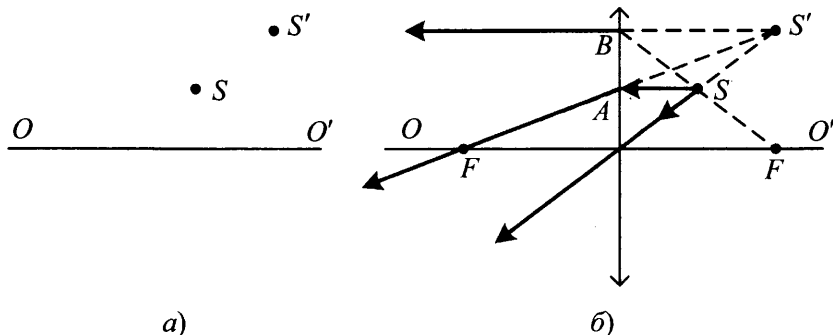


Рис. 52.9

### Решение

Так как источник и его изображение находятся по одну сторону от оптической оси, это означает, что изображение мнимое. Такое изображение могут дать и собирающая, и рассеивающая линза. Но в данном случае изображение  $S'$  находится выше источника (относительно оптической оси), т.е. изображение увеличенное, такие изображения могут давать только собирающие линзы, когда источник находится между линзой и фокусом.

Для определения положения линзы и ее фокусов воспользуемся тремя известными лучами:

1. Луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется; значит, прямая, проходящая через источник  $S$  и его изображение  $S'$  при пересечении с главной оптической осью, определит положение линзы (рис. 52.9, б).

2. Луч, идущий параллельно главной оптической оси, за линзой пройдет через фокус, следовательно, луч  $SA$  за линзой пойдет так, чтобы его продолжение прошло через изображение  $S'$ . Пересечение этого луча с главной оптической осью определит положение фокуса линзы (рис. 52.9, б).

3. Луч, идущий от линзы через фокус, за линзой будет распространяться параллельно главной оптической оси; следовательно, луч  $SB$  (рис. 52.9, б) за линзой пойдет параллельно оси  $OO'$  так, чтобы его продолжение прошло через изображение  $S'$ . Продолжение луча  $SB$  до пересечения с главной оптической осью определит положение второго фокуса.

Ответ: рис. 52.9, б.

4. На расстоянии  $d$  от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  находится предмет  $AB$  длиной  $h$ , расположенный под углом  $\alpha$  к главной оптической оси. Найдите размер изображения.

Решение

Построим изображение (рис. 52.10). По теореме Пифагора  $(A'B')^2 = (A'K')^2 + (K'B')^2$ . Величину  $K'B'$  найдем, используя формулу линзы

линзы  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d - h \cos \alpha} + \frac{1}{f}$  и формулу для поперечного увеличения

линзы  $\Gamma = \frac{f}{d - h \cos \alpha} = \frac{K'B'}{h \sin \alpha}$ , отсюда  $K'B' = h \sin \alpha \frac{F}{d - h \cos \alpha - F}$ .

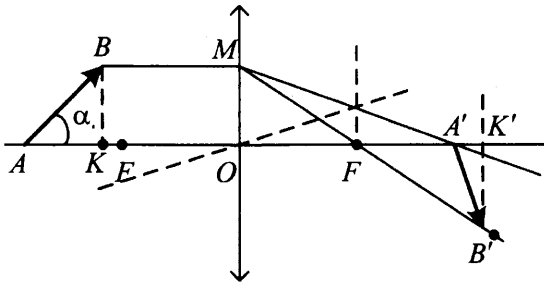


Рис. 52.10

Величину  $A'K'$  найдем, используя формулу для продольного увеличения линзы  $\Gamma_{12} = \frac{A'K'}{AK} = \frac{f_1 f_2}{d_1 d_2}$ , где  $f_1$  и  $f_2$  определим по формуле

тонкой линзы для точек  $A$  и  $K$ :  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f_1}$ ,  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d - h \cos \alpha} + \frac{1}{f_2}$ , то-

гда  $A'K' = h \cos \alpha \frac{F^2}{(d - F)(d - h \cos \alpha - F)}$  и

$$A'B' = \frac{hF}{d - h \cos \alpha - F} \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha \cdot F^2}{(d - F)^2}}$$

$$\text{Ответ: } A'B' = \frac{hF}{d - h \cos \alpha - F} \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha \cdot F^2}{(d - F)^2}}$$

## § 53. Когерентность. Опыт Юнга. Интерференция света и ее применение в технике. Дифракция света.

### Дисперсия света. Поляризация света

Две световые волны одинаковой частоты, имеющие постоянную во времени разность фаз, называются **когерентными**.

Явление **интерференции** света впервые было объяснено на основе волновых представлений Юнгом в 1802 году.

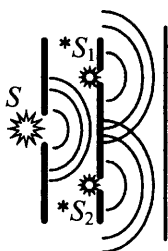


Рис. 53.1

**Опыт Юнга:** щель шириной  $S$  в непрозрачном экране освещается интенсивным источником света (рис. 53.1).

Это отверстие можно считать новым точечным источником полусферических волн. Эти волны падают на две щели  $S_1$  и  $S_2$ , которые становятся новыми точечными источниками когерентных волн. На экране  $A$  образуется интерференционная картина.

**Интерференция света** — сложение когерентных волн, результатом которого является перераспределение энергии (чередующиеся минимумы и максимумы на интерференционной картине).

**Оптическая длина** пути равна  $L = n \cdot l$ , где  $n$  — показатель преломления,  $l$  — геометрическая длина пути. **Оптическая разность хода**  $\Delta l$  двух лучей, один из которых проходит путь длиной  $l_1$  в среде с показателем преломления  $n_1$ , а другой — путь  $l_2$  в среде с показателем преломления  $n_2$ :  $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2$ .

Если разность хода равна четному числу полуволин  $\Delta l = \pm 2k \frac{\lambda}{2}$  (**условие максимума**), то волны приходят в точку, например  $M$ , в фазе и усиливают друг друга.

Если разность хода равна нечетному числу полуволин  $\Delta l = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  (**условие минимума**), то волны приходят в точку, например  $N$ , в противофазе и ослабляют друг друга (рис. 53.2).

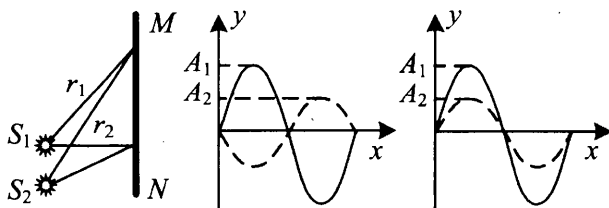


Рис. 53.2

Условие максимального ослабления света:  $\Delta l = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ ,

где  $k = 0, 1, 2, \dots$

Условие максимального усиления света:  $\Delta l = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$ ,

где  $k = 0, 1, 2, \dots$

Применение явления интерференции света: измерение длины световой волны, определение показателя преломления прозрачных сред, диагностика качества обработки поверхности, просветление деталей оптических устройств, измерение толщины прозрачных пластин.

**Дифракция света** — отклонение волны от прямолинейного распространения при прохождении через отверстия и огибание волной препятствий.

Дифракция объясняется на основе **принципа Гюйгенса–Френеля**: все вторичные источники, расположенные на поверхности фронта волны (рис. 53.3), когерентны между собой. Амплитуда и фаза волны в любой точке пространства — это результат интерференции волн, излучаемых вторичными источниками.

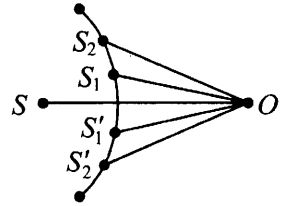


Рис. 53.3

Так как расстояния от различных участков волновой поверхности до точки  $O$  неодинаковы, то колебания от них в эту точку приходят в различных фазах. Поэтому если свет проходит через отверстие малого радиуса, то в точке  $O$  наблюдается максимум освещенности (белое пятно), при дальнейшем увеличении радиуса отверстия освещенность будет вначале уменьшаться, а затем увеличиваться, и т.д. Следствием теории Френеля является существование светлого пятна в области геометрической тени от непрозрачного экрана.

Дифракция — общее свойство волн любой природы, но условия ее наблюдения разные. Трудности наблюдения дифракции в оптике заключаются в том, что вследствие малости длины световой волны  $\lambda$  интерференционные максимумы располагаются очень близко друг к другу, а их интенсивность быстро убывает. Дифракция явно выражена при условии  $d^2 \leq \lambda L$ , где  $d$  — характерный размер отверстия или препятствия,  $L$  — расстояние от отверстия или препятствия до экрана.



Пусть на щель шириной  $a$  падает перпендикулярно к ней пучок параллельных лучей монохроматического света. На экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы, будет наблюдаться интерференционная картина (чередующиеся минимумы и максимумы света) (рис. 53.4).

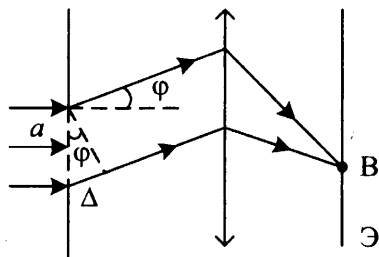


Рис. 53.4

Усиление света наблюдается под углами  $\varphi$ , удовлетворяющими условию  $a \sin \varphi = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{2}$ . Условие ослабления света имеет вид

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

**Дифракционная решетка** — оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа узких параллельных щелей одинаковой ширины, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга.

Если на дифракционную решетку перпендикулярно к ней падает пучок параллельных лучей света, то при дифракции на каждой из щелей он отклоняется на угол  $\varphi$ , и на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, будет наблюдаться система дифракционных максимумов и минимумов, полученная в результате интерференции света от различных щелей. Главные максимумы при дифракции на решетке наблюдаются под углами  $\varphi$ , удовлетворяющими условию (рис. 53.5):  $d \cdot \sin \varphi = k\lambda$ , где  $k = 0, 1, 2 \dots$  — называется **порядком главного максимума**, или **порядком спектра**.

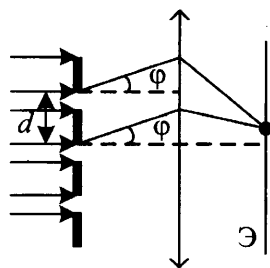


Рис. 53.5

$d = a + b$  — **период дифракционной решетки**;  $a$  — ширина щели;  $b$  — расстояние между щелями;  $\varphi$  — угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагирующих лучей.

Период дифракционной решетки равен  $d = \frac{1}{N}$ , где  $N$  — количество

штрихов на единицу длины.

При падении на решетку белого цвета все главные максимумы, кроме центрального, имеют все цвета радуги. Дифракционная решетка является одним из простейших точных устройств для измерения длин волн.

**Разрешающая сила дифракционной решетки**  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$ , где

$\Delta\lambda$  — наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки.

**Дисперсия** — зависимость показателя преломления света от частоты колебаний (или длины волны).

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 53.6).

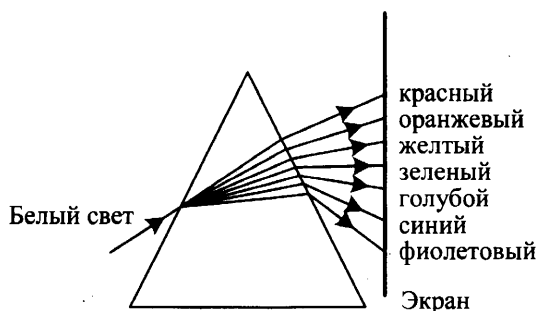


Рис. 53.6

Естественный свет содержит волны со всевозможными направлениями колебаний вектора  $\vec{E}$ , перпендикулярными к направлению распространения волны. Такой свет называется неполяризованным.

Поляризаторы (поляриды, кристаллы турмалина) обладают способностью пропускать световые волны с колебаниями вектора  $\vec{E}$ , лежащими только в одной плоскости. Такой свет называется поляризованным. **Поляризация света** — явление выделения из всей совокупности колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  естественного света единственной плоскости колебаний данных векторов. Данное явление служит доказательством поперечности световых волн.

## ЗАДАЧИ

1. Какие условия являются необходимыми для наблюдения устойчивой интерференционной картины? Выберите два верных утверждения:

- 1) одинаковые амплитуды
- 2) одинаковые частоты
- 3) одинаковые фазы
- 4) постоянная разность фаз колебаний

*Решение*

Интерференция — сложение когерентных волн, которыми являются волны одинаковой частоты и имеющие постоянную во времени разность фаз.

*Ответ:* 24.

2. Разность хода двух интерферирующих волн монохроматического света равна четверти длины волны. Определите в градусах разность фаз колебаний.

*Решение*

Для получения устойчивой интерференционной картины волны должны быть когерентными, т.е. иметь одну частоту и длину волны (в точке наложения).

Уравнение бегущей волны  $y = y_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ . Фаза каждой из волн  $\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ .  $\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi\lambda}{(4\lambda)} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ .

*Ответ:*  $\Delta\varphi = 90^\circ$ .

3. Лазерный луч красного цвета падает перпендикулярно на дифракционную решетку. На линии  $ABC$  экрана (рис. 53.7) наблюдается серия ярких красных пятен. Как изменятся расстояния  $AB$  и  $BC$  в расположении пятен на экране, если:

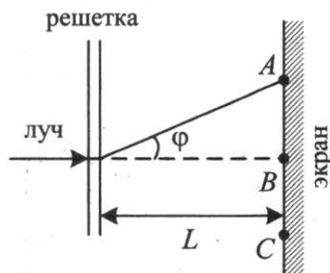


Рис. 53.7

- А) заменить исходный луч на лазерный луч зеленого цвета;
- Б) отодвинуть решетку от экрана;

В) увеличить период решетки?

- 1) уменьшатся                      2) увеличатся                      3) не изменятся

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

При дифракции на решетке максимум наблюдается, если  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Поскольку для максимума первого порядка угол  $\varphi$  мал, то можно принять  $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}$ . Пусть расстояние  $AB = \Delta h$ , так как  $\Delta h = L \sin \varphi$ , тогда  $\Delta h = \frac{L\lambda}{d}$ . Если заменить исходный луч на лазерный луч зеленого цвета, то длина волны уменьшится и  $\Delta h$  уменьшится. Если отодвинуть решетку от экрана, то  $\Delta h$  увеличится. Если увеличить период решетки, то  $\Delta h$  уменьшится.

*Ответ:* 121.

4. На экран  $A$  от точечного источника, находящегося от него на большом расстоянии, падает свет с длиной волны 580 нм. В экране имеются две параллельные щели на расстоянии  $10^{-4}$  м одна от другой. Определите расстояние между двумя соседними полосами интерференционных максимумов, наблюдаемых на экране  $B$ , расположенном параллельно экрану  $A$  на расстоянии 1 м от него.

*Решение*

В произвольной точке  $C$  экрана  $B$  (рис. 53.8) наблюдается интерференционный максимум при условии  $l_2 - l_1 = k\lambda$ .

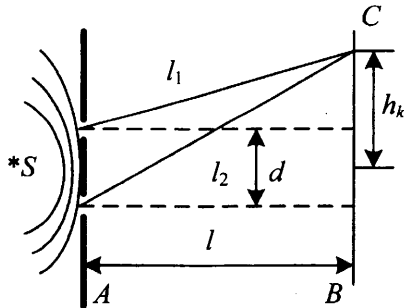


Рис. 53.8

Из рисунка  $l_1^2 = l^2 + \left(h_k - \frac{d}{2}\right)^2$ ,  $l_2^2 = l^2 + \left(h_k + \frac{d}{2}\right)^2$ . Следовательно,  $l_2^2 - l_1^2 = 2h_k d$ ,  $(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2h_k d \Rightarrow l_2 - l_1 = \frac{2h_k d}{l_2 + l_1}$ . В случае когда  $h_k \ll l$ , можно считать справедливым приближенное равенство  $l_2 + l_1 \approx 2l \Rightarrow l_2 - l_1 = \frac{h_k d}{l}$ . Приравнивая два выражения для разности  $l_2 - l_1$ , получаем  $\frac{h_k d}{l} = k\lambda$ , откуда  $h_k = \frac{k l \lambda}{d}$ . Расстояние  $\Delta h$  между соседними интерференционными полосами:  $\Delta h = h_{k+1} - h_k = \frac{\lambda l}{d}$ .

$$\Delta h = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

*Ответ:*  $\Delta h = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$

5. Выберите два верных утверждения. При освещении точечным монохроматическим светом круглого отверстия очень малого радиуса на экране наблюдается дифракционная картина. В центре дифракционной картины:

- 1) размещается светлое пятно
- 2) размещается темное пятно
- 3) при постепенном увеличении радиуса отверстия освещенность в центре вначале увеличивается, затем убывает почти до нуля, затем вновь увеличивается, и т.д.
- 4) при постепенном увеличении радиуса отверстия освещенность в центре увеличивается и достигает максимального значения

*Решение*

Если свет проходит через отверстие очень малого радиуса, то в центре наблюдается максимум освещенности (светлое пятно). При постепенном увеличении радиуса отверстия освещенность в центре вначале увеличивается, затем убывает почти до нуля, затем вновь увеличивается, и т.д.

*Ответ:* 13.

## **§ 54. Электромагнитное излучение разных диапазонов длин волн. Свойства и практическое применение этих излучений**

В данном разделе описаны основные характеристики, свойства и применение различных видов электромагнитного излучения.

**Радиоволны.** Интервал частот:  $3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^{11}$  Гц. Интервал длин волн:  $10^5 - 10^{-3}$  м.

Источники излучений — излучающие антенны, мазеры, клистронные генераторы, генераторы радиочастотного диапазона.

Свойства — распространяются в атмосфере.

Применение — для радиосвязи, телевидения, радиолокации, радиоастрономии, исследования свойств вещества и т.д.

**Инфракрасное излучение.** Интервал частот:  $3 \cdot 10^{11} - 4 \cdot 10^{14}$  Гц. Интервал длин волн:  $2 \cdot 10^{-3} - 7,6 \cdot 10^{-7}$  м.

Источники излучений — все нагретые тела, Солнце, лазеры, газоразрядные лампы.

Свойства — лучи невидимы, хорошо поглощаются телами, изменяют электрическое сопротивление тел, действуют на фотоматериалы, хорошо проходят в тумане.

Применение — для фотографирования в темноте, для сушки, в приборах ночного видения, дистанционного управления и т.д.

**Видимое излучение.** Интервал частот:  $4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$  Гц. Интервал длин волн:  $7,7 \cdot 10^{-7} - 3,8 \cdot 10^{-7}$  м.

Источники излучений — Солнце, космос, лазеры, газоразрядные лампы.

Свойства — вызывает явление фотосинтеза в растениях, фотоэффекта в металлах и полупроводниках.

Применение — значение видимого излучения в жизни человека исключительно велико: свет является необходимым условием для существования жизни на Земле.

**Ультрафиолетовое излучение.** Интервал частот:  $7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$  Гц. Интервал длин волн:  $4 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-8}$  м.

Источники излучений — Солнце, космос, лазеры, газоразрядные лампы, электрическая дуга.

Свойства — оказывают бактерицидное действие, поглощаются озоном, обладают лечебными свойствами, лучи невидимые. Действуют на фотоэлементы, люминесцентные вещества.

Применение — люминесценция в газоразрядных лампах, лазеры в медицине и т.д.

**Рентгеновское излучение.** Интервал частот:  $3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20}$  Гц. Интервал длин волн:  $10^{-8} - 10^{-12}$  м.

Источники излучений — трубка Рентгена, лазеры, солнечная корона, небесные тела, бетатроны.

Свойства — обладают большой проникающей способностью, вызывают люминесценцию и вторичный фотоэффект.

Применение — рентгенография, рентгенотерапия, дефектоскопия, микроанализ и т.д.

**Гамма-лучи.** Интервал частот:  $3 \cdot 10^{19} - 3 \cdot 10^{23}$  Гц. Интервал длин волн:  $10^{-11} - 10^{-15}$  м.

Источники излучений — космос, радиоактивный распад, бетатрон.

Свойства — ионизируют атомы и молекулы тел, разрушают живые клетки, не взаимодействуют с электрическим и магнитным полями.

Применение — дефектоскопия, терапия и диагностика в медицине и т.д.

## ЗАДАЧИ

1. В каких случаях происходит излучение электромагнитных волн электроном? Выберите два верных утверждения.

- 1) электрон покоится
- 2) электрон движется равномерно и прямолинейно
- 3) электрон движется равноускоренно и прямолинейно
- 4) электрон движется равномерно по окружности

*Решение*

Неподвижный электрон создает электростатическое поле, излучения электромагнитных волн не происходит. При равномерном и прямолинейном движении электрон создает постоянное магнитное поле, но излучения электромагнитных волн не происходит. Электрон, движущийся равноускоренно и прямолинейно, излучает электромагнитные волны. При равномерном движении по окружности электрон имеет центростремительное ускорение и излучает электромагнитные волны.

*Ответ 34.*

2. Какие из излучений используются для исследования структуры и внутренних дефектов твердых тел и конструкций? Выберите два верных утверждения.

- 1) ультрафиолетовое излучение
- 2) гамма-излучение
- 3) видимое излучение
- 4) рентгеновское излучение

*Ответ: 24.*

3. Выберите два верных утверждения. Радиосвязь можно осуществить на очень больших расстояниях (между материками). Назовите явление, благодаря которому это возможно.
- 1) поляризация радиоволн
  - 2) дифракция радиоволн
  - 3) отражение радиоволн от ионосферы и Земли
  - 4) пропорциональность излучаемой энергии электромагнитной волны четвертой степени частоты

*Решение*

Радиосвязь можно осуществить на очень больших расстояниях за счет отражения радиоволн от ионосферы и Земли. Пропорциональность излучаемой энергии электромагнитной волны четвертой степени частоты обуславливает необходимость использования для радиосвязи волн с частотами не ниже 150 кГц.

*Ответ:* 34.

4. Какому из приведенных излучений соответствует минимальная и максимальная частота?
- |  |   |
|--|---|
| <p>А) минимальная частота</p> <p>Б) максимальная частота</p> | <p>1) инфракрасное излучение Солнца</p> <p>2) ультрафиолетовое излучение Солнца</p> <p>3) излучение <math>\gamma</math>-радиоактивного препарата</p> <p>4) излучение антенны радиопередатчика</p> |
|--|---|

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Ответ:* 43.

## § 55. Основы специальной теории относительности

1. **Принцип относительности Эйнштейна** — любые физические процессы протекают одинаково в различных инерциальных системах отсчета (при одинаковых начальных условиях).



2. **Инвариантность скорости света** — скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника и наблюдателя.

Основные следствия СТО:

- замедление времени в движущихся системах отсчета относительно неподвижных;
- сокращение продольных размеров движущихся тел;
- относительность одновременности событий в различных ИСО.

Пусть в системе, движущейся со скоростью  $v$ , измерен промежуток времени  $\Delta t_0$ . В неподвижной системе часы покажут промежуток:  $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , т.е. движущиеся часы идут медленнее непод-

вижных.

Длина тела сокращается в направлении движения:  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ ,

где  $l_0$  — длина тела, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело находится в покое. В классической механике при  $v \ll c$  знаменатель обратится в единицу, и  $l = l_0$ ,  $\Delta t = \Delta t_0$ .

**Релятивистский импульс тела:**  $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

Изменение импульса тела сопровождается изменением его энергии.

Полная энергия тела, изолированного от внешних воздействий:

$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  — это закон взаимосвязи массы и полной энергии.

Значит, полная энергия зависит от выбора системы отсчета. Наименьшую энергию тело имеет в той системе отсчета, относительно которой оно покоится ( $v = 0$ ).  $E_0 = mc^2$  — энергия покоя тела.

Отметим, что в полную энергию не входит потенциальная энергия.

Полная энергия тела может быть записана в форме:

$$E = E_0 + E_K = mc^2 + E_K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E_K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 \quad \text{— кинетическая энергия релятивистской частицы.}$$

Из формул для полной энергии и импульса получим  $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$ .

**Пространство и время в СТО:** инвариантной величиной, отражающей связь пространства и времени, является интервал  $s = \sqrt{c^2 \tau^2 - R^2}$ , значения которого не зависят от выбора инерциальной системы отсчета, здесь  $\tau$  и  $R$  — интервал времени и расстояние между двумя событиями.

## ЗАДАЧИ

1. Чайник с 2 кг воды нагрели от 20 °С до кипения. Насколько изменилась масса воды? Удельная теплоемкость воды  $4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К).

*Решение*

Количество энергии, необходимое для нагревания воды до кипения, равно  $Q = ct\Delta T = 67,2 \cdot 10^4$  Дж.  $Q = E$ , где  $E = \Delta mc^2$ . Тогда

$$\Delta m = \frac{Q}{c^2} = 7,5 \cdot 10^{-12} \text{ кг.}$$

*Ответ:*  $\Delta m = 7,5 \cdot 10^{-12}$  кг.

2. Два электрона, испущенные одновременно радиоактивным веществом, движутся в противоположных направлениях со скоростями  $0,7c$  относительно наблюдателя в лаборатории. Чему равно расстояние между электронами в лабораторной системе отсчета через  $t$  секунд после их излучения?

*Решение*

Расстояние между электронами в лабораторной системе отсчета через  $t$  секунд после их излучения  $s = 1,4ct$ .

*Ответ:*  $s = 1,4ct$ .

3. Два автомобиля движутся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  относительно поверхности Земли. Как изменится скорость квантов света от фар первого автомобиля в системе отсчета, связанной с другим автомобилем в случаях, если:

- А) они движутся в противоположных направлениях;
- Б) они движутся навстречу друг другу?
  - 1) уменьшится
  - 2) увеличится
  - 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Согласно принципу постоянства скорости света — скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника и наблюдателя. В обоих случаях скорость будет равна скорости света.

*Ответ:* 33.

## Корпускулярно-волновой дуализм

### § 56. Гипотеза Планка. Фотоны и их свойства. Фотоэлектрический эффект и его законы

Изучение экспериментальной кривой распределения энергии в спектре излучения нагретых твердых тел (теплового излучения) привело М. Планка в 1900 г. к гипотезе: атомы излучают электромагнитную энергию отдельными порциями — **квантами**.

**Энергия одного кванта**  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ , где  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж · с —

**постоянная Планка**,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме. Гипотеза Планка объяснила явление фотоэффекта, открытого в 1887 г. Г. Герцем.

**Фотоэффект** — явление испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения (рис. 56.1, 56.2).

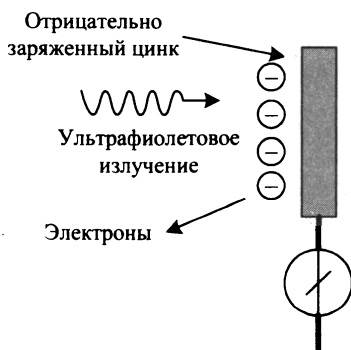


Рис. 56.1

Количественные закономерности фотоэффекта были установлены А. Г. Столетовым. Он использовал вакуумный стеклянный баллон с двумя электродами (рис. 56.2). Опытным путем были установлены **три закона фотоэффекта**:

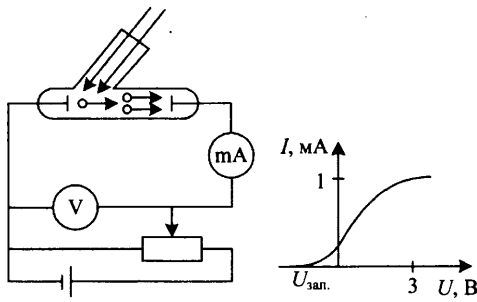


Рис. 56.2

1. Сила тока насыщения прямо пропорциональна мощности светового излучения данной длины волны, падающего на поверхность тела.

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от мощности светового потока.

3. Если частота света меньше некоторой определенной для данного вещества минимальной частоты, то фотоэффект не наблюдается (красная граница фотоэффекта).

Эйнштейн применил гипотезу Планка для объяснения фотоэффекта, предположив, что свет не только излучается в виде квантов, но распространяется и поглощается тоже дискретно. Носителем порции (кванта) электромагнитной энергии является фотон, поэтому ток насыщения прямо пропорционален числу поглощенных поверхностью тела фотонов.

**Фотон** — материальная, электрически нейтральная частица, не имеющая массы покоя.

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \text{ где } A_{\text{вых.}} \text{ — работа выхода электронов из материала катода — это формула Эйнштейна для фотоэффекта;}$$

$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{max}}} + eU_{\text{зап.}}$ , где  $U_{\text{зап.}}$  — запирающее напряжение между катодом и анодом, при котором фототок прекращается,  $eU_{\text{зап.}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ .

**Энергия фотона:**  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega$ ,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ . Так как  $E = mc^2$ , то

$$\text{масса фотона: } m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \text{ Импульс фотона: } p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

**Красная граница фотоэффекта** определяется из формулы Эйнштейна, применяя условие, что вышедшие за пределы материала ка-

тогда фотоэлектроны не имеют начальной скорости ( $v = 0$ ), тогда

$$h\nu_{\min} = A_{\text{вых}}, \quad v_{\min} = \frac{A_{\text{вых}}}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_{\max} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}.$$

Свойства фотонов:

- фотон является квантом электромагнитного поля, его скорость  $v = c$  (скорость света в вакууме);
- фотон существует только в движении;
- энергия фотона  $E = mc^2 = h\nu$ .

## ЗАДАЧИ

1. Незаряженную металлическую пластинку освещают;

- А) рентгеновскими лучами;
- Б) радиоволнами с длиной волны 1 м.

Зарядится ли пластинка в каждом случае?

- 1) таким способом зарядить пластинку нельзя
- 2) пластинка заряжается отрицательно
- 3) пластинка заряжается положительно
- 4) заряд пластинки зависит от интенсивности освещения

А	Б

*Решение*

При освещении металлической пластинки рентгеновскими лучами будет наблюдаться фотоэффект. Фотоэффект — явление испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения, следовательно, пластинка зарядится положительно. Радиоволны с длиной волны 1 м не вызывают фотоэффекта.

*Ответ:* 31.

2. От каких параметров зависит:

- А) величина тока насыщения;
- Б) работа выхода при фотоэффекте?
- 1) от частоты облучающего света
- 2) от мощности облучающего света
- 3) от скорости вылетающих электронов
- 4) от свойств вещества фотокатода

А	Б

*Решение*

Согласно законам фотоэффекта сила тока насыщения прямо пропорциональна мощности светового излучения, падающего на поверхность тела. Работа выхода при фотоэффекте зависит только от свойств фотокатода (материала и обработки его поверхности).

*Ответ:* 24.

3. Световой поток, падающий на катод фотоэлемента, увеличивается. Как будут изменяться:

- А) задерживающее напряжение;
- Б) ток насыщения?
- 1) задерживающее напряжение не изменяется
- 2) задерживающее напряжение возрастает
- 3) ток насыщения возрастает
- 4) ток насыщения уменьшается

А	Б

*Решение*

По законам фотоэффекта — максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от мощности светового потока. Так как  $\frac{mv^2}{2} = eU$ , то задерживающее напряжение не изменяется. Ток насыщения возрастает.

*Ответ:* 13.

4. Частота облучающего света уменьшилась в 2 раза, но фототок не прекратился. Как изменилась:

- А) работа выхода фотоэлектрона;
- Б) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов?
- 1) уменьшилась больше чем 2 раза
- 2) увеличилась меньше чем в 2 раза
- 3) не изменилась
- 4) однозначно ответить нельзя

*Решение*

Работа выхода зависит от свойств вещества и не зависит от облучающего света. Так как  $E_k = h\nu - A_{\text{вых}}$ , то при уменьшении частоты в 2 раза кинетическая энергия уменьшится больше чем в 2 раза.

*Ответ:* 31.

5. В электрической цепи, изображенной на рисунке 56.3, катод К освещают монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda$ . Длину волны уменьшают. Как изменятся:

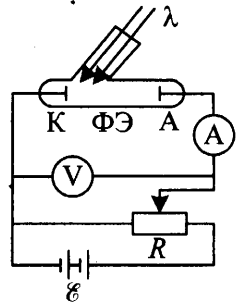


Рис. 56.3

- А) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов;  
 Б) работа выхода электрона из материала катода;  
 В) сила тока насыщения?  
 1) уменьшится  
 2) увеличится  
 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Так как  $h\frac{c}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}$ , то при уменьшении длины волны кинетическая энергия фотоэлектронов возрастает. Работа выхода зависит от свойств вещества и не зависит от облучающего света. Сила тока насыщения прямо пропорциональна мощности светового излучения, падающего на поверхность тела, и не зависит от частоты света (законы фотоэффекта).

*Ответ:* 233.

6. Сколько фотонов излучения с длиной волны  $\lambda = 520$  нм в вакууме будут иметь энергию  $W = 10^{-3}$  Дж?

*Решение*

Энергия одного кванта равна  $E = \frac{hc}{\lambda}$ . Число квантов:  $N = \frac{W\lambda}{hc} = 26 \cdot 10^{14}$ .

*Ответ:*  $N = 26 \cdot 10^{14}$ .

7. На рисунке 56.4 приведены зависимости запирающего напряжения  $U_3$  от частоты  $\nu$  облучающего света, падающего на катод фотоэлемента, для двух разных материалов катода. Используя



уравнение Эйнштейна, обоснуйте линейность этой зависимости. Какой из материалов имеет большую работу выхода?

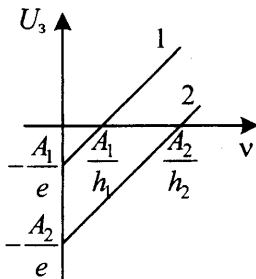


Рис. 56.4

*Решение*

Так как  $h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}$ ,  $h\nu = A + eU_3$ ,  $U_3 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A}{e}$ . Построим зависимости  $U_3 = U_3(\nu)$  для двух материалов с  $A_1$  и  $A_2$ . Для первого материала при  $\nu_1 = 0 \Rightarrow U_{31} = -\frac{A_1}{e}$ , при  $U_{31} = 0 \Rightarrow \nu_1 = \frac{A_1}{h}$ . Эта зависимость — прямая линия (рис. 56.4).

Для второго материала при  $\nu_2 = 0$ ,  $U_{32} = -\frac{A_2}{e}$ ,  $U_{31} = 0$ ,  $\nu_2 = \frac{A_2}{h} \Rightarrow \Rightarrow A_2 > A_1$ .

*Ответ:* материал 2.

## § 57. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм

Длина волны фотона  $\lambda = \frac{h}{mc}$ . Французский физик Луи де Бройль

высказал предположение, что со всякой частицей массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$ , связано распространение некоторых волн.

Де Бройль нашел длину волны этих волн:  $\lambda_{\text{бр.}} = \frac{h}{mv}$  — **длина волны**

**де Бройля.**

Для тел значительной массы длина волны получается очень малой, и обнаружить волновые свойства невозможно. Элементарные

частицы и даже атомы при небольших скоростях движения могут проявлять волновые свойства. Например, при пропускании пучка электронов через щель можно наблюдать **дифракцию электронов** (экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля К. Девиссоном и Д. Джермером, 1927 г.).

Можно наблюдать дифракционную картину электронного пучка на естественной дифракционной решетке (плоскостях кристаллов) с периодом (несколько ангстрем, Å), соответствующим условию дифракции волны де Бройля для электрона. Дифракция электронов на плоскостях кристаллической решетки моно- и поликристаллов лежит в основе **электрографии** — одного из методов изучения внутреннего строения твердых тел.

Итак, в одних опытах свет обнаруживает волновые свойства (интерференция, дифракция и т.д.), а в других корпускулярные (фотоэффект, эффект Комптона и т.д.). Другими словами, свет обладает **корпускулярно-волновым дуализмом** (двойственность природы света).

Для теоретического рассмотрения законов излучения использовали модель абсолютно черного тела, т.е. тела, полностью поглощающего электромагнитные волны любой длины. Физиками И. Стефаном и Л. Больцманом экспериментально было установлено, что полная энергия, излучаемая за 1 с абсолютно черным телом с единицы поверхности (плотность энергетической светимости  $\varepsilon$ ), пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры  $T$  (**закон Стефана–Больцмана**):  $\varepsilon = \sigma T^4$ , где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Дж/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup> · с) — постоянная Стефана–Больцмана.

Спектральной плотностью энергетической светимости тела  $r$  в интервале частот  $\Delta\nu$  называется отношение плотности энергетической светимости в данном диапазоне частот к ширине диапазона:  $r = \frac{\varepsilon}{\Delta\nu}$ .

На основании гипотезы, что атомы излучают электромагнитную энергию отдельными порциями — квантами, Планк получил формулу для спектральной плотности энергетической светимости черного тела:

$$r_\nu = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu^2}{c^2} \frac{h \cdot \nu}{e^{h \cdot \nu / k \cdot T} - 1},$$

которая прекрасно описывает экспериментальную кривую (рис. 57.1).

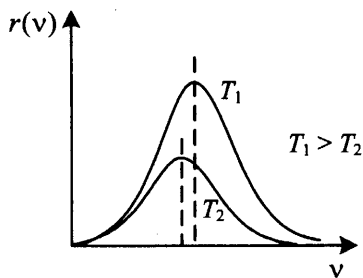


Рис. 57.1

### Замечание

- Отметим, что с повышением температуры наибольшая плотность энергетической светимости приходится на все большие частоты.

Так как фотоны обладают импульсом, свет может оказывать давление на облучаемую поверхность, которое можно определить, зная суммарный импульс, передаваемый фотонами поверхности:  $p = N \cdot \Delta p_\phi$ , где  $N$  — количество фотонов, падающих на поверхность единичной площади в единицу времени.

### Замечание

- Поглощенный фотон передает поверхности импульс  $\Delta p_\phi = \frac{h\nu}{c}$ , отраженный —  $\Delta p_\phi = \frac{2h\nu}{c}$ .

## ЗАДАЧИ

1. Пучок электронов, пройдя через узкую щель, создает такую же дифракционную картину, как и монохроматическое излучение с  $\lambda = 55$  нм. Чему равна скорость электронов в пучке (в м/с)?

### Решение

Так как вид дифракционной картины при прочих равных условиях определяется только длиной волны, то электрону соответствует волна де Бройля 55 нм. Согласно формуле де Бройля  $p = \frac{h}{\lambda} = 1,21 \cdot 10^{-26}$  кг · м/с,

$$v = \frac{p}{m} = 1,33 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $v = 1,33 \cdot 10^4$  м/с.

2. Масса фотона  $m = 1,4 \cdot 10^{-32}$  кг. Определите длину волны этого фотона и длину волны электрона, обладающего такой же энергией.

*Решение*

Энергия фотона  $E = mc^2 = 1,26 \cdot 10^{-15}$  Дж. Его длина волны  $\lambda = \frac{hc}{E} = 1,58 \cdot 10^{-10}$  м. Для электрона с той же энергией  $E = \frac{p_e^2}{2m_e}$  дли-

на волны  $\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = 1,38 \cdot 10^{-11}$  м.

*Ответ:*  $\lambda = 1,58 \cdot 10^{-10}$  м,  $\lambda_e = 1,38 \cdot 10^{-11}$  м.

3. Луч лазера мощностью 50 мВт падает на поглощающую поверхность. Какова сила светового давления луча на эту поверхность?

*Решение*

$F = n \cdot \Delta p$ , где  $n$  — число фотонов, падающих на поверхность за 1 с,  $F$  — сила светового давления на поверхность. Для поглощающей поверхности  $\Delta p = p = \frac{h\nu}{c}$ . Мощность луча лазера  $N = n \cdot h \cdot \nu$ . Тогда

$$N = F \cdot c, F = \frac{N}{c} = 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ Н.}$$

*Ответ:*  $1,67 \cdot 10^{-10}$  Н.

4. В среде распространяется свет, имеющий длину волны  $\lambda = 3 \cdot 10^{-5}$  см и энергию кванта  $E = 4,4 \cdot 10^{-19}$  Дж. Определите абсолютный показатель преломления среды, массу и импульс одного кванта света.

*Решение*

Частота излучения  $\nu = \frac{E}{h}$ , но  $\nu = \lambda \nu = \frac{\lambda E}{h}$ . Показатель преломления среды:  $n = \frac{c}{v} = \frac{ch}{\lambda E} = 1,5$ . Массу фотона определим из соотно-

шения Эйнштейна  $m = \frac{E}{c^2} = 0,49 \cdot 10^{-35}$  кг. Импульс фотона  $p = \frac{E}{c} = 1,47 \cdot 10^{-27}$  кг · м/с.

*Ответ:*  $n = 1,5$ ;  $m = 0,49 \cdot 10^{-35}$  кг,  $p = 1,47 \cdot 10^{-27}$  кг · м/с.

# Физика атома

## § 58. опыты Резерфорда по рассеянию альфа-частиц. Планетарная модель атома. Квантовые постулаты Бора

В результате осуществленного Э. Резерфордом опыта по изучению рассеяния быстрых  $\alpha$ -частиц (ядер гелия) при прохождении через тонкую фольгу золота было обнаружено, что

- основная часть ядер проходит через фольгу практически без отклонения (рассеяния), что свидетельствует о «пустоте» атома, т.е. размеры ядра много меньше размеров атома;
- малая часть  $\alpha$ -частиц рассеивается на очень большой угол от направления движения. Это возможно только под действием большой кулоновской силы.

Э. Резерфордом была предложена новая модель атома — **планетарная модель атома**: в центре атома расположено ядро (рис. 58.1); по орбитам вокруг ядра движутся электроны под действием электростатических сил. Атом нейтрален. Почти вся масса атома сосредоточена в ядре.

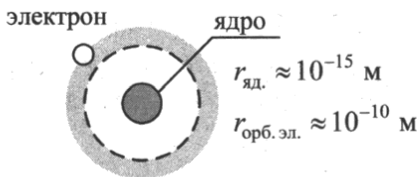


Рис. 58.1

Однако любое ускоренное движение электрических зарядов (например, электронов, которые движутся в атоме с центростремительным ускорением) должно сопровождаться излучением электромагнитных волн. Это должно приводить к падению электрона на атомное ядро, но в действительности атом устойчив. Это противоречие разрешил в 1913 г. Н. Бор с помощью **квантовых постулатов**:

1) Условие стационарных состояний: атомная система может находиться только в некоторых состояниях, в которых не излучает, хотя при этом заряженные частицы в атоме движутся с ускорением. Их орбиты соответствуют стационарным (основным) состояниям электронов в атоме и определяются условием:

$$m_e v_e r_n = n \frac{h}{2\pi},$$

где  $m_e$  — масса электрона,  $v_e$  — скорость электрона,  $r_n$  — радиус  $n$ -й круговой орбиты,  $n$  — главное квантовое число (целое).

2) Условие частот: при переходе атома из стационарного состояния с энергией  $E_n$  в состояние с энергией  $E_m$  излучается или поглощается квант света, частота которого определяется уравнением:  $h\nu = E_n - E_m$ . Бесконечно долго атом может находиться лишь в состоянии с энергией  $E_1$ , которое называется основным состоянием.

### ЗАДАЧИ

1. Атом состоит из ядра и электронов, ядро — из протонов и нейтронов. Где сосредоточены:

- А) положительный заряд;
  - Б) почти вся масса атома?
- 1) в электроне
  - 2) в ядре
  - 3) в нейтроне
  - 4) в протоне

А	Б

*Решение*

Масса электрона приблизительно в 2000 раз меньше массы протона или нейтрона. Величина отрицательного заряда электрона равна положительному заряду протона  $\Rightarrow$  положительный заряд и почти вся масса атома сосредоточены в ядре.

*Ответ:* 22.

2. Сколько квантов с различной энергией может испустить атом водорода, если электрон находится:

- А) на третьей орбите;
  - Б) на второй орбите?
- 1) 1 квант
  - 2) 3 кванта
  - 3) 6 квантов
  - 4) 9 квантов

А	Б

*Решение*

В случае А) атом может испустить три кванта; при переходе электрона с третьей орбиты на первую, со второй на первую и с третьей на вторую. В случае Б) атом может испустить один квант.

*Ответ:* 21.

3. По схеме энергетических уровней атома (рис. 58.2) определите, какой цифрой обозначен переход, соответствующий

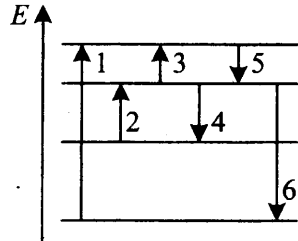


Рис. 58.2

- А) наименьшей частоте в спектре поглощения атома;  
 Б) наибольшей длине волны в спектре излучения атома;  
 В) самой большой энергии фотонов.

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Если атом поглощает, то переход должен осуществляться с нижележащего уровня на более высокий  $\Rightarrow$  стрелка перехода направлена вверх. Но  $\Delta E = h\nu \Rightarrow$  наименьшей частоте поглощаемого излучения соответствует наименьшее изменение энергии, чему удовлетворяет переход 3.

Самой большой длине волны в спектре излучения атома, согласно выражению  $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$ , соответствует переход 5, самой большой энергии фотонов — переход 1.

*Ответ:* 351.

4. Квант света выбивает фотоэлектрон из атома водорода. Найдите скорость электрона вдали от ядра.

*Решение*

Энергия налетающего кванта частично расходуется на вырывание электрона из атома (ионизацию) и частично на сообщение кинетической энергии освободившемуся электрону  $h\nu = E_{\text{ион.}} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h\nu - E_{\text{ион.}})}{m}}$$

*Ответ:*  $v = \sqrt{\frac{2(h\nu - E_{\text{ион.}})}{m}}$

## § 59. Спектры испускания и поглощения электромагнитного излучения

Излучение или поглощение света атомом происходит согласно второму постулату Бора, или условию частот: при переходе атома из стационарного состояния с энергией  $E_n$  в состояние с энергией  $E_m$  излучается или поглощается квант света, частота которого определяется уравнением  $h\nu = E_n - E_m$  или  $\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ , где  $R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^3}$  — постоянная Ридберга,  $R = 3,2931193 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ .

Рассмотрим движение электрона вокруг ядра, например, атома водорода.

Согласно второму закону Ньютона:  $\frac{m\nu^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r_n^2}$ , тогда

$$\nu^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m r_n}, \text{ или, с учетом выражения для } \nu \text{ из условия квантования орбит: } r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{Z \pi m e^2} \text{ (для водорода } Z = 1).$$

Постулаты Бора позволяют рассчитывать спектры атома водорода и водородоподобных систем  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ .

**Спектр** — распределение энергии, излучаемой или поглощаемой веществом, по частотам или длинам волн.

**Полная энергия электрона** —  $E = \frac{m_e \nu^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ,

с учетом выражения для  $r$ :  $E = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Знак «-» означает, что электрон находится в связанном состоянии. На рисунке 59.1 показана энергетическая диаграмма атома водорода.



Рис. 59.1



Основные выводы:

а) чем больше  $n$ , тем меньше отличаются друг от друга энергетические состояния;

б) первое состояние имеет минимальное значение  $E$ , при  $n = 1$  — основное состояние атома. **Энергия ионизации** атома водорода ( $E_{\text{ион.}} = -E_1 = 13,6$  эВ) — энергия, необходимая, чтобы «оторвать» электрон от атома.

Излучение света наблюдается при переходе атома с высших энергетических уровней  $E_n$  на один из низших энергетических уровней  $E_m$  (при переходе электрона с внешней орбиты на внутреннюю орбиту). Поглощение света — процесс, обратный излучению.

Состояние атома с наименьшей энергией называют **основным**, а состояния с большими значениями энергии — **возбужденными**. Из возбужденного состояния атом в течение  $10^{-7} - 10^{-9}$  с спонтанно переходит в другое возбужденное состояние или основное состояние, в котором он может находиться бесконечно долго.

При высокой температуре и небольших давлениях вещества в газообразном состоянии испускают излучение, раскладываемое в линейчатый спектр с помощью призмы или дифракционной решетки. Изучая спектр излучения водорода, И. Бальмер получил эмпирически для видимого излучения зависимость частоты излучения от номера орбиты электрона в возбужденном состоянии:

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ — формула Бальмера для видимого излучения.}$$

При последующих исследованиях были получены:

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ — формула Пашена для инфракрасного излучения;}$$

$\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ — формула Лаймана для ультрафиолетового излучения.}$

Излучение света можно представить на энергетической диаграмме атома водорода следующим образом (рис. 59.2).

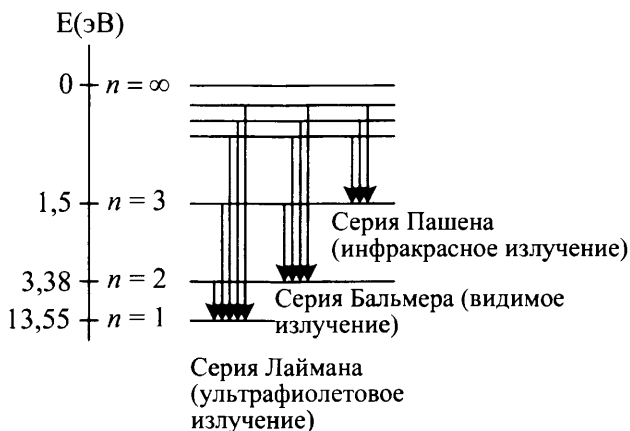


Рис. 59.2

- При  $m = 1, n = 2, 3, 4, \dots$  — серия Лаймана.
- При  $m = 2, n = 3, 4, 5, \dots$  — серия Бальмера.
- При  $m = 3, n = 4, 5, 6, \dots$  — серия Пашена.
- При  $m = 4, n = 5, 6, 7, \dots$  — серия Брэкета.

### Замечание

- Отметим, что спектр поглощения содержит только серию Лаймана, так как свободные атомы водорода обычно находятся в основном состоянии с  $n = 1$ .

**Виды спектров излучения** (распределение излучаемой энергии по частотам или длинам волн):

а) **непрерывные спектры** дают нагретые тела, находящиеся в твердом, жидком и в газообразном (под большим давлением) состояниях;

б) **полосатые спектры** имеют газы, состоящие из слабо связанных друг с другом молекул;

в) **линейчатые спектры** дают нагретые до высоких температур вещества, находящиеся в газообразном состоянии при небольших давлениях.

При пропускании белого света через вещество, находящееся в газообразном состоянии, при небольшом давлении наблюдаются темные линии на фоне сплошного спектра — линейчатый спектр поглощения. При этом темные линии расположены там же, где наблюдались линии спектра излучения. Следовательно, поглощаются кванты, энергии которых равны разности значений энергий атома в возбужденном и основном состояниях.

**Спектральный анализ** — метод определения химического состава тел по их спектрам излучения или поглощения.

Спектральный анализ основывается на двух положениях:

■ каждый химический элемент или химическое соединение характеризуется определенным спектром;

■ интенсивность линий и полос в спектре зависит от концентрации того или иного элемента в веществе.

По спектру определяют, из каких химических элементов состоит вещество и в каких количествах.

## ЗАДАЧИ

1. Возбужденные молекулы разреженного газа:

А) слабо взаимодействующие друг с другом;

Б) не взаимодействующие друг с другом дают в основном

1) линейчатый спектр

2) полосатый спектр

3) сплошной спектр

4) спектр в данном случае получить невозможно

А	Б

*Решение*

Разреженные газы, состоящие из слабо связанных друг с другом молекул, дают полосатые спектры. Не взаимодействующие друг с другом дают линейчатые спектры.

*Ответ:* 21.

2. Температуру раскаленного металла определяют по цвету. Металл имеет:

А) более высокую температуру;

Б) более низкую температуру, когда он раскален до

1) синего цвета

2) оранжевого цвета

3) желтого цвета

4) фиолетового цвета

А	Б

*Решение*

Чем выше температура нагретого тела, тем излучение имеет меньшую длину волны. Излучения фиолетового цвета для раскаленного металла не может быть. Поэтому металл, раскаленный до желтого цвета, имеет более высокую температуру. Металл, раскаленный до оранжевого цвета, имеет более низкую температуру.

*Ответ:* 32.

3. Выберите два верных утверждения. Чем отличаются линейчатые спектры излучения различных химических элементов?

- 1) только количеством линий
- 2) только расположением линий
- 3) интенсивностью излучения линий
- 4) количеством, расположением и цветом линий

*Решение*

Линейчатые спектры излучения различных химических элементов отличаются количеством, расположением и цветом линий, а также интенсивностью излучения линий.

*Ответ:* 34.

4. По каким спектрам можно производить спектральный анализ:

- А) спектра излучения;
  - Б) спектра поглощения?
- 1) только по полосатым
  - 2) по любым
  - 3) по сплошным
  - 4) по линейчатым спектрам

А	Б

*Решение*

Спектральный анализ основывается на двух положениях: каждый химический элемент или химическое соединение характеризуется определенным спектром, и интенсивность линий и полос в спектре зависит от концентрации того или иного элемента в веществе. Данный анализ возможен только по линейчатому спектру поглощения и излучения.

*Ответ:* 44.

5. Какой тип спектра дает:

А) расплавленное железо,

Б) Солнце?

1) линейчатый

2) спектр поглощения

3) сплошной

4) спектр в данном случае получить невозможно

А	Б

*Решение*

Так как железо в расплавленном состоянии относится к конденсированным средам, как и солнце, его спектр излучения — сплошной.

*Ответ:* 33.

6. При переходе электрона в атоме водорода с четвертой стационарной орбиты на вторую излучается фотон с частотой  $0,49 \text{ мкм}$  (зеленая линия спектра водорода). Какому цвету соответствует излучение при переходе электрона:

А) с пятой орбиты на вторую;

Б) с третьей орбиты на вторую?

1) красному

2) оранжевому

3) желтому

4) синему

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Изменение энергии  $\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  при переходе электрона с пя-

той орбиты на вторую увеличилось, следовательно, длина волны излучения  $\lambda$  уменьшилась. Это соответствует синему цвету. При переходе с третьей орбиты на вторую изменение энергии уменьшилось, длина волны излучения  $\lambda$  увеличилась, что соответствует красному цвету.

*Ответ:* 41.

7. Чему равен импульс электрона, находящегося на первой боровской орбите, радиус которой равен  $53 \cdot 10^{-12}$  м,  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж · с?

*Решение*

Из правила квантования орбит Бора для первой орбиты имеем

$$mv_1 r_1 = \hbar \cdot 1, \text{ так как } p = mv \Rightarrow p_1 = \frac{\hbar}{r_1}.$$

*Ответ:*  $2 \cdot 10^{-24}$  кг · м/с.

8. Найдите энергию ионизации атома водорода.

*Решение*

У водорода полная энергия электрона на первой орбите

$$E_{\text{ион.}} = -\frac{me^4}{8\pi\epsilon_0^2 \cdot R^2}. \text{ Так как на бесконечности от ядра энергия взаимо-}$$

действия равна нулю, то для того чтобы «оторвать» электрон от ядра, необходимо затратить энергию ионизации  $E_{\text{ион.}} = -E_1$ , т.е.

$$E_{\text{ион.}} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}.$$

*Ответ:* 13,6 эВ.

## § 60. Лазеры. Люминесценция

**Лазер** — оптический квантовый генератор, создающий мощные, узконаправленные, когерентные пучки монохроматического излучения.

Лазер любой конструкции содержит: активную среду (твердое тело, газ, полупроводниковые структуры); резонатор, состоящий из двух параллельных зеркал, между которыми помещена активная среда; систему накачки (например, газоразрядную лампу) (рис. 60.1). В качестве активной среды твердотельных лазеров часто применяется рубин.

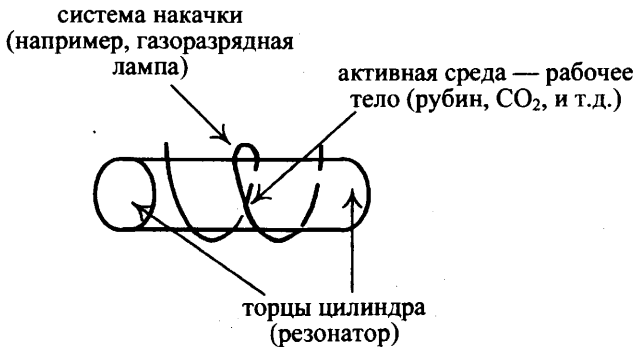


Рис. 60.1

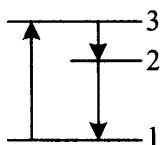


Рис. 60.2

Рубин — кристалл оксида алюминия  $Al_2O_3$  с примесью хрома ( $\approx 0,05\%$ ), что дает в энергетической диаграмме дополнительный метастабильный уровень 2 (рис. 60.2).

При облучении рубина атомы хрома возбуждаются и переходят из стационарного состояния 1 в возбужденное 3, через малое время  $\approx 10^{-8}$  с они без излучения переходят на уровень 2. Время пребывания в состоянии 2 велико ( $\approx 10^{-3}$  с) по сравнению с временем в состоянии 3.

Число атомов, находящихся в состоянии 2, больше числа атомов в состоянии 1. Достаточно одному атому хрома совершить спонтанный переход из 2 в 1 с испусканием фотона, движущегося перпендикулярно к торцам, как возникает вынужденное излучение у новых атомов. Этот процесс длится  $10^{-8} - 10^{-10}$  с ( $t_{изл.}$ ), поэтому мощность излучения

в импульсе может быть больше  $10^9$  Вт, так как  $P_{изл.} = \frac{W_{изл.}}{t_{изл.}}$ .

**Тепловое излучение** образуется за счет столкновения быстрых атомов (или молекул) друг с другом, в результате часть их кинетической энергии превращается в энергию возбуждения атомов, которые затем излучают свет (Солнце, лампа накаливания и т.д.). Помимо теплового существуют и другие виды излучения.

**Явление люминесценции** состоит в излучении света, избыточном при данной температуре над тепловым.

**Катодолюминесценция** — свечение тел, вызванное бомбардировкой вещества электронами или другими заряженными частицами (электронно-лучевые трубки телевизоров).

**Электролюминесценция** вызывается пропусканием через вещество электрического тока или действием электрического поля. Кинетическая энергия заряженных частиц или энергия электрического поля частично передается атомам (молекулам) вещества. Возбужденные атомы излучают электромагнитные волны (трубки для рекламы, северное сияние и др.).

**Хемилюминесценция** — свечение тел, вызванное возбуждением атомов химическими реакциями в веществе, которые сопровождаются выделением энергии, что и является причиной свечения (светлячки, бактерии и т.д.).

**Фотолюминесценция** — свечение тел под действием облучения их видимым, ультрафиолетовым светом, рентгеновскими и гамма-лучами, которые и возбуждают атомы вещества (светящиеся краски).

## ЗАДАЧИ

1. Выберите два верных утверждения. Действие лазера основано на
- 1) получении мощного когерентного излучения при катодоллюминесценции
  - 2) получении мощного когерентного излучения при одновременном переходе атомов активной среды с высших возбужденных уровней на низшие
  - 3) положительной обратной связи, для этого активная среда располагается в резонаторе
  - 4) получении мощного когерентного излучения при одновременном переходе атомов активной среды из основного состояния в возбужденное.

*Решение*

При накачке активной среды некоторые атомы возбуждаются и переходят из стационарного состояния в возбужденное, затем в результате обратных переходов генерируется мощное когерентное излучение. Для работы в режиме генератора необходима положительная обратная связь.

*Ответ:* 23.

2. Выберите два верных утверждения. Какое явление используется в лазерах?
- 1) спонтанное излучение
  - 2) индуцированное излучение
  - 3) нормальная населенность энергетических уровней
  - 4) инверсная населенность энергетических уровней

*Решение*

В лазерах используется индуцированное излучение и инверсная населенность энергетических уровней.

*Ответ:* 24.

3. Рубиновый лазер излучает в импульсе  $4 \cdot 10^{19}$  фотонов с длиной волны 694 нм. Длительность импульса составляет  $10^{-3}$  с. Средняя мощность вспышки лазера равна

*Решение*

Средняя мощность  $P = \frac{W}{t} = \frac{N_{\phi} W_{\phi}}{t}$ , где  $W_{\phi}$  — энергия одного фотона,

равная  $\frac{hc}{\lambda}$ ,  $N_{\phi}$  — количество фотонов, излучаемых в течение

вспышки.  $P = \frac{Nhc}{(\lambda t)} = 1,1 \cdot 10^4$  Вт.

*Ответ:*  $1,1 \cdot 10^4$  Вт.



4. Какое явление свечения тела наблюдается при его облучении

- А) рентгеновским;
- Б) ультрафиолетовым излучением?
- 1) катодолюминесценция
- 2) электролюминесценция
- 3) фотолюминесценция
- 4) фотоэффект

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Фотолюминесценция — свечение тел под действием облучения их видимым, ультрафиолетовым светом, рентгеновскими и гамма-лучами.

*Ответ:* 33.

# Ядерная физика

## § 61. Состав ядра атома. Изотопы. Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер

Ядро состоит из частиц двух типов — протонов и нейтронов.

**Протон** (открыт Э. Резерфордом в 1919 году) представляет собой ядро атома водорода, имеет положительный заряд, равный по величине заряду электрона ( $q = +1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл), и массу  $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1836 m_e$ , где  $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31}$  кг — масса электрона.

**Нейтрон** (открыт Дж. Чедвиком в 1932 году) электрически нейтрален и имеет массу  $m_n = 1,6756 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1839 m_e$ , почти совпадающую с массой протона.

Нейтрон и протон — разные зарядовые состояния одной и той же частицы **нуклон**.

Диаметр атома  $d_{\text{атома}} \approx 10^{-10}$  м, диаметр ядра  $d_{\text{ядра}} \approx 10^{-15}$  м.

Массы частиц в ядерной физике измеряются в атомных единицах массы (а.е.м.):  $1 \text{ а.е.м.} = 1,6604 \cdot 10^{-27}$  кг.

При записи ядерных реакций используют обозначения ядер:  ${}^A_Z X$ , где  $A$  — **массовое число** частицы, равное общему числу протонов и нейтронов,  $Z$  — атомный номер элемента в таблице Менделеева, равный числу протонов в ядре (или электронов в атоме), называемый **зарядовым числом**.

$A = Z + N$ , где  $N$  — число нейтронов в ядре. Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$ , называются **изотопами**, например:  ${}^1_1\text{H}$  (распространенный изотоп водорода),  ${}^2_1\text{H}$  (дейтерий),  ${}^3_1\text{H}$  (тритий). Они имеют схожие физические и химические свойства.

**Ядерные силы** — силы, действующие между протонами и нейтронами в ядре и обеспечивающие существование устойчивых ядер.

Свойства ядерных сил:

- являются силами притяжения;
- являются силами короткодействующими ( $r \approx 2 \cdot 10^{-15}$  м);
- обладают свойствами зарядовой независимости: эти силы действуют между протонами ( $p-p$ ), протоном и нейтроном ( $p-n$ ), нейтронами ( $n-n$ ), и они одинаковы;

г) обладают насыщенностью, т.е. каждый нуклон взаимодействует с ограниченным числом нуклонов;

д) нуклоны в ядре взаимодействуют посредством  $\pi$ -мезонов.

Массу ядер точно можно определить с помощью масс-спектрографов, разделяющих с помощью электрических и магнитных полей пучки заряженных частиц с разными удельными зарядами  $\frac{q}{m}$ .

Измерения показали, что  $m_{\text{я}} < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$ , но так как  $E = mc^2$ , то полная энергия свободных протонов и нейтронов больше полной энергии составленного из них ядра. Тогда, согласно закону сохранения энергии:

$\Delta E_{\text{св.}} = \Delta mc^2$  — энергия связи;  $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$  — дефekt массы.

Энергия связи  $\Delta E_{\text{св.}}$  — энергия, которую необходимо затратить, чтобы разделить ядро на составляющие его нуклоны.

Рассмотрим удельную энергию связи:  $E'_{\text{св.}} = \frac{\Delta E_{\text{св.}}}{A}$ , характеризующую устойчивость ядра (рис. 61.1).

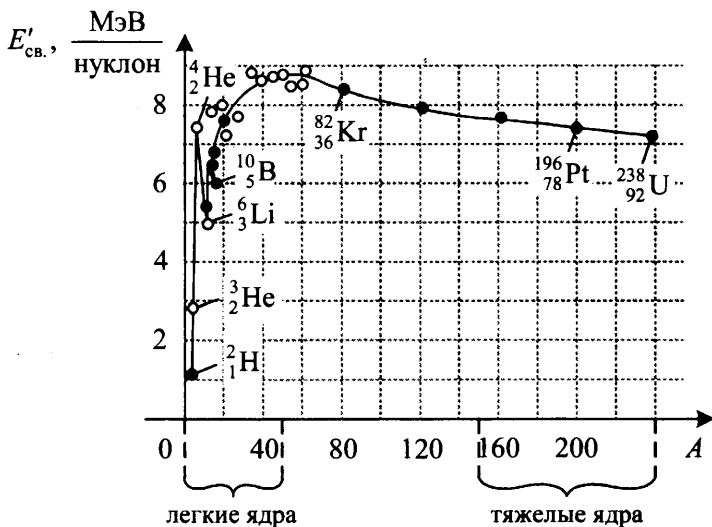


Рис. 61.1

Для легких ядер ( $A \leq 12$ ) удельная энергия связи круто возрастает до 6–7 МэВ, претерпевая ряд скачков, затем более медленно возрастает до величины 8,7 МэВ/нуклон у ядер с  $A = 50-60$ .

Энергия связи валентных электронов в атомах  $\approx 10$  эВ (в  $10^6$  раз меньше энергии связи ядра).

Выводы из зависимости  $E'_{\text{св.}}(A)$  (см. рис. 61.1):

- наиболее устойчивы ядра средней части таблицы Менделеева ( $E'_{\text{св.}}$  максимальная);

- тяжелые и легкие ядра менее устойчивы;
- энергетически выгодны следующие процессы:

- а) деление тяжелых ядер на более легкие;
- б) слияние легких ядер в более тяжелые.

При этих процессах выделяется энергия:  $\Delta E_{\text{св.}} = \Delta E_{\text{св.2}} - \Delta E_{\text{св.1}} > 0$ .

## ЗАДАЧИ

1. Чему равно отношение массы протона к массе электрона?

*Решение*

Масса протона равна  $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1836m_e$ .

*Ответ:*  $m_p/m_e = 1836$ .

2. Выберите два верных утверждения. Ядра атомов изотопов одного и того же элемента содержат:

- 1) одинаковое число протонов
- 2) различное число нейтронов
- 3) количество нейтронов, равное количеству протонов
- 4) различное число протонов и нейтронов.

*Решение*

Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$ , называются изотопами.  $A = Z + N$ , поэтому у изотопов одинаковое число протонов, но различное число нейтронов.

*Ответ:* 12.

3. Выберите два верных утверждения. Сравните силы ядерного притяжения между двумя протонами  $F_{pp}$ , двумя нейтронами  $F_{nn}$ , а также между протоном и нейтроном  $F_{pn}$ .

- 1)  $F_{nn} > F_{pn}$
- 2)  $F_{nn} \approx F_{pn}$
- 3)  $F_{nn} \approx F_{pp}$
- 4)  $F_{nn} < F_{pp}$

*Решение*

Ядерные силы обладают свойствами зарядовой независимости: эти силы действуют между  $p-p$ ,  $p-n$ ,  $n-n$ , и они одинаковы.

*Ответ:* 23.

4. Как изменится:

А) масса системы из одного свободного протона и одного нейтрона после объединения их в атомное ядро,

Б) заряд ядра?

1) не изменится

2) увеличится

3) уменьшится

4) может как увеличиться, так и уменьшиться

А	Б

*Решение*

Масса системы из одного свободного протона и одного нейтрона больше массы составленного из них ядра. Заряд ядра не изменится.

*Ответ:* 31.

5. Выберите два верных утверждения:

1) у ядра атома азота  $^{14}_7\text{N}$ , 7 — электронов, 7 — протонов

2) у ядра атома азота  $^{14}_7\text{N}$ , 7 — нейтронов, 14 — протонов

3) у ядра атома азота  $^{14}_7\text{N}$ , 7 — протонов, 14 — протонов и нейтронов

4) у ядра атома азота  $^{14}_7\text{N}$ , 7 — протонов, 7 — нейтронов

*Решение*

7 — зарядовое число, равное числу электронов в атоме или числу протонов в ядре, 14 — массовое число, определяющее суммарное число протонов и нейтронов. Электронов в ядре нет.

*Ответ:* 34.

6. Система содержит: А) два электрона, пять нейтронов и четыре протона, Б) два электрона, два нейтрона, два протона.

Эта система является:

1) нейтральным атомом углерода  $^{12}_6\text{C}$

2) ионом лития  $^7_3\text{Li}$

3) нейтральным атомом гелия  $^4_2\text{He}$

4) ионом бериллия  $^9_4\text{Be}$

А	Б

*Решение*

$A = Z + N$ ,  $Z$  — атомный номер элемента в таблице Менделеева, равный числу протонов в ядре (или электронов в атоме).  $Z = 4$ ,  $N = 5 \Rightarrow A = 9$ . Число электронов в системе меньше, чем число протонов  $\Rightarrow$  она является ионом. Таким условиям удовлетворяет ион бериллия. Два электрона, два нейтрона, два протона содержит нейтральный атом гелия  ${}^4_2\text{He}$ .

*Ответ:* 43.

7. Чему равно

А) число протонов;

Б) число нейтронов в ядре  ${}^A_Z\text{X}$ ?

1)  $Z$

2)  $A - Z$

3)  $A + Z$

4)  $Z - A$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

При обозначении ядра  ${}^A_Z\text{X}$  число нейтронов равно:  $N = A - Z$ .

*Ответ:* 12.

8. Вычислите массу ядра изотопа кислорода  ${}^{16}_8\text{O}$ .

*Решение*

Согласно формуле  $m_{\text{я}} = M_{\text{а}} - Zm_{\text{е}}$  и табличным данным

$M_{\text{а}} = 15,9949$  а.е.м.,  $1$  а.е.м. =  $1,6604 \cdot 10^{-27}$  кг,

$Zm_{\text{е}} = 8 \cdot 5,486 \cdot 10^{-4} = 43,888 \cdot 10^{-4}$  а.е.м.,

$m_{\text{я}} = 15,9949 - 0,004388 = 15,9905$  а.е.м.,  $m_{\text{я}} = 2,65 \cdot 10^{-26}$  кг.

*Ответ:*  $m_{\text{я}} = 2,65 \cdot 10^{-26}$  кг.

9. Найдите дефект массы для ядра  ${}^4_2\text{He}$  и вычислите дефект массы, приходящийся на 1 нуклон.

*Решение*

$\Delta m = Z \cdot M_{\text{H}^1} + Nm_{\text{n}} - M_{\text{А}}$ ,  $\delta m = \frac{\Delta m}{A}$ , где  $M_{\text{H}^1}$  — масса атома водорода,  $m_{\text{n}}$  — масса нейтрона,  $M_{\text{А}}$  — масса атома гелия. Для определения  $\Delta m$  используем массы атомов, массы всех электронов ядра с зарядом

$Z$  входят в первое слагаемое со знаком (+), а в третье — со знаком (-) и поэтому сокращаются.

$$\text{Для ядра } {}^4_2\text{He} (Z = 2, N = 2), \Delta m = 2 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867 - 4,00260 = 0,0304 \text{ а.е.м.}, \delta m = \frac{\Delta m}{A} = 7,5944 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.}$$

$$\text{Ответ: } \Delta m = 0,0304 \text{ а.е.м.}, \delta m = \frac{\Delta m}{A} = 7,5944 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.м.}$$

10. Вычислите энергию связи  $\Delta E_{\text{св.}}$ , соответствующую найденному в предыдущей задаче дефекту масс, и среднюю энергию связи  $\delta E_{\text{св.}}$ , приходящуюся на один нуклон.

*Решение*

Энергия связи равна  $\Delta E_{\text{св.}} = \Delta mc^2$ . Поскольку  $\Delta E'_{\text{св.}}$  на 1 а.е.м. есть  $\Delta E'_{\text{св.}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cong 931,5 \text{ МэВ}$ , то для изотопа  ${}^4_2\text{He}$ :  $\Delta E_{\text{св.}} = 30,4 \cdot 10^{-3} \cdot 931,5 \cong 28,29 \text{ МэВ}$ ,  $\delta E_{\text{св.}} = \frac{\Delta E_{\text{св.}}}{A} = 7,07 \text{ МэВ}$ .

$$\text{Ответ: } \Delta E_{\text{св.}} = 28,29 \text{ МэВ}, \delta E_{\text{св.}} = 7,07 \text{ МэВ}.$$

## § 62. Ядерные реакции. Радиоактивность. Альфа-, бета-, гамма-излучения и их свойства

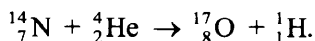
**Ядерные реакции** — превращение одних атомных ядер в другие при взаимодействии их с элементарными частицами или друг с другом.

Наиболее распространенный вид ядерной реакции:  $X + a \rightarrow Y + b$ , где  $X, Y$  — исходные и конечные ядра;  $a, b$  — бомбардирующая и испускаемая частицы.

$X + a + E \rightarrow Y + b$  — поглощение энергии.

$X + a \rightarrow Y + b + E$  — выделение энергии.

Исторически первой ядерной реакцией, осуществленной человеком (Э. Резерфордом в 1919 году), была реакция превращения ядра азота под действием  $\alpha$ -частиц в ядро кислорода:



Отметим, что при ядерных реакциях выполняются законы:

- закон сохранения электрического заряда (зарядового числа); например, для ядерной реакции  ${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$ ,  $7 + 2 = 8 + 1$ ;

- **закон сохранения массового числа** — числа нуклонов (общего количества протонов и нейтронов):  $14 + 4 = 17 + 1$ ;
- **закон сохранения механического импульса**;
- **закон сохранения энергии**.

Энергия, освобождающаяся при ядерной реакции, т.е. разность энергий покоя ядер и частиц до и после взаимодействия:

$$Q = (\Sigma M_i - \Sigma M_k) \cdot c^2.$$

Более удобной для расчетов является форма записи:

$Q = 931,5 \cdot (\Sigma M_i - \Sigma M_k)$  МэВ, где  $M_i$  — сумма масс частиц до реакции,  $M_k$  — сумма масс частиц после реакции в атомных единицах массы. Множитель перед скобкой характеризует энергию покоя (в МэВ) частицы, масса которой равна 1 а.е.м., т.е.

$$E_{1 \text{ а.е.м.}} = m_{1 \text{ а.е.м.}} \cdot c^2 = 1,6604 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})} = 931,5 \text{ МэВ.}$$

Отметим, что  $1 \text{ а.е.м.} = 1,6604 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

$Q > 0$  — реакция идет с выделением тепла.

$Q < 0$  — реакция идет с поглощением тепла.

**Радиоактивность** — способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием  $\alpha$ -,  $\beta$ -частиц и  $\gamma$ -квантов.

**Естественная радиоактивность** наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе (например:  ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$ ).

**Искусственная радиоактивность** наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных реакций (например,  ${}_{15}^{30}\text{P} \rightarrow {}_{14}^{30}\text{Si} + {}_1^0\text{e} + {}_0^0\nu, {}_0^0\bar{\nu}$  — нейтрино).

Все химические элементы, начиная с порядкового номера 83 ( $A \approx 208$  а.е.м.), обладают радиоактивностью. Устойчивы ядра, у которых  $Z \approx \frac{A}{2}$ , т.е. число протонов и нейтронов в ядре примерно одинаково.

Естественная радиоактивность сопровождается испусканием излучений в основном трех видов:

**$\alpha$ -излучение** — поток ядер атомов гелия массой  $m = 4$  а.е.м. и зарядом  $q = +2e$  (скорость движения около  $10^7$  м/с). Вследствие сильного ионизирующего действия глубина проникновения  $\alpha$ -излучения в твердые тела обычно очень мала (поглощается слоем алюминия 0,05 мм).  **$\beta$ -излучение** — поток быстрых электронов, обладающих скоростью от  $10^8$  м/с до 0,999 с (поглощаются слоем алюминия 2 мм);



$\gamma$ -излучение сопровождает некоторые радиоактивные превращения, в которых конечные ядра образуются в возбужденных состояниях и переходят затем в основное состояние, испуская  $\gamma$ -кванты, т.е. электромагнитные волны  $\lambda$  от  $10^{-10}$ – $10^{-13}$  м.  $\gamma$ -Лучи не отклоняются электрическими и магнитными полями и обладают наибольшей проникающей способностью (проходят через слой свинца толщиной несколько сантиметров).

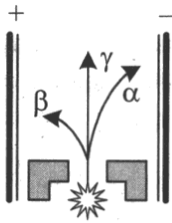


Рис. 62.1

Электрическое и магнитное поля по-разному действуют на различные типы радиоактивных излучений. Под действием, например, сил электрического поля (рис. 62.1)  $\alpha$ -частицы отклоняются вправо, а  $\beta$ -частицы — влево. На  $\gamma$ -лучи электромагнитное поле не влияет.

Превращения атомных ядер, которые сопровождаются испусканием  $\alpha$ - и  $\beta$ -лучей, называются соответственно  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадом. Правила смещения следуют из закона сохранения заряда и массового числа при ядерных превращениях.

1. **Альфа-распад**  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$ , например  ${}^{238}_{92} \text{U} \rightarrow {}^{234}_{90} \text{Th} + {}^4_2 \text{He}$ ,  $\alpha$ -радиоактивны ядра с  $Z > 83$  ( $A \approx 208$  а.е.м.).

Согласно правилам смещения: для зарядовых чисел —  $92 = 90 + 2$ , для массовых чисел —  $238 = 234 + 4$ . Ядро теряет положительный заряд  $2e$ , масса убывает на 4 а.е.м. Элемент смещается на две клетки к началу периодической системы.

2. **Бета-распад**  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$ . В основе лежит способность протонов и нейтронов к взаимным превращениям  $p \rightarrow n + {}^0_1 e + {}^0_0 \nu$ ,  $n \rightarrow p + {}^0_{-1} e + {}^0_0 \bar{\nu}$ , где  ${}^0_0 \nu$  — нейтрино,  ${}^0_0 \bar{\nu}$  — антинейтрино.

Ядра, в которых происходят превращения нейтрона в протон, называются  $\beta$ -радиоактивными, например  ${}^{214}_{82} \text{Pb} \rightarrow {}^{214}_{83} \text{Bi} + {}^0_{-1} e$  (Pb — свинец, Bi — висмут). При  $\beta$ -распаде заряд ядра увеличивается на  $1e$ , масса остается неизменной, так как масса электрона намного меньше массы ядра. Элемент смещается на одну клетку ближе к концу периодической системы.

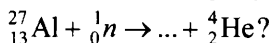
3. **Гамма-излучение** сопровождает  $\alpha$ -,  $\beta$ -распады, а также возникает при ядерных реакциях, торможении частиц, их превращениях и т.д.

Гамма-излучение испускается дочерним ядром, которое в момент своего образования оказывается возбужденным, а затем переходит в основное состояние. В этом случае спектр  $\gamma$ -излучения является линейчатым.

Гамма-излучение, появляющееся при прохождении быстрых электронов через вещество, обусловлено торможением последних в кулоновском поле ядер. Тормозное  $\gamma$ -излучение имеет сплошной спектр.

## ЗАДАЧИ

1. Какой элемент пропущен в ядерной реакции



*Решение*

Используя законы сохранения заряда и массы, имеем:

$(27 + 1) - 4 = 24$ ,  $(13 + 0) - 2 = 11$ , или  ${}_{11}^{24}\text{X}$ . По таблице Менделеева находим данный элемент — изотоп  ${}_{11}^{24}\text{Na}$ .

*Ответ:* изотоп  ${}_{11}^{24}\text{Na}$ .

2. При радиоактивном превращении ядра оно не изменяет своего заряда и полного числа нуклонов. Какая частица вылетает из ядра при таком превращении?

*Решение*

Масса фотона намного меньше масс перечисленных частиц. Заряд фотона равен нулю, поэтому из ядра вылетает фотон.

*Ответ:* фотон.

3. В однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции с одинаковыми скоростями влетают протон и  $\alpha$ -частица. Найдите отношение  $\frac{R_1}{R_2}$  радиусов кривизны протона

( $R_1$ ) и  $\alpha$ -частицы ( $R_2$ ).

*Решение*

Из уравнения динамики  $\frac{mv^2}{R} = qvB$ .

Отсюда  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 q_2}{m_2 q_1} = \frac{m 2q}{4mq} = \frac{1}{2}$ .

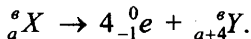
*Ответ:* 0,5.

4. В цепочке радиоактивных превращений после четырех  $\beta$ -распадов и нескольких  $\alpha$ -распадов ядро тяжелого элемента превращается в устойчивое ядро, порядковый номер которого на

10 меньше первоначального. Насколько меньше первоначально-го становится массовое число (в а.е.м.) получившегося ядра?

*Решение*

Согласно правилу смещения для четырех  $\beta$ -распадов:



При последующих  $\alpha$ -распадах  ${}^{a+4}_cY \rightarrow n {}^4_2\alpha + {}^{a-10}_cZ$ . Так как по сравнению с зарядовым числом ядра  $Y$  конечное меньше на 14 единиц, то произошло  $n = \frac{14}{2} = 7$   $\alpha$ -распадов. Поэтому массовое число должно

уменьшиться на  $b - c = 4 \cdot 7 = 28$ .

*Ответ:* 28.

5. Выберите два верных утверждения.

- 1) излучение лампы дневного света является тепловым
- 2) излучение энергии атомом при переходе из одного состояния в другое является радиоактивным излучением
- 3) свечение фосфора является люминесцентным излучением
- 4) излучение, сопровождающее альфа-распад полония, является радиоактивным

*Решение*

Свечение фосфора — люминесцентное излучение. Радиоактивность — способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием  $\alpha$ -,  $\beta$ -частиц и  $\gamma$ -квантов.

*Ответ:* 34.

6. Как должна быть направлена: А) индукция магнитного поля; Б) напряженность электрического поля, чтобы наблюдалось указанное на рисунке 62.2 отклонение частиц?

- 1) справа налево
- 2) слева направо
- 3) к наблюдателю перпендикулярно плоскости чертежа
- 4) от наблюдателя перпендикулярно плоскости чертежа

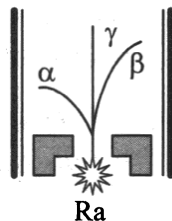


Рис. 62.2

А	Б

*Решение*

На движущуюся заряженную положительную частицу ( $\alpha$ -частицу) в магнитном поле действует сила Лоренца (по правилу левой руки: четыре пальца левой руки располагают по направлению движения положительно заряженной частицы так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, тогда отогнутый большой палец укажет направление силы Лоренца). На движущуюся заряженную положительную частицу ( $\alpha$ -частицу) сила, действующая со стороны электрического поля, направлена так же, как вектор напряженности.

*Ответ:* 41.

7. На сколько уменьшится количество нейтронов в ядре при испускании радиоактивным ядром трех  $\beta$ -частиц?

*Решение*

При испускании радиоактивным ядром одной  $\beta$ -частицы заряд ядра увеличивается на  $1e$ , масса остается неизменной, так как масса электрона намного меньше массы ядра. Поскольку масса ядра остается неизменной, а число протонов увеличилось на 1, то число нейтронов, соответственно, уменьшилось на 1. При испускании радиоактивным ядром трех  $\beta$ -частиц количество нейтронов в ядре уменьшилось на 3.

*Ответ:* 3.

8. Какие параметры элемента изменяются при испускании следующих частиц?

А)  $\gamma$ -кванта

Б)  $\alpha$ -частицы

В)  $\beta$ -частицы

1) изменяется только энергия ядра атома

2) изменяется только массовое число

3) изменяется только порядковый номер

4) изменяется и массовое число, и порядковый номер

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

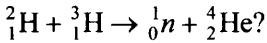
*Решение*

Поскольку массовое и зарядовое числа  $\gamma$ -кванта равны 0, а энергия отлична от 0, то при его испускании превращений ядра нет, изменяться может только энергия ядра. При испускании  $\alpha$ -частицы ( ${}^4_2\text{He}$ )

изменяется и массовое число, и порядковый номер. При испускании  $\beta$ -частицы ( ${}_{-1}^0e$ ) изменяется только порядковый номер.

Ответ: 143.

9. Какая энергия (МэВ) выделяется при термоядерной реакции:



Решение

В реакции участвуют атомные ядра, но в справочных таблицах обычно дают сведения лишь о массах атомов. Поэтому если в уравнении ядерной реакции слева и справа используются только массы атомов, то из-за одинакового числа электронов в атомах слева и справа их вычитание осуществляется автоматически при нахождении  $\Delta M$ . Итак,  $\Delta M = \Sigma M_i - \Sigma M_k$ , где  $\Sigma M_i$  — сумма масс атомов до реакции,  $\Sigma M_k$  — сумма масс атомов после реакции, выраженная в а.е.м., где 1 а.е.м. —  $1,6604 \cdot 10^{-27}$  кг. Вычислим энергетический выход при уменьшении массы на 1 а.е.м.

$$\begin{aligned} \Delta E' &= 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \approx 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 931,5 \text{ МэВ. Тогда } Q = \\ &= 931,5 \cdot (\Sigma M_i - \Sigma M_k) = 931,5 \cdot (2,01410 + 3,01605 - 4,00260 - 1,00866) = \\ &= 17,6 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Ответ: 17,6 МэВ.

10. Используя результаты предыдущей задачи, найдите, какая энергия освободится при синтезе 1 г гелия. Сколько каменного угля потребовалось бы сжечь для получения такой энергии?

Решение

$$E = N \cdot \Delta E, \text{ где } N \text{ — число атомов гелия в 1 г, } N = \frac{mN_A}{M},$$

$$N = \frac{10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{23}.$$

Тогда  $E = 1,5 \cdot 10^{23} \cdot 2,8 \cdot 10^{-12} = 4,2 \cdot 10^{11}$  Дж. Из условия  $Q = E$ , где

$$Q = q \cdot m, \text{ получим } m_{\text{угля}} = \frac{Q}{q} = \frac{E}{q}, \quad m_{\text{угля}} = \frac{4,2 \cdot 10^{11} \text{ Дж}}{2,7 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}} = 1,56 \cdot 10^4 \text{ кг.}$$

Ответ:  $E = 4,2 \cdot 10^{11}$  Дж,  $m_{\text{угля}} = 1,56 \cdot 10^4$  кг.

11. При делении ядра урана-235 в результате захвата медленного нейтрона образуются осколки: ксенон-139 и стронций-94. Одно-

временно выделяются три нейтрона. Найти энергию, освобождающуюся при одном акте деления.

*Решение*

$$\Delta m = M_{235\text{U}} + m_n - M_{139\text{Xe}} - M_{94\text{Sr}} - 3m_n.$$

Предполагая, что вся освобождающаяся при делении энергия переходит в кинетическую энергию осколков, получаем после подстановки числовых значений  $\Delta E_{\text{св.}} = 931,5 \cdot \Delta m = 931,5 \cdot 0,193 \cong 180$  МэВ.

*Ответ:* 180 МэВ.

## § 63. Закон радиоактивного распада

Распад ядер происходит по закону случая. Пусть за время  $\Delta t$  распадается  $\Delta N$  ядер, так как  $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ , то  $\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t$ , следовательно,

$N = N_0 e^{-\lambda t}$  — **закон радиоактивного распада**, где  $N_0$  — число ядер в начальный момент времени,  $N$  — число нераспавшихся ядер к моменту времени  $t$ ,  $\lambda$  — **постоянная распада** для данного вида ядер [ $\text{с}^{-1}$ ], которая характеризует долю ядер, распадающихся в 1 с. Если

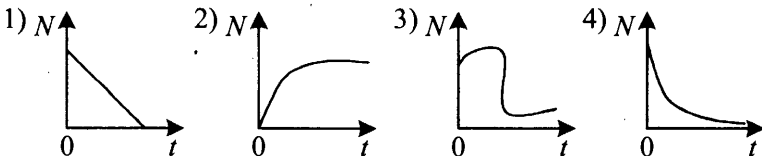
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}, \text{ то } T = \frac{\ln 2}{\lambda}, \text{ и } N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}.$$

$T$  — **период полураспада**, равный промежутку времени, за который в среднем число нераспавшихся ядер уменьшается в два раза.  $T$  характеризует интенсивность процесса распада.

$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$  — **активность радиоактивного элемента**, характеризующая изменение количества нераспавшихся ядер в единицу времени (скорость распада). Заметим, что активность  $A$  всегда пропорциональна  $N$ .

## ЗАДАЧИ

1. Зависимость числа  $N$  нераспавшихся ядер радиоактивного образца от времени  $t$  изображается графиком



*Решение*

Распад ядер происходит по закону  $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$ , график 4.

*Ответ:* 4).

2. Активность радиоактивного элемента уменьшилась в 4 раза за 8 дней. Найдите период полураспада.

*Решение*

$A \sim N$ . Поскольку  $N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t_0}{T}}$ , то по условию задачи  $\frac{N_0}{4} = N_0 \cdot 2^{\frac{-8}{T}}$ , или  $\frac{1}{4} = 2^{\frac{-8}{T}}$ . Возьмем натуральный логарифм справа и слева  $\ln \frac{1}{4} = \ln 2^{\frac{-8}{T}}$ , или  $\ln 2^{-2} = \ln 2^{\frac{-8}{T}}$ ,  $2 = \frac{8}{T}$ .  $T = 4$  дня.

*Ответ:* 4 дня.

3. Имеется 4 г радиоактивного кобальта. Сколько граммов кобальта распадется за 216 суток, если период полураспада равен 72 суткам?

*Решение*

Первоначальная масса кобальта пропорциональна начальному количеству ядер  $N_0$ , а масса  $m_x$  пропорциональна количеству нераспавшихся ядер  $N$ .

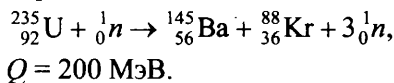
Из данной пропорции получаем  $m_x \cdot N_0 = 4 \cdot N$ . Так как  $N = N_0 2^{\frac{-216}{72}}$ , то  $m_x = 0,5$  г. Масса распавшихся ядер  $m_{\text{расп.}} = 4 - 0,5 = 3,5$  г.

*Ответ:* 3,5 г.

## § 64. Деление ядер урана. Цепные ядерные реакции. Ядерный реактор. Термоядерная реакция

**Ядерная реакция деления** тяжелого ядра, возбужденного при захвате нейтрона, заключается в разделе исходного ядра на две приблизительно равные части, называемые **продуктами деления**. При облучении урана нейтронами образуются элементы середины периодической системы.

Деление тяжелых ядер обычно сопровождается испусканием вторичных нейтронов (рис. 64.1), называемых **нейтронами деления**, например:



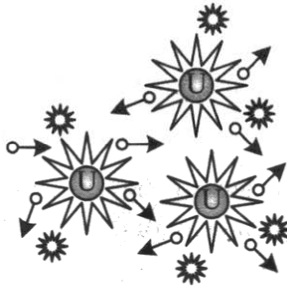


Рис. 64.1

При этом в одном акте деления выделяется энергия  $\sim 200$  МэВ, продукты деления радиоактивны, и на один нуклон выделяется энергия  $\approx 1$  МэВ.

Основную долю энергии при ядерной реакции несут осколки.

**Цепной реакцией** называется процесс, в котором определенная реакция вызывает последующие реакции того же типа.

Условия протекания ядерной цепной реакции в уране-235:

- 1) должны отсутствовать примеси, поглощающие нейтроны;
- 2) количество вещества, способного делиться, должно быть достаточным для того, чтобы образующиеся нейтроны соударялись с другими ядрами, а не покидали объем, не испытав взаимодействия. Минимальное количество вещества, необходимое для осуществления цепной реакции, называется **критической массой**;

3) скорость нейтронов должна быть достаточной, чтобы вызвать деление ядер. При делении ядер урана большинство нейтронов обладают энергией  $1-2$  МэВ и скоростью  $\approx 10^7$  м/с — это быстрые нейтроны. Медленные нейтроны, скорость которых  $\approx 2 \cdot 10^3$  м/с, поглощаются в 500 раз продуктивнее, поэтому необходимо замедлять нейтроны. В качестве замедлителей используют графит, воду, тяжелую воду ( $D_2O$ ).

Отношение числа образовавшихся в одном акте деления нейтронов к числу нейтронов в предыдущем акте деления ядер называют **коэффициентом размножения  $k$** .

$k = 1$  — реактор работает с постоянной мощностью;  $k < 1$  — цепная реакция затухает;  $k > 1$  — мощность реактора возрастает по экспоненциальному закону.

**Ядерным реактором** называется устройство, в котором осуществляются управляемые реакции деления ядер ( $k = 1$ ). Основные элементы ядерного реактора (рис. 64.2):

1. Ядерное топливо —  ${}_{92}^{235}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{238}\text{U}$ ,  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ .
2. Замедлитель нейтронов — вода, тяжелая вода, графит.
3. Теплоносители — вода, жидкий натрий.



4. Вещество для регулировки скорости реакции — кадмий, бор.  
 5. Защита — оболочка из бетона, железа.

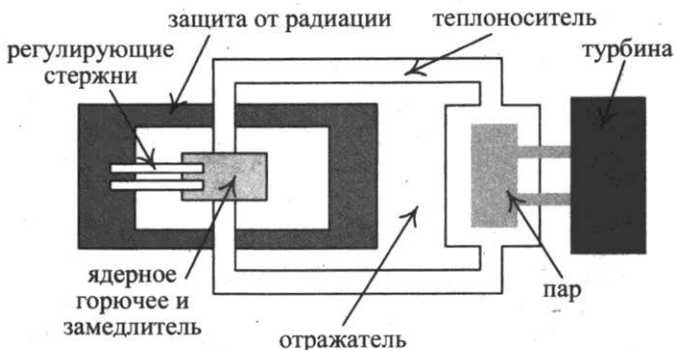


Рис. 64.2

**Термоядерные реакции** — это реакции слияния легких ядер, которые возможно осуществить при очень высокой температуре ( $10^7 - 10^9$  К), так как необходимо преодолеть взаимное отталкивание протонов ядер:  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ ,  $Q = 17,6$  МэВ.

При синтезе на один нуклон выделяется энергия  $\approx 3,5$  МэВ. В ядерной реакции деления на один нуклон выделяется энергия  $\approx 1$  МэВ. Поэтому с энергетической точки зрения термоядерная реакция эффективнее.

## ЗАДАЧИ

1. Какие вещества из перечисленных ниже могут быть использованы в качестве: А) теплоносителей, Б) отражателей нейтронов?
- 1) вода
  - 2) графит
  - 3) бериллий
  - 4) кадмий

А	Б

*Решение*

В качестве теплоносителей используется вода. В качестве отражателей нейтронов используется бериллий.

*Ответ:* 13.

2. Какие вещества из перечисленных ниже могут быть использованы в ядерных реакторах в качестве: А) замедлителей нейтронов, Б) поглотителей нейтронов?

- 1) графит
- 2) кадмий
- 3) бериллий
- 3) бор

А	Б

*Решение*

В качестве замедлителя нейтронов может быть использован графит. В качестве поглотителя нейтронов, служащего для регулирования цепной реакции, используется кадмий.

*Ответ:* 12.

3. Найдите соответствие между величиной коэффициента размножения нейтронов и рабочим процессом на АЭС: А) протекание ядерной реакции, Б) замедление ядерной реакции.

- 1) равен 1
- 2) больше 1
- 3) меньше 1
- 4) равен нулю

А	Б

*Решение*

Для протекания цепной ядерной реакции нужно, чтобы коэффициент размножения нейтронов был равен 1. Для ее замедления меньше 1.

*Ответ:* 13.

4. Выберите два верных утверждения. Критическая масса радиоактивного вещества в реакторе определяется

- 1) типом ядерного горючего
- 2) замедлителем нейтронов
- 3) теплоносителем
- 4) защитной оболочкой

*Решение*

Критическая масса определяется как типом ядерного горючего, так и замедлителем нейтронов.

*Ответ:* 12.

5. На рисунке 64.3 представлена зависимость удельной энергии связи  $E'_{\text{св.}}$  от массового числа ядра  $A$ . Область 1 включает ядра легких элементов, способные участвовать в термоядерной реакции; область 2 — ядра элементов средней части таблицы Менделеева; область 3 включает тяжелые неустойчивые ядра. В каких случаях ядерные реакции сопровождаются выделением наибольшей энергии в расчете на один нуклон исходных продуктов? Укажите номер области на кривой.

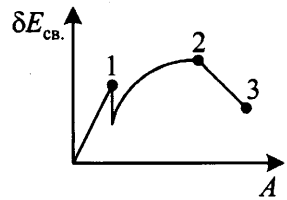


Рис. 64.3

*Решение*

Тяжелые и легкие ядра наименее устойчивы (см. § 61). В ядерной реакции деления тяжелых ядер области 3, например, в реакции  ${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1n \rightarrow {}_{56}^{145}\text{Ba} + {}_{36}^{88}\text{Kr} + 3{}_0^1n$ , на один нуклон выделяется энергия  $\frac{200}{236} < 1$  МэВ. В термоядерной реакции при синтезе легких ядер, например,  ${}_1^2\text{H} + {}_1^3\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_0^1n$ , на один нуклон выделяется энергия  $\frac{17,6}{5} \approx 3,5$  МэВ. Поэтому с энергетической точки зрения термоядерная реакция эффективнее.

*Ответ:* 1).

6. При делении ядра урана  ${}_{92}^{235}\text{U}$  выделилось  $1,204 \cdot 10^{22}$  МэВ энергии. Определите массу распавшегося урана, если при делении одного ядра выделяется 200 МэВ энергии.

*Решение*

Выделившаяся энергия равна  $Q = N \cdot W_1$ , где  $N$  — количество распавшихся ядер,  $W_1 = 200$  МэВ. Количество распавшихся ядер найдем

из выражения  $\frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ , тогда  $m = \frac{Q \cdot M}{N_A \cdot W_1} = 0,0235$  г.

*Ответ:*  $m = 0,0235$  г.

# Элементарные частицы

## § 65. Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия

Опыты Резерфорда и явление радиоактивности показали, что атомы не являются простейшими неделимыми частицами. Было установлено, что атомы состоят из электронов, протонов и нейтронов, которые считались не способными ни к каким изменениям и превращениям (элементарные частицы). Но дальнейшие исследования данных частиц показали, что и их нельзя считать элементарными, т.е. «первичными кирпичиками». Каждая из этих частиц при взаимодействии с другими частицами и атомными ядрами может превращаться в другие частицы. Поэтому термин «элементарная частица» является условным. К настоящему времени обнаружено около 400 элементарных частиц.

Важнейшими параметрами, определяющими свойства частиц, являются масса, заряд, время жизни и спин.

По значениям масс покоя различаются: легкие частицы —  $m_q < 207m_e$  (лептоны), средние, промежуточные частицы —  $207m_e < m_q < m_p$  (мезоны), тяжелые частицы —  $m_q > m_p$  (барионы), где  $m_e$  — масса электрона,  $m_p$  — масса протона. Особое место занимает фотон, не входящий ни в одну из этих групп.

Барионы и мезоны образуют более общий класс частиц — адроны (в переводе с греческого — сильный, большой), которые особенно активно участвуют в сильном взаимодействии, но могут участвовать также в электромагнитном и слабом взаимодействиях. К барионам (в переводе с греческого — тяжелый) относятся элементарные частицы, обладающие полуцелым спином, масса которых не меньше массы протона. Протон и нейтрон являются наиболее известными барионами. Нейтроны стабильны только во взаимодействии с протонами внутри ядра, в свободном же состоянии они распадаются. Остальные барионы также нестабильны и быстро распадаются, превращаясь в конечном итоге в протон и легкие частицы. К мезонам (в переводе с греческого — средний, промежуточный) относят нестабильные адроны, обладающие целочисленным или нулевым спином. Как показывает название этих частиц, большинство из них обладают массами, которые являются промежуточными между массой электрона и массой протона. Первыми частицами с такой промежуточной массой были  $\pi$ -мезоны и  $K$ -мезоны с разными зарядами. В даль-

нейшем были обнаружены другие частицы, масса которых превышает массу протона. Лептоны (в переводе с греческого — легкий, тонкий) участвуют только в гравитационном, электромагнитном и слабом взаимодействиях. К этой группе относится электрон, мюон, нейтрино и открытый в 1975 г. тяжелый  $\tau$ -лептон.

Существует четыре типа **фундаментального взаимодействия**: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное (соответственно, их относительная интенсивность взаимодействия  $1, 10^{-2}, 10^{-10}, 10^{-40}$ ). Примером сильного взаимодействия могут служить ядерные силы. В процессе такого взаимодействия протоны и нейтроны обмениваются мезонами. Таким образом, квантом ядерного поля являются мезоны. Электромагнитное взаимодействие характерно для всех заряженных частиц. Квант электромагнитного поля — фотон. Слабое взаимодействие характерно для истинно элементарных частиц (лептонов) и обнаруживается в процессах, связанных с испусканием или поглощением нейтрино. Гравитационное взаимодействие проявляется в виде сил всемирного тяготения между всеми телами. Квант гравитационного поля — гипотетическая частица гравитон. Экспериментально он не обнаружен.

## ЗАДАЧИ

1. Какое количество энергии выделится при аннигиляции электрона и позитрона?

*Решение*

При аннигиляции электрона и позитрона выделяется энергия, равная  $E = 2 \cdot m \cdot c^2 = 1,65 \cdot 10^{-13}$  Дж.

*Ответ:*  $E = 1,65 \cdot 10^{-13}$  Дж.

2. При аннигиляции медленно движущихся электрона и позитрона:  
 А) сколько  $\gamma$ -квантов возникает, Б) под каким углом друг к другу они разлетаются?

- 1) один                      2) два                      3)  $90^\circ$                       4)  $180^\circ$

А	Б

*Решение*

В процессе превращения в электромагнитное излучение пары электрон-позитрон должен выполняться закон сохранения импульса. Значит, возникает два  $\gamma$ -кванта, разлетающихся под углом  $180^\circ$ .

*Ответ:* 24.

3. Какое из фундаментальных взаимодействий определяет:
- А) превращение истинно элементарных частиц друг в друга,
  - Б) отклонение  $\alpha$ -излучения в магнитном поле,
  - В) устойчивость ядер атомов?
- 1) гравитационное
  - 2) слабое
  - 3) сильное
  - 4) электромагнитное

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Превращение истинно элементарных частиц друг в друга определяет слабое взаимодействие. Отклонение  $\alpha$ -излучения в магнитном поле определяет электромагнитное взаимодействие. Устойчивость ядер атомов определяет сильное взаимодействие.

*Ответ:* 243.

## § 66. Методы наблюдения и регистрации частиц в ядерной физике. Дозиметрия

Практически все методы наблюдения и регистрации радиоактивных излучений и частиц основаны на их способности производить ионизацию и возбуждение атомов частиц.

1. **Сцинтилляционный счетчик.** Наблюдение сцинтилляций — вспышек света при попадании быстрых частиц на флуоресцирующий экран — первый метод, позволивший визуально регистрировать  $\alpha$ -частицы.

2. **Газоразрядный счетчик.** Счетчик Гейгера–Мюллера обычно выполняется в виде наполненного газом металлического цилиндра (катод) с тонкой проволочкой (анод), натянутой вдоль его оси. Между ними прикладывается высокое постоянное напряжение. Рабочий объем счетчика заполняют смесью газов, например, аргоном с примесью паров метилового спирта при давлении около 0,1 атм. Быстрая заряженная частица, пролетающая через газ, производит на своем пути ионизацию его частиц. Под действием электрического поля электроны ускоряются и производят вторичную ионизацию. Возникает разрядный ток, который подается на регистрирующее устройство.

3. **Камера Вильсона** представляет собой стеклянный цилиндр с плотно прилегающим поршнем. Цилиндр заполняют нейтральным газом (аргоном), насыщенным парами воды или спирта. При резком, т.е. адиабатическом, расширении газа пар становится пересыщенным, и вдоль траекторий частиц, пролетевших через камеру, образуются ионы, на которых формируются капельки сконденсировавшегося пара. Таким образом, частица оставляет за собой трек из тумана. По треку можно определить энергию и скорость частицы. Если поместить камеру в магнитное поле, то по искривлению трека можно определить знак заряда и его энергию, а по толщине трека — величину заряда и массу частицы.

4. **Пузырьковая камера** представляет собой сосуд, наполненный прозрачной перегретой жидкостью. Ионизирующая частица попадает в камеру и вызывает резкое вскипание жидкости в области пролета частицы. Преимущества перед камерой Вильсона в том, что она может регистрировать частицы с большей энергией.

5. **Метод толстослойной фотоэмульсии.** Частица, попавшая на фотоэмульсию, выбивает электроны из атомов бромистого серебра. После проявления образуется след — траектория полета частицы. По характеру видимого следа можно судить об энергии и массе заряженной частицы. Преимущество данного метода заключается в том, что с его помощью получают не исчезающие со временем следы частиц, которые могут быть тщательно изучены.

Характеристикой биологического действия любого вида излучения на вещество является **поглощенная доза излучения**, равная отношению энергии, переданной ионизирующим излучением веществу, к массе вещества:

$$D = \frac{E}{m}, \text{ измеряется в Грэй (Гр) = Дж/кг.}$$

Внесистемной единицей измерения поглощенной дозы излучения является 1 рад =  $10^{-2}$  Дж/кг. На практике используется и **экспозиционная доза** излучения — физическая величина, равная отношению суммы электрических зарядов всех ионов одного знака, созданных электронами, освобожденными в облученном воздухе (при условии полного использования ионизирующей способности электронов), к массе этого воздуха.

Единица экспозиционной дозы излучения — 1 Кл/кг; внесистемной единицей является рентген (Р);  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ . Результаты исследования источников ионизирующих излучений и использования

рентгеновских лучей в медицине позволили установить предельно допустимую дозу облучения человеческого организма, не причиняющего ему вреда:  $D = 0,05$  Гр. Доза  $D = 2$  Гр приводит к лучевой болезни. Доза  $D = 7-8$  Гр смертельна.

Так как интенсивность радиации убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника, то для защиты людей необходимо удалить их от места излучения на достаточно большое расстояние.

Для защиты от жесткого рентгеновского излучения и  $\gamma$ -излучения применяются вещества, состоящие из элементов с высоким атомным номером и имеющие значительную плотность (чугун, сталь, свинец и др.), а для защиты от нейтронов надо использовать вещества с невысоким атомным номером (вода, бетон, земля и др.).

## ЗАДАЧИ

1. На каком принципе основано действие:
- А) газоразрядного счетчика Гейгера;
  - Б) камеры Вильсона?
    - 1) на принципе образования пара в перегретой жидкости
    - 2) на принципе конденсации пересыщенных паров
    - 3) на принципе ударной ионизации
    - 4) на принципе расщепления молекул движущейся заряженной частицей

А	Б

*Решение*

Газоразрядный счетчик Гейгера основан на принципе ударной ионизации. Камера Вильсона — на принципе конденсации пересыщенных паров.

*Ответ:* 32.

2. Расстояние прибора регистрации от источника радиоактивного излучения увеличивают в 4 раза. Во сколько раз уменьшается интенсивность радиации?

*Решение*

Так как интенсивность радиации убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника, то интенсивность уменьшится в 16 раз.

*Ответ:* 16.



3. Какому виду излучения соответствует каждая цифра на рисунке 66.1?

ВИД ИЗЛУЧЕНИЯ	ЦИФРА НА РИСУНКЕ
А) $\alpha$ -излучение	1) 1
Б) $\beta$ -излучение	2) 2
В) $\gamma$ -излучение	3) 3

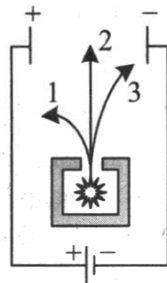


Рис. 66.1

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

*Решение*

Между пластинами с положительным и отрицательным зарядами образуется электростатическое поле, направленное от положительной пластины к отрицательной.  $\alpha$ -излучение — положительно заряженные ядра атомов гелия, под действием поля они отклоняются вправо.  $\beta$ -излучение — отрицательно заряженные электроны, под действием поля отклоняются влево.  $\gamma$ -излучение — электромагнитное излучение, в поле не отклоняется.

*Ответ:* 312.

4. Тело человека массой 70 кг поглотило энергию радиоактивного излучения 140 Дж. Определите дозу облучения.

*Решение*

Характеристикой биологического действия любого вида излучения на вещество является **поглощенная доза излучения**, равная отношению энергии, переданной ионизирующим излучением веществу, к массе вещества:

$$D = \frac{E}{m} = 2 \text{ Гр.}$$

*Ответ:*  $D = 2 \text{ Гр.}$

# МЕТОДЫ НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ И ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА МИРА

---

## § 67. Эксперимент и теория в физическом познании мира. Понятие о физических законах и границах их применимости. Измерения физических величин

**Теория** — система основных идей в данной области знания. Критерий истинности и основа развития теории — практика (физический эксперимент). Цель теории — формулировка законов природы, объяснение на их основе существующих явлений и предсказание новых.

**Эксперимент** — научный или лабораторный опыт, результатом которого может быть определение величин или зависимостей, опровержение или подтверждение теории или гипотезы, открытие нового явления.

Современные физические теории (например, квантовая механика) выглядят как сложные абстрактные математические конструкции. Однако все эти теории опираются на опыт (физический эксперимент), и только опыт является критерием их правильности.

На основе результатов физических экспериментов формулируются физические законы. Каждый из них, в конечном счете, является обобщением некоторой совокупности опытных фактов. Физический закон формулируется так, чтобы он был в согласии с имеющимися опытными данными и давал возможность предсказывать результаты новых опытов и даже существование новых физических явлений.

**Моделью** называется абстрактная система, являющаяся упрощенной копией исследуемой реальной физической системы. При этом модельная система должна: а) иметь область применимости, в которой свойства модели с заданной точностью совпадают со свойствами реальной системы; б) допускать достаточно простое математическое описание.

Модель тем лучше, чем шире область ее применимости и чем проще описание. Например, замечательной моделью является концепция абсолютно твердого тела, используемая в механике. Можно сказать, что почти вся теоретическая механика основана на двух моделях: материальной точки и абсолютно твердого тела.

Для выражения количественных закономерностей в физике широко применяется математический аппарат. При этом использование того или иного раздела математики в конечном счете диктуется опытными фактами.

**Гипотеза** — предположительное суждение о закономерной, причинной связи явлений. Выдвигаемые гипотезы впоследствии подтверждаются или опровергаются экспериментально.

**Физический закон** — найденная на опыте или установленная теоретически путем обобщения опытных данных количественная или качественная объективная зависимость одних физических величин от других.

Физические законы, имеющие наиболее обширные области применимости, называются **фундаментальными**, например закон сохранения энергии, законы Ньютона, закон Кулона. Каждый физический закон имеет определенную область применимости. Область применимости физического закона задается:

- а) указанием допустимых пределов изменения физических величин, входящих в формулировку закона;
- б) наивысшей допустимой точностью изменения этих величин;
- в) обширностью круга физических явлений, для которых закон имеет смысл. Внутри своей области применимости закон выполняется для любых физических явлений.

**Принцип соответствия** — постулат квантовой механики, требующий совпадения ее физических следствий в предельном случае больших квантовых чисел. Часто под принципом соответствия понимают следующее более общее положение: любая новая теория, претендующая на более глубокое описание физической реальности и на более широкую область применимости, чем старая, должна включать старую теорию как предельный случай.

**Принцип причинности** — один из наиболее общих принципов, устанавливающий допустимые пределы влияния физических событий друг на друга. Принцип причинности исключает влияние данного события на все прошедшие события («будущее не влияет на прошедшие события», «событие-причина предшествует по времени событию-следствию»).

Современная физика содержит небольшое число фундаментальных физических теорий, которые, однако, вместе с данными о характере физических процессов и явлений дают приближенное, но наиболее полное отображение различных форм движения материи (механическая, электромагнитная, тепловая). Под материей понимают

основу всех реально существующих в мире свойств, связей и форм движения; бесконечное множество всех существующих в мире объектов и систем.

Материя может существовать в виде вещества и поля. Четкой границы между веществом и полем нет. Всем формам материи присущ корпускулярно-волновой дуализм. Законы движения всех микрочастиц носят статистический (вероятностный) характер, для описания которых применяют принципы квантовой теории.

Единство мира проявляется в единстве строения материи и взаимодействий. Существует четыре типа фундаментальных взаимодействий: ядерные, электромагнитные, гравитационные и слабые. Окружающий нас мир — вечно движущаяся и развивающаяся материя, которая изменяется, но не возникает и не исчезает.

**Измерения физических величин** — совокупность действий выполненных с помощью средств измерения (приборов) для нахождения численных значений физических величин.

**Прямыми** называются измерения, при которых измеряемую величину получают непосредственно путем сравнения (например, с помощью линейки, термометра).

**Косвенными** называются измерения, при которых значение величины определяется по известной зависимости (правилу, закону) между этой величиной и другими, определяемыми напрямую (например, плотность  $\rho = \frac{m}{V}$ ).

При всяком измерении физическая величина сравнивается с однородной величиной, принятой за единицу, называемой **эталоном**. Отметим, что сравнение с эталоном происходит косвенно. Например, чтобы измерить длину данного тела, необходим метр. При этом сам метр был «проградуирован» в процессе изготовления при помощи эталона. Показания, которые дает метр, не равны так называемым номинальным значениям, которые на них написаны. Однако изготовитель гарантирует тот интервал значений, внутри которого находится истинное значение измеряемой величины.

В физике и технике не существует абсолютно точных приборов и других средств измерения, следовательно, нет и абсолютно точных способов измерения. Процесс измерения только тогда считается завершенным, когда указано не только число  $x_{\text{изм.}}$ , которое принимается за результат измерения, но и число  $\Delta x$ , которое позволяет определить интервал ( $x_{\text{изм.}} - \Delta x, x_{\text{изм.}} + \Delta x$ ), содержащий истинное значение изме-

ряемой величины. Величина  $\Delta x$  называется **абсолютной погрешностью** измерения.

После того как вычислена абсолютная погрешность, ее значение обычно округляется до одной значащей цифры. После этого и результат измерения записывается с числом десятичных знаков, не большим, чем их имеется в абсолютной погрешности.

Знание абсолютных погрешностей необходимо при выполнении вычислений, построении графиков, использовании таблиц.

При построении графиков следует иметь в виду, что по результатам опытов мы получаем не точку, а прямоугольник со сторонами  $2\Delta x$  и  $2\Delta y$ . Поэтому при построении графиков необходимо проводить плавную линию так, чтобы примерно одинаковое число экспериментальных точек оказалось по разные стороны от кривой.

Если экспериментальные данные приведены в табличной форме, следует иметь в виду, что погрешности приведенных значений имеют границу, равную половине разряда последней цифры.

Качество измерений характеризуется **относительной погрешностью**, равной отношению абсолютной погрешности к величине получаемой в результате измерения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{изм.}}}$$

Способ определения значения измеряемой величины и абсолютной погрешности зависит от вида измерений и их методики. Измерения, в которых результат находится непосредственно в процессе считывания со шкалы (или показания цифрового прибора), называются **прямыми**.

Погрешность прямого измерения складывается из погрешности средства измерения (прибора, инструмента)  $\Delta x_{\text{пр.}}$  и погрешности отсчета  $\Delta x_{\text{отсч.}}$ :  $\Delta x = \Delta x_{\text{пр.}} + \Delta x_{\text{отсч.}}$ . Погрешность средства измерения определяется на заводе-изготовителе и должна указываться на шкале прибора или в технической документации.

Погрешность отсчета (если не указано иначе) не превосходит половины цены деления:  $\Delta x_{\text{отсч.}} \leq \frac{c}{2}$ , где  $c$  — цена деления шкалы. Цена деления определяется как отношение максимальной величины, указанной на шкале, к числу всех делений на шкале прибора. Если шкала делений неравномерная, то необходимо взять некоторый промежуток на шкале, в области которого находится стрелка прибора, и поделить на количество делений в данном промежутке.

Для электроизмерительных приборов приборная погрешность определяется по классу точности  $\gamma$ , который указывается на шкале прибора. Погрешность прибора равна  $\Delta x_{\text{пр.}} = \frac{\gamma M}{100}$ , где  $M$  — максимальное значение шкалы прибора.

Часто при проведении повторных измерений какой-либо величины получаются несколько различные результаты, отличающиеся друг от друга больше, чем сумма погрешностей прибора и отсчета. Это вызвано действием случайных факторов, которые невозможно устранить в процессе эксперимента. Так, например, при измерении токов и напряжений на результаты влияет нестабильность напряжения в сети и т.д. Погрешности такого рода называют **случайными**.

Если появляются случайные погрешности, для их учета следует измерения повторить несколько раз и за результат измерения принять среднее арифметическое результатов отдельных измерений. Пусть проведено  $N$  измерений и получены числовые значения измеряемой величины  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . Тогда за результат измерения принимается среднее арифметическое значение результатов отдельных измерений:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

В этом случае результат измерения записывают с указанием границ интервала, в котором достоверно находится измеряемая величина:  $x = \bar{x} \pm \Delta x$ , где границы интервала можно приближенно определить как  $\Delta x = \frac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + \dots + |\bar{x} - x_N|}{N}$  (среднее арифметическое или стандартное отклонение) или более точно:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_N)^2}{N(N-1)}} \quad (\text{средняя квадратичная}$$

погрешность). Такой подход правомерен при проведении многократных прямых измерений физической величины.

При косвенных измерениях часто используют метод интервалов, суть которого разберем на примере определения плотности вещества. Пусть масса тела с учетом погрешности измерения равна  $m = 0,33 \pm \pm 0,02$  кг, а его объем —  $V = (0,060 \pm 0,002) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Тогда максимальное значение плотности будет равно  $\rho_{\text{max}} = \frac{m_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} = \frac{0,35}{0,058 \cdot 10^{-3}} = 6,034 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Минимальное значение

$\rho_{\min} = \frac{m_{\min}}{V_{\max}} = \frac{0,31}{0,062 \cdot 10^{-3}} = 5,000 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Истинное значение плотности тела лежит внутри полученного интервала, т.е. можно считать, что результат измерения:  $\rho_u = \frac{\rho_{\max} + \rho_{\min}}{2} = 5,517 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , а абсолютная погрешность измерения (определяющая границы интервала):  $\Delta\rho = \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{2} = 0,517 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Следует учитывать, что при округлении абсолютная погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами, если первая из них равна 1 или 2, и одной — если первая цифра равна 3 или более. В нашем случае  $\Delta\rho \approx 0,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  (измерение проведено с малой точностью  $\sim 9\%$ ). При записи результата измерений ограничиваются одной значащей цифрой того разряда, которому соответствует округленное значение погрешности измерений:  $\rho = (5,5 \pm 0,5) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Внимание!** Значения измеряемой величины и абсолютной погрешности измерения должны быть выражены в **одних и тех же** единицах измерения и иметь **одинаковое** количество знаков после запятой. Округление производится только в окончательном ответе (начинают с округления абсолютной погрешности), предварительные вычисления рекомендуется проводить с несколькими лишними знаками.

## ЗАДАЧИ

1. Выберите два верных утверждения. Модель в науке — это
  - 1) образ изучаемого объекта или явления, отражающий все его особенности
  - 2) наглядный образ изучаемого объекта или явления
  - 3) описание изучаемого объекта или процесса, в котором отсутствуют все сложные детали
  - 4) образ изучаемого объекта или явления, допускающий достаточно простое математическое описание

*Ответ:* 34.

2. Какой принцип выполняется:

- А) в классической механике,
- Б) в квантовой механике?
- 1) причинности
- 2) соответствия
- 3) относительности
- 4) дальнего действия

А	Б

Ответ: 12.

3. Какие из законов отражают следующие принципы:

- 1) причинности
- 2) соответствия
- 3) относительности
- 4) дальнего действия

А)  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Б)  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_{отн}$

В)  $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

А	Б	В

Ответ: 131.

4. Для каких явлений сформулирован:

- А) принцип относительности Эйнштейна,
- Б) принцип относительности Галилея?
- 1) электромагнитных явлений
- 2) механических явлений
- 3) оптических явлений
- 4) всех физических явлений

Решение

Принцип относительности Эйнштейна в отличие от принципа относительности Галилея, который верен только для механических явлений, сформулирован для всех физических явлений.

Ответ: 42.



5. Воздух под поршнем сжимали при температуре  $27\text{ }^\circ\text{C}$ , измеряя давление воздуха при разных значениях объема. Результаты измерений представлены в таблице. Найдите погрешности измерения этих величин.

$V, 10^{-3}\text{ м}^3$	3	4	5	6
$p, 10^5\text{ Па}$	0,68	0,53	0,41	0,34

*Решение*

В таблице указано, что, например,  $V = 3 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ , последняя цифра находится в разряде единиц. Следовательно,  $\Delta V = 0,5 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ , т.е.  $2,5 \times 10^{-3}\text{ м}^3 \leq V \leq 3,5 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$ . Аналогично для давления:  $p = 0,68 \cdot 10^5\text{ Па}$ ,

$$\Delta p = \frac{0,01}{2} \cdot 10^5\text{ Па} = 0,005 \cdot 10^5\text{ Па}. \quad 0,675 \cdot 10^5\text{ Па} \leq p \leq 0,685 \cdot 10^5\text{ Па}.$$

*Ответ:*  $\Delta V = 5 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3$ ,  $\Delta p = 500\text{ Па}$ .

6. При растяжении пружины была получена следующая зависимость длины пружины от приложенной силы.

Длина, см	12	13	15	16
Сила, Н	1	2	4	6

Какая из гипотез верна:

- в области малых значений приложенной силы;
  - в области больших значений приложенной силы?
- деформация пружины пропорциональна величине растягивающей ее силы
  - при растяжении пружина потеряла часть упругих свойств из-за чрезмерного напряжения
  - в области больших значений силы закон Гука не выполняется
  - при растяжении уменьшилась прочность пружины

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

*Решение*

Согласно закону Гука для пружины  $F = k\Delta x$  (зависимость линейна). Построим график зависимости длины пружины от приложенной силы:  $L(F)$  (рис. 67.1).

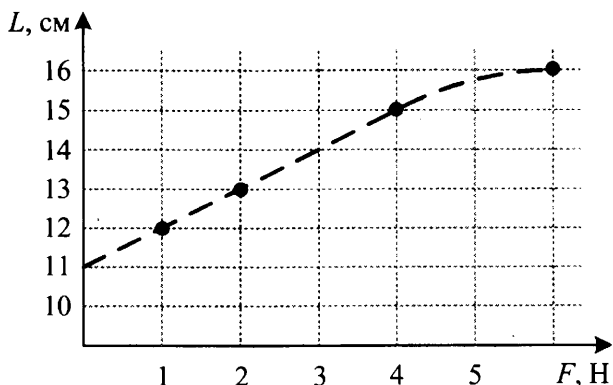


Рис. 67.1

Зависимость  $L(F)$  нелинейна в области больших значений приложенной силы (рис. 67.1)  $\Rightarrow$  закон Гука не выполняется.

*Ответ:* 13.

7. Класс точности миллиамперметра  $\gamma = 4$ , а предел измерения — 500 мА. Найти абсолютную погрешность прибора.

*Решение*

Погрешность прибора равна  $\Delta_{\text{пр.}} = \frac{\gamma M}{100} = \frac{4 \cdot 500 \text{ мА}}{100} = 20 \text{ мА}$ .

*Ответ:* 0,02 А.

8. Класс точности вольтметра (рис. 67.2)  $\gamma = 1,5$ .

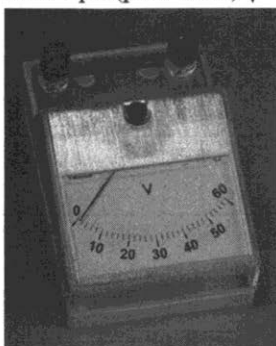


Рис. 67.2

Определить абсолютную погрешность измерения вольтметра при показании  $U = 22 \text{ В}$ .

*Решение*

Погрешность прямого измерения складывается из погрешности средства измерения (прибора, инструмента)  $\Delta U_{\text{пр.}}$  и погрешности от-

счета  $\Delta U_{\text{отсч.}}$ :  $\Delta U = \Delta U_{\text{пр.}} + \Delta U_{\text{отсч.}}$ . Погрешность прибора равна

$$\Delta U_{\text{пр.}} = \frac{\gamma M}{100} = \frac{1,5 \cdot 60}{100} = 0,9 \text{ В.}$$

Погрешность отсчета не превосходит

половины цены деления  $\Delta U_{\text{отсч.}} \leq \frac{c}{2}$ . Цена деления равна

$$c = \frac{30 - 20}{5} = 2 \text{ В} \Rightarrow \text{погрешность измерения } \Delta U = 0,9 + 1 = 1,9 \text{ В.}$$

Ответ: 1,9 В.

9. Для определения упругих свойств пружины ученик измерил длину пружины при различных массах подвешенных к ней гирь (рис. 67.3). Определите приблизительное значение энергии упругой деформации пружины при подвесе груза массой 50 г. Погрешности измерений массы гирь  $\Delta m = \pm 1$  г, длины пружины  $\Delta l = \pm 0,2$  см.

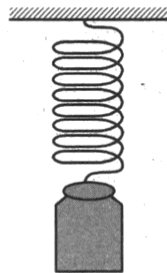
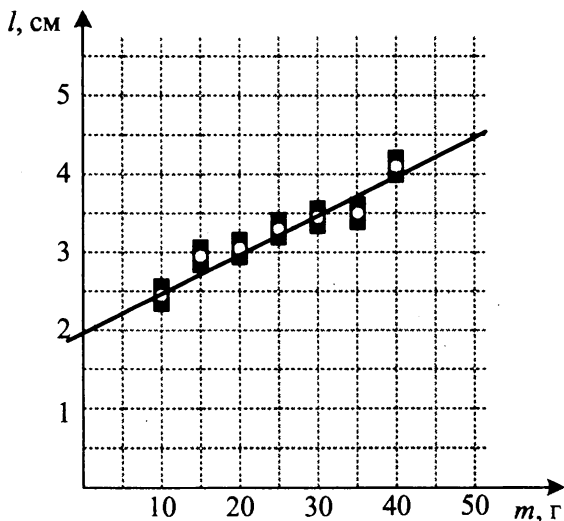


Рис. 67.3

*Решение*

Считая, что деформации пружины при небольших массах гирь еще остаются упругими, проведем прямую линию так, чтобы она по возможности прошла через все точки с учетом погрешностей измерений (пунктирная линия на графике). Используя закон Гука, найдем жесткость пружины  $k = \frac{F}{\Delta l}$ , где  $F = mg$ . Наиболее удачной для точ-

ности считывания значений величин по графику построенной прямой можно считать пару  $m = 20$  г,  $\Delta l = 0,01$  м, тогда  $k = \frac{0,02 \cdot 10}{0,01} = 20$  Н/м.

Энергия упругой деформации пружины для  $m = 50$  г:  $W = \frac{k(\Delta l)^2}{2} = 6,25 \cdot 10^{-3}$  Дж.

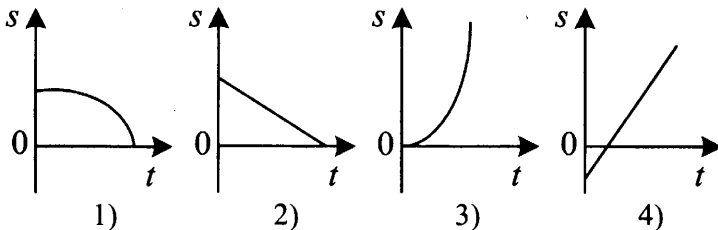
*Ответ:*  $W = 6,25 \cdot 10^{-3}$  Дж.

# ТЕМАТИЧЕСКИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

## Кинематика

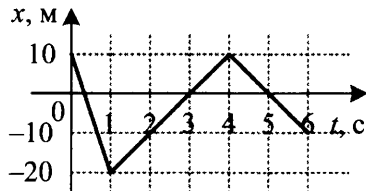
### Вариант 1

1. Тело падает с балкона. На каком из графиков изображена возможная зависимость пройденного пути от времени?



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке представлены графики зависимости координаты тела от времени  $t$ . В какой момент времени от начала наблюдения модуль перемещения имел максимальное значение?



Ответ: \_\_\_\_\_ с.

3. По рисунку к задаче 2 определите, чему равна средняя скорость тела на пути, пройденном за первые 5 с.

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

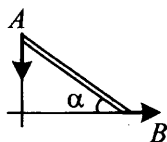
4. Чему равен модуль перемещения точки, находящейся на краю диска радиусом  $R = 23$  см при его повороте на  $240^\circ$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

5. Тело начинает двигаться равноускоренно. Во сколько раз путь, пройденный телом за третью секунду, меньше пути, пройденного за шестую?

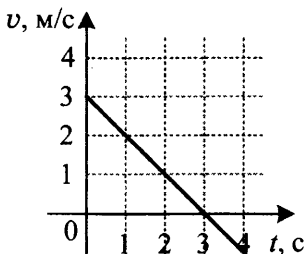
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Лестница, приставленная к вертикальной стене, падает в результате скольжения ее нижнего конца по полу. Каково отношение модулей скоростей  $v_A$  и  $v_B$  в тот момент, когда угол между лестницей и полом равен  $\alpha = 60^\circ$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. По графику  $v(t)$  прямолинейного движения тела определите проекцию ускорения на направление вектора скорости в момент времени  $t = 2$  с.



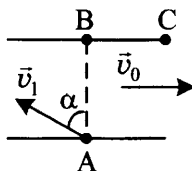
Ответ: \_\_\_\_\_  $\text{м/с}^2$ .

8. Самолет летит из пункта А в пункт В, расположенный от него на расстоянии 400 км к северу. Определите продолжительность полета, если ветер дует с юга на север. Скорость ветра  $v_1 = 15$  м/с, скорость самолета относительно воздуха  $v_2 = 720$  км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_ мин.

9. Человек, переправляясь через реку шириной  $H = 120$  м из пункта А, все время направляет лодку под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению АВ (см. рис.).

Каково должно быть отношение скорости лодки относительно воды  $v_1$  к скорости течения  $v_0$ , если лодку снесло ниже пункта В на расстояние  $L = 80$  м в пункт С?



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Тело движется прямолинейно согласно уравнению  $x = 1 + 2t - t^2$ . Выберите верные утверждения:

- 1) проекция ускорения на направление движения при  $t = 0$   
 $a_x = -1 \text{ м/с}^2$
- 2) проекция ускорения на направление движения при  $t = 0$   
 $a_x = -2 \text{ м/с}^2$
- 3) тело движется сначала равнозамедленно, потом равноускоренно
- 4) тело движется сначала равноускоренно, потом равнозамедленно
- 5) тело движется равнозамедленно

Ответ:

11. Два автомобиля начинают равноускоренное движение из состояния покоя в противоположных направлениях с ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Второй начинает движение на 2 с позже первого. Какова проекция скорости движения второго автомобиля в системе отсчета первого через 5 с после начала движения первого автомобиля?

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

12. Тело брошено с поверхности Земли под углом к горизонту  $45^\circ$  так, что проекция вектора начальной скорости на ось  $Y$  равна  $10 \text{ м/с}$ . Чему равна скорость тела в высшей точке траектории?

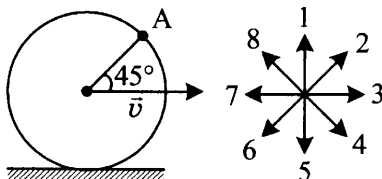
Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

13. Зависимость скорости поезда от времени представлена в таблице. Учитывая, что характер движения поезда изменяется в момент  $t = 180$  с, определите, какой путь проходит поезд за 300 с.

$t, \text{ с}$	0	120	180	240	300
$v, \text{ м/с}$	15	15	15	9	3

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

14. Колесо с постоянной скоростью катится по горизонтальному участку дороги без проскальзывания. Какой стрелке соответствует направление вектора скорости точки А на ободу колеса относительно земли?



Ответ: \_\_\_\_\_.

15. Лодка переправляется на противоположный берег, причем скорость лодки в 1,41 больше скорости течения реки. Установите соответствие между курсом лодки (первый столбец) и особенностями переправы (второй столбец).

**КУРС ЛОДКИ**

(угол между вектором скорости лодки относительно воды и перпендикуляром к берегу)

- А)  $0^\circ$
- Б)  $45^\circ$  навстречу течению
- В)  $45^\circ$  по течению

**ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ПЕРЕПРАВЫ**

- 1) наибольшее время переправы
- 2) наименьшее перемещение
- 3) кратчайшее время переправы
- 4) наибольшее перемещение

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Уравнения движения тела имеют следующий вид:  $x = 5 - t$  (м),  $y = 0,75t + 3$  (м). Найдите длину траектории через 2 с от начала наблюдения.

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

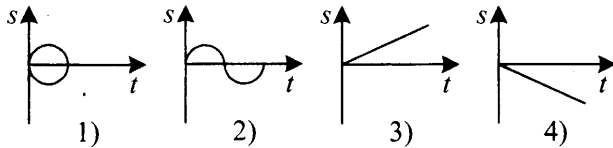
17. С башни с нулевой начальной скоростью упал камень. За последнюю секунду он пролетел 0,75 всего пути. Определите время его падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.



18. По гладкой горизонтальной поверхности льда скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью  $u = 1$  м/с и небольшая шайба со скоростью  $v = 3$  м/с, догоняющая брусок. В некоторый момент времени шайба оказалась на расстоянии  $L = 1$  м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернется в исходную точку? Нормаль к боковой части шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска, удар абсолютно упругий.

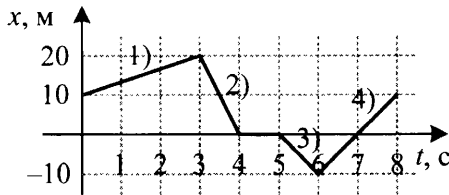
### Вариант 2

1. Пони бежит по кругу. На каком из графиков изображена возможная зависимость пройденного им пути от времени?



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке представлен график зависимости координаты тела от времени  $x(t)$ . В каком интервале времени модуль скорости тела имел максимальное значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. По рисунку к задаче 2 определить, чему равен модуль вектора средней скорости тела за первые 5 с движения.

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

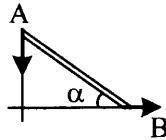
4. Тело движется по окружности радиусом  $R = 1$  м с периодом вращения  $T = 4$  с. Чему равен модуль перемещения за 1 с?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

5. Тело начинает двигаться равноускоренно. Во сколько раз путь, пройденный телом за пятую секунду, больше пути, пройденного за вторую?

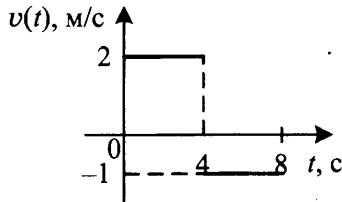
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Лестница, приставленная к вертикальной стене, падает в результате скольжения ее нижнего конца по полу. Какова по величине скорость  $v_A$  точки A в тот момент, когда угол между лестницей и полом равен  $\alpha = 30^\circ$ , если скорость точки B равна  $v_B = 10 \text{ см/с}$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ см/с.

7. По графику зависимости  $v(t)$  при прямолинейном движении тела найти путь за первые 8 с.

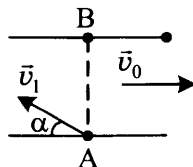


Ответ: \_\_\_\_\_ м.

8. Самолет летит из пункта A в пункт B, расположенный от него на расстоянии 400 км к северу. Определите продолжительность полета, если ветер дует с севера на юг. Скорость ветра  $v_1 = 20 \text{ м/с}$ , скорость самолета относительно воздуха  $v_2 = 720 \text{ км/ч}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ мин.

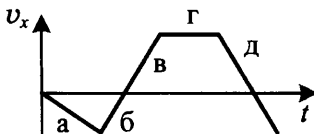
9. Человек, переправляясь через реку шириной  $H = 100 \text{ м}$  из пункта A, все время направляет лодку под углом  $\alpha = 30^\circ$  к берегу.



На каком расстоянии  $L$  от пункта В причалит лодка, если скорость лодки относительно воды  $v_1 = 1,6$  м/с, а скорость течения  $v_0 = 1$  м/с?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

10. На рисунке представлен график зависимости проекции скорости  $v_x$  тела от времени  $t$ .



Выберите два верных утверждения:

- 1) вектор скорости тела направлен противоположно вектору его ускорения на участках а, в
- 2) на участке а модуль ускорения минимален
- 3) вектор скорости тела направлен противоположно вектору его ускорения на участках б и д
- 4) на участках б и в проекция ускорения на ось  $X$  положительна

Ответ:

11. Два мотоциклиста начинают равноускоренное движение из состояния покоя в одном направлении с ускорением  $2$  м/с<sup>2</sup>. Второй начинает движение на  $0,5$  с позже первого. С какой скоростью движется первый мотоциклист в системе отсчета второго через  $2$  с после начала движения второго?

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

12. Тело брошено с поверхности Земли под углом к горизонту  $30^\circ$  так, что проекция вектора начальной скорости на ось  $Y$  равна  $10$  м/с. Чему равна скорость тела в момент падения на Землю?

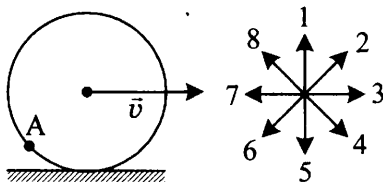
Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

13. Зависимость скорости лифта от времени представлена в таблице. Учитывая, что характер движения лифта изменяется в момент времени  $4$  с, определите, какой путь проходит лифт за  $5$  с.

$t, \text{с}$	0	2	3	4	5
$v, \text{м/с}$	1	3	4	5	5

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

14. Колесо равномерно катится по горизонтальному участку дороги без проскальзывания. Какой стрелке соответствует направление вектора скорости точки A на ободе колеса относительно земли?



Ответ: \_\_\_\_\_.

15. Лодка движется в реке от одного берега к другому так, что ее скорость относительно земли направлена под углом  $45^\circ$  к береговой линии по течению. При возвращении лодку направляют так, что она все время движется перпендикулярно берегу. Собственная скорость лодки вдвое больше скорости течения реки. Как изменяются:

- |                                     |                  |
|-------------------------------------|------------------|
| А) время переправы                  | 1) увеличивается |
| Б) модуль перемещения при переправе | 2) уменьшается   |
|                                     | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

16. Линейная скорость точек на ободе вращающегося диска радиусом  $R$  равна  $v = 3\text{ м/с}$ . Какова скорость точек, расположенных ближе к центру на расстоянии  $x = 0,2R$  от края диска?

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

17. Мяч бросили вертикально вверх с высоты  $16\text{ м}$  с начальной скоростью  $2\text{ м/с}$ . Определите модуль вектора средней скорости за время полета.
18. По гладкой горизонтальной поверхности льда скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью  $u = 2\text{ м/с}$  и небольшая шайба со скоростью  $v = 5\text{ м/с}$ , догоняющая бру-

сок. В некоторый момент времени шайба оказалась на расстоянии  $L$  от бруска. Найдите  $L$ , если известно, что, считая от этого момента, шайба вернулась через  $1$  с в исходную точку. Нормаль к боковой части шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска.

## Динамика. Законы сохранения

### Вариант 1

1. К потолку вагона, движущегося равномерно и прямолинейно по горизонтальному пути, подвешен на нити шар. Колебаний нет. Выберите верные утверждения.

- 1) нить висит вертикально без отклонения
- 2) нить отклонена назад против хода движения
- 3) вагон можно считать инерциальной системой отсчета
- 4) вагон нельзя считать инерциальной системой отсчета, так как он движется вперед

Ответ:

2. В ответах приведены единицы физических величин, выраженные в основных единицах СИ. Какая из единиц является единицей А) мощности; Б) силы?

1)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

3)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$

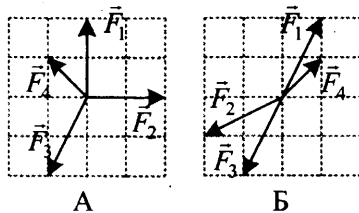
2)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$

4)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

3. В каком направлении тело начнет движение, если на покоящееся тело начнут действовать четыре силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$ , в случаях А) и Б)?



Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

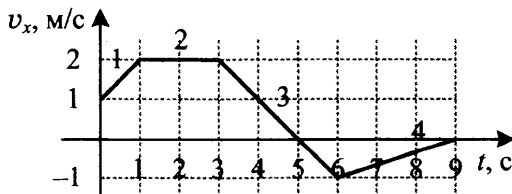
- |           |          |
|-----------|----------|
| 1) вправо | 3) вверх |
| 2) влево  | 4) вниз  |

4. Два тела, лежащие на гладкой горизонтальной поверхности, соединены упругой пружиной. На первое тело начинает действовать горизонтальная сила  $F$ . Какие утверждения будут справедливы для модулей ускорений этих тел  $a_1$  и  $a_2$ ?

- 1) в самом начале движения  $a_1 > a_2$
- 2) в самом начале движения  $a_1 < a_2$
- 3) через продолжительное время действия силы  $a_1 = a_2$
- 4) через продолжительное время действия силы  $a_1 > a_2$

Ответ:

5. Тело движется прямолинейно вдоль оси  $Ox$  согласно изображенной на рисунке зависимости  $v_x(t)$ . На каком участке равнодействующая всех сил, действующих на тело, минимальна по модулю?



Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Лифт движется между этажами здания. Вес человека  $m = 60$  кг в лифте оказался равным  $720$  Н.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Выберите верные утверждения.

- 1) лифт тормозит с  $|\vec{a}| = 2 \text{ м/с}^2$ , поднимаясь вверх
- 2) лифт тормозит с  $|\vec{a}| = 2 \text{ м/с}^2$ , опускаясь вниз
- 3) лифт опускается вниз со скоростью  $|\vec{v}| = 2 \text{ м/с}$
- 4) лифт разгоняется, поднимаясь вверх с  $|\vec{a}| = 2 \text{ м/с}^2$

Ответ:

7. Под действием силы 160 Н первоначально недеформированная пружина удлинилась на 4 см. Насколько изменилась энергия ее деформации?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

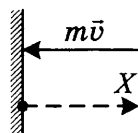
8. Тело падает вниз с небольшой высоты при наличии силы сопротивления воздуха. Модуль ускорения тела  $a$ . Выберите верные утверждения:

- 1) тело достигнет земли быстрее, чем в вакууме
- 2) тело достигнет земли за большее время, чем в вакууме
- 3)  $a > g$
- 4)  $a < g$

9. На наклонной плоскости с углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту покоится брусок массой  $m = 2 \text{ кг}$ . Модуль равнодействующей сил, с которыми плоскость действует на него, равен...

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

10. Мяч массой 150 г подлетает со скоростью 10 м/с перпендикулярно стене. Найдите проекцию вектора изменения импульса мяча на ось  $X$  при абсолютно упругом ударе.

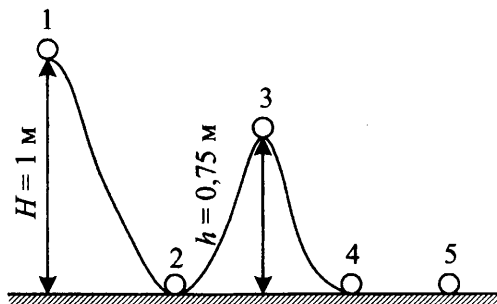


Ответ: \_\_\_\_\_ кг · м/с.

11. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы лежащую на земле палку массой  $m = 0,5 \text{ кг}$  и длиной  $L = 80 \text{ см}$  поставить вертикально?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

12. Шарик массой 0,01 кг, отпущенный без толчка с высоты  $H = 1$  м, скользит по поверхности, форма которой показана на рисунке, и останавливается в точке 5. Сила трения действует на шарик только на участке между точками 4 и 5. В каких из указанных точек кинетическая энергия шарика минимальна?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Тело массой 100 г брошено на землю с высоты 20 м с начальной скоростью 20 м/с под углом  $30^\circ$  к горизонту вниз. Чему равна максимальная потенциальная энергия отскочившего тела после удара о землю, если удар абсолютно упругий? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

14. Какое из ниже приведенных выражений определяет значение А) первой космической скорости спутника массой  $m$ , Б) его кинетической энергии, если радиус его круговой орбиты  $R$ , а ускорение свободного падения на этой высоте  $g$ ?

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Первая космическая скорость	Кинетическая энергия

- 1)  $\sqrt{\frac{gR}{2}}$
- 2)  $\sqrt{gR}$
- 3)  $mgR/2$
- 4)  $mgR/4$



15. Монета скользит по доске, наклоненной под некоторым углом к горизонту. Затем угол наклона доски увеличили. Установите соответствие между физическими величинами в первом столбце и характером их изменений во втором (записать число).

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

ИЗМЕНЕНИЕ

- |                         |                 |
|-------------------------|-----------------|
| А) сила реакции опоры   | 1) увеличится   |
| Б) сила трения          | 2) уменьшится   |
| В) равнодействующая сил | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

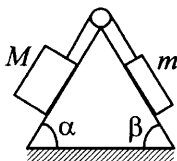
А	Б	В

16. Пуля массой  $m = 6$  г, летящая горизонтально со скоростью  $v_0 = 300$  м/с, попадает в брусок, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Масса бруска  $M = 500$  г, скорость пули после вылета  $v = 150$  м/с. Определите скорость движения бруска после вылета пули.

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

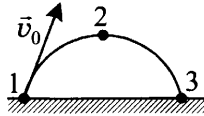
17. Два пластилиновых шарика массами  $m_1 = 0,1$  кг и  $m_2 = 0,2$  кг летят навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 20$  м/с и  $v_2 = 10$  м/с и слипаются. Какое количество теплоты выделилось при столкновении шариков?

18. Грузы массами  $M = 2$  кг и  $m = 1$  кг находятся на закрепленном несимметричном клине, углы при основании плоскостей которого  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ . Нити невесома и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет,  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Каково ускорение грузов?



## Вариант 2

1. Тело брошено под углом к горизонту. В какой точке траектории направление силы, действующей на тело, перпендикулярно его скорости?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

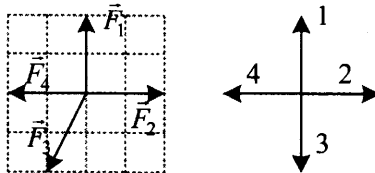
2. Ниже приведены единицы физических величин, выраженные в основных единицах СИ. Какая из них является единицей А) жесткости пружины, Б) энергии?

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

- 1)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$
- 2)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$
- 3)  $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$
- 4)  $\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}$

3. Если на покоящееся тело будут действовать четыре силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ ,  $\vec{F}_4$ , то тело начнет движение (укажите номер стрелки).

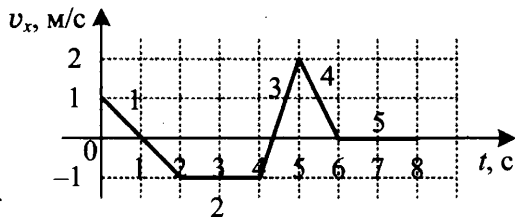


Ответ: \_\_\_\_\_ .

4. Два тела, лежащие на гладкой горизонтальной поверхности, соединены нерастяжимой веревкой. На первое тело начинает действовать горизонтальная сила  $F$ . Какие утверждения справедливы для модулей силы натяжения веревки  $T_1$  и  $T_2$ , действующих на эти тела, и их ускорений?
- 1)  $T_1 > T_2$
  - 2)  $T_1 < T_2$
  - 3)  $T_1 = T_2$
  - 4) ускорения тел не зависят от времени действия силы
  - 5) через продолжительное время действия силы  $a_1 = a_2$

Ответ:

5. Тело движется прямолинейно вдоль оси  $X$ . Зависимость проекции его скорости  $v_x(t)$  приведена на графике. На каком участке проекция равнодействующей всех сил, действующих на тело, положительна?



Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Лифт спускается равноускоренно с ускорением  $3 \text{ м/с}^2$ . Вес человека в лифте равен  $700 \text{ Н}$ . Какова масса человека (принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_ кг.

7. Под действием силы  $120 \text{ Н}$  энергия первоначально недеформированной пружины стала равной  $3 \text{ Дж}$ . На сколько сантиметров удлинилась пружина?

Ответ: \_\_\_\_\_ см.

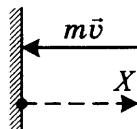
8. Тело брошено вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Модуль ускорения тела при его движении вверх до подъема на максимальную высоту при наличии сил сопротивления равен  $a$ . Выберите верные утверждения:

- 1) тело достигнет меньшей высоты, чем в вакууме
- 2) тело достигнет высшей точки за большее время, чем в вакууме
- 3)  $a > g$
- 4)  $a < g$

9. По гладкой наклонной плоскости с углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту соскальзывает брусок массой  $m = 1$  кг. Чему равен модуль равнодействующей сил, действующих на него?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

10. Мяч массой 100 г летит со скоростью 10 м/с перпендикулярно стене. После абсолютно упругого удара он отскакивает. Найдите работу силы упругости, действующей при этом со стороны стенки.

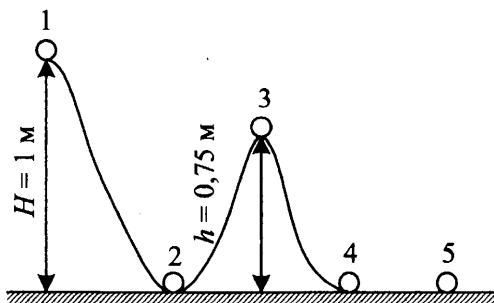


Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

11. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы стоящий на земле однородный куб массой  $m = 2$  кг с длиной ребра  $a = 10$  см перевернуть на другую грань?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

12. Шарик массой 0,01 кг с высоты  $H = 1$  м скользит по поверхности, форма которой показана на рисунке, и останавливается в точке 5. Сила трения действует на шарик только на участке между точками 4 и 5. В каких из указанных точек кинетическая энергия шарика максимальна (укажите номера точек)?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Тело массой 200 г брошено на землю с высоты 20 м с начальной скоростью 10 м/с под углом  $30^\circ$  к горизонту вверх. Чему равна максимальная кинетическая энергия отскочившего тела после удара о землю, если удар абсолютно упругий? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

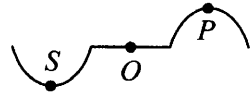
14. Чему равны А) скорость, Б) кинетическая энергия спутника, движущегося по круговой орбите на высоте  $3R$  над поверхностью Земли?  $R$  — радиус Земли,  $g'$  — ускорение свободного падения на этой высоте.

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Скорость	Кинетическая энергия

- 1)  $3mg'R$       2)  $2mg'R$       3)  $\sqrt{\frac{g'R}{3}}$       4)  $2\sqrt{g'R}$

15. Автомобиль движется с постоянной по модулю скоростью по участку дороги в пересеченной местности.



Установите соответствие между положением автомобиля и утверждением относительно одной из физических величин.

**АВТОМОБИЛЬ  
НАХОДИТСЯ  
В ТОЧКЕ**

- А) S  
Б) O  
В) P

**УТВЕРЖДЕНИЕ**

- 1) в этой точке величина центростремительного ускорения автомобиля минимальна  
2) в этой точке потенциальная энергия автомобиля максимальна  
3) в этой точке автомобиль давит на поверхность дороги с наибольшей силой

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

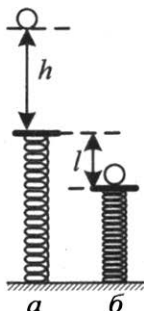
А	Б	В

16. С плоскости (угол наклона к горизонту  $\alpha = 60^\circ$ ) соскальзывает без трения тело массой  $m = 2$  кг. Найдите силу давления  $N$  на наклонную плоскость.

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

17. Два пластилиновых шарика массами  $m_1 = 0,1$  кг и  $m_2 = 0,2$  кг летят навстречу друг другу со скоростями  $v_1$  и  $v_2 = \frac{v_1}{2}$ . Столкнувшись, они слипаются. При этом выделилась энергия 120 Дж. Каков был импульс меньшего шарика?

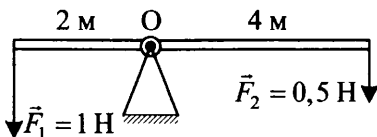
18. Пластилиновый шар массой  $m = 250$  г удерживается на высоте  $h = 1,2$  м над столиком, укрепленным на пружине (рис. а). Определите условие, при котором шар приобретет максимальную скорость при его падении на столик (рис. б). Найдите эту скорость. Жесткость пружины  $k = 25$  Н/м. Массами пружины и столика пренебречь.



## Статика и гидростатика

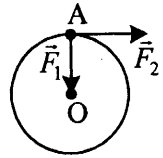
### Вариант 1

1. Невесомый рычаг находится в равновесии. Силу  $F_1$  увеличили в 2 раза. Чему должно стать равно плечо силы  $F_2$ , чтобы равновесие не нарушилось?



Ответ: \_\_\_\_\_ м.

2. Две силы  $F_1 = 6$  Н и  $F_2 = 8$  Н приложены в точке А к диску радиусом 1 м, который может вращаться вокруг оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа. Чему равен модуль суммарного момента сил относительно этой оси?

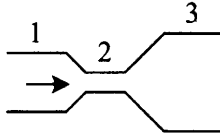


Ответ: \_\_\_\_\_ Н · м.

3. Чему равна сила давления на дно открытого сосуда площадью  $S = 124$  см<sup>2</sup>, в который налили воду до высоты  $h = 50$  см? ( $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды,  $p_0 = 10^5$  Па — атмосферное давление)

Ответ: \_\_\_\_\_ кН.

4. Жидкость течет по трубе. Как изменяется скорость жидкости при переходах из трубы 1 в 2 и из 2 в 3?



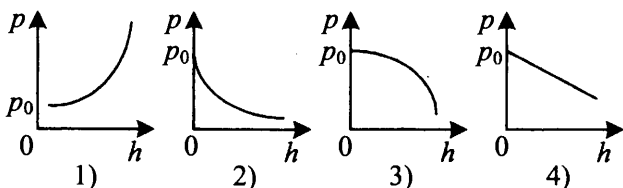
1 → 2	2 → 3

- 1) увеличивается
  - 2) уменьшается
  - 3) не изменяется
5. Массы алюминиевого и стального шаров, определенные на воздухе, одинаковы. Выберите два верных утверждения для этих шаров, помещенных в сосуд с водой.

- 1) сила Архимеда, действующая на алюминиевый шар, меньше
- 2) сила Архимеда, действующая на стальной шар, меньше
- 3) вес стального шара больше
- 4) вес алюминиевого шара больше
- 5) веса шаров одинаковы

Ответ:

6. Какой из графиков наиболее верно отражает зависимость атмосферного давления от высоты над поверхностью Земли? Укажите номер графика.

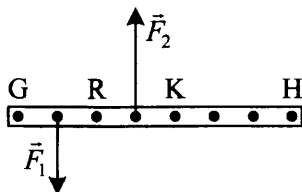


Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Чему равна сила Архимеда, действующая на погруженный в сосуд с водой металлический полый шар массой 1 кг и объемом  $50 \text{ см}^3$ , если этот сосуд поместить в лифт, поднимающийся с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

8. На невесомый рычаг действуют силы  $F_1 = 20 \text{ Н}$  и  $F_2 = 60 \text{ Н}$ . Укажите характер вращения рычага при его подвесе в точках G, R, K, H.



ПОДВЕС  
В ТОЧКЕ

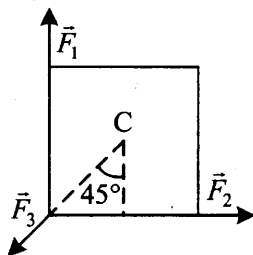
УТВЕРЖДЕНИЕ

- |      |  |
|------|--|
| A) G | 1) рычаг вращается по ходу часовой стрелки     |
| B) R | 2) рычаг вращается против хода часовой стрелки |
| B) K | 3) рычаг остается в равновесии                 |
| Г) H |  |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

A	B	B	Г

9. На куб со стороной  $a = 20 \text{ см}$ , лежащий на горизонтальном столе, действуют горизонтальные силы  $F_1 = 1 \text{ Н}$ ,  $F_2 = 5 \text{ Н}$ ,  $F_3 = 2 \text{ Н}$  в плоскости, проходящей через центр C. Чему равен модуль суммарного момента этих сил относительно центра куба (точки C)?



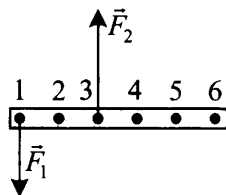
Ответ: \_\_\_\_\_ Н · м.



10. Железный предмет плотностью  $\rho_1 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , погруженный в воду ( $\rho_2 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ), весит меньше, чем в воздухе, на 50 Н. Определите его массу.

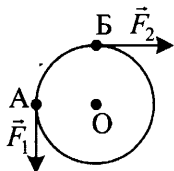
### Вариант 2

1. На рисунке изображен тонкий невесомый стержень, к которому приложены силы  $F_1 = 50 \text{ Н}$  и  $F_2 = 150 \text{ Н}$ . Укажите номер точки, через которую должна проходить ось вращения, чтобы стержень находился в равновесии.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Две силы  $F_1 = 6 \text{ Н}$  и  $F_2 = 8 \text{ Н}$  приложены в точках А и Б к диску радиусом 1 м, который может вращаться вокруг оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа.



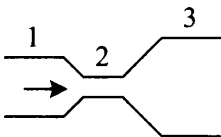
Модуль суммарного момента сил относительно этой оси равен:

Ответ: \_\_\_\_\_ Н · м.

3. Чему равно давление на дно открытого сосуда площадью  $S = 200 \text{ см}^2$ , в который налили воду до высоты  $h = 1 \text{ м}$  ( $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды,  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$  — атмосферное давление)

Ответ: \_\_\_\_\_ кПа.

4. Жидкость течет по трубе. Как изменяется давление жидкости при переходах из трубы 1 в 2 и из 2 в 3?



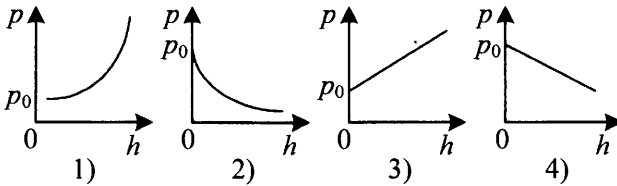
1 → 2	2 → 3

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется

5. Тело массой  $m = 1$  кг плавает в керосине, погрузившись на 0,75 своего объема. Чему равна сила Архимеда, действующая на тело?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

6. Какой из графиков наиболее точно отражает зависимость гидростатического давления от глубины погружения?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. На малый поршень гидравлического пресса площадью поперечного сечения  $S_1 = 100 \text{ см}^2$  действуют с силой  $F_1 = 150 \text{ Н}$ . С какой силой  $F_2$  действует пресс на тело, контактирующее с большим поршнем площадью поперечного сечения  $S_2 = 800 \text{ см}^2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

8. Установите соответствие между техническими устройствами и измеряемыми ими физическими величинами.

УСТРОЙСТВА

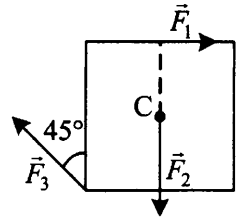
ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

- |             |  |
|-------------|--|
| А) манометр | 1) атмосферное давление  |
| Б) барометр | 2) разница между атмосферным давлением и давлением газа в сосуде |
| В) ареометр | 3) давление газа в сосуде  |
|             | 4) плотность жидкости  |
|             | 5) влажность воздуха   |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

9. На куб со стороной  $a = 10$  см, лежащий на горизонтальном столе, действуют горизонтальные силы  $F_1 = 2$  Н,  $F_2 = 4$  Н,  $F_3 = 6$  Н в плоскости, проходящей через центр. Чему равна величина суммарного момента этих сил относительно центра куба (точки С)?



Ответ: \_\_\_\_\_ Н · м.

10. Полый стальной шар ( $\rho_1 = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>), наружный объем которого  $V = 3$  л, плавает в воде ( $\rho_2 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>) так, что половина его погружена в воду. Найдите объем  $V_1$  полости шара (в л).

## Молекулярная физика

### Вариант 1

1. Как должна измениться концентрация молекул одноатомного идеального газа, чтобы при увеличении средней кинетической энергии его молекул в 3 раза давление увеличилось бы в 2 раза ( $n_1/n_2$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_.

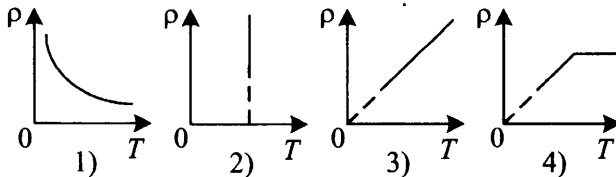
2. Аргон нагревается в открытом сосуде при нормальном атмосферном давлении от 300 до 600 К. Чему равно изменение числа молекул в единице объема газа?

Ответ: \_\_\_\_\_ м<sup>-3</sup>.

3. Оцените массу молекулы углекислого газа CO<sub>2</sub>.

Ответ: \_\_\_\_\_ кг.

4. На каком из рисунков (указать номер) представлен график зависимости плотности идеального газа от его температуры при постоянном давлении?



Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Объем газа постоянной массы увеличивается обратно пропорционально давлению. Как изменяются его концентрация и температура?

концентрация	температура

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется

6. Сколько частиц содержится в 4 г водорода при степени диссоциации 5%?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Почему в жаркую погоду запахи продуктов распространяются быстрее? Выберите два верных варианта.

- 1) потому что увеличивается скорость испарения веществ
- 2) потому что диффузия происходит быстрее при повышении температуры
- 3) потому что все тела при нагревании расширяются
- 4) потому что повышение температуры сопровождается усилением ветра

Ответ:

8. На рисунке 1 приведен график изменения состояния идеального газа в координатах  $p$ - $V$ . Какой из приведенных на рисунке 2 графиков соответствует данному процессу?

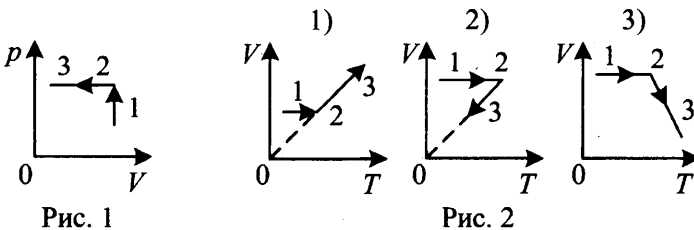


Рис. 1

Рис. 2

Ответ: \_\_\_\_\_ .

9. Понятие «изопроецесс» можно применять, если выполняются 2 условия:

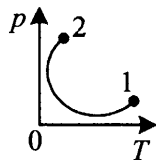
- 1) масса данного газа постоянна
- 2) объем газа постоянен
- 3) давление газа постоянно
- 4) температура газа постоянна
- 5) один из параметров  $V, p, T$  постоянен

Ответ:

10. Идеальный газ, занимающий объем 15 л, охладил при постоянном давлении на 60 К, после чего объем его стал равным 12 л. Чему равна первоначальная температура газа?

Ответ: \_\_\_\_\_ К.

11. Как изменяются А) объем, Б) средняя квадратичная скорость молекул при переходе газа из состояние 1 в состояние 2 (см. рис.)?



- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется

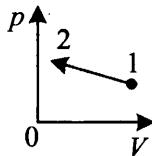
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

12. Во сколько раз увеличится давление газа в электрической лампочке, если после ее включения температура газа повысилась от 15 °С до 300 °С? Ответ округлите до целых.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

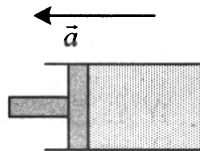
13. График изменения состояния идеального газа в осях  $p(V)$  представляет собой прямую линию 1–2, при этом  $p_2V_2 < p_1V_1$ . Выберите два верных утверждения:



- 1) температура в состоянии 2 меньше, чем в 1
- 2) температура в состоянии 2 больше, чем в 1
- 3) температура не изменялась
- 4) при переходе из 1 в 2 температура может сначала увеличиться, затем уменьшиться

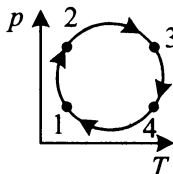
Ответ:

14. В цилиндре сечением  $S = 20 \text{ см}^2$  может свободно двигаться без трения поршень массой  $m = 10 \text{ кг}$ , плотно прилегающий к стенкам цилиндра. Цилиндр с поршнем движется влево с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ . Найдите отношение давления  $p$  воздуха в цилиндре к атмосферному давлению  $p_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Состояние газа постоянной массы изменяется согласно рисунку. Укажите соответствие между участком процесса и характером изменения физической величины.



УЧАСТОК  
ПРОЦЕССА

ИЗМЕНЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

- |          |  |
|----------|--|
| А) (1–2) | 1) энергия движения молекул увеличивается            |
| Б) (2–3) | 2) плотность увеличивается                           |
| В) (3–4) | 3) объем не изменяется                               |
| Г) (4–1) | 4) среднеквадратичная скорость молекул не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

16. Воздух, находившийся в открытом баллоне при температуре  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ , нагревают. В результате масса воздуха, оставшаяся в баллоне, составляет 40% от массы воздуха, первоначально находившегося в баллоне. До какой температуры нагрет воздух в баллоне в этот момент?

Ответ: \_\_\_\_\_ К.

17. Объемы трех сосудов, соединенных трубками с кранами, относятся как  $1 : 2 : 3$ . Давление газа в первом сосуде равно  $p_1 = 30 \text{ кПа}$ , в третьем —  $p_3 = 50 \text{ кПа}$ , второй сосуд пустой. Во сколько раз изменилось давление в первом сосуде после того,

как краны открыли  $\left(\frac{p_1}{p_1'}\right)$ ?  $T = \text{const}$ .

18. На какую глубину (см) в спирт плотностью  $\rho = 790 \text{ кг/м}^3$  надо погрузить открытую трубку длиной  $L = 50 \text{ см}$ , чтобы, закрыв верхнее отверстие, вынуть столбик жидкости длиной  $\frac{L}{2}$ ? Атмосферное давление  $p_0 = 1 \text{ атм}$ .

### Вариант 2

1. Во сколько раз изменится давление одноатомного идеального газа в результате уменьшения концентрации молекул газа в 3 раза и увеличения среднеквадратичной скорости его молекул в 3 раза ( $p_2/p_1$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_.

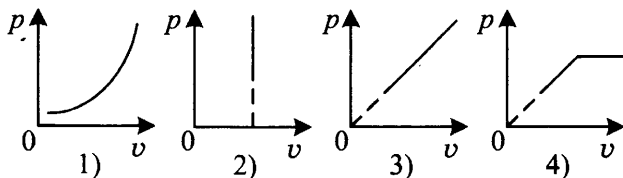
2. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения атома аргона равна  $1,01 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ °C.

3. Оцените массу молекулы этилового спирта ( $M = 46 \text{ а.е.м}$ ).

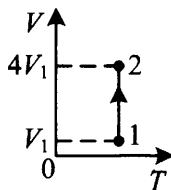
Ответ: \_\_\_\_\_ кг.

4. На каком из рисунков (указать номер) представлен график зависимости давления идеального газа на стенки сосуда от среднеквадратичной скорости поступательного движения молекул при постоянном объеме?



Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Как изменяются давление на стенки сосуда и кинетическая энергия теплового движения молекул идеального газа заданной массы в процессе 1–2 (см. рис.)?



Давление	Кинетическая энергия
1) уменьшается в 4 раза	3) увеличивается в 3 раза
2) увеличивается в 2 раза	4) уменьшается в 3 раза
	5) не изменяется

6. Сколько частиц содержится в 8 г кислорода при степени диссоциации 10%?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Почему при понижении температуры броуновское движение частиц краски в растворителе замедляется? Укажите верные утверждения.

- 1) потому что уменьшается скорость испарения растворителя
- 2) усиливается взаимодействие частиц
- 3) уменьшается скорость движения молекул смеси
- 4) взвешенные в жидкости частицы краски при охлаждении уменьшаются в размерах и реже взаимодействуют друг с другом
- 5) снижается интенсивность теплового движения молекул

Ответ:

8. На рисунке 1 приведен график изменения состояния идеального газа в координатах  $V-T$ . Какой из приведенных на рисунке 2 графиков соответствует данному процессу?

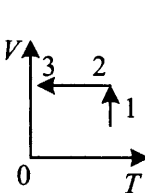


Рис. 1

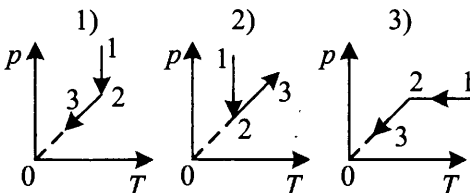


Рис. 2

Ответ: \_\_\_\_\_ .

9. Реальный газ можно считать идеальным, когда можно пренебречь (укажите 2 верных условия)

- 1) кинетической энергией частиц
- 2) потенциальной энергией частиц
- 3) массой частиц
- 4) размером частиц

Ответ:

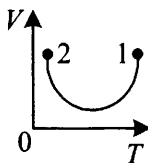


10. Идеальный газ, занимающий объем 25 л, сжали при постоянной температуре, увеличив давление на 30 кПа, после чего объем его стал равным 10 л. Чему было равно начальное давление газа?

Ответ: \_\_\_\_\_ кПа.

11. Как изменяются давление и концентрация газа постоянной массы при переходе из состояния 1 в состояние 2?

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется

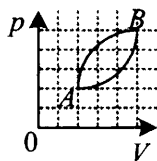


Давление	Концентрация газа

12. Насколько увеличилась температура газа в баллоне, если после нагревания давление изменилось с 0,45 МПа до 870 кПа? Начальная температура газа в баллоне 20 °С.

Ответ: \_\_\_\_\_ К.

13. В координатных осях  $p$ - $V$  представлен график состояния газа постоянной массы в циклическом процессе.

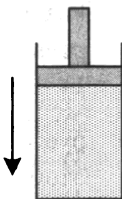


Как изменяются А) температура газа при переходе из состояния А в состояние В; Б) плотность газа за весь цикл?

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) сначала увеличивается, затем уменьшается
- 4) сначала уменьшается, затем увеличивается
- 5) не изменяется

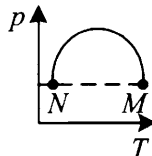
Температура	Плотность газа

14. В цилиндре сечением  $S = 90 \text{ см}^2$  может свободно двигаться без трения поршень массой  $m = 10 \text{ кг}$ , плотно прилегающий к стенкам цилиндра. Цилиндр с поршнем двигаются вниз с ускорением  $a = 5 \text{ м/с}^2$ . Чему равно отношение давления  $p$  воздуха в цилиндре к первоначальному (в состоянии покоя) давлению  $p_0$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. В сосуде под поршнем находится идеальный газ. Процесс изменения состояния газа показан на диаграмме. Как изменялись концентрация молекул, средняя квадратичная скорость одной молекулы, количество вещества, объем газа при переходе из точки  $M$  в точку  $N$ ?



**ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА**

**ИЗМЕНЕНИЕ**

- |   |   |
|---|---|
| А) концентрация молекул                         | 1) увеличивается                            |
| Б) средняя квадратичная скорость одной молекулы | 2) сначала увеличивается, затем уменьшается |
| В) количество вещества                          | 3) уменьшается                              |
| Г) объем газа                                   | 4) сначала уменьшается, затем увеличивается |
|   | 5) не изменяется                            |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

16. При каком давлении  $p$  плотность газообразного водорода при температуре  $t = -23$  °С в 2500 раз меньше плотности воды ( $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>) при комнатной температуре?

Ответ: \_\_\_\_\_ кПа.

17. Горизонтальный цилиндрический сосуд длиной  $L = 1,2$  м, разделенный легким теплонепроницаемым поршнем, заполнен идеальным газом. В начальном состоянии объем левой части сосуда вдвое больше правой, а температура в обеих частях одинакова. На сколько переместится поршень, если температуру в правой части увеличить вдвое? Температура в левой части поддерживается постоянной.

18. В сосуд с ртутью опускают открытую с двух концов стеклянную трубку, оставляя над поверхностью часть трубки длиной  $l = 60$  см. Затем трубку закрывают сверху и погружают еще на  $a = 30$  см. Какой станет высота  $h$  (см) столба воздуха в трубке? Атмосферное давление  $H = 760$  мм рт. ст.

# Термодинамика

## Вариант 1

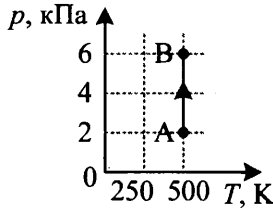
1. Водород и кислород равной массы  $m = 40$  г при постоянном давлении нагревают на  $10$  К. Найти разность работ, совершаемых при этом водородом и кислородом ( $A_{\text{в}} - A_{\text{к}}$ ). Ответ округлить до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_ кДж.

2. При изобарном процессе концентрация молекул газа в сосуде увеличилась в 2 раза. Каково отношение начальной и конечной внутренних энергий газа ( $U_1/U_2 = ?$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

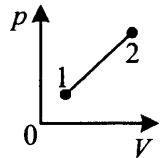
3. При переходе идеального одноатомного газа постоянной массы из состояния А в В (см. рис.) он совершает работу, равную  $4$  кДж.



Чему равно количество теплоты, полученное газом?

Ответ: \_\_\_\_\_ кДж.

4. Положительны или отрицательны величины работы газа и изменения его внутренней энергии в процессе 1–2 (см. рис.)? Масса газа постоянна.

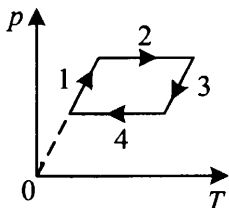


- 1)  $> 0$
- 2)  $< 0$
- 3)  $= 0$

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

$A$	$\Delta U$

5. По зависимости давления идеального газа постоянной массы от температуры  $p(T)$  (см. рис.) определите, на каких участках внутренней энергии газа увеличивается без совершения газом работы.

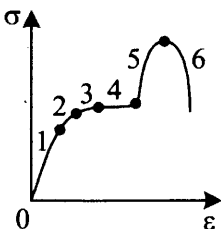


Ответ: \_\_\_\_\_ .

6. Какие из приведенных ниже суждений справедливы?
- 1) аморфное тело отличается от кристаллического только твердостью
  - 2) кристаллическое тело может быть превращено в жидкость при постоянной температуре
  - 3) аморфное тело никогда не может превратиться в жидкость
  - 4) свойства аморфного тела не зависят от направления

Ответ:

7. Какой из участков диаграммы напряжений (см. рис.) соответствует области разрушения стальной проволоки?  $\epsilon$  — относительная деформация проволоки,  $\sigma$  — механическое напряжение.

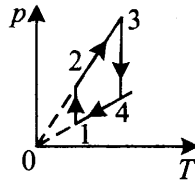


Ответ: \_\_\_\_\_ .

8. Идеальный газ в тепловой машине за один цикл работы получил от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 100$  кДж, отдал холодильнику количество теплоты  $Q_2 = 10$  кДж и совершил работу  $A = 90$  кДж. Чему равно изменение при этом внутренней энергии газа?

Ответ: \_\_\_\_\_ кДж.

9. Дан график процесса в координатах  $p-T$ . Укажите характер теплообмена газа с окружающей средой на различных участках.



- 1) газ отдает тепло
- 2) газ получает тепло
- 3) теплообмена нет

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

1-2	2-3	3-4	4-1

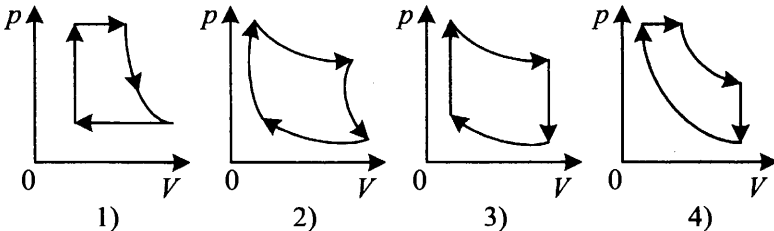
10. Газ отдал  $Q = 200$  Дж теплоты, при этом внешние силы совершили над ним работу  $A = 40$  Дж. Каково изменение внутренней энергии газа?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

11. Тепловой двигатель за цикл получает от нагревателя 150 Дж и отдает холодильнику 120 Дж. Чему равен КПД двигателя?

Ответ: \_\_\_\_\_ %.

12. Какой из графиков на  $p-V$ -диаграмме соответствует наибольшему КПД тепловой машины?



Ответ: \_\_\_\_\_.

13. В случае А) температуру нагревателя уменьшили на  $\Delta T$ , в случае Б) температуру холодильника увеличили на  $\Delta T$ . Как изменится КПД идеального теплового двигателя в обоих случаях?

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

14. Найдите соответствие между определением физической величины и ее названием.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ**

**ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА**

- |  |  |
|--|--|
| <p>А) количество теплоты, необходимое для нагревания тела на 1 °С</p> <p>Б) количество теплоты, отдаваемое 1 кг вещества при его затвердевании</p> | <p>1) теплоемкость тела</p> <p>2) удельная теплоемкость тела</p> <p>3) удельная теплота парообразования</p> <p>4) удельная теплота плавления</p> |
|--|--|

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

15. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым они определяются.

**ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ**

**ФОРМУЛЫ**

- |  |   |
|--|---|
| <p>А) удельная теплота парообразования</p> <p>Б) теплоемкость тела</p> <p>В) количество теплоты, необходимое для нагревания вещества в данном агрегатном состоянии</p> | <p>1) <math>cm\Delta T</math></p> <p>2) <math>\frac{Q}{m}</math></p> <p>3) <math>\frac{Q}{\Delta T}</math></p> <p>4) <math>\frac{Q}{c\Delta T}</math></p> |
|--|---|

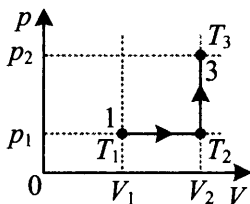
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Влажность воздуха в сосуде под поршнем равна 40%. Во сколько раз необходимо уменьшить объем воздуха, не меняя его температуры, чтобы на стенках сосуда появились первые капельки воды?

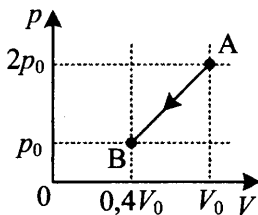
Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. Идеальный одноатомный газ при начальной температуре  $T_1 = 300$  К занимает объем  $V_1 = 20$  л под давлением  $p_1 = 0,3$  МПа.



Газ изобарно нагрели до  $T_2 = 420$  К, а затем изохорно до  $T_3 = 510$  К. Найти количество теплоты, полученное газом, при переходе из состояния 1 в состояние 3 (см. рис.).

18. На рисунке представлен процесс, проведенный над одноатомным идеальным газом, количество молекул которого составляет  $12,04 \cdot 10^{23}$ .



Какова внутренняя энергия газа в состоянии А, если в состоянии В его температура  $7^\circ\text{C}$ ?

## Вариант 2

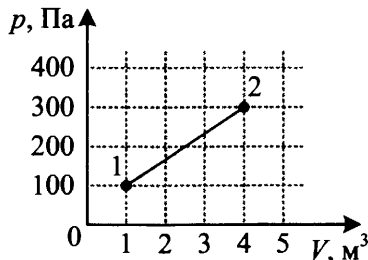
1. Водород и кислород равной массы  $m = 16$  г при постоянном давлении нагревают на 20 К. Найти отношение изменения внутренних энергий водорода и кислорода в этом процессе ( $\Delta U_{\text{H}_2} / \Delta U_{\text{O}_2}$ ).

Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. При изотермическом процессе концентрация молекул газа в сосуде увеличилась в 2 раза. Каково отношение начальной и конечной внутренних энергий газа ( $U_1/U_2 = ?$ )?

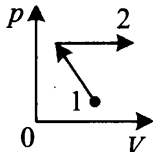
Ответ: \_\_\_\_\_ .

3. Чему равна работа, совершенная газом при переходе из состояния 1 в состояние 2 (см. рис.)?



Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

4. Укажите характер совершения работы на участках 1 и 2 (см. рис.). Масса газа постоянна.

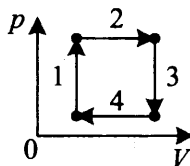


- 1) газ совершает положительную работу
- 2) внешние силы совершают над газом положительную работу
- 3) на этом участке работа не совершается

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Участок 1	Участок 2

5. По зависимости давления идеального газа постоянной массы от объема  $p(V)$  (см. рис.) определите, на каких участках внутренняя энергия газа увеличивается без совершения газом работы.



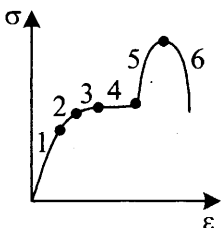
Ответ: \_\_\_\_\_ .



6. Какие из приведенных ниже суждений не справедливы?
- 1) вещество в газообразном состоянии можно превратить в жидкость при любых температурах
  - 2) вещество в твердом состоянии испаряется при низких температурах
  - 3) аморфное тело не имеет определенной температуры, при которой оно переходит в жидкое состояние
  - 4) при повышении температуры давление насыщенного пара растет медленнее, чем у идеального газа

Ответ:

7. Какие из участков диаграммы (см. рис.) напряжений стальной проволоки соответствуют закону Гука?  $\varepsilon$  — относительная деформация проволоки,  $\sigma$  — механическое напряжение.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

8. Идеальный газ в тепловой машине за два цикла работы получил от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 20$  кДж, отдал холодильнику количество теплоты  $Q_2 = 5$  кДж. Чему равна работа газа за цикл?

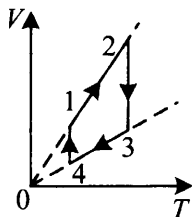
Ответ: \_\_\_\_\_ кДж.

9. При адиабатном процессе изменение внутренней энергии газа  $\Delta U = U_2 - U_1 = -0,1$  Дж. Какие из утверждений верны?

- 1) газ отдал в окружающую среду 0,1 Дж теплоты
- 2) газ совершил работу 0,1 Дж
- 3) внешние силы совершили работу 0,1 Дж
- 4) газ получил из окружающей среды 0,1 Дж теплоты
- 5) работа внешних сил равна изменению внутренней энергии газа

Ответ:

10. Дан график процесса в координатах  $V-T$ . Укажите характер теплообмена с окружающей средой на различных участках.



- 1) газ отдает тепло
- 2) газ получает тепло
- 3) теплообмена нет

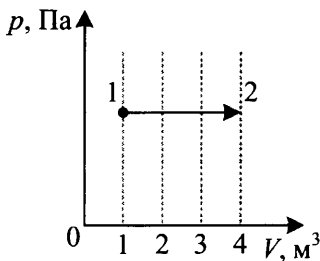
Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

1-2	2-3	3-4	4-1

11. Тепловой двигатель за цикл получает от нагревателя 200 Дж и отдает холодильнику 120 Дж. Чему равен КПД двигателя?

Ответ: \_\_\_\_\_ %.

12. В процессе (см. рис.) одноатомный идеальный газ получил 35 кДж теплоты. Какую работу совершил при этом газ?



Ответ: \_\_\_\_\_ кДж.

13. В случае А) температуру нагревателя увеличили на  $\Delta T$ , в случае Б) температуру холодильника уменьшили на  $\Delta T$ . Как изменится КПД идеального теплового двигателя в обоих случаях?

- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

14. Найдите соответствие между определением физической величины и ее названием.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ**

**ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА**

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| А) количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг тела на 1 °С | 1) теплоемкость тела                |
| Б) количество теплоты, необходимое для испарения 1 кг вещества      | 2) удельная теплоемкость тела       |
|   | 3) удельная теплота парообразования |
|   | 4) удельная теплота плавления       |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

15. Температуру нагревателя идеальной тепловой машины увеличили, оставив температуру холодильника прежней. Количество теплоты, отданной газом за цикл, не изменилось. Как изменяются при этом КПД тепловой машины, работа газа за цикл, количество теплоты, полученное за цикл от нагревателя?

**ИЗМЕНЕНИЕ**

- |  |                  |
|--|------------------|
| А) КПД   | 1) увеличивается |
| Б) работа газа за цикл                                   | 2) уменьшается   |
| В) количество теплоты, полученное за цикл от нагревателя | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. В сосуд положили кусок льда массой 20 кг при температуре  $t_1 = -4$  °С. Определите объем воды в сосуде после того, как его

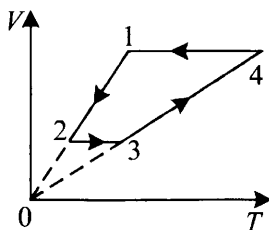
содержимому сообщили количество теплоты  $Q = 1,6 \cdot 10^6$  Дж.  
 $c_{л} = 2,1$  кДж/(кг · К),  $\lambda_{л} = 330$  кДж/кг.

Ответ: \_\_\_\_\_ л.

17. Гелий занимает объем  $V_1 = 4$  л при начальной температуре  $T_1 = 300$  К и давлении  $p_1 = 10^5$  Па. При адиабатном сжатии совершается работа  $A = 40$  Дж. Определите конечную температуру гелия  $T_2$ .

18. По приведенному графику определите, какое количество теплоты отдается холодильнику за цикл, используемый в тепловой машине, работающей без потерь, если идеальный одноатомный газ совершил за цикл работу 60 кДж,  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ , а давления на изо-

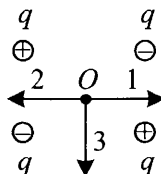
барах относятся как  $\frac{p_{3-4}}{p_{1-2}} = 3$ .



## Электростатика

### Вариант 1

1. Каково направление вектора напряженности электрического поля: А) созданного равными по модулю зарядами в точке  $O$  (см. рис.), Б) при взаимной замене положений двух верхних зарядов?

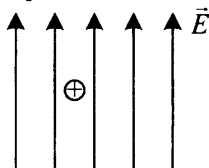


- 1) напряженность равна нулю
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

2. На рисунке изображены линии напряженности электрического поля и положительно заряженная покоящаяся частица.



А) в каком направлении на частицу действует сила, Б) каков будет характер ее движения, если ей предоставить свободно двигаться? Влиянием поля тяготения пренебречь.

- 1) вверх
- 2) вниз
- 3) равноускоренно
- 4) равнозамедленно

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

3. При электризации трением стеклянная палочка приобрела заряд: А)  $+Q$ , Б)  $-Q$  ( $q_e$  — модуль заряда электрона). Следовательно:

- 1) палочка приобрела  $\frac{Q}{q_e}$  протонов
- 2) палочка потеряла  $\frac{Q}{q_e}$  протонов
- 3) палочка приобрела  $\frac{Q}{q_e}$  электронов
- 4) палочка потеряла  $\frac{Q}{q_e}$  электронов

А	Б

4. Расстояние между двумя зарядами увеличили в 2 раза. Во сколько раз необходимо увеличить величину одного из зарядов, чтобы сила взаимодействия между ними осталась прежней? Величина второго заряда не изменяется.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

5. Металлические шары, радиусы которых равны, имеют разные заряды: первый — заряд  $+q$ , второй — заряд  $+4q$ . Чему равно отношение потенциала первого шара к потенциалу второго шара?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

6. Во сколько раз изменится емкость плоского конденсатора, если напряжение между пластинами конденсатора увеличить в 4 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

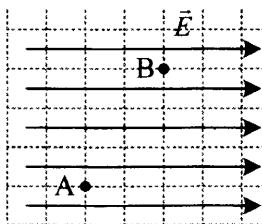
7. Заряженный шарик, несущий  $N$  избыточных электронов, находится между пластинами плоского горизонтального конденсатора во взвешенном состоянии. Как он будет двигаться после увеличения расстояния между пластинами, если: А) конденсатор присоединен к источнику постоянного напряжения, Б) конденсатор заряжен и отключен от источника?

- 1) равноускоренно вниз
- 2) равномерно вверх
- 3) равноускоренно вверх
- 4) останется в прежнем положении

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

8. Точечный заряд  $q = 2$  нКл поместили в однородное электрическое поле напряженностью  $E = 200$  В/м.



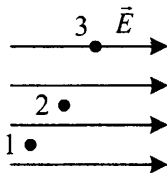
Чему равна работа сил поля по перемещению этого заряда из точки А в точку В? Сторона каждой клеточки на рисунке равна 5 мм.

Ответ: \_\_\_\_\_ нДж.

9. Чему равна величина точечного заряда  $q$ , если при помещении его в точку, потенциал электростатического поля которой 6 В, потенциальная энергия заряда оказалась равной 24 мДж?

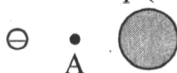
Ответ: \_\_\_\_\_ мКл.

10. Какая из точек однородного электрического поля имеет наибольший потенциал?



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Электрическое поле создается отрицательным точечным зарядом. Как изменится потенциал точки А, если справа от заряда поместить: А) незаряженный металлический шар; Б) заряженный отрицательно металлический шар (см. рис.)?

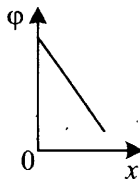


- 1) не изменится
- 2) увеличится
- 3) уменьшится
- 4) однозначно ответить нельзя

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

12. На рисунке показан график зависимости потенциала электрического поля от координаты. Выберите два верных утверждения.



- 1) величина  $E$  постоянна и не равна нулю
- 2) источником поля является положительно заряженная плоскость
- 3) величина  $E$  линейно уменьшается с ростом  $x$
- 4) источником поля является отрицательно заряженная плоскость

Ответ:

13. Выберите два верных утверждения. В каком случае работа электростатического поля при перемещении заряда отлична от нуля?

- 1) при перемещении поперек силовой линии
- 2) при любом перемещении вдоль силовых линий
- 3) при перемещении по замкнутой траектории в любом электростатическом поле
- 4) при удалении заряда от заряженной плоскости

Ответ:

14. На поверхности полого металлического шара радиусом 3 см равномерно распределен заряд 10 нКл. Определите напряженность электрического поля в центре шара.

Ответ: \_\_\_\_\_ В/м.

15. Два разноименных точечных заряда расположены на некотором расстоянии друг от друга. Определите изменение физических величин при их сближении.

- |   |                 |
|---|-----------------|
| А) сила взаимодействия зарядов  | 1) увеличится   |
| Б) энергия взаимодействия зарядов   | 2) уменьшится   |
| В) сила, действующая на отрицательный заряд, помещенный в точку, находящуюся на соединяющей заряды линии, строго между ними | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. По данным зависимости силы взаимодействия двух точечных зарядов по  $10^{-6}$  Кл каждый от расстояния между ними (см. табл.)



определите диэлектрическую проницаемость среды, в которую помещены заряды.

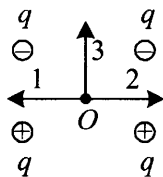
$r$ , мм	2	3	6
$F$ , кН	0,5625	0,25	$6,25 \cdot 10^{-2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

17. Между пластинами плоского вакуумного горизонтально расположенного конденсатора находится маленькая капля масла массой  $m = 10^{-8}$  кг и зарядом  $q = 10^{-11}$  Кл. При разности потенциалов  $U = 600$  В капля проходит некоторое расстояние  $x$  в 2 раза медленнее, чем при отсутствии электрического поля (начальная скорость капли в обоих случаях равна нулю). Чему равно расстояние между пластинами (мм)?
18. Протон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью  $v_0 = 10^6$  м/с. Напряжение между пластинами конденсатора  $U = 2000$  В, расстояние между ними  $d = 2$  мм, длина конденсатора  $L = 1$  см. Найдите кинетическую энергию протона при вылете из конденсатора.  $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$  кг.

### Вариант 2

1. Каково направление вектора напряженности электрического поля: А) созданного равными по модулю зарядами в точке  $O$  (см. рис.), Б) при взаимной замене положений двух левых зарядов?

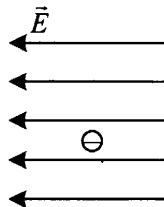


- 1) напряженность равна нулю
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

2. На рисунке изображены линии напряженности электрического поля и отрицательно заряженная покоящаяся частица. А) в каком направлении на частицу действует сила, Б) каков будет характер ее движения, если ей предоставить свободно двигаться? Влиянием поля тяготения пренебречь.



- 1) влево
- 2) вправо
- 3) равноускоренно
- 4) равнозамедленно

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

3. При электризации трением стеклянная палочка потеряла заряд: А)  $+Q$ , Б)  $-Q$  ( $q_e$  — величина заряда электрона). Следовательно:

- 1) палочка приобрела  $\frac{Q}{q_e}$  электронов
- 2) палочка потеряла  $\frac{Q}{q_e}$  протонов
- 3) палочка приобрела  $\frac{Q}{q_e}$  протонов
- 4) палочка потеряла  $\frac{Q}{q_e}$  электронов

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

4. Величину одного из двух взаимодействующих зарядов увеличили в 4 раза. Во сколько раз надо увеличить расстояние между зарядами, чтобы сила взаимодействия между ними осталась прежней? Второй заряд не изменяется.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Металлические шары, радиусы которых равны  $R$  и  $4R$ , имеют одинаковый заряд  $q$ . Чему равно отношение потенциала меньшего шара к потенциалу большего шара?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

6. Во сколько раз изменится емкость плоского конденсатора, если площадь пластин и расстояние между пластинами увеличить в 2 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Заряженный шарик, несущий  $N$  избыточных электронов, находится между пластинами горизонтального плоского конденсатора во взвешенном состоянии. Как он будет двигаться после уменьшения расстояния между пластинами, если: А) конденсатор присоединен к источнику постоянного напряжения, Б) конденсатор заряжен и отключен от источника?

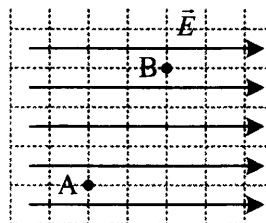
- 1) равноускоренно вниз
- 2) равномерно вниз
- 3) равноускоренно вверх
- 4) останется в прежнем положении

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

8. Электрический заряд  $q = +5$  мКл поместили в однородное электрическое поле с напряженностью  $E = 400$  В/м.

Чему равна работа сил поля по перемещению этого заряда из точки В в точку А? Сторона клетки на рисунке равна 1 мм.

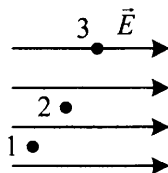


Ответ: \_\_\_\_\_ мДж.

9. Чему равна энергия точечного заряда  $q = +5$  мКл, помещенного в точку, потенциал электростатического поля которой равен 5 В?

Ответ: \_\_\_\_\_ мкДж.

10. Какая из точек однородного электрического поля имеет минимальный потенциал?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Электрическое поле создается отрицательным точечным зарядом. Как изменяется напряженность поля точки  $A$ , если справа от заряда поместить: А) незаряженный металлический шар (см. рис.), Б) заряженный отрицательно металлический шар (см. рис.)?

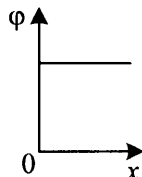


- 1) не изменится
- 2) увеличится
- 3) уменьшится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

12. На рисунке показан график зависимости потенциала электрического поля от координаты. Выберите верные утверждения:



- 1) источником поля является заряженная плоскость
- 2) величина  $E$  равна нулю
- 3) величина  $E$  линейно уменьшается с ростом  $x$
- 4) это поле внутри положительно заряженной длинной металлической пластины

Ответ:

13. Выберите два верных утверждения. В каком случае работа электростатического поля при перемещении заряда равна нулю?

- 1) при перемещении поперек силовой линии
- 2) при любом перемещении в поле точечного заряда
- 3) при перемещении по замкнутой траектории в любом электростатическом поле
- 4) при перемещении по любой траектории

Ответ:

14. На поверхности полого металлического шара радиусом 3 см равномерно распределен заряд 10 нКл. Определите напряженность электрического поля на расстоянии двух радиусов от центра шара.

Ответ: \_\_\_\_\_ кВ/м.

15. Плоский воздушный конденсатор отключили от источника тока, а затем увеличили расстояние между его пластинами. Что произойдет при этом со следующими величинами?

- А) заряд на обкладках конденсатора                      1) увеличится  
 Б) емкость конденсатора                                      2) уменьшится  
 В) напряжение на его обкладках                              3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. По данным зависимости силы взаимодействия двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов от расстояния между ними (см. табл.) определите величину каждого заряда. Заряды находятся в вакууме.

$r$ , мм	2	3	6
$F$ , кН	2,25	1	0,25

Ответ: \_\_\_\_\_ мкКл.

17. В однородном электрическом поле напряженностью  $\vec{E}$ , направленной вертикально вниз, на нити длиной 1 м подвешен шарик массой  $m = 20$  г и зарядом  $q = +10$  мкКл. Нить отклонили на угол  $60^\circ$  от вертикали и без толчка отпустили шарик. При какой минимальной напряженности поля нить разорвется, если она выдерживает висящий на ней шарик массой  $M = 5m$ ?

18.  $\alpha$ -Частица влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью  $v = 10^5$  м/с. Расстояние между ними  $d = 4$  мм, длина конденсатора  $L = 2$  см. Чему равно напряжение между пластинами конденсатора, если кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы при вылете из конденсатора стала равной  $3,2 \cdot 10^{-15}$  Дж? Масса  $\alpha$ -частицы  $6,64 \cdot 10^{-27}$  кг, заряд  $3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл.

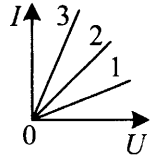
# Постоянный ток. Ток в различных средах

## Вариант 1

1. Во сколько раз увеличилась сила тока в цепи, если скорость направленного дрейфа электронов увеличилась в 4 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке показана зависимость силы тока  $I$  в трех проводниках от напряжения на его концах  $U$ . Какой из проводников имеет меньшее сопротивление?



Ответ: \_\_\_\_\_.

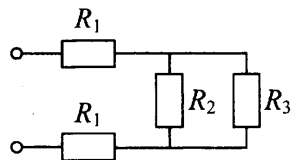
3. Какими носителями электрического заряда в основном создается ток: А) в металлах, Б) в газах?

- 1) только электронами                      3) электронами и ионами  
2) электронами и «дырками»            4) только ионами

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

4. Определите общее сопротивление электрической цепи (см. рис.). Сопротивления резисторов  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = 12$  Ом.



Ответ: \_\_\_\_\_ Ом.

5. Два резистора с сопротивлениями  $R_1 = 3$  Ом и  $R_2 = 5$  Ом соединены последовательно. Напряжение на первом резисторе 30 В. Чему равно напряжение на участке цепи, состоящем из этих двух сопротивлений?

Ответ: \_\_\_\_\_ В.

6. Выберите два верных утверждения. К увеличению электронной проводимости германия и кремния приводит внедрение в них примесей следующих элементов:

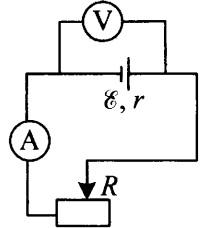
- 1) фосфора                                      3) бора  
2) мышьяка                                    4) индия

Ответ:

7. В процессе электролиза масса медного катода за 1 ч увеличилась на 18 г. Электрохимический эквивалент меди ( $\text{Cu}^{2+}$ ) равен  $0,33 \cdot 10^{-6}$  кг/Кл. Какой силы ток пропускали через электролитическую ванну?

Ответ: \_\_\_\_\_ А.

8. В электрической цепи, изображенной на рисунке, ползунок реостата перемещают влево. Как изменятся следующие величины?



- |                             |                 |
|-----------------------------|-----------------|
| А) показание вольтметра     | 1) уменьшится   |
| Б) показание амперметра     | 2) увеличится   |
| В) общее сопротивление цепи | 3) не изменится |

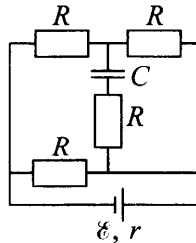
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

9. Две лампы, рассчитанные на 220 В каждая и имеющие номинальные мощности  $P_1 = 100$  Вт,  $P_2 = 25$  Вт, включены в сеть с напряжением  $U = 220$  В последовательно. Во сколько раз количество теплоты, выделенное в лампах за одно и то же время, во второй лампе больше, чем в первой?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Определите заряд конденсатора  $C$ , если  $\mathcal{E} = 10$  В,  $r = 1$  Ом,  $R = 6$  Ом,  $C = 5 \cdot 10^{-9}$  Ф.



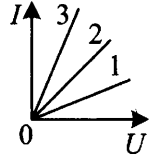
Ответ: \_\_\_\_\_ .

## Вариант 2

1. Во сколько раз увеличится сила тока, протекающего по проводнику, если заменить его на проводник из того же материала с площадью сечения в 4 раза большей при постоянной разности потенциалов между концами проводника?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На рисунке показана зависимость силы тока  $I$  в трех проводниках от напряжения на его концах  $U$ . Какой из проводников имеет большее сопротивление?



Ответ: \_\_\_\_\_.

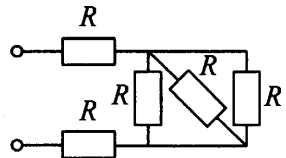
3. Какими носителями электрического заряда создается ток: А) в полупроводниках, Б) в водных электролитах?

- 1) только электронами                      3) электронами и ионами  
2) электронами и «дырками»            4) только ионами

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

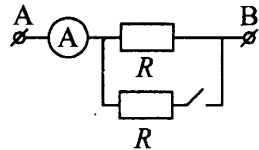
А	Б

4. Определите общее сопротивление электрической цепи (см. рис.),  $R = 3 \text{ Ом}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_ Ом.

5. Во сколько раз увеличится сила тока, протекающего через амперметр при замыкании ключа, если  $U_{AB} = \text{const}$  (см. рис.)? Сопротивлением амперметра пренебречь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Выберите два верных утверждения. К увеличению дырочной проводимости германия и кремния приводит внедрение в них примесей следующих элементов:

- 1) фосфора      2) мышьяка      3) бора      4) индия

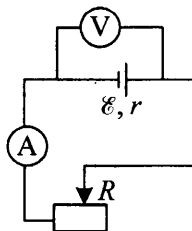
Ответ:



7. На сколько увеличилась масса шара при его электролитическом хромировании в течение 50 мин при силе тока 1 А? Электрохимический эквивалент хрома равен  $0,18 \cdot 10^{-6}$  кг/Кл.

Ответ: \_\_\_\_\_ г.

8. В электрической цепи, изображенной на рисунке, ползунок реостата перемещают вправо. Как изменятся следующие величины?



- |                             |                 |
|-----------------------------|-----------------|
| А) показание вольтметра     | 1) уменьшится   |
| Б) показание амперметра     | 2) увеличится   |
| В) общее сопротивление цепи | 3) не изменится |

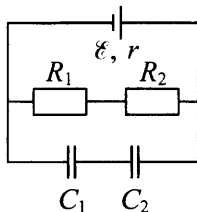
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

9. Два резистора, имеющие сопротивление  $R_1 = 2$  Ом и  $R_2 = 4$  Ом, включены параллельно в цепь постоянного тока. Найдите отношение мощностей электрического тока, выделяемых на этих резисторах  $\left(\frac{P_1}{P_2} = ?\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

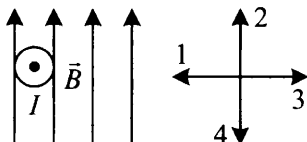
10. Определите энергию  $W_1$  конденсатора  $C_1$  (см. рис.). В схеме ЭДС источника  $\mathcal{E} = 10$  В, его внутреннее сопротивление  $r = 1$  Ом,  $R_1 = 3$  Ом,  $R_2 = 4$  Ом,  $C_1 = 2$  мкФ,  $C_2 = 3$  мкФ.



# Электromагнетизм

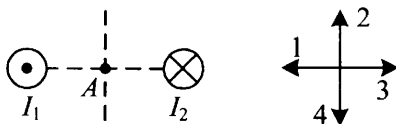
## Вариант 1

1. Как направлена сила (указать номер стрелки), действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле (ток направлен на нас)?



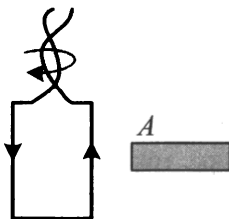
Ответ: \_\_\_\_\_ .

2. Магнитное поле создано двумя параллельными проводниками с токами, направленными, как показано на рисунке (перпендикулярно чертежу, «на нас» и «от нас»), причем  $I_1 = I_2$ . Как направлен результирующий вектор магнитной индукции в точке  $A$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

3. При приближении магнита к рамке с током она стала поворачиваться: А) по ходу часовой стрелки (при наблюдении сверху), Б) против хода часовой стрелки. Какому полюсу соответствует поверхность  $A$  магнита?



- 1) южному  
2) северному  
3) положительному  
4) отрицательному

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

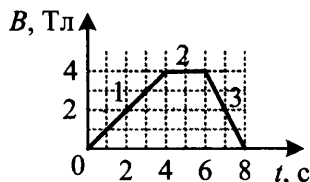
4. Протон массой  $m_p = 1,6 \cdot 10^{-27}$  кг влетает в магнитное поле со скоростью  $v = 10^6$  м/с перпендикулярно линиям индукции магнитного поля с индукцией  $B = 1$  Тл. Чему равен радиус орбиты протона?

Ответ: \_\_\_\_\_ см.

5. Альфа-частица, влетевшая со скоростью  $\vec{v}$  в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции  $\vec{B}$ , вращается по окружности с периодом  $T$ . Во сколько раз уменьшится период обращения протона, влетевшего таким же образом в это магнитное поле?

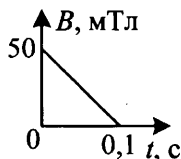
Ответ: \_\_\_\_\_ .

6. Однородное магнитное поле, пронизывающее неподвижный виток, изменяется согласно графику. В каком интервале времени сила тока через кольцо максимальна?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

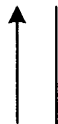
7. В плоскости проволочного витка радиусом  $r = 10$  см, расположенного перпендикулярно линиям индукции, вектор магнитной индукции изменяется во времени согласно графику.



Определите ЭДС индукции, возникающей в витке.

Ответ: \_\_\_\_\_ мВ.

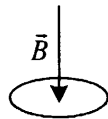
8. Выберите два верных утверждения. Два параллельных проводника с током отталкиваются. В левом проводнике он направлен вверх:



- 1) в правом проводнике ток направлен вверх
- 2) в правом проводнике ток направлен вниз
- 3) вектор индукции магнитного поля, создаваемого правым проводником с током, в месте расположения левого проводника направлен в плоскость чертежа от нас
- 4) сила Ампера, действующая на правый проводник, по модулю меньше, чем действующая на левый

Ответ:

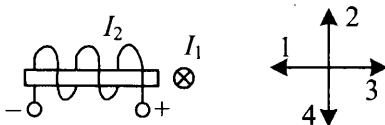
9. Выберите два верных утверждения. Проводник, согнутый в виде кольца, помещен в однородное магнитное поле (см. рис.). Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости кольца и уменьшается со временем:



- 1) индукционный ток в проводнике, если смотреть на кольцо сверху вниз, направлен против хода часовой стрелки
- 2) индукционный ток в проводнике, если смотреть на кольцо сверху вниз, направлен по ходу часовой стрелки
- 3) магнитное поле, создаваемое индукционным током, направлено вверх
- 4) магнитное поле, создаваемое индукционным током, направлено вниз

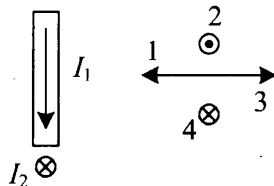
Ответ:

10. Перпендикулярно катушке с током  $I_2$  расположен прямолинейный проводник с током  $I_1$ . Как направлена сила, действующая на ток  $I_1$  со стороны тока  $I_2$ ?



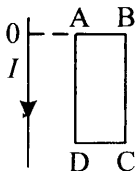
Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Перпендикулярно прямолинейному участку проводника с током  $I_2$  расположен прямолинейный проводник с током  $I_1$ . Как направлена сила, действующая на ток  $I_1$  со стороны тока  $I_2$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Выберите два верных утверждения. Как следует двигать рамку ABCD относительно бесконечного прямолинейного проводника с током (см. рис.), чтобы в ней возник индукционный ток?



- 1) вращать вокруг оси, совпадающей со стороной AD
- 2) перемещать перпендикулярно оси, совпадающей с проводником
- 3) перемещать вверх вдоль проводника
- 4) вращать вокруг оси, совпадающей с проводником

Ответ:

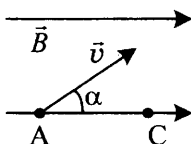
13. Чему равна индуктивность проволочной рамки, если при силе тока  $I = 5 \text{ A}$  в рамке возникает магнитный поток  $\Phi = 15 \text{ мВб}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ мГн.

14. Какая сила тока в контуре создает магнитное поле контура, обладающее энергией  $0,15 \text{ Дж}$  при магнитном потоке через контур  $4 \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ А.

15. Частица массой  $m$ , несущая заряд  $q$ , влетает в однородное магнитное поле со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к вектору индукции магнитного поля и движется по винтовой линии радиусом  $R$  и шагом винтовой линии  $h$  (см. рис.).



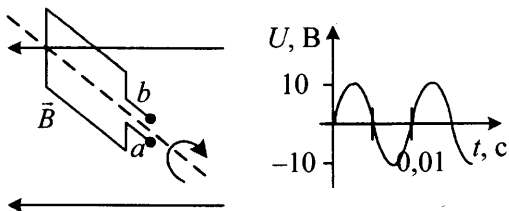
Как изменятся следующие величины при увеличении угла  $\alpha$ ?

- |                           |                 |
|---------------------------|-----------------|
| А) радиус $R$             | 1) уменьшится   |
| Б) шаг винтовой линии $h$ | 2) увеличится   |
| В) период вращения        | 3) не изменится |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Прямоугольная рамка вращается в однородном магнитном поле. При этом с клемм  $ab$  снимается напряжение, зависимость которого приведена на графике. Какой станет амплитуда напряжения, если индукцию магнитного поля увеличить в 3 раза?

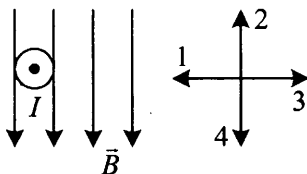


Ответ: \_\_\_\_\_ В.

17. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом  $60^\circ$  к направлению индукции  $B$ . Найдите модуль  $B$ , если шаг спирали 15 см.
18. Катушка, имеющая 100 витков, по которой течет ток силой 1 А, расположена в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2 \cdot 10^{-2}$  Тл так, что ее сечение перпендикулярно линиям индукции. Какую работу против сил поля нужно совершить, чтобы медленно повернуть катушку на  $90^\circ$  вокруг оси, проходящей через диаметр сечения? Площадь сечения  $100 \text{ см}^2$ .

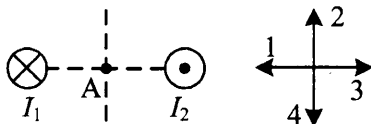
### Вариант 2

1. Как направлена сила, действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле?



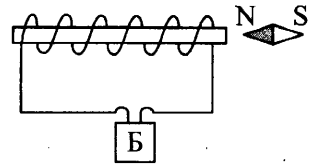
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Магнитное поле создано двумя параллельными проводниками с токами, направленными, как показано на рисунке (перпендикулярно чертежу, «от нас» и «на нас»), причем  $I_1 = I_2$ . Как направлен результирующий вектор магнитной индукции в точке А?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Как расположены полюса батарейки Б, если поле катушки ориентирует стрелку компаса: А) как показано на рисунке, Б) северный полюс и южный полюс меняются местами?



- 1) слева положительный полюс
- 2) справа положительный полюс
- 3) в любом случае стрелка магнита расположится, как показано на рисунке
- 4) это положение стрелки в принципе невозможно

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

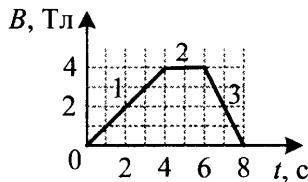
4. Ион массой  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг с зарядом  $+q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл влетает в магнитное поле со скоростью  $v = 10^6$  м/с перпендикулярно линиям индукции магнитного поля с индукцией  $B = 0,01$  Тл. Чему равен период вращения иона?

Ответ: \_\_\_\_\_ мкс.

5. Электрон, влетевший со скоростью  $\vec{v}$  в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции  $\vec{B}$ , вращается по окружности радиусом  $R$ . Во сколько раз увеличится радиус обращения протона, влетевшего таким же образом в это магнитное поле?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Однородное магнитное поле, пронизывающее неподвижный виток, изменяется согласно графику. В каком интервале времени сила тока через кольцо равна нулю?

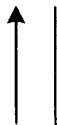


Ответ: \_\_\_\_\_.

7. В плоскости проволочного витка радиусом  $r = 10$  см, расположенного перпендикулярно линиям индукции, вектор магнитной индукции изменяется во времени согласно графику (см. предыдущую задачу). Определите ЭДС индукции, возникающей в витке в момент времени  $7$  с.

Ответ: \_\_\_\_\_ мВ.

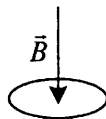
8. Выберите два верных утверждения. Два параллельных проводника с током притягиваются. В левом проводнике ток направлен вверх:



- 1) в правом проводнике ток направлен вверх
- 2) в правом проводнике ток направлен вниз
- 3) вектор индукции магнитного поля, создаваемого левым проводником с током, в месте расположения правого проводника направлен из плоскости чертежа к нам
- 4) вектор индукции магнитного поля, создаваемого левым проводником с током, в месте расположения правого проводника направлен в плоскость чертежа от нас

Ответ:

9. Выберите два верных утверждения. Проводник, согнутый в виде кольца, помещен в однородное магнитное поле (см. рис.). Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости кольца и увеличивается со временем:

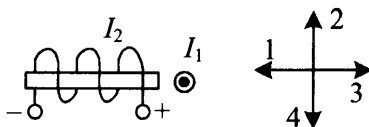


- 1) индукционный ток в проводнике, если смотреть на кольцо сверху вниз, направлен против хода часовой стрелки
- 2) индукционный ток в проводнике, если смотреть на кольцо сверху вниз, направлен по ходу часовой стрелки
- 3) магнитное поле, создаваемое индукционным током, направлено вверх
- 4) магнитное поле, создаваемое индукционным током, направлено вниз

Ответ:

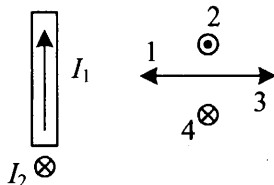
10. Перпендикулярно катушке с током  $I_2$  расположен прямолинейный проводник с током  $I_1$ . Как направлена сила, действующая на ток  $I_1$  со стороны тока  $I_2$ ?





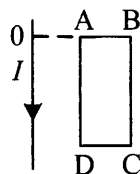
Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Перпендикулярно прямолинейному участку проводника с током  $I_2$  расположен прямолинейный проводник с током  $I_1$ . Как направлена сила, действующая на ток  $I_1$  со стороны тока  $I_2$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Как можно двигать рамку ABCD относительно бесконечного прямолинейного проводника с током (см. рис.), чтобы в ней не возник индукционный ток?



- 1) вращать вокруг оси, совпадающей со стороной AD
- 2) перемещать перпендикулярно оси, совпадающей с проводником
- 3) перемещать вверх вдоль проводника
- 4) вращать вокруг оси, совпадающей с проводником

Ответ:

13. Чему равна сила тока, текущего в катушке индуктивностью 0,3 Гн, если он создает в ней результирующий магнитный поток  $\Phi_0 = 1,5$  Вб?

Ответ: \_\_\_\_\_ А.

14. Ток в рамке силой  $I = 2$  А создает магнитное поле, обладающее энергией 0,4 Дж. Какой магнитный поток пересекает при этом рамку?

Ответ: \_\_\_\_\_ Вб.

15. Ион аргона влетает в однородное магнитное поле:

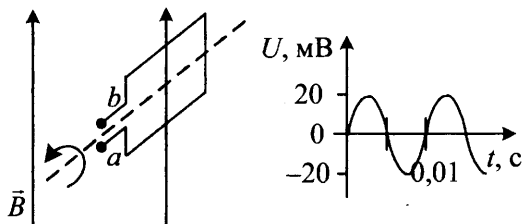
- А) параллельно линиям магнитной индукции  
 Б) перпендикулярно им  
 В) под некоторым углом к этим линиям.
- 1) окружность  
 2) винтовая линия  
 3) прямая

Какая траектория соответствует каждому случаю?

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Прямоугольная рамка вращается в однородном магнитном поле. При этом с клемм  $ab$  снимается напряжение, зависимость которого приведена на графике. Какой станет амплитуда напряжения, если площадь рамки уменьшить в 1,25 раза, а частоту вращения увеличить в 2 раза?



Ответ: \_\_\_\_\_ мВ.

17. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом  $60^\circ$  к направлению индукции величиной  $B = 8 \cdot 10^{-3}$  Тл. Найдите шаг спирали.
18. Катушка, имеющая 100 витков, по которой течет ток силой 0,5 А, расположена в однородном магнитном поле так, что ее сечение перпендикулярно линиям индукции. Работа, которую нужно совершить против сил поля, чтобы повернуть катушку на  $90^\circ$  вокруг оси, проходящей через диаметр сечения, равна  $10^{-2}$  Дж. Площадь сечения  $100 \text{ см}^2$ . Найдите индукцию магнитного поля.

# Механические колебания и волны

## Вариант 1

1. Колебательное движение точки описывается уравнением  $x = 10\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ , см. Укажите фазу колебания в момент  $t_0 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

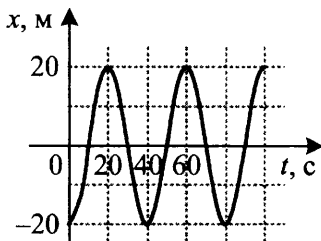
2. Гармонические колебания точки описываются уравнением  $x = 2\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ , м. Определите частоту колебаний.

Ответ: \_\_\_\_\_ Гц.

3. Груз на пружине совершает колебания по закону  $x = 0,8\sin(20t + 0,45)$  см. Определите максимальную скорость колеблющегося груза.

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

4. График гармонических колебаний материальной точки представлен на рисунке. Какова средняя скорость точки за 2 периода колебаний?



Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

5. Выберите два верных утверждения. В поперечной волне
- 1) вектора скорости и ускорения точки (если они отличны от нуля) в любой момент времени взаимно перпендикулярны
  - 2) колебания совершаются по направлению распространения волны
  - 3) колебания совершаются перпендикулярно направлению распространения волны

4) вектора скорости и ускорения точки (если они отличны от нуля) в любой момент времени направлены навстречу друг другу

Ответ:

6. Груз на пружине совершает колебания с периодом 0,5 с. С какой частотой изменяется потенциальная энергия груза?

Ответ: \_\_\_\_\_ Гц.

7. Какова амплитуда вынужденных колебаний маятника в момент резонанса, если резонансная частота равна 15 Гц, а амплитуда ускорения маятника  $62,2 \text{ м/с}^2$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ мм.

8. Пружинный маятник колеблется с периодом  $T$ . Как изменятся при увеличении амплитуды колебаний полная механическая энергия, кинетическая энергия груза маятника, сила, действующая на него в момент прохождения им положения равновесия, частота колебаний?

ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

ИЗМЕНЕНИЕ

А) полная механическая энергия маятника

1) увеличится

Б) кинетическая энергия груза в момент прохождения им положения равновесия

2) уменьшится

В) сила, действующая на груз в момент прохождения им положения равновесия

3) не изменится

Г) частота колебаний

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

9. Материальная точка массой 100 г колеблется по закону  $x = 2 \sin\left(\frac{\pi t}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$  см. Найдите полную энергию колеблющейся точки.

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

10. Математический маятник с длиной нити 80 см находится в самолете, движущемся горизонтально. Период колебаний маятника равен 1,6 с. Каково ускорение самолета?

### Вариант 2

1. Движение точки описывается уравнением  $x = 0,5 \sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  см.

Найти координату точки в момент  $t = 0,5$  с.

Ответ: \_\_\_\_\_ см.

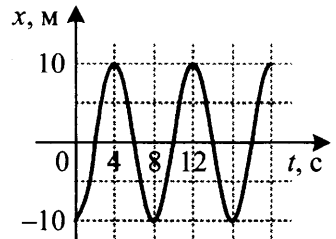
2. Гармонические колебания точки описываются уравнением  $x = 7 \cos\left(0,2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  м. Определите период колебаний.

Ответ: \_\_\_\_\_ с.

3. Груз на пружине совершает колебания по закону  $x = 2\sin(5t + 0,5)$  см. Определить максимальное ускорение груза.

Ответ: \_\_\_\_\_ м/с<sup>2</sup>.

4. График гармонических колебаний материальной точки представлен на рисунке. Через какое минимальное время от начала наблюдения ускорение точки станет равно нулю?



Ответ: \_\_\_\_\_ с.

5. Выберите два верных утверждения. В продольной волне
- 1) проекции скорости и ускорения точки на направление распространения волны (если они отличны от нуля) имеют одинаковые знаки
  - 2) колебания совершаются по направлению распространения волны
  - 3) колебания совершаются перпендикулярно направлению распространения волны
  - 4) вектора скорости и ускорения точки (если они отличны от нуля) в любой момент времени направлены навстречу друг другу

Ответ:

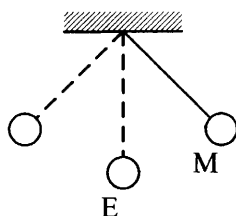
6. Кинетическая энергия математического маятника изменяется с частотой 10 Гц. Каков период колебаний маятника?

Ответ: \_\_\_\_\_ с.

7. Какова резонансная частота колебаний пружинного маятника, если он состоит из гирьки массой 100 г, подвешенной на невесомой пружине жесткостью 160 Н/м?

Ответ: \_\_\_\_\_ Гц.

8. Какое из утверждений справедливо для следующих физических величин при движении маятника из точки М в точку Е?



ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

УТВЕРЖДЕНИЕ

- |                                |                  |
|--------------------------------|------------------|
| А) вес шарика                  | 1) увеличивается |
| Б) полная механическая энергия | 2) уменьшается   |
| В) угловая скорость            | 3) не изменяется |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

9. Груз массой  $m = 0,2$  кг колеблется в горизонтальной плоскости на пружине жесткостью  $k = 500$  Н/м с амплитудой  $A = 4$  см. Найти кинетическую энергию тела  $E_k$  в точке с координатой  $x = 2$  см. В положении равновесия груза  $x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

10. Математический маятник массой  $m = 80$  г совершает колебания по закону  $x = 0,5\sin 0,2t$  (м). Найти его потенциальную энергию  $W$  в тот момент, когда скорость маятника окажется равной половине максимального значения.

# Электромагнитные колебания и волны.

## Переменный ток

### Вариант 1

1. Выберите два верных утверждения. В колебательном контуре расстояние между пластинами конденсатора увеличили в 9 раз. Что нужно сделать, чтобы А) период колебаний остался прежним, Б) частота колебаний увеличилась по сравнению с исходной в 3 раза?

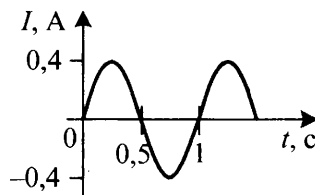
- 1) увеличить индуктивность в 9 раз
- 2) уменьшить площадь пластин в 9 раз
- 3) уменьшить индуктивность в 9 раз
- 4) ничего делать не надо, это условие и так выполняется

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

2. По какому закону изменяется ток в  $I, A$  колебательном контуре, график которого изображен на рисунке?

Ответ: \_\_\_\_\_ А.



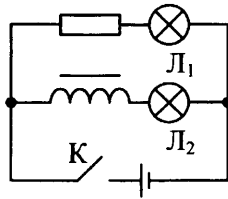
3. Как изменится амплитудное значение ЭДС в генераторе переменного тока: А) при увеличении частоты вращения ротора в 2 раза, Б) уменьшении общего числа витков в 2 раза?

- 1) увеличится в 2 раза
- 2) увеличится в 4 раза
- 3) не изменится
- 4) уменьшится в 2 раза

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

4. Как изменится промежуток времени между моментами загорания лампочек при замыкании ключа К, если: А) увеличить сопротивление резистора, Б) увеличить индуктивность катушки?

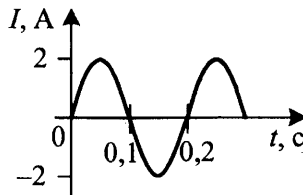


- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится
- 4) лампа  $L_2$  не загорится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

5. Сила тока в металлическом проводнике изменяется с течением времени согласно графику (см. рис.). Чему равно действующее значение силы тока?



Ответ: \_\_\_\_\_ А.

6. Трансформатор, содержащий во вторичной обмотке  $N_2 = 150$  витков, позволяет увеличить силу тока в 4 раза. Сколько витков должна иметь первичная обмотка?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Выберите два верных утверждения. При включении катушки индуктивности в цепь переменного тока:

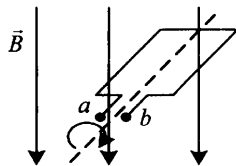
- 1) колебания тока отстают по фазе от напряжения на  $\frac{\pi}{2}$



- 2) колебания тока опережают по фазе напряжение на  $\frac{\pi}{2}$
- 3) колебания напряжения отстают по фазе от тока на  $\frac{\pi}{2}$
- 4) колебания напряжения опережают по фазе ток на  $\frac{\pi}{2}$

Ответ:

8. Прямоугольная рамка вращается с циклической частотой  $\omega$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ . Как изменится напряжение на клеммах  $ab$ , если



- А) увеличить индукцию магнитного поля  $B$ ,
- Б) уменьшить площадь рамки,
- В) увеличить число витков рамки?
- 1) уменьшится
- 2) увеличится
- 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

9. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно. Период собственных колебаний в контуре  $T_1 = 20$  нс. Чему будет равна длина волны (в вакууме) электромагнитных колебаний, излучаемых контуром, если конденсаторы включить последовательно?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

10. Найдите мощность, теряемую в проводах линии электропередачи, если входная мощность 150 кВт, напряжение на станции 220 В, сопротивление проводов 0,05 Ом, сдвиг фаз между током и напряжением  $30^\circ$ .

## Вариант 2

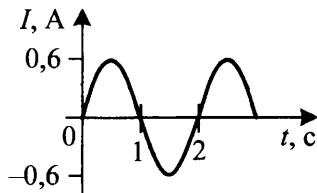
1. В колебательном контуре: А) последовательно с конденсатором подключили еще один такой же конденсатор, Б) параллельно с конденсатором подключили еще один такой же конденсатор. Что нужно сделать, чтобы частота электромагнитных колебаний в контуре осталась прежней?

- 1) увеличить индуктивность в 2 раза
- 2) уменьшить индуктивность в 2 раза
- 3) уменьшить индуктивность в 4 раза
- 4) увеличить индуктивность в 4 раза

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

2. По какому закону изменяется ток в колебательном контуре, график которого изображен на рисунке?



Ответ: \_\_\_\_\_ А.

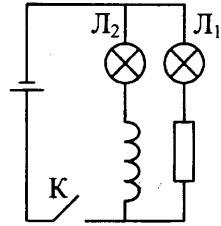
3. Как изменится амплитудное значение ЭДС в генераторе переменного тока при А) увеличении частоты вращения ротора в 4 раза, Б) уменьшении общего числа витков в 2 раза?

- 1) увеличится в 2 раза
- 2) увеличится в 4 раза
- 3) не изменится
- 4) уменьшится в 2 раза

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

4. Две одинаковые лампы включены в цепь источника постоянного тока, первая последовательно с резистором, вторая последовательно с катушкой (см. рис.). Как изменится промежуток времени между моментами загорания лампочек при замыкании ключа К, если: А) уменьшить сопротивление резистора, Б) уменьшить индуктивность катушки?



- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится
- 4) лампа  $L_2$  не загорится

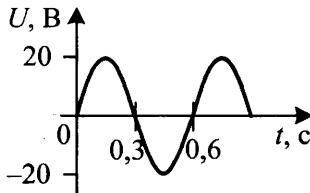
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

5. Трансформатор, содержащий во вторичной обмотке  $N_2 = 400$  витков, позволяет увеличить напряжение в 4 раза. Сколько витков должна иметь первичная обмотка?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Напряжение на резисторе в цепи переменного тока меняется с течением времени согласно графику (см. рис.).



Чему равно действующее значение напряжения?

Ответ: \_\_\_\_\_ В.

7. Выберите два верных утверждения. При включении конденсатора в цепь переменного тока:

- 1) колебания тока отстают по фазе от напряжения на  $\frac{\pi}{2}$
- 2) колебания тока опережают по фазе напряжение на  $\frac{\pi}{2}$

- 3) колебания напряжения отстают по фазе от тока на  $\frac{\pi}{2}$
- 4) колебания напряжения опережают по фазе ток на  $\frac{\pi}{2}$

Ответ:

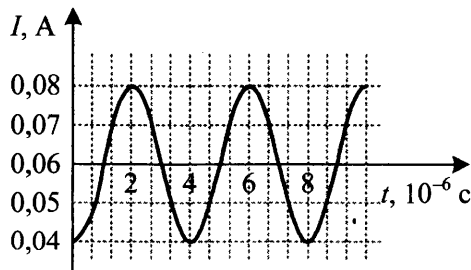
8. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $C$  и катушки индуктивностью  $L$ . Как изменится

- A) частота электромагнитных колебаний,  
 Б) максимальный заряд на обкладках конденсатора,  
 B) максимальный ток в катушке индуктивности, если увеличить расстояние между обкладками конденсатора?
- 1) уменьшится  
 2) увеличится  
 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	B

9. По графику колебаний силы тока в колебательном контуре с антенной определите, на какую длину волны настроен контур.



Ответ: \_\_\_\_\_ м.

10. Найдите КПД линии передачи, если входная мощность 150 кВт, напряжение на станции 220 В, сопротивление проводов 0,05 Ом, сдвиг фаз между током и напряжением  $30^\circ$ .

# Электромагнитное излучение.

## Световые волны. Оптика

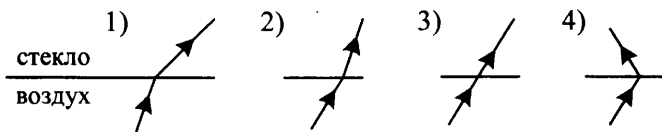
### Вариант 1

1. Выберите два верных утверждения. Излучение электромагнитных волн наблюдается:

- 1) при движении любых элементарных частиц с ускорением
- 2) при равномерном движении по окружности положительно заряженных частиц
- 3) при ускоренном движении отрицательно заряженных частиц
- 4) при равномерном прямолинейном движении отрицательно заряженных частиц

Ответ:

2. Луч переходит из воздуха в стекло. На каком из рисунков правильно изображен ход луча?



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. При каком угле падения света на границу раздела двух сред угол падения равен углу преломления?

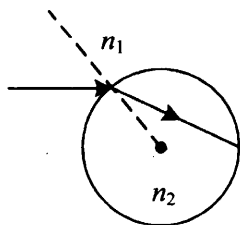
Ответ: \_\_\_\_\_ град.

4. Высота Солнца над горизонтом (угол между поверхностью Земли и направлением на Солнце) составляет  $60^\circ$ . Под каким минимальным углом к горизонту нужно расположить плоское зеркало, чтобы отразившиеся от него лучи пошли горизонтально?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

5. Выберите два верных утверждения. На рисунке изображено преломление света на границе раздела двух сред:

- 1) показатель преломления  $n_1$  больше  $n_2$
- 2) показатель преломления  $n_1$  меньше  $n_2$



- 3) скорость света в первой среде больше, чем во второй  
 4) скорость света в первой среде меньше, чем во второй

Ответ:

6. Каков предельный угол полного внутреннего отражения для перехода луча из стекла (абсолютный показатель преломления  $n = 1,5$ ) в воздух?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

7. Какова кажущаяся глубина водоема  $h$ , если смотреть сверху перпендикулярно его поверхности? Фактическая глубина водоема  $H = 1$  м. Показатель преломления  $n = 1,33$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

8. Плоский предмет находится на расстоянии  $d$  от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ , причем: А)  $0 < d < F$ , Б)  $F < d < 2F$ . Изображение этого предмета будет:

- 1) действительным перевернутым увеличенным  
 2) действительным перевернутым уменьшенным  
 3) мнимым прямым увеличенным  
 4) мнимым прямым уменьшенным

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

9. Расстояние от собирающей линзы до изображения предмета высотой  $h$  в 3 раза больше ее фокусного расстояния. Чему равно отношение высоты изображения  $H$  к высоте предмета  $h$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. При какой минимальной разности фаз наблюдается максимальная интенсивность при наложении двух когерентных волн?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

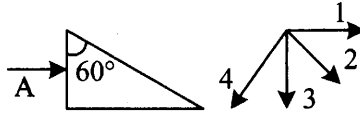
11. Частота, излучаемая открытым колебательным контуром, увеличивается в 3 раза. Во сколько раз увеличится энергия, излучаемая открытым колебательным контуром?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Во сколько раз нужно увеличить мощность радиостанции для увеличения радиуса действия в 2 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

13. Луч  $A$  падает на стеклянную призму  $n = 1,5$ , как показано на рисунке. Какой из лучей выйдет из призмы (укажите номер стрелки)?



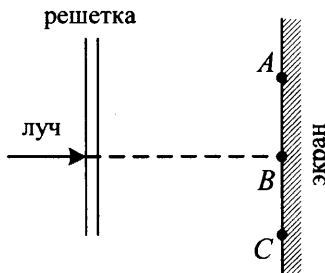
Ответ: \_\_\_\_\_ .

14. Выберите два верных утверждения. Электромагнитная волна:

- 1) является продольной
- 2) является поперечной
- 3) распространяется во всех средах со скоростью света
- 4) распространяется в вакууме со скоростью света

Ответ:

15. Лазерный луч красного цвета падает перпендикулярно на дифракционную решетку. На линии  $ABC$  экрана (см. рис.) наблюдается серия ярких красных пятен.



Как изменятся расстояния  $AB$  и  $BC$  в расположении пятен на экране, если

- А) заменить исходный луч на лазерный луч зеленого цвета;
  - Б) отодвинуть решетку от экрана;
  - В) увеличить период решетки?
- 1) уменьшатся

- 2) увеличатся
- 3) не изменятся

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется в зависимости от времени по закону  $I = 0,2 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi t)$  А. Чему равна длина излучаемой волны?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

17. На каком расстоянии от собирающей линзы надо поместить предмет, чтобы расстояние между предметом и его действительным изображением было минимальным? Фокусное расстояние линзы равно 10 см.

18. Абсолютные показатели преломления стекла и алмаза соответственно равны  $n_1 = 1,5$  и  $n_2 = 2,42$ . Каково отношение толщин  $d_1/d_2$  этих веществ, если время распространения света в них одинаково?

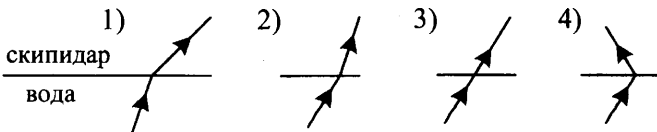
### Вариант 2

1. Выберите два верных утверждения. Электромагнитные излучения различных длин волн отличаются друг от друга тем, что

- 1) они имеют разную интенсивность
- 2) они имеют разные частоты
- 3) они отклоняются на различные углы при переходе из вакуума в среду
- 4) они с разной скоростью распространяются в вакууме

Ответ:

2. Луч переходит из воды в скипидар. На каком из рисунков правильно изображен ход луча? Показатель преломления воды — 1,33, скипидара — 1,6.



Ответ: \_\_\_\_\_.



3. При каком угле падения света на границу раздела двух сред угол падения равен углу отражения?

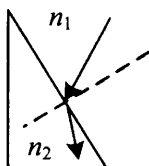
Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Высота Солнца над горизонтом (угол между поверхностью Земли и направлением на Солнце) составляет  $60^\circ$ . Каким должен быть угол падения лучей на плоское зеркало, чтобы отразившиеся от него лучи пошли вертикально?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

5. Выберите два верных утверждения. На рисунке изображено преломление света на границе раздела двух сред:

- 1) показатель преломления  $n_1$  больше  $n_2$
- 2) показатель преломления  $n_1$  меньше  $n_2$
- 3) скорость света в первой среде больше, чем во второй
- 4) скорость света в первой среде меньше, чем во второй



Ответ:

6. Каков предельный угол полного внутреннего отражения для перехода луча из воды (абсолютный показатель преломления  $n = 1,33$ ) в воздух?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

7. Чему равна кажущаяся высота полета вертолета  $h$ , если смотреть на него снизу из воды перпендикулярно ее поверхности? Фактическая высота, на которой находится вертолет,  $H = 100$  м. Показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

8. Плоский предмет находится на расстоянии  $d$  от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ , причем: А)  $2F < d$ , Б)  $d = 2F$ . Изображение этого предмета будет:

- 1) действительным перевернутым увеличенным
- 2) действительным перевернутым уменьшенным
- 3) мнимым перевернутым увеличенным
- 4) действительным перевернутым равным

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

9. Расстояние от собирающей линзы до предмета высотой  $h$  в 5 раз больше ее фокусного расстояния. Чему равно отношение высоты изображения  $H$  к высоте предмета  $h$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. При какой разности фаз наблюдается минимальная интенсивность при наложении двух когерентных волн?

Ответ: \_\_\_\_\_ рад.

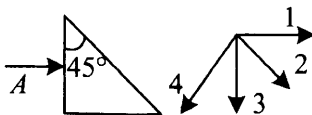
11. Частота, излучаемая открытым колебательным контуром, уменьшается в 2 раза. Во сколько раз уменьшится энергия, излучаемая открытым колебательным контуром?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Во сколько раз нужно уменьшить мощность радиостанции для уменьшения радиуса действия в 3 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Луч  $A$  падает на стеклянную призму  $n = 1,5$ , как показано на рисунке. Какой из лучей выйдет из призмы (укажите номер стрелки)?



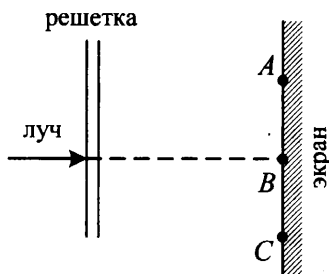
Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Выберите два верных утверждения. Как ориентированы векторы  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  и  $\vec{v}$  (вектор скорости волны) по отношению друг к другу в электромагнитной волне?

- 1) все три вектора перпендикулярны друг другу
- 2) векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  перпендикулярны
- 3) векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{E}$  направлены противоположно
- 4) все три вектора сонаправлены

Ответ:

15. Лазерный луч зеленого цвета падает перпендикулярно на дифракционную решетку. На линии  $ABC$  экрана (см. рис.) наблюдается серия ярких зеленых пятен.



Как изменятся расстояния  $AB$  и  $BC$  в расположении пятен на экране, если:

- А) заменить исходный луч на лазерный луч красного цвета;  
 Б) приблизить решетку к экрану;  
 В) уменьшить период решетки?
- 1) уменьшатся
  - 2) увеличатся
  - 3) не изменятся

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется в зависимости от времени по закону  $I = 0,1 \cdot \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)$ , А. Чему равна длина излучаемой волны?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

17. Чему равно наименьшее возможное расстояние  $s$  между предметом и его действительным изображением, создаваемым с помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см?
18. При переходе солнечных лучей из воздуха в стекло угол падения  $60^\circ$ , а угол преломления  $30^\circ$ . Найдите скорость распространения света в стекле.

# Квантовая физика. Атом и атомное ядро

## Вариант 1

1. На сколько единиц уменьшится массовое число ядра при  $\alpha$ -распаде?

Ответ: на \_\_\_\_\_ ед.

2. Какой порядковый номер в таблице Менделеева имеет элемент, который получен в результате  $\beta$ -распада ядра элемента с порядковым номером  $Z = 92$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

3. Выберите два верных утверждения: в опыте Резерфорда

- 1) меньшая часть  $\alpha$ -частиц отклонялась на углы, большие  $90^\circ$
- 2) основная часть  $\alpha$ -частиц проходила сквозь фольгу, не меняя направления
- 3) меньшая часть  $\alpha$ -частиц проходила сквозь фольгу, не меняя направления
- 4) основная часть  $\alpha$ -частиц рассеивалась на углы, большие  $90^\circ$

Ответ:

4. Что представляют собой:  $\gamma$ -излучение,  $\beta$ -излучение?

- 1) поток нейтронов
- 2) поток квантов электромагнитного излучения
- 3) поток быстрых электронов
- 4) поток ядер водорода

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

$\gamma$ -излучение	$\beta$ -излучение

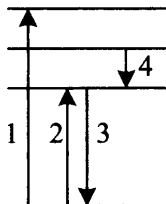
5. От каких величин зависит максимальная кинетическая энергия электронов, вылетевших с поверхности металлической пластины при ее освещении светом лампы? Выберите два верных утверждения:

- 1) от интенсивности падающего света
- 2) от частоты падающего света

- 3) от работы выхода электрона из металла  
 4) от количества падающих фотонов падающего света

Ответ:

6. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома.



Какой цифрой обозначен переход, соответствующий в спектре поглощения атома наименьшей частоте?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Сколько нейтронов будет содержать элемент, полученный в результате ядерного превращения  ${}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He} \rightarrow ? + {}^1_1\text{H}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

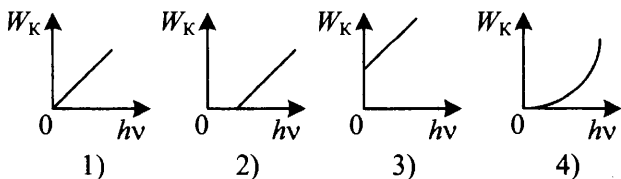
8. Как изменится при переходе света из воздуха в стекло: скорость фотона, частота света ( $n$  — показатель преломления стекла)?

- 1) увеличится в  $n$  раз                      3) не изменится  
 2) уменьшится в  $n$  раз                    4) увеличится в  $n^2$  раз

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Скорость фотона	Частота света

9. Какой из графиков соответствует зависимости максимальной кинетической энергии фотоэлектронов от энергии падающих на вещество фотонов?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

10. Ядерная реакция протекает: А) с поглощением энергии, Б) с выделением энергии, когда суммарная масса ядер и частиц, образовавшихся при ядерной реакции

- 1) меньше массы исходных ядер и частиц
- 2) равна массе исходных ядер и частиц
- 3) больше массы исходных ядер и частиц
- 4) определенно сказать нельзя, необходимо знать реакцию

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

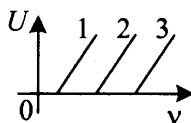
11. Электрон в атоме водорода перешел с третьего энергетического уровня на второй. Как при этом изменились энергия атома и энергия ионизации?

- 1) увеличилась, а по модулю уменьшилась
- 2) не изменилась
- 3) уменьшилась, а по модулю увеличилась
- 4) уменьшилась и по значению, и по модулю

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Энергия атома	Энергия ионизации

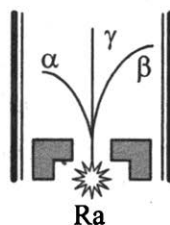
12. На рисунке приведены зависимости запирающего напряжения  $U$  от частоты  $\nu$  облучающего света, падающего на катод фотоэлемента, для разных материалов катода.



Какому из графиков соответствует большая частота красной границы фотоэффекта?

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Как должен быть направлен вектор: А) индукции магнитного поля, Б) напряженности электрического поля, чтобы наблюдалось указанное на рисунке отклонение частиц?



- 1) справа налево
- 2) слева направо

- 3) к наблюдателю перпендикулярно плоскости чертежа  
 4) от наблюдателя перпендикулярно плоскости чертежа

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

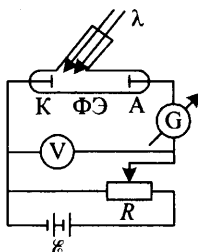
14. Какое взаимодействие имеет место: А) при превращении элементарных частиц друг в друга, Б) между электроном атома и его ядром?

- 1) слабое  
 2) гравитационное  
 3) ядерное  
 4) электромагнитное

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

15. В электрической цепи, изображенной на рисунке, катод К освещают монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda$ .



Длину волны уменьшают. Как изменятся:

- А) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов;  
 Б) работа выхода электрона из материала катода;  
 В) сила тока насыщения?

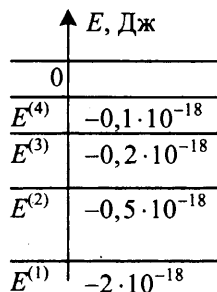
- 1) уменьшится  
 2) увеличится  
 3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. На рисунке изображена схема возможных значений энергии атомов газа. Атомы находятся в состоянии с энергией  $E^{(2)}$ . Фотоны с какой энергией может излучать данный газ?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.



17. Протон с энергией  $E_0 = 0,2$  МэВ рассеивается на ядре  ${}^4_2\text{He}$  под углом  $\alpha = 90^\circ$ . Определить энергию протона и альфа-частицы после рассеяния.
18. Какое количество урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью  $P = 5 \cdot 10^4$  кВт? КПД  $\eta = 17\%$ . При распаде одного ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  выделяется энергия  $W = 200$  МэВ.

## Вариант 2

1. На сколько единиц уменьшится массовое число ядра при  $\beta$ -распаде?
2. Какой порядковый номер в таблице Менделеева имеет элемент, который получен в результате  $\alpha$ -распада ядра элемента с порядковым номером  $Z = 92$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

3. Какова природа сил, отклоняющих  $\alpha$ -частицы от прямолинейных траекторий в опыте Резерфорда: А) на малые углы, Б) на большие углы?

- 1) гравитационное взаимодействие
- 2) слабое взаимодействие
- 3) кулоновское взаимодействие
- 4) ядерное взаимодействие

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б



4. А) рентгеновское излучение, Б) инфракрасное излучение возникает:
- 1) при резком торможении быстрых электронов
  - 2) при испускании излучения твердыми телами, нагретыми до очень высоких температур
  - 3) при испускании излучения любым нагретым телом
  - 4) при торможении электронов

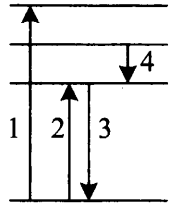
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

5. От каких величин зависит величина запирающего напряжения при внешнем фотоэффекте? Выберите два верных утверждения:
- 1) от частоты падающего света
  - 2) от интенсивности падающего света
  - 3) от работы выхода электрона из металла
  - 4) от количества падающих фотонов света

Ответ:

6. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома. Какой цифрой обозначен переход, соответствующий в спектре излучения атома самой большой частоте?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

7. Сколько нейтронов будет содержать элемент, полученный в результате ядерного превращения  ${}^9_4\text{Be} + {}^2_1\text{He} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + ?$

Ответ: \_\_\_\_\_ .

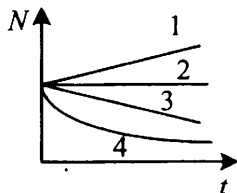
8. Как изменится при переходе света из воздуха в стекло энергия фотона и длина волны ( $n$  — показатель преломления стекла)?

- |                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| 1) увеличится в $n$ раз | 3) не изменится           |
| 2) уменьшится в $n$ раз | 4) увеличится в $n^2$ раз |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

Энергия фотона	Длина волны

9. Какой из графиков правильно отражает закон радиоактивного распада (см. рис.)?



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Какие параметры элемента изменяются при:

А)  $\gamma$ -излучении

Б)  $\alpha$ -распаде?

1) изменяется только энергия ядра атома

2) изменяется только порядковый номер

3) изменяется только массовое число

4) изменяются и энергия ядра атома, и порядковый номер

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

11. Электрон в атоме водорода перешел со второго энергетического уровня на третий. Как при этом изменилась: А) энергия атома, Б) энергия ионизации?

1) увеличилась, а по модулю уменьшилась

2) не изменилась

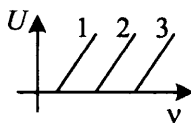
3) уменьшилась, а по модулю увеличилась

4) уменьшилась

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

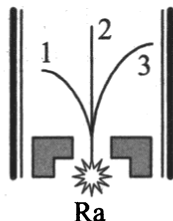
А	Б

12. На рисунке приведены зависимости запирающего напряжения  $U$  от частоты  $\nu$  облучающего света, падающего на катод фотоэлемента, для разных материалов катода. Какой из материалов имеет большую работу выхода?



Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Напряженность магнитного поля направлена от наблюдателя перпендикулярно плоскости чертежа (рис.).



Каким номерам соответствуют траектории движения:  
А)  $\alpha$ -частиц, Б) электронов?

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

14. Какое взаимодействие преобладает: А) между протонами и нейтронами в ядре, Б) между протонами в ядре?

- 1) слабое
- 2) гравитационное
- 3) ядерное
- 4) электромагнитное

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б

15. Какие спектры излучений дают нагретые тела, находящиеся в твердом, жидком и газообразном атомарном состоянии? Установите соответствие между описанным в первом столбце состоянием тел и их спектрами излучений во втором столбце (записать число).

СОСТОЯНИЕ

СПЕКТРЫ ИЗЛУЧЕНИЙ ТЕЛ

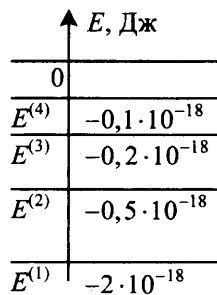
- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| А) твердое                | 1) непрерывный спектр |
| Б) жидкое                 | 2) линейчатый спектр  |
| В) газообразное атомарное | 3) полосатый спектр   |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

16. На рисунке изображена схема возможных значений энергии атомов газа. Атомы находятся в состоянии с энергией  $E^{(3)}$ . Фотоны с какой максимальной энергией может излучать данный газ?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

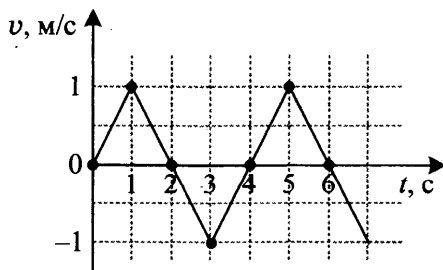


17. Протон с энергией  $E_0 = 0,1$  МэВ рассеивается на ядре  ${}^4_2\text{He}$  под углом  $\alpha = 90^\circ$ . Определить энергию протона и  $\alpha$ -частицы после рассеяния.
18. Какое количество урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  расходуется в год на атомной электростанции мощностью  $P = 5 \cdot 10^4$  кВт? КПД  $\eta = 19\%$ . При распаде одного ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  выделяется энергия  $W = 200$  МэВ.

## Итоговая тренировочная работа

### Вариант 1

1. На рисунке приведен график зависимости скорости тела, движущегося прямолинейно вдоль оси  $X$ , от времени. Каково отношение модуля перемещения, совершенного за 5 с, к длине пути, пройденного за это же время?



Ответ: \_\_\_\_\_.

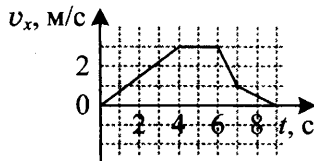
2. Баржа плывет против течения реки, проходя за 2 минуты расстояние между береговыми столбами 60 м. Скорость течения ре-

ки 0,5 м/с. Выберите верные утверждения. Может ли человек, находящийся на барже, быть в покое в системе отсчета, связанной с Землей?

- 1) скорость баржи относительно воды равна 1 м/с
- 2) скорость баржи относительно воды равна 0,5 м/с
- 3) человек может остаться неподвижным относительно берега, если будет двигаться в сторону движения баржи со скоростью 1 м/с относительно нее
- 4) человек может остаться неподвижным относительно берега, если будет двигаться противоположно движению баржи со скоростью 0,5 м/с относительно нее

Ответ:

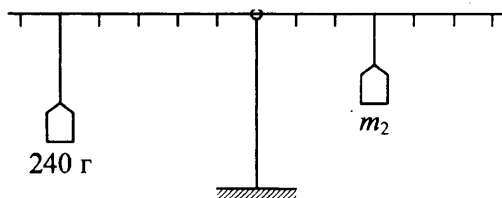
3. Тело массой 2 кг движется прямолинейно вдоль оси  $X$ . На графике представлена зависимость проекции скорости тела  $v_x$  от времени.



Чему равно минимальное значение модуля действующей на тело силы?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

4. При каком значении  $m_2$  легкая спица на рисунке будет находиться в равновесии?

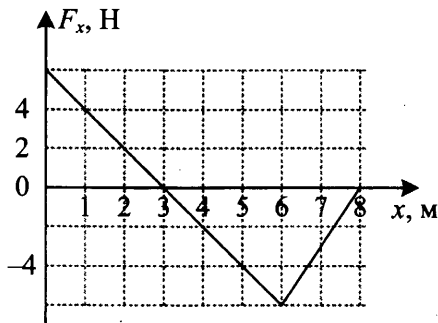


Ответ: \_\_\_\_\_ г.

5. В жидкость плотностью  $800 \text{ кг/м}^3$  опустили тело объемом  $0,04 \text{ м}^3$ , массой  $32 \text{ кг}$ . Какая часть объема тела выступает из жидкости?

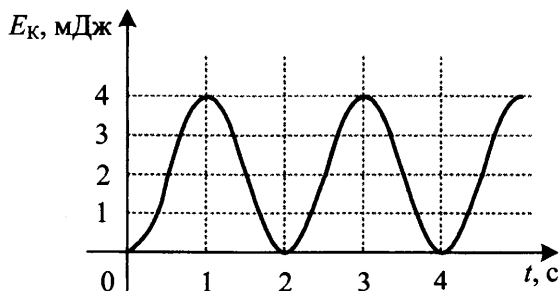
Ответ: \_\_\_\_\_ .

6. Тело движется прямолинейно вдоль оси  $X$ . На графике представлена зависимость проекции на ось  $X$  равнодействующей сил, действующих на тело, от координаты  $x$ . Работа силы  $F$  на отрезке от  $x_1 = 0$  до  $x_2 = 8 \text{ м}$  равна:



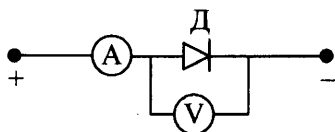
Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

7. Кинетическая энергия колебаний паука на паутине изменяется в соответствии с графиком (см. рис.). Какова частота колебаний паука?



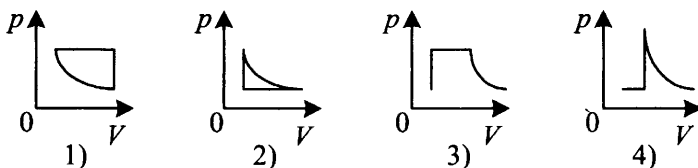
Ответ: \_\_\_\_\_ Гц.

8. При напряжении  $U = 1,2 \text{ В}$  на полупроводниковом диоде показания амперметра оказались равными  $I = 4,8 \text{ А}$ . С учетом погрешностей измерения  $\Delta U = \pm 0,2 \text{ В}$ ,  $\Delta I = \pm 0,2 \text{ А}$  укажите интервал, в котором находится значение сопротивления диода.



Ответ: \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ Ом.

9. Идеальный газ сначала сжимался при постоянной температуре, потом его температура уменьшалась при постоянном давлении, затем при постоянном объеме давление газа уменьшилось до первоначального значения. Какой из графиков в координатах  $p(V)$  соответствует этим изменениям состояния газа?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

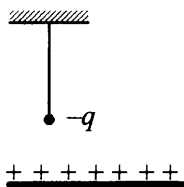
10. В сосуде под поршнем находится воздух с относительной влажностью А) 100%; Б) 60%; В) 30%. Как будет меняться давление в сосуде, если медленно уменьшать его объем до  $V/2$ , поддерживая температуру сосуда постоянной?

- 1) давление будет постоянно расти
- 2) давление будет постоянно падать
- 3) давление будет оставаться постоянным
- 4) давление сначала будет расти, а затем останется неизменным

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

100%	60%	30%

11. Над бесконечной горизонтальной положительно заряженной плоскостью размещен привязанный к невесомой нити шарик массой  $m$ , несущий отрицательный заряд  $q$  (см. рис.). Какова масса шарика? Сила натяжения нити  $T = 12$  мН, сила электростатического взаимодействия шарика с плоскостью  $F_3 = 4$  мН.

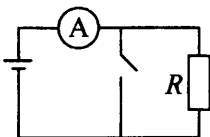


Ответ: \_\_\_\_\_ мг.

12. Расстояние между обкладками конденсатора, заряженного и отключенного от источника, увеличили в 4 раза. Как изменилась энергия его поля ( $W_1/W_2$ )?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

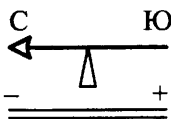
13. В цепи (см. рис.)  $R = 5$  Ом. Если замкнуть ключ, то сила тока возрастет в 3 раза.



Каковы исходные показания амперметра, если ЭДС батареи 12 В?

Ответ: \_\_\_\_\_ А.

14. Под магнитной стрелкой расположили прямой проводник с током.



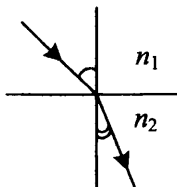
Как будет направлен северный конец стрелки компаса при указанной на рисунке разности потенциалов на концах проводника? Впишите в поле ответа одно из сочетаний: к нам, от нас, влево, вправо, вниз, вверх. Направление стрелки следует указывать относительно плоскости рисунка.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

15. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 5$  мкГн и конденсатора емкостью  $C = 0,4$  нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 5%. Чему равна минимальная длина волны  $\lambda$ , на которую резонирует контур?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

16. Как изменятся для показанного хода луча длина волны и частота света при прохождении его из среды с показателем преломления  $n_1$  в среду с  $n_2$ ?





- 1) увеличится
- 2) уменьшится
- 3) не изменится

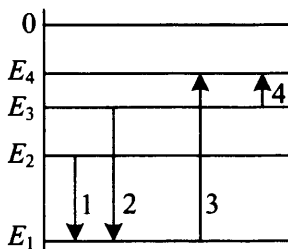
Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

Длина волны	Частота

17. Антенна длиной 21 см покоится в некоторой инерциальной системе отсчета. Чему равна ее длина относительно другой инерциальной системы, движущейся со скоростью 0,6c относительно первой?

Ответ: \_\_\_\_\_ см.

18. Укажите номер стрелки, соответствующей переходу между энергетическими уровнями атома, при котором поглощается фотон наибольшей длины волны.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

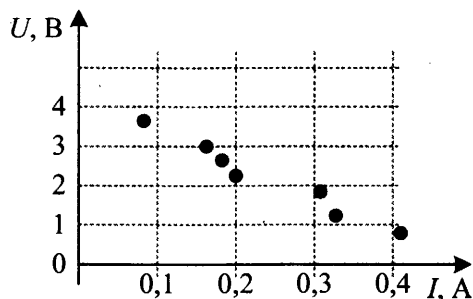
19. Через какое время число атомов радиоактивного изотопа уменьшится в 8 раз, если период полураспада  $T = 24$  дня?

Ответ: \_\_\_\_\_ дней.

20. Какое число  $\beta$ -распадов сопровождает процесс превращения радиоактивного изотопа урана  ${}_{92}^{238}\text{U}$  в изотоп урана  ${}_{92}^{234}\text{U}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

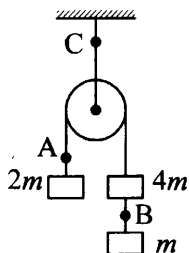
21. Результаты исследования зависимости напряжения ( $\Delta U = \pm 0,2$  В) на полюсах источника от силы тока ( $\Delta I = \pm 0,02$  А) (см. рис.) позволяют сделать следующие выводы (выберите два верных утверждения):



- 1) зависимость напряжения от силы тока — линейная;
- 2) сила тока обратно пропорциональна напряжению
- 3) сила тока короткого замыкания равна 0,4 А
- 4) ЭДС источника равна 4,5 В

Ответ:

22. К нити, переброшенной через блок, прикреплены грузы, как показано на рисунке. Сам блок также подвешен к потолку на нити. Нити нерастяжимы и невесомаы.



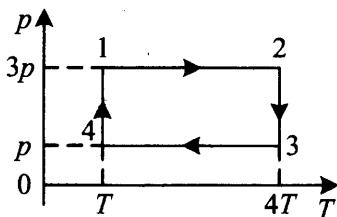
Что можно сказать о силах натяжения нитей в точках А, В, С?

- 1) максимальна
- 2) минимальна
- 3) имеет промежуточное значение

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

в точке А	в точке В	в точке С

23. Диаграмма циклического процесса для одного моля аргона в осях  $p$ – $T$  показана на рисунке. Как изменяются физические величины на участках цикла?



ФИЗИЧЕСКАЯ ВЕЛИЧИНА

ИЗМЕНЕНИЕ

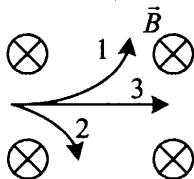
- А) средняя кинетическая энергия молекул на участке (3–4)
- Б) плотность газа на участке (1–2)
- В) внутренняя энергия на участке (2–3)
- Г) объем газа при переходе из состояния 1 в состояние 3

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

24. Установите соответствие между типом частицы, влетевшей в область с магнитным полем вдоль стрелки 3, и траекторией ее движения.

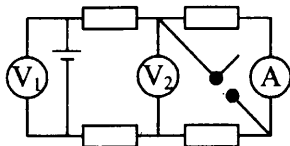


- А) электрон
- Б)  $\alpha$ -частица
- В) нейтрон
- Г) атом водорода

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В	Г

25. Как изменятся показания приборов первого вольтметра ( $V_1$ ), второго вольтметра ( $V_2$ ), амперметра (A) при замыкании ключа? Сопротивления резисторов  $R$ , внутреннее сопротивление источника  $\frac{R}{2}$ .

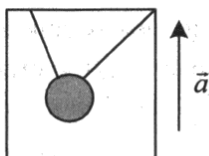


- 1) увеличатся
- 2) уменьшатся
- 3) не изменятся

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

$U_1$	$U_2$	$I$

26. Тело подвешено на двух нитях и находится в лифте, поднимающемся с ускорением  $1,2 \text{ м/с}^2$ . Угол между нитями равен  $90^\circ$ , а силы натяжения нитей равны  $3 \text{ Н}$  и  $4 \text{ Н}$ . Каков вес тела?



Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

27. Газообразный азот нагревают в сосуде, снабженном выпускным клапаном. Клапан поддерживает в сосуде постоянное давление. Исходное число молекул газа в сосуде  $N_0 = 1,8 \cdot 10^{25}$ . После нагревания средняя квадратичная скорость молекул увеличилась на  $25\%$ . Сколько молекул осталось в сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

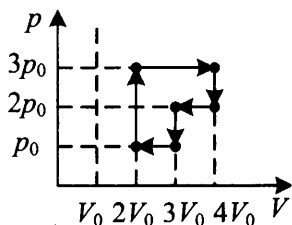
28. При подключении к источнику тока с внутренним сопротивлением  $1 \text{ Ом}$  внешнего сопротивления  $1,5 \text{ Ом}$  сила тока в цепи  $I = 1 \text{ А}$ . Какова работа стороннего поля источника за  $2 \text{ с}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

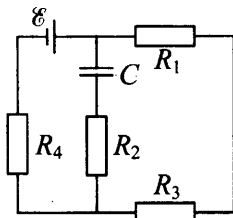
29. Рамка площадью  $S = 100 \text{ см}^2$  с числом витков  $N = 50$  находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости рамки. Сопротивление рамки  $R = 8 \text{ Ом}$ . Какова магнитная индукция  $B$ , если при повороте рамки на  $180^\circ$  по ней прошел заряд  $q = 4 \text{ мКл}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_ мТл.

30. Изменится ли разность потенциалов между пластинами плоского воздушного конденсатора, если одну из них заземлить? Назовите используемые законы и явления.
31. Определите КПД цикла (%), проводимого над идеальным одноатомным газом согласно зависимости  $p(V)$  (см. рис.).



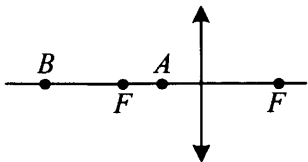
32. В электрической схеме (см. рис.) сопротивления резисторов  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4 \text{ Ом}$ , внутреннее сопротивление источника  $r = 1 \text{ Ом}$ , емкость конденсатора  $C = 1 \text{ мкФ}$ .



Найдите ЭДС источника, если энергия конденсатора равна  $W = 20 \text{ мДж}$ .

33. Однозарядные ионы гелия и аргона, ускоренные разностью потенциалов  $U$ , влетают перпендикулярно линиям магнитной индукции в однородное магнитное поле  $B = 0,5 \text{ Тл}$ . Описав полуокружности, они попадают на фотопластинку, оставив на ней следы на расстоянии  $L = 1 \text{ см}$ . Определите  $U$ .

34. Когда свеча находилась в точке  $A$ , тонкая собирающая линза увеличивала ее в  $\Gamma_1 = 1,5$  раза, при перемещении свечи в точку  $B$  увеличение стало равным  $\Gamma_2 = 4$ . Каким будет увеличение, если свечу поместить в середине отрезка  $AB$ ?



35. Какую долю полной энергии, освобождаемой при распаде неподвижного ядра радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ , уносит  $\alpha$ -частица?

### Вариант 2

1. Тело движется прямолинейно вдоль оси  $X$ . На рисунке приведен график зависимости проекции его скорости  $v_x$  от времени  $t$ .

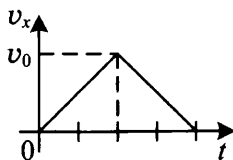
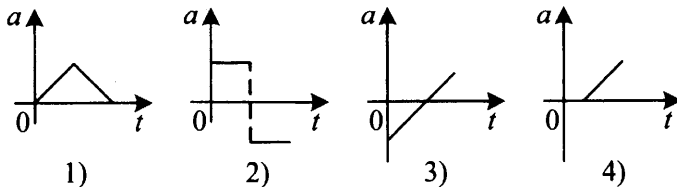


График зависимости ускорения этого тела  $a_x$  от времени имеет вид (укажите номер)...

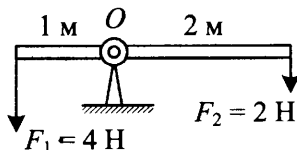


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Автомобиль массой  $m = 1000$  кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом  $R = 120$  м за 20 секунд. Найдите изменение импульса автомобиля за это время.

Ответ: \_\_\_\_\_ кг · м/с.

3. Чему равна величина суммарного момента сил невесомого рычага относительно оси  $O$  (рис.)?



Ответ: \_\_\_\_\_ Н · м.

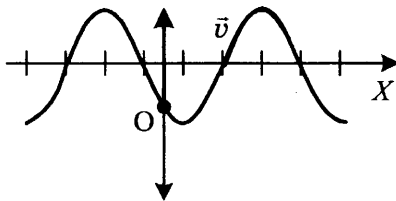
4. Тело массой  $m = 1 \text{ кг}$  скользит по горизонтальной шероховатой поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен  $\mu = 0,1$ . Начальная скорость движения равна  $v = 2 \text{ м/с}$ . Какова мощность, развиваемая силой трения, в начальный момент времени?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж/с.

5. Аэростат вместимостью  $200 \text{ м}^3$  заполнен гелием. Массой оболочки можно пренебречь. Плотность гелия  $0,18 \text{ кг/м}^3$ , плотность воздуха  $1,29 \text{ кг/м}^3$ . Чему равна подъемная сила, действующая на аэростат?

Ответ: \_\_\_\_\_ Н.

6. На рисунке показано направление скорости точки  $O$  упругой среды в волновом процессе: А) скорость направлена вверх, Б) скорость направлена вниз. Волна является:

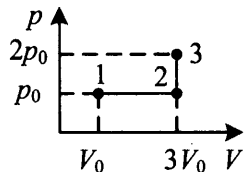


- 1) поперечной, распространяется вправо вдоль оси  $X$
- 2) поперечной, распространяется влево вдоль оси  $X$
- 3) поперечной, стоячей
- 4) продольной, распространяется вправо вдоль оси  $X$

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

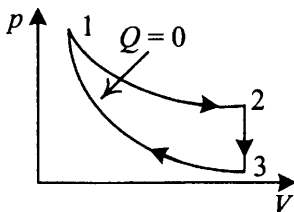
А	Б

7. Кислород, имеющий температуру  $T_1 = 160$  К в состоянии 1, последовательно переводят в состояние 3. Считая кислород идеальным газом, определите среднюю квадратичную скорость его молекул в состоянии 3.



Ответ: \_\_\_\_\_ м/с.

8. На рисунке изображен цикл тепловой машины, состоящий из изотермы, изохоры и адиабаты.  $Q$  — количество теплоты, полученное газом,  $A$  — работа, совершенная газом. Уравнение первого начала термодинамики для участков процесса 1–2 и 2–3 этого цикла имеет вид:



- 1)  $Q = \Delta U - A$
- 2)  $Q = \Delta U + A$
- 3)  $Q = \Delta U$
- 4)  $Q = A$

Запишите в таблицу выбранные цифры в соответствующие столбцы.

1–2	2–3

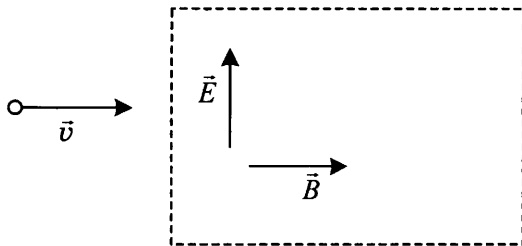
9. Относительная влажность воздуха в комнате равна 25%. Каково отношение  $p_n$  насыщенного водяного пара при той же температуре к парциальному давлению  $p$  водяного пара в комнате?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Электрон влетает в область, в которой создано электрическое и магнитное поле, как показано на рисунке. Как будет направлено относительно плоскости рисунка ускорение электрона в начальный момент времени?



Впишите в поле ответа одно из сочетаний: вверх, вниз, от нас, к нам.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

11. Провод постоянного сечения общим сопротивлением  $R = 8 \text{ Ом}$  разрезали на несколько равных частей и соединили их параллельно. На получившуюся цепь подали напряжение  $U = 2 \text{ В}$ , после чего сила тока в неразветвленной части цепи оказалась равной  $I = 2,25 \text{ А}$ . На сколько частей был разрезан проводник?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12. Контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 64 \text{ мкГн}$  и конденсатора емкостью  $C = 100 \text{ пФ}$ . Конденсатор зарядили до напряжения  $U = 8 \text{ В}$  и присоединили к катушке. Найдите максимальное значение силы тока в катушке.

Ответ: \_\_\_\_\_ А.

13. Человек стоит на расстоянии  $L = 0,5 \text{ м}$  от плоского зеркала. Он отошел от зеркала еще на  $0,5 \text{ м}$ . Определите расстояние между человеком и его изображением в зеркале.

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

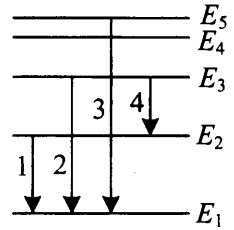
14. На дифракционную решетку с периодом  $d = 0,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  нормально падает световой пучок с длиной волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Под каким углом наблюдается третий максимум?

Ответ: \_\_\_\_\_ град.

15. Измеренная толщина строительного кирпича равна  $10,0 \pm 0,2 \text{ см}$ . Определите (с учетом погрешности) высоту стопки из пяти кирпичей.

Ответ: \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_ см.

16. На рисунке представлена схема энергетических уровней атома водорода. Какой цифрой обозначен переход с излучением фотона, имеющего максимальный импульс?



Ответ: \_\_\_\_\_ .

17. Электрон и позитрон аннигилируют (оба исчезают с образованием двух  $\gamma$ -квантов). Чему равна энергия, выделившаяся при аннигиляции?

Ответ: \_\_\_\_\_ Дж.

18. Выберите два верных утверждения. Максимальная кинетическая энергия электронов, вылетевших с поверхности металлических пластин при освещении светом, зависит от:

- 1) интенсивности падающего света
- 2) частоты падающего света
- 3) работы выхода электрона из металла
- 4) от количества падающих фотонов света

Ответ:

19. Во сколько раз увеличится абсолютное удлинение проволоки, если, не меняя нагрузку, заменить проволоку другой — из того же материала, но имеющей вчетверо большую длину и в 2 раза больший диаметр?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

20. Воздух под поршнем сжимали при температуре  $27^\circ\text{C}$ , измеряя давление воздуха при разных значениях предоставленного ему объема. Погрешности измерения этих величин равны  $\Delta p = 0,1 \cdot 10^5$  Па и  $\Delta V = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>. Результаты измерений представлены в таблице.

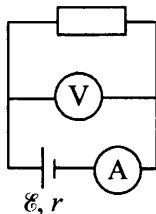
$V, 10^{-3}$ м <sup>3</sup>	7	6	5	4
$p, 10^5$ Па	1,4	1,6	2,0	2,4

Найдите количество воздуха под поршнем.

Ответ: \_\_\_\_\_ моль.



24. В электрической цепи, изображенной на рисунке, параллельно сопротивлению  $R$  подключают такое же сопротивление. Как изменились при этом выделяемая мощность на первом сопротивлении, показания вольтметра и амперметра?

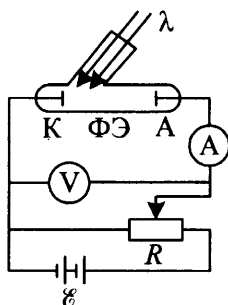


- | ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ                 | ИХ ИЗМЕНЕНИЯ     |
|-------------------------------------|------------------|
| А) мощность на первом сопротивлении | 1) не изменяется |
| Б) показания вольтметра             | 2) увеличивается |
| В) показания амперметра             | 3) уменьшается   |

Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

25. В электрической цепи, изображенной на рисунке, катод  $K$  освещают монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda$ . Ползунок реостата перемещают вправо. Как изменится:



- А) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов;  
 Б) работа выхода электрона из материала катода;  
 В) сила тока насыщения?
- 1) уменьшится
  - 2) увеличится
  - 3) не изменится

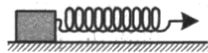
Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

А	Б	В

26. Плоская квадратная рамка со стороной  $a = 10$  см находится в магнитном поле с индукцией  $B = 0,3$  Тл, вектор которой перпендикулярен плоскости рамки. Сопротивление провода рамки  $R = 2$  Ом. Чему равен заряд  $q$ , который протечет по проводнику, если магнитное поле выключить?

Ответ: \_\_\_\_\_ Кл.

27. Если тело подвесить на прикрепленной к нему пружине, то ее удлинение оказывается равным  $x_1 = 10$  см. Если то же самое тело тянуть с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости за ту же самую пружину, то ее удлинение оказывается равным  $x_2 = 2$  см. Найдите коэффициент трения тела с плоскостью.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

28. Материальная точка движется вдоль оси  $X$ , совершая гармонические колебания. За один период колебаний точка проходит путь  $s = 12$  см. Максимальное значение скорости точки  $v_m = 0,06$  м/с. Найдите период колебаний.

Ответ: \_\_\_\_\_ с.

29. В однородное магнитное поле с индукцией  $B = 4,55$  мкТл влетает электрон под углом  $\alpha = 30^\circ$  к вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Скорость электрона  $v = 2 \cdot 10^6$  м/с. Чему равен радиус винтовой линии  $R$ , по которой движется частица?

Ответ: \_\_\_\_\_ м.

30. Конькобежец дважды изо всех сил бросает тяжелый предмет — один раз, стоя на гладком льду, второй — опираясь на барьер. В каком случае и почему дальность полета предмета будет больше? Начальная скорость предмета в обоих случаях направлена горизонтально.

31. Одноатомный идеальный газ участвует в процессе, для которого внутренняя энергия газа пропорциональна квадрату его объема. Найдите работу  $A$ , совершенную газом в таком процессе, если количество теплоты, полученное газом,  $Q = 20$  кДж.

32. На тонком закрепленном кольце радиусом  $R = 2$  м равномерно распределен положительный заряд  $q = 10^{-7}$  Кл. Какова наименьшая величина скорости  $v$ , которую нужно сообщить находящейся в центре кольца частице массой  $m = 10^{-5}$  кг с отрицательным зарядом  $q$ , равным по модулю заряду кольца, чтобы она могла удалиться от кольца в бесконечность?

33. В процессе колебаний в идеальном колебательном контуре в момент времени  $t$  заряд конденсатора  $q = 4 \cdot 10^{-9}$  Кл, а сила электрического тока в катушке  $I = 3$  мА. Период колебаний  $T = 9,36 \cdot 10^{-6}$  с. Найдите амплитуду колебаний заряда.
34. На дне стакана, заполненного водой на  $h = 10$  см, лежит монета. На каком расстоянии  $h_1$  от поверхности воды видит глаз наблюдателя монету? Показатель преломления воды  $\frac{4}{3}$ .
35. Пучок релятивистских электронов с полной энергией  $E = 0,9$  МэВ падает на отражающую мишень. Сила тока в пучке  $I = 5$  мА. Определите силу давления пучка на мишень.

# ОТВЕТЫ

## Кинематика

Вариант № задания	1	2
1	3	3
2	1	2
3	14	2
4	0,4	1,4
5	2,2	3
6	0,58	17,3
7	-1	12
8	31	37
9	0,93	48,2
10	23	34
11	-1,6	1
12	10	20
13	3780	17
14	4	2
15	324	12
16	2,5	2,4
17	2 с	8 м/с
18	$t = \frac{2L}{v - 2u} = 2 \text{ с}$	$L = \frac{t(v - 2u)}{2} = 0,5 \text{ м}$

## Динамика. Законы сохранения

Вариант № задания	1	2
1	13	2
2	42	43
3	32	4
4	13	35
5	2	3
6	24	100
7	3,2	5

Окончание табл.

Вариант № задания	1	2
8	24	13
9	20	5
10	3	0
11	2	0,41
12	15	24
13	25	50
14	23	42
15	221	312
16	1,8	10
17	30 Дж	4 кг·м/с
18	$a = \frac{M \sin \alpha - m \sin \beta}{M + m} g = 0,98 \text{ м/с}^2$	$v = \sqrt{2gh + \frac{mg^2}{k}} = 5 \text{ м/с}$

### Статика и гидростатика

Вариант № задания	1	2
1	8	4
2	8	2
3	1,3	110
4	12	21
5	23	10
6	2	3
7	0,6	1200
8	2231	214
9	0,4	0,52
10	39 кг	2,8 л

### Молекулярная физика

Вариант № задания	1	2
1	1,5	3
2	$-1,21 \cdot 10^{25}$	215



Окончание табл.

Вариант № задания	1	2
3	$7,3 \cdot 10^{-26}$	$7,64 \cdot 10^{-26}$
4	1	1
5	23	15
6	$12,6 \cdot 10^{23}$	$1,65 \cdot 10^{23}$
7	12	35
8	2	1
9	15	24
10	300	20
11	22	23
12	2	273
13	14	14
14	1,1	0,95
15	2142	1354
16	750	416
17	1	0,2 м
18	$h = \frac{L}{2} + \frac{\rho g}{p_0} \cdot \frac{L^2}{4} = 25,5 \text{ см}$	$h = 48 \text{ см}$

### Термодинамика

Вариант № задания	1	2
1	1,6	16
2	2	1
3	4	600
4	11	21
5	1	1
6	24	14
7	6	1
8	0	7,5
9	1221	25
10	-160	2112
11	20	40
12	2	14

Окончание табл.

Вариант № задания	1	2
13	22	11
14	14	23
15	231	111
16	2,5	4,3
17	$8,7 \cdot 10^3$ Дж	320 К
18	34,86 кДж	255 кДж

### Электростатика

Вариант № задания	1	2
1	13	41
2	13	23
3	43	14
4	4	2
5	0,25	4
6	1	1
7	14	34
8	4	-4
9	4	25
10	1	3
11	23	23
12	12	24
13	24	13
14	0	25
15	121	321
16	4	1
17	$D = \frac{4qU}{3mg} = 80 \text{ мм}$	$E = \frac{3mg}{q} = 6 \cdot 10^4 \text{ В/м}$
18	$W = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{m}{2} \left( \frac{qUL}{dmv_0} \right)^2 =$ $= 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$	$U = dm v \cdot \frac{\sqrt{2W - v^2}}{qL} = 407 \text{ В}$

## Постоянный ток. Ток в различных средах

Вариант № задания	1	2
1	4	4
2	3	1
3	13	24
4	6	7
5	80	2
6	12	34
7	15,15	0,54
8	121	212
9	4	2
10	$2 \cdot 10^{-8}$ Кл	$2,76 \cdot 10^{-5}$ Дж

## Электромагнетизм

Вариант № задания	1	2
1	1	3
2	2	4
3	21	12
4	1	6,55
5	2	1836
6	3	2
7	15,7	62,8
8	23	14
9	24	13
10	2	4
11	2	4
12	12	34
13	3	5
14	7,5	0,4
15	213	312
16	30	32
17	$5,46 \cdot 10^{-3}$ Тл	0,103 м
18	$A = IBSN = 0,02$ Дж	$B = \frac{A}{ISN} = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл

## Механические колебания и волны

Вариант № задания	1	2
1	60	0,25
2	4	10
3	0,16	0,5
4	2	2
5	34	24
6	4	0,2
7	7	6,37
8	1133	131
9	$2,19 \cdot 10^{-5}$	0,3
10	$a = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 L}{T^2}\right)^2 - g^2} =$ $= 7,2 \text{ м/с}^2$	$W = \frac{3mA^2\omega^2}{8} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$

## Электромагнитные колебания и волны. Переменный ток

Вариант № задания	1	2
1	14	12
2	$I = 0,4\sin 2\pi t$	$I = 0,6\sin \pi t$
3	14	24
4	31	32
5	1,41	100
6	600	14,1
7	14	23
8	212	232
9	3	$1,2 \cdot 10^3$
10	31 кВт	79%

**Электромагнитное излучение.  
Световые волны. Оптика**

<b>Вариант № задания</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
1	23	23
2	2	2
3	0	при любом
4	30	15
5	23	14
6	41,8	48,8
7	0,75	133
8	31	24
9	2	0,25
10	0	$\pi$
11	81	16
12	4	9
13	2	3
14	24	12
15	121	212
16	$1,5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$
17	0,2 м	0,4 м
18	1,61	$1,72 \cdot 10^8$ м/с

**Квантовая физика. Атом и атомное ядро**

<b>Вариант № задания</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
1	4	0
2	93	90
3	12	33
4	23	13
5	23	13
6	2	3
7	6	1
8	23	32

Окончание табл.

Вариант № задания	1	2
9	2	4
10	31	14
11	32	12
12	3	3
13	41	13
14	14	33
15	233	112
16	$1,5 \cdot 10^{-18}$	$1,8 \cdot 10^{-18}$
17	0,12 МэВ, 0,08 МэВ	0,06 МэВ, 0,04 МэВ
18	0,31 кг	101 кг

### Итоговая тренировочная работа

Вариант № задания	1	2
1	0,2	2
2	14	$1,33 \cdot 10^4$
3	0	0
4	400	-2
5	0	2220
6	-6	12
7	0,25	864
8	$0,25 \pm 0,05$	43
9	3	4
10	341	вниз
11	800	3
12	0,25	$10^{-2}$
13	1,6	2
14	от нас	36,9
15	82,1	$50 \pm 1$
16	23	3
17	16,8	$163,8 \cdot 10^{-15}$
18	4	23

Вариант № задания	1	2
19	72	1
20	2	0,4
21	14	34
22	321	223
23	2231	122
24	2133	332
25	222	333
26	5	$1,5 \cdot 10^{-3}$
27	$1,152 \cdot 10^{25}$	0,2
28	5	3,1
29	32	1,25
30	$\Delta\varphi$ не изменяется, так как за счет электростатической индукции на заземленной пластине останется прежний заряд	скорость и дальность полета будет больше в случае, когда конькобежец опирается на барьер
31	$\eta = \frac{3p_0V_0}{21p_0V_0} \cdot 100\% = 14,3\%$	$A = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot Q = 5 \text{ кДж}$
32	$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2W}{C}} \cdot \left(\frac{r + R_4}{R_1 + R_3} + 1\right) = 400 \text{ В}$	$v = q\sqrt{\frac{2k}{mR}} = 3 \text{ м/с}$
33	$U = \frac{L^2 B^2 q}{8(\sqrt{m_{Ar}} - \sqrt{m_{He}})^2} = 16 \text{ В}$	$q_m = \sqrt{q^2 + \frac{I^2 T^2}{4\pi^2}} = 6 \text{ нКл}$
34	$\Gamma = \frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_2 - \Gamma_1} = 4,8$	$7,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
35	$\eta = \frac{m_{p_0}}{m_{p_0} + m_{\alpha}} = 0,98$	$F = \frac{2IE}{q_e c} \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{E^2}} = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$

*Справочное издание*

**Никулова Галина Анатольевна  
Москалев Александр Николаевич**

# **ЕГЭ 100 БАЛЛОВ ФИЗИКА**

**ПРАКТИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО**



Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат  
№ РОСС RU.НА34.Н08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лапто*  
Редактор *Г. А. Лонцова*  
Технический редактор *Л. В. Павлова*  
Корректоры *Е. В. Григорьева, И. А. Огнева*  
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*  
Компьютерная верстка *М. А. Серова*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8.  
[www.examen.biz](http://www.examen.biz)

E-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);  
по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)  
тел./факс 8 (495) 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции  
ОК 034-2014; 58.11.1 — книги печатные

Ипечатано в соответствии с предоставленными материалам  
в ООО «ИПК Парето-Принт». Россия, 170546,  
г. Тверь, [www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

**По вопросам реализации обращаться по тел.:**  
**8 (495) 641-00-30 (многоканальный).**